

Дифракция электромагнитных волн на структуре из конечного числа неэквидистантно расположенных лент различной ширины. Сравнение спектрального и операторного методов

С.Н.Воробьев, Л.Н.Литвиненко, С.Л.Просвирнин

*Радиоастрономический институт Национальной Академии наук Украины
Украина, 310002, Харьков, ул.Краснознаменная, 4.*

Статья поступила в редакцию 5 декабря 1995 г.

Спектральным и операторным методами строго решена задача дифракции электромагнитных волн на структуре, состоящей из конечного числа неэквидистантно расположенных лент различной ширины. Построены и проанализированы оба варианта решения, обсуждены преимущества каждого метода. Изучено поведение коэффициента рассеяния для двух лент различной ширины в сравнении с рассеянием на двух одинаковых лентах в случае, когда суммарная ширина лент остается постоянной. Исследованы дифракционные явления, возникающие вследствие взаимного влияния лент в структуре.

Спектральним та операторним засобами точно розв'язано задачу про дифракцію електромагнітних хвиль на структурі, що складається з обмеженої кількості нееквідистантно розташованих стрічок різної ширини. Побудовано та проаналізовано обидва варіанти рішення, обговорено переваги кожного з засобів. Проведено дослідження поведінки коефіцієнту розсіювання для двох стрічок різної ширини у порівнянні з розсіюванням на двох однакових стрічках у разі, коли сумарна ширина стрічок залишається постійною. Також досліджено дифракційні явища, що виникають через взаємний вплив стрічок у структурі.

В строгой теории дифракции электромагнитных волн фундаментальное значение имеют двумерные задачи дифракции на решетках из металлических лент. Как известно, развиваются несколько методов исследования дифракции волн на решетках из конечного числа элементов: метод задачи сопряжения теории аналитических функций [1], метод уравнения Винера-Хопфа [2], метод интегральных уравнений [3], метод произведения областей [4], метод сингулярных интегральных уравнений [5-7].

В теории дифракции волн на структурах, образованных одинаковыми металлическими лентами, успешно применяется подход, основанный на декомпозиции оператора краевой задачи с выделением оператора задачи дифракции на одной ленте и последующим аналитическим обращением его сингулярной статической части [8]. Обращение выполняется спектральным методом. Токи на лентах представляются в виде разложения по полиномам Чебышева с соответствующей для каждой поляризации весовой функцией (т.е. по полному ортонормированному базису, который в явном виде точно учитывает особенности тока или поля вблизи ребер каждой из лент). Так были получены электродинамически строгие, эффек-

тивные в резонансном и длинноволновом диапазоне решения задач дифракции волн и проанализированы физические особенности рассеянных полей для периодических ленточных решеток [9]; решетки с ограниченным числом ламелей [10], ограниченных по числу элементов структур из одинаковых наклонных лент [11,12]; решеток со случайными флуктуациями в расположении лент [13-15]; плоских структур из конечного числа лент, расположенных на слое магнитодиэлектрика с экраном [16].

Этот метод позволяет решить задачи дифракции волн на структурах из лент различной ширины, представляющих интерес как в теоретическом аспекте, так и в прикладном отношении (несимметричная полосковая линия; многочастотные фильтры и поляризаторы; дифракционные антенны вытекающих волн с одно- и многолучевыми диаграммами направленности).

1. Постановка задачи

Рассматриваемая структура состоит из конечного числа бесконечно тонких, идеально проводящих лент различной ширины, параллельных оси Ox и расположенных в плоскости

$z = 0$ (рис.1). Число лент равно N , y_n^0 - координата середины ленты шириной $2d_n$ с номером n . Из полупространства $z > 0$ на структуру падает Н-поляризованная электромагнитная волна с компонентами H_x, E_y, E_z .

2. Метод решения

Полное поле $H(y, z)$ представим в виде суммы падающего $H_i(y, z)$ и рассеянного $H_s(y, z)$ полей, а рассеянное поле, в свою очередь, - как суперпозицию рассеянных полей каждой из лент структуры: $H_s = \sum_{n=1}^N H_{s,n}$. Поле, рассеянное лентой с номером n , представим в виде потенциала двойного слоя с некоторой неизвестной плотностью потенциала μ_n , с точностью до постоянного множителя, равной плотности поверхностного тока на ленте:

$$H_{s,n} = \frac{i}{4} \int_{-d_n}^{d_n} \mu_n(y') \frac{\partial}{\partial z'} H_0^{(1)} \times \left(k \left((y - y')^2 + (z - z')^2 \right)^{1/2} \right) \Big|_{z'=0} dy', \quad (1)$$

где (y', z') - координаты точки источника, $k = 2\pi/\lambda$ - волновое число, а $H_0^{(1)}(x)$ - функция Ханкеля первого рода. Зависимость от времени выбрана в виде $e^{-i\omega t}$ и для краткости в формулах опущена.

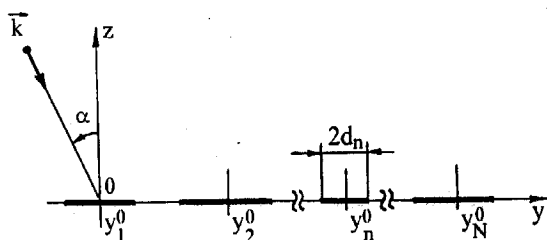


Рис. 1. Геометрия задачи дифракции.

Введем локальную систему координат (y_n, z_n) , связанную с центром ленты с номером n по формулам: $y_n = y - y_n^0, z_n = z$,

и представим функцию $\mu_n(y_n)$ в виде интеграла Фурье следующим образом:

$$\int_{-\infty}^{\infty} a_n(\xi) e^{i\xi y_n} d\xi = \begin{cases} \mu_n(y_n), & |y_n| \leq d_n, \\ 0, & |y_n| > d_n. \end{cases} \quad (2)$$

Воспользовавшись интегральным представлением для функции Ханкеля и выражением (2), из формулы (1) получим:

$$H_{s,n} = \frac{1}{2} \text{sign}(z) \int_{-\infty}^{\infty} a_n(\xi) e^{i\xi(y - y_n^0) + \gamma |z|} d\xi, \quad (3)$$

где $\gamma(\xi) = \sqrt{k^2 - \xi^2}$, причем выбрана ветвь корня, удовлетворяющая условию излучения на бесконечности ($\text{Re} \gamma > 0$, а если $\text{Re} \gamma = 0$, то $\text{Im} \gamma > 0$). Таким образом, рассеянное решеткой поле с учетом выражения (3), приобретает вид:

$$H_s = \frac{1}{2} \text{sign}(z) \sum_{n=1}^N \int_{-\infty}^{\infty} a_n(\xi) e^{i\xi(y - y_n^0) + \gamma |z|} d\xi \quad (4)$$

Из граничных условий для полного поля на поверхности лент получим систему интегральных уравнений относительно амплитуд Фурье $a_n(\xi)$ плотности тока на каждой из лент решетки. Выделим в системе уравнений часть, описывающую рассеяние на ленте с номером m и после несложных преобразований получим систему интегральных уравнений:

$$\int_{-\infty}^{\infty} a_m(\xi) \gamma(\xi) e^{i\xi y_m} d\xi = 2i \frac{\partial}{\partial z} H_i(y_m^0 + y_m, z) \Big|_{z=+0} - \sum_{n=1, n \neq m}^N \int_{-\infty}^{\infty} a_n(\xi) \gamma(\xi) e^{i\xi y_m} e^{i\xi y_n} d\xi, \quad |y_m| \leq d_m, \\ \int_{-\infty}^{\infty} a_m(\xi) e^{i\xi y_m} d\xi = 0, \quad |y_m| > d_m, \quad (5)$$

где $m = 1, 2, \dots, N$, $y_{mn} = y_m^0 - y_n^0$ - расстояние между центрами лент с номерами m и n . Каждая из N подсистем уравнений в (5) описывает рассеяние на ленте с номером m пер-

вичного поля падающей волны и поля, созданного токами на остальных лентах решетки.

2.1. Спектральный метод

Решение задачи рассеяния волн на структуре из лент можно получить спектральным методом с использованием обращения статической (т.е. неравной нулю при $k = 0$) части оператора краевой задачи. Применим этот метод к решению системы интегральных уравнений (5).

Амплитуду Фурье плотности тока $a_m(\xi)$ представим в виде разложения в ряд по базисным функциям с неизвестными коэффициентами $c_r^{(m)}$:

$$a_m(\xi) = d_m \sum_{r=1}^{\infty} c_r^{(m)} \varphi_r(\tilde{\xi}), \quad (6)$$

где $\tilde{\xi} = d_m \xi$ - безразмерный спектральный

параметр, $\varphi_r(\tilde{\xi}) = \frac{\sqrt{r}}{\xi} J_r(\tilde{\xi})$ - ортонормированная система базисных функций в спектральной области с соотношением ортогональности

$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi_r(\tilde{\xi}) \varphi_s(\tilde{\xi}) \tilde{\xi} d\tilde{\xi} = \delta_{rs}$,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi_r(\tilde{\xi}) \varphi_s(\tilde{\xi}) \tilde{\xi} d\tilde{\xi} = \delta_{rs}, \quad (7)$$

$J_r(\tilde{\xi})$ - функция Бесселя. Заметим, что в координатной области функциям φ_r соответствуют полиномы Чебышева второго рода $U_r(u_m)$ с весовой функцией $\sqrt{1-u_m^2}$, где $u_m = y_m/d_m$. Разложение плотности поверхностного тока на лентах по этим функциям аналитически точно описывает поведение тока вблизи ребер лент структуры.

Решение в виде (6) почленно удовлетворяет уравнениям системы (5), которые выполняются в областях $|y_m| > d_m$. В левой части каждого из уравнений для областей $|y_m| < d_m$ выделим его статическую часть и динамическую добавку к ней, зависящую от k . Подставим выражения (6) в эти уравнения и воспользуемся проекционным методом (методом моментов), выбрав в качестве пробных функций полиномы Чебышева второго рода. Благодаря соотношению ортогональности (7) статическая часть уравне-

ний приводит к единичной матрице в результирующей системе линейных алгебраических уравнений, т.е. соответствующий оператор обращается в явном виде. В итоге задача сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений второго рода относительно $c_r^{(m)}$ с вполне непрерывным в пространстве l_2 матричным оператором:

$$c_s^{(m)} = b_s^{(m)} + \sum_{r=1}^{\infty} c_r^{(m)} A_{sr}^{(m)} + \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{n=1, n \neq m}^N c_r^{(n)} F_{sr}^{(mn)}, \quad (8)$$

$$s = 1, 2, 3, \dots; \quad 1 \leq m \leq N,$$

где

$$A_{sr}^{(m)} = (1 + (-1)^{s+r}) \sqrt{sr} \int_0^{\infty} J_s(\eta_m \zeta) J_r(\eta_m \zeta) \frac{\varepsilon(\zeta)}{\zeta} d\zeta, \quad (9)$$

$$F_{sr}^{(m)} = 2i\sqrt{sre}^{-\pi(s-r)/2} \int_0^{\infty} J_s(\eta_m \zeta) J_r(\eta_m \zeta) \frac{\tilde{\gamma}(\zeta)}{\zeta^2} \cdot \cos\left(\zeta u_{mm} + \frac{\pi}{2}(s-r)\right) d\zeta, \quad (10)$$

$$\varepsilon(\zeta) = 1 + i \frac{\tilde{\gamma}(\zeta)}{\zeta}, \quad \tilde{\gamma}(\zeta) = \sqrt{1-\zeta^2},$$

$$u_{mm} = \eta_m u_m^0 - \eta_n u_n^0, \quad \eta_m = kd_m, \quad u_n^0 = y_n^0/d_n.$$

Свободные члены системы уравнений (8) имеют вид

$$b_s^{(m)} = i\sqrt{s}\eta_m \int_{-\infty}^{\infty} q(\zeta) J_s(\eta_m \zeta) \frac{\tilde{\gamma}(\zeta)}{\zeta} e^{im\zeta u_m^0} d\zeta, \quad (11)$$

если падающее поле H , представлено интегралом Фурье с известной спектральной плотностью $q(\zeta)$:

$$H_i(y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} q(\zeta) e^{ik(\zeta y - \gamma z)} d\zeta.$$

Решение системы (8) находится методом редукции. Порядок S редуцированной системы, необходимый для вычисления характеристик

рассеянного поля с погрешностью менее половины процента, как показали расчеты, составляет $S = \sum_{n=1}^N S_n$, где $S_n = \text{entier}(2kd_n)$ - порядок редуцированной подсистемы, относящейся к ленте с номером n . Очевидно, что вплоть до квазиоптики величина S невелика.

Свойства матричных элементов (9), (10) и особенности численных расчетов будут обсуждаться ниже, непосредственно перед анализом физических характеристик, рассеянных структурой полей.

По формуле (6) после вычисления коэффициентов $c_r^{(m)}$ легко найти спектральные амплитуды $a_n(\zeta)$, через которые выражается рассеянное поле (4) и все электродинамические характеристики структуры, представляющие интерес для исследования физики процесса рассеяния волн.

2.2. Операторный метод

Запишем систему уравнений (8) в операторном виде

$$c^{(m)} = b^{(m)} + A^{(m)} c^{(m)} + \sum_{n=1, n \neq m}^N F^{(mn)} c^{(n)}, \quad 1 \leq m \leq N, \quad (12)$$

где $A^{(m)}$ и $F^{(mn)}$ - матричные операторы, а $b^{(m)}$ и $c^{(m)}$ - вектор-столбцы свободных членов и неизвестных соответственно.

Найдем решение уравнений (12) относительно $c^{(m)}$, предполагая пока, что все остальные $c^{(n)}$ при $n \neq m$ в уравнении с номером m известны:

$$c^{(m)} = R_m b^{(m)} + \sum_{n=1, n \neq m}^N R_{mn} c^{(n)}, \quad 1 \leq m \leq N, \quad (13)$$

где $R_m = (I - A^{(m)})^{-1}$ - оператор рассеяния ленты с номером m , а $R_{mn} = R_m F^{(mn)}$ -

оператор взаимодействия между лентами с номерами m и n .

Решение системы операторных уравнений (13) будем искать методом последовательных приближений, выбрав в качестве начального

приближения $c_0^{(m)} = R_m b^{(m)}$. В результате нетрудно построить операторный ряд и получить, таким образом, решение задачи операторным методом в виде

$$c^{(m)} = R_m b^{(m)} + \sum_{n=1, n \neq m}^N R_m R_n b^{(n)} + \sum_{n=1, n \neq m}^N R_m \sum_{p=1, p \neq m}^N R_p R_n b^{(p)} + \sum_{n=1, p \neq m}^N R_m \sum_{p=1, p \neq m}^N R_p \sum_{q=1, q \neq p}^N R_q b^{(q)} + \dots \quad (14)$$

Исследование системы рассеивателей операторным методом строится, как правило, по принципу последовательного подключения к некоторому числу рассеивателей (с уже известным оператором рассеяния) каждого следующего рассеивателя, описываемого своим оператором рассеяния волн. Естественно поэтому, что особый интерес представляет случай рассеяния волн на двух лентах. Операторный ряд (14) для $N = 2$, как легко проверить, суммируется и выражения для нахождения $c^{(1)}$ и $c^{(2)}$ получаются в замкнутой форме:

$$\begin{aligned} c^{(1)} &= V R_1 b^{(1)} + R_{12} W R_2 b^{(2)}, \\ c^{(2)} &= W R_2 b^{(2)} + R_{21} V R_1 b^{(1)}, \end{aligned} \quad (15)$$

где $V = (I - R_{12} R_{21})^{-1}$, $W = (I - R_{21} R_{12})^{-1}$.

Редуцируя бесконечные матрицы операторов до порядка S_m , выбранного так же, как и в спектральном методе, можно найти вектор-столбцы коэффициентов $c^{(m)}$.

3. Физические характеристики рассеянных полей

Рассеянное структурой поле (4) удобно преобразовать к виду

$$H_s(y, z) = \frac{1}{2} \text{sign}(z) \int_{-\infty}^{\infty} G(\zeta) e^{ik(\zeta y + \bar{\gamma}(\zeta)z)} d\zeta, \quad (16)$$

где

$$G(\zeta) = \frac{1}{\zeta} \sum_{r=1}^{\infty} \sqrt{r} \sum_{n=1}^N c_r^{(n)} J_r(\eta_n \zeta) e^{-i\eta_n \zeta y_n^0}.$$

Перейдем в выражении (16) к полярным координатам (ρ, θ) ; угол θ отсчитывается от

оси Oy (см.рис.1) против часовой стрелки. С помощью метода перевала вычислим интеграл в (16) при $kr \gg 1$. В результате рассеянное структурой поле в дальней зоне примет вид

$$H_i(\rho, \theta) \sim \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} e^{i(k\rho - \pi/4)} G(\cos\theta) \sin\theta, \quad 0 \leq \theta \leq \pi \quad (17)$$

Заметим, что распределение амплитуды рассеянного поля в дальней зоне (диаграмма направленности) симметрично относительно плоскости структуры.

Если падающее на структуру поле является плоской волной (см.рис.1)

$$H_i(y, z) = e^{ik(y \sin \alpha - z \cos \alpha)}, \quad (18)$$

то интеграл в выражении (11) берется в аналитическом виде

$$b_s^{(m)} = i\sqrt{s} J_s(\eta_m \sin \alpha) \cot(\alpha) e^{iu_m \eta_m \sin \alpha},$$

$s = 1, 2, 3, \dots$

Определим коэффициент рассеяния σ как отношение усредненного по времени потока мощности электромагнитного поля, рассеянного структурой к усредненному по времени потоку мощности поля падающей волны, приходящемуся на апертуру всей системы из N лент. Для падающей волны (18) величина σ имеет вид

$$\sigma = \frac{\pi}{\cos \alpha} \frac{1}{\eta_N (u_N^0 + 1) - \eta_1 (u_1^0 - 1)} \int_{-1}^1 |G(\zeta)|^2 \tilde{\gamma}(\zeta) d\zeta \quad (19)$$

Найдем токи на лентах решетки. Плотность поверхностного тока на ленте с номером n связана с полем (3) известным образом :

$$I_m(y) = \frac{c}{2\pi} H_m(y, 0) \text{ и представляется в виде}$$

разложения по полиномам Чебышева второго рода

$$I_m(u_n) = \frac{c}{2\pi} \sqrt{1 - u_n^2} \sum_{r=1}^{\infty} c_r^{(n)} \frac{i^{r-1}}{\sqrt{r}} U_{r-1}(u_n).$$

(20)

4. Численная реализация решения

Особенности численных расчетов состоят, прежде всего, в вычислении выражений (9) и (10), а также построении блочной матрицы системы (8) и матриц операторов в (15). Вначале обратим внимание на свойства матричных

элементов (9), (10) и их различие в случае, когда структура состоит из лент разной или одинаковой ширины.

Матричные элементы (9), описывающие динамическую часть оператора рассеяния на ленте с номером m , обладают симметрией по индексам: $A_{sr}^{(m)} = A_{rs}^{(m)}$ и, кроме того, удовлетворяют рекуррентному соотношению, полученному с помощью рекуррентной формулы для функций Бесселя

$$B_{sr} = \frac{s-1}{r} (B_{s-1, r-1} + B_{s-1, r+1}) - B_{s-2, r},$$

где $B_{sr} = A_{sr}^{(m)} / \sqrt{sr}$. Подынтегральное выражение в (9) убывает с возрастанием аргумента ζ достаточно быстро – как $O(\zeta^{-4})$, а особенностей на пути интегрирования у подынтегральной функции нет, поэтому численное интегрирование с высокой точностью в выражении (9) не вызывает затруднений.

Для решеток из разных и одинаковых лент различий в свойствах и каких-либо особенностей в вычислении величин $A_{sr}^{(m)}$ нет, поскольку выражение (9) относится к каждой из лент и не зависит от окружающих ее элементов.

Матричные элементы (10), описывающие взаимодействие лент в структуре, удовлетворяют равенству $F_{sr}^{(mm)} = (-1)^{s+r} F_{rs}^{(mm)}$, которое означает, что взаимодействие лент с номерами m и n на спектральных гармониках тока соответственно s и r одинаково, если ленты и токи на них поменять местами. Соотношение симметрии по индексам s и r , аналогичное приведенному для $A_{sr}^{(m)}$, может быть получено, однако, только для идентичных лент.

Подынтегральное выражение в (10) убывает с ростом аргумента ζ слабо – как $O(\zeta^{-2})$. Для эффективного вычисления интеграла в (10) воспользуемся способом, предложенным в [16]. Полубесконечный интервал интегрирования в (10) разделим на три части следующим образом:

$$F_{sr}^{(mm)} = \int_0^1 (...) d\zeta + \int_1^D (...) d\zeta + \int_D^\infty (...) d\zeta, \quad (21)$$

где $D \gg 1$. Первые два интеграла в формуле (21) являются интегралами в конечных пределах, не имеющими особенностей в подынтегральных выражениях. Эти интегралы вычис-

ляются с необходимой точностью численным интегрированием методом Гаусса. Для вычисления интеграла с бесконечным верхним пределом в (21) проинтегрируем по частям асимптотику подынтегральной функции для случая больших аргументов и в результате получим формулу

$$\int_D^{\infty} (...) d\zeta = \frac{i}{\pi D^2} \sqrt{\frac{sr}{\eta_m \eta_n}} e^{-i\pi(s-r)/2} \times \\ \times \left[(-1)^r \frac{\cos(D(u_m^+ + u_n^-))}{u_m^+ + u_n^-} + (-1)^s \frac{\cos(D(u_m^- + u_n^+))}{u_m^- + u_n^+} - \right. \\ \left. - (-1)^{s-r} \frac{\sin(D(u_m^- - u_n^-))}{u_m^- - u_n^-} - \frac{\sin(D(u_m^+ - u_n^+))}{u_m^+ - u_n^+} \right] + O(D^{-3}), \quad (22)$$

где

$$u_m^{\pm} = (1 \pm u_m^0) \eta_m, \quad u_n^{\pm} = (1 \pm u_n^0) \eta_n, \quad D \gg 1.$$

Обобщающим критерием точности вычислений элементов матриц и решения редуцированной системы уравнений служит закон сохранения энергии. Если падающее поле имеет вид (18), то закон сохранения энергии выглядит следующим образом:

$$\int_{-1}^1 |G(\zeta)|^2 \tilde{\gamma}(\zeta) d\zeta = 2 \cos \alpha \operatorname{Re}(G(\sin \alpha)) \quad (23)$$

Для вычисления диаграммы направленности (17), коэффициента рассеяния (19) или токов на лентах (20) с погрешностью не более половины процента в резонансном частотном диапазоне верхний предел B численного интегрирования в (9) должен быть $B \geq 10$, а в выражении (22) достаточно выбрать $D \geq 33$. Закон сохранения энергии (23) при этом выполняется с точностью не менее трех значащих цифр после запятой.

Для того чтобы перейти к анализу структуры из идентичных лент, в имеющихся формулах нужно сделать замену $\eta_n = \eta_m = \eta$. Вполне естественно, что формулы при этом заметно упростятся. Однако самым существенным результатом упрощений является формирование для структуры из одинаковых лент блочсимметрической матрицы системы (8), а также возможность применения для вычисления величин (10) рекуррентной формулы. Скорость вычислений при этом значительно возрастает,

особенно при достаточно больших порядках редукции S (время вычислений по сравнению со структурой из различных лент уменьшается приблизительно в $S/3$ раз).

5. Анализ рассеянных полей. Две ленты

Определенный интерес в методическом и вычислительном плане представляет сравнение решений, полученных спектральным и операторным методами. Операторный метод, как известно, целесообразно использовать в случаях, когда несколько сложных рассеивателей объединены в систему, а оператор рассеяния каждого из них известен. В данном случае функциональная зависимость токов на лентах задается в аналитическом виде (6) или (20) с точностью до неизвестных коэффициентов разложения, вследствие этого предпочтительным и более простым в реализации оказывается спектральный метод. По точности и скорости расчетов на ЭВМ никаких различий для спектрального и операторного методов нет.

Сравним электродинамические характеристики рассеяния для структуры из двух лент различной ширины и двух одинаковых лент. На рис.2 представлены результаты расчета коэффициента рассеяния σ в случае, когда апертура структуры (т.е. расстояние между крайними ребрами лент) постоянна и равна трем длинам волн: $y_2 - y_1 + d_2 + d_1 = 3\lambda$. Значения σ приведены в зависимости от коэффициента заполнения β , определенного как отношение суммарной ширины лент к апертуре: $\beta = 2(d_1 + d_2) / (y_2 - y_1 + d_1 + d_2)$ для трех значений отношения размеров лент $\delta = d_1/d_2$: $\delta = 0,1$ (штрих-пунктирные кривые), $\delta = 0,5$ (штриховые кривые) и $\delta = 1$ (сплошные кривые). Заметим, что величина $\delta = 1$ соответствует идентичным лентам. На рис.2,а изображены зависимости для случая нормального падения возбуждающей волны, на рис.2,б угол падения $\alpha = 30$ град., а на рис.2,в $\alpha = 45$ град.

При $\beta \cong 1$ (экран с бесконечно узкой щелью) величина σ близка к единице. Отметим, что в интервале значений $\beta = 0,25 \dots 0,3$ для всех углов α имеется область, где величины σ очень близки при различных значениях δ , и наоборот при $\beta \approx 0,4$ (рис.2,а), $\beta = 0,8$ (рис.2,б) или $\beta = 0,5$ (рис.2,в) кривые для разных δ достаточно сильно отличаются друг от

друга. Это обстоятельство свидетельствует о том, что, изменяя ширину отдельных лент (при их постоянном суммарном размере), можно регулировать степень отражения структуры или же сохранить ее неизменной при определенных параметрах системы.

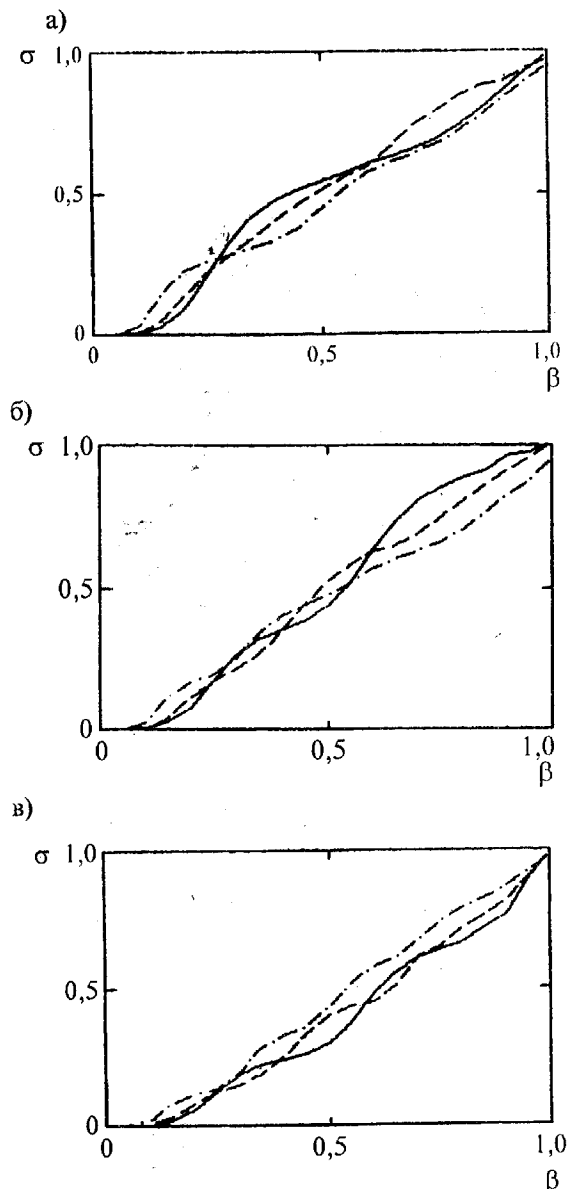


Рис 2. Зависимости коэффициента рассеяния σ от коэффициента заполнения апертуры β :

- а) $\alpha = 0$,
- б) $\alpha = 30$ град.,
- в) $\alpha = 45$ град.

Вызывает интерес и тот факт, что при наклонном падении волны (рис.2,б и 2,в) в слу-

чае; когда ленты в структуре меняются местами (это соответствует парам значений $\delta = 0,5$ и $\delta = 2$ или $\delta = 0,1$ и $\delta = 10$), величина коэффициента рассеяния σ не изменяется (для $\alpha = 0$ это тривиально из физических соображений), несмотря на то, что диаграммы направленности отраженного поля претерпевают существенные изменения (рис.3). Здесь представлены нормированные диаграммы направленности, рассчитанные по (17) для следующих параметров: коэффициент заполнения структуры $\beta = 0,65$, угол падения $\alpha = 30$ град.; сплошные кривые соответствуют $\delta = 1$, штриховые - $\delta = 0,5$ (рис.3,а) и $\delta = 2$ (рис.3,б), а штрих-пунктирная - $\delta = 0,1$ (рис.3,а) и $\delta = 10$ (рис.3,б). Для справки приведем значения σ для указанных величин δ : $\sigma = 0,653$ (для $\delta = 0,5$ и $\delta = 2$) и $\sigma = 0,604$ (для $\delta = 0,1$ и $\delta = 10$).

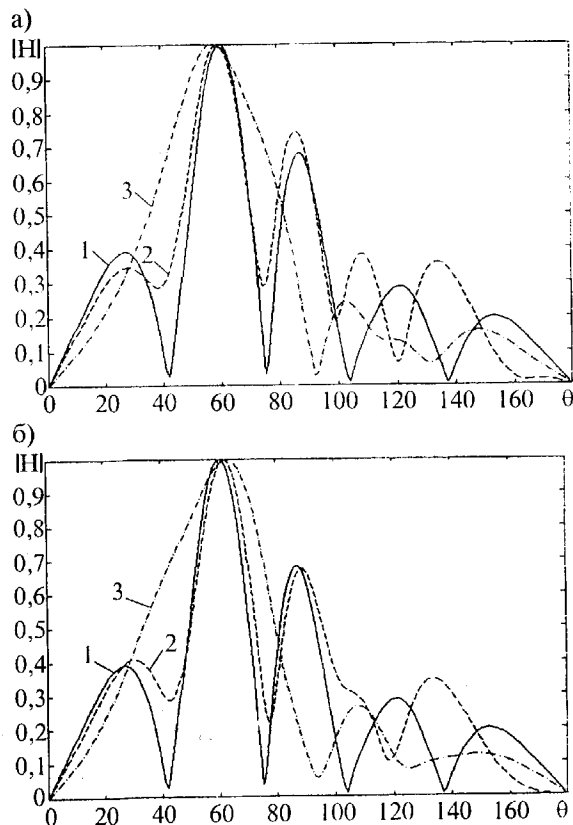
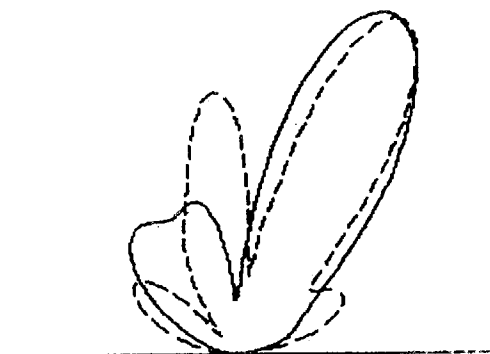


Рис 3. Нормированное распределение амплитуды отраженного поля H в дальней зоне $\alpha = 30$ град.:

- а) 1- $\delta = 1, 2$ - $\delta = 0,5$
- б) 1- $\delta = 1, 2$ - $\delta = 2, 3$ - $\delta = 10$

Интересным в физическом плане и полезным для приложений является исследование дифракционных явлений для структур из лент различной ширины, которые возникают вследствие взаимного влияния лент. На рис.4 приведены нормированные диаграммы направленности отраженного поля для двух лент, когда величина $\delta = 2$, $\alpha = 30$ град. (рис.4,а) и $\alpha = 45$ град. (рис.4,б). Размер широкой ленты выбран так, чтобы на ней укладывалась длина волны. Сплошные кривые соответствуют случаю равенства расстояния между ребрами лент ширине узкой ленты, а штриховые - если указанное расстояние равно размеру широкой ленты. При таком, резонансном, рассеивании взаимодействие лент играет определяющую роль в формировании рассеянного поля (см.рис.4). Отчетливо видно, что при изменении расстояния между лентами (рис.4,а и рис.4,б) наименьшим изменениям подвержено отраженное поле вблизи главного дифракционного максимума, который лежит в направлении зеркального отражения от структуры. Остальная часть рассеянного поля претерпевает значительные изменения, так как меняются условия взаимодействия лент.

а)



б)

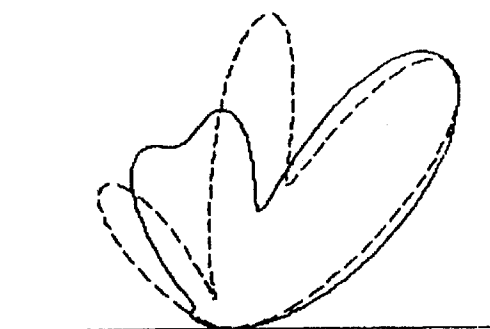


Рис 4. Нормированное распределение амплитуды отраженного поля H в дальней зоне;

а) $\alpha = 30$ град.,

б) $\alpha = 45$ град.

В заключение заметим, что строгое решение задачи дифракции волн на решетке, состоящей из лент различной ширины, увеличивает область модельных задач теории дифракции. В физическом плане еще одним результатом приведенного выше решения может стать, например, анализ статистических характеристик рассеяния ансамбля реализаций решетки из лент, ширина которых изменяется случайным образом от реализации к реализации в соответствии с каким-либо законом распределения. Такое исследование по методике, изложенной в [14], может быть основано непосредственно на результатах настоящей работы.

Исследование, представленное в этой публикации, выполнено при частичном содействии Международной Соросовской программы поддержки образования в области точных наук Международного фонда "Відродження", грант ISSEP SPU 042038.

Литература

1. Сологуб В.Г. Докл. АН УССР. Сер. А, 1975, № 6, с.550-558.
2. Shimoda M., Itakura T. Radio Science. 1987, v.22, № 6, p.987-991.
3. Kalhor H.A. IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 1989, v.37, № 3, p.406-407.
4. Чумаченко В.П. Дис.докт.физ.-мат. наук. Харьков, 1989. 313 с.
5. Гандель Ю.В. Теория функций, функциональный анализ и их приложения. Харьков. Выща школа. 1983. № 40. с.33-36.
6. Matsushima A., Itakura T. J. of Electromagnetic Waves and Applications, 1991, v.5, № 6, p.545-562.
7. Назарчук З.Т., Овсянников О.І. Доп. АН України. Сер. А. 1992, № 8, с.76-80.
8. Литвиненко Л.Н., Просвирнин С.Л. Спектральные операторы рассеяния в задачах дифракции волн на плоских экранах. Киев. Наук. думка, 1984, 240 с.
9. Воробьев С.Н., Литвиненко Л.Н., Просвирнин С.Л. Журн. вычислит. математ. и математ. физики. 1986, т.26, № 6, с.894-905.
10. Просвирнин С.Л. Докл. АН УССР. Сер. А, 1982, № 2, с.145-149.
11. Воробьев С.Н. Радиотехника и электрон., 1987, т.32, № 4, с.687-695.
12. Воробьев С.Н., Просвирнин С.Л. Журн. техн. физики. 1988, т.58, № 3, с.458-468.
13. Замятин Е.В., Просвирнин С.Л. Радиотехника и электрон., 1985, т.30, № 11, с.2124-2131.

14. Воробьев С.Н., Замятин Е.В., Просвирнин С.Л. Радиотехника и электрон., 1989, т.34, № 3, с.449-458.
15. Воробьев С.Н., Замятин Е.В., Просвирнин С.Л. Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1989, т.32, № 9, с.1084-1090.
16. Воробьев С.Н., Просвирнин С.Л. Радиотехника и электрон., 1994, т.39, № 12, с.1951-1960.

Electromagnetic Wave Diffraction by Finite Extent Structure Consisting of Nonequidistant Strips Having Different Width. Comparison of Full-Wave Spectral and Operator Methods

S. N. Vorobiov, L. N. Litvinenko,
S. L. Prosvirnin

The problem of electromagnetic wave diffraction by the nonequidistant plane structure of the finite extent consisting of strips having different width has been solved using the full-wave spectral method and the operator method. The comparison of these precise methods was carried out and advantages of each method were discussed. The scattering cross-section for two strips with different width and one for two identical strips were compared in the case when the summary strips width remained constant. The influence of the mutual coupling of the strips on the scattering pattern and diffractive phenomena were investigated.