

## Взаимные сопротивления и КПД электрических диполей, расположенных вблизи поверхности раздела двух сред

П. Л. Токарский

Харьковский государственный технический университет радиоэлектроники,  
61726, г. Харьков, пр. Ленина, 14

Статья поступила в редакцию 2 июля 1999 г., после переработки 5 августа 1999 г.

Рассмотрена задача об излучении двух связанных вертикальных электрических диполей Герца, размещенных у плоской границы раздела двух диэлектрических сред. Получены соотношения для расчета взаимных сопротивлений излучения и потерь между ними, а также КПД излучающей системы, состоящей из таких диполей. Обсуждены результаты численных расчетов.

Розглянуто задачу про випромінювання двох зв'язаних вертикальних електрических диполів Герца, розташованих біля плоскої границі поділу двох діелектрических середовищ. Отримано співвідношення для розрахунків взаємних опорів випромінювання та втрат між ними, а також ККД випромінювальної системи, яка складається з таких диполів. Обговорено результати числових розрахунків.

### Введение

Задача об излучении диполей, размещенных над диссипативным полупространством, была впервые решена А. Зоммерфельдом [1] еще в начале уходящего столетия, однако ввиду ее многогранности и важности для электромагнитной теории и практики внимание исследователей к ней не угасает до настоящего времени. Поскольку строгого решения задачи Зоммерфельда в явном виде не существует, главные усилия его последователей были направлены на отыскание приближенных методов решения. Важной вехой в этих исследованиях стала почти одновременная публикация фундаментальных работ [2] и [3], которые в основном подвели итог изучению характеристик таких антенн приближенными аналитическими методами. На протяжении последующих лет, которые характеризуются интенсивным развитием вычислительной техники, исследования свойств проволочных излучателей, расположенных вблизи плоской границы раздела двух сред, были направлены, в основном, на развитие новых численных методов анализа, позволяющих более точно оценивать параметры излучателей. Особое внимание при этом уделялось изучению КПД наземных антенн, поскольку земля заметно снижает их эффективность, частично поглощая излучаемую мощность. Среди публикаций, посвященных этому вопросу, можно выделить работы [4-7], где авторы предложили оригинальные методы расчета КПД ряда антенн, расположенных у поверхности земли. Следует отметить, что влияние границы раздела на КПД систем излучателей исследовано еще недостаточно полно, в частности, откры-

тым остается вопрос о поведении КПД наземных фазированных антенных решеток (ФАР) при сканировании луча. В настоящей работе на примере двух вертикальных электрических диполей предлагается строгий метод анализа КПД систем излучателей, размещенных вблизи плоской границы раздела двух диэлектрических сред.

### Исходные соотношения

Рассмотрим излучающую систему из  $N$  электрических диполей Герца, расположенных в точках  $Q_n(x_n, y_n, z_n)$ , с электрическими моментами  $\vec{p}_n = \vec{z}^0 I_n l_n$ , где  $I_n$  – амплитуда тока  $n$ -го диполя,  $l_n$  – его длина,  $n = 1, \dots, N$ . Будем полагать, что диполи размещены над границей раздела двух сред, которая совпадает с плоскостью  $z=0$  декартовой системы координат (рис. 1). Среда 1, в которой расположены диполи, занимает верхнее полупространство и является идеальным диэлектриком (проводимость  $\sigma_1 = 0$ ) с диэлектрической и магнитной проницаемостями  $\epsilon_1$  и  $\mu_1$ , а проводящая среда 2 занимает нижнее полупространство и имеет параметры  $\epsilon_2$ ,  $\mu_2$ ,  $\sigma_2$ .

Определим КПД излучающей системы как отношение мощности  $P_\Sigma$ , излучаемой ею в верхнее полупространство, к суммарной мощности  $P_{in}$ , отбираемой диполями от внешних источников возбуждения:

$$\eta = P_\Sigma / P_{in}. \quad (1)$$

Разность этих мощностей  $P_d = P_{in} - P_\Sigma$  есть мощность, которую принято относить к мощности джоулевых потерь излучающей системы [4], поскольку она переносится электромагнитными волнами, проникающими через границу раздела в нижнее полупространство, где она поглощается средой 2. Для анализа КПД используем импедансный подход, который позволяет выразить все требуемые мощности через токи диполей:

$$P_{in} = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N I_m^* I_n R_{mn}, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} P_\Sigma &= \frac{1}{2} \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N I_m^* I_m \Re_{\Sigma mn}, \\ P_d &= \frac{1}{2} \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N I_m^* I_m \Re_{dmn}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $R_{mn} = \operatorname{Re}\{Z_{mn}\} = \Re_{\Sigma mn} + \Re_{dmn}$ ;  $Z_{mn}$  – собственный ( $m = n$ ) или взаимный ( $m \neq n$ ) импеданс между  $m$ -м и  $n$ -м диполями;  $\Re_{\Sigma mn}$  и  $\Re_{dmn}$  – взаимные сопротивления излучения и потерь соответственно, которые, как показано в [8], являются, в общем случае, комплексными величинами и соотносятся между собой следующим образом:

$$\operatorname{Im}\{\Re_{\Sigma mn}\} = -\operatorname{Im}\{\Re_{dmn}\}, \quad \Re_{\Sigma mn} = \Re_{\Sigma mn}^*, \quad \Re_{dmn} = \Re_{dmn}^*. \quad (4)$$

Импедансный подход удобен тем, что все сопротивления для каждой конкретной излучающей структуры определяются один раз и в дальнейшем служат ее параметрами, позволяя достаточно просто находить требуемые характеристики системы (в том числе и КПД) при любом амплитудно-фазовом распределении токов в ней, не прибегая каждый раз к решению краевой электродинамической задачи.

Найдем сопротивления  $Z_{mn}$ ,  $\Re_{\Sigma mn}$  и  $\Re_{dmn}$ , необходимые для расчета КПД излучающей системы.

### Взаимный импеданс диполей

Для упрощения процедуры нахождения взаимного импеданса, представим напряженность электрического поля одного из них в произвольной точке  $Q(x, y, z)$  верхнего полупространства в виде суммы трех слагаемых [2]:

$$\vec{E}_n(Q) = \vec{E}_n^i(Q) + \vec{E}_n^\infty(Q) + \Delta\vec{E}_n(Q), \quad (5)$$

где  $\vec{E}_n^i(Q)$  – напряженность поля  $n$ -го диполя для случая, когда все пространство заполнено средой 1;  $\vec{E}_n^\infty(Q)$  – напряженность поля  $n$ -го диполя, отраженного от идеально проводящей границы раздела;  $\Delta\vec{E}_n(Q)$  – поправка, учитывающая реальные параметры среды 2. Эту поправку нетрудно найти, представляя электромагнитное поле диполя в виде спектра плоских Е- и Н-волн [9] и используя условие непрерывности его тангенциальных компонент на границе раздела двух сред. Действуя таким образом, можно получить следующее выражение:

$$\Delta E_{nx,y,z} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Delta e_{nx,y,z} \exp(-j\Psi) dv_x dv_y, \quad (6)$$

где  $\Delta e_{nx,y,z}$  – спектральные плотности амплитуд напряженности электрического поля плоских волн:

$$\Delta e_{nx} = -C v_x T_\epsilon(v) \exp(j\Psi_n),$$

$$\Delta e_{ny} = -C v_y T_\epsilon(v) \exp(j\Psi_n),$$

$$\Delta e_{nz} = C \frac{v_x^2 + v_y^2}{\gamma_1} T_\epsilon(v) \exp(j\Psi_n),$$

$$C = Z_{cl} p_n / 8\pi^2 k_l,$$

$$\Psi = v_x x + v_y y - \gamma_l z, \quad \Psi_n = v_x x_n + v_y y_n - \gamma_l z_n;$$

$k_{l,2} = \omega \sqrt{\tilde{\epsilon}_{l,2} \mu_{l,2}}$  – волновое число свободного пространства;  $\gamma_{l,2} = \sqrt{v^2 - k_{l,2}^2}$  – продольное волновое число;  $v_x$ ,  $v_y$  и  $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$  – попечевые волновые числа;  $\tilde{\epsilon}_{l,2} = \epsilon_{l,2} (1 - j \sigma_{l,2} / \omega \epsilon_{l,2})$  – комплексная диэлектрическая проницаемость среды;  $T_\epsilon(v) = 2\gamma_2 / (\gamma_2 + \tilde{\epsilon}_2 \gamma_1 / \epsilon_1)$  – коэффициент преломления плоской волны;  $Z_{cl,2} = \sqrt{\mu_{l,2} / \tilde{\epsilon}_{l,2}}$  – характеристическое сопротивление среды; индексы 1 и 2 здесь и ниже указывают на принадлежность величины к среде 1 или 2 соответственно; зависимость от времени  $t$  принята здесь в виде  $\exp(j\omega t)$ ,  $\omega$  – угловая частота.

Взаимный импеданс  $Z_{mn}$  по аналогии с (5) также представим в виде суммы:

$$Z_{mn} = Z_{mn}(R_1) + Z_{mn}'(R_2) + \Delta Z_{mn}, \quad (7)$$

где  $Z_{mn}(R_1)$  – взаимное сопротивление между этими диполями в отсутствие границы раздела;  $Z_{mn}'(R_2)$  – взаимное сопротивление между  $m$ -м

диполем и зеркальным изображением  $n$ -го диполя ( $n'$ );  $\Delta Z_{mn}$  – поправка, учитывающая реальные параметры среды 2;  $R_{1,2} = \sqrt{\rho_{mn}^2 + (z_m \mp z_n)^2}$  (см. рис. 1);

$\rho_{mn} = \sqrt{(x_m - x_n)^2 + (y_m - y_n)^2}$  – расстояние между осями диполей. Сопротивления  $Z_{mn}(R_1)$  и  $Z_{mn'}(R_2)$  достаточно хорошо изучены, поэтому мы найдем только поправку  $\Delta Z_{mn}$ , воспользовавшись методом наводимых ЭДС:

$$\Delta Z_{mn} = -\frac{\Delta E_{n_z}^{(1)}(Q_m) p_m^*}{I_n I_m^*},$$

где  $*$  – знак комплексного сопряжения.

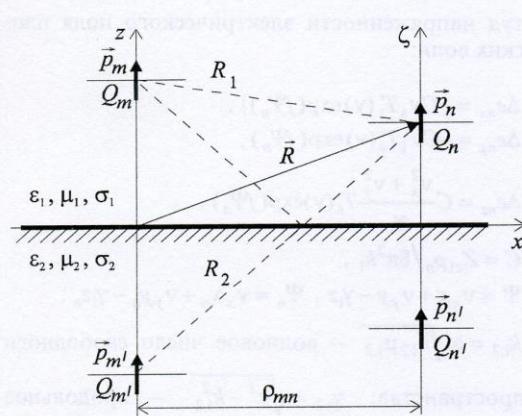


Рис. 1. Геометрия излучающей системы

После подстановки сюда  $\Delta E_{n_z}$  из (6), сделаем в подынтегральной функции замены  $v_x = v \cos \alpha$  и  $v_y = v \sin \alpha$ , а затем выполним интегрирование по  $\alpha$ , в результате чего придем к следующему выражению:

$$\Delta Z_{mn} = -j \frac{Z_{cl} l_m l_n}{4\pi k_1} \times \\ \times \int_0^\infty J_0(v\rho_{mn}) \frac{T_\epsilon(v)}{\gamma_1} \exp\{-\gamma_1(z_m + z_n)\} v^3 dv,$$

где  $J_0(x)$  – функция Бесселя нулевого порядка.

Полученное равенство определяет искомую добавку ко взаимному сопротивлению между  $m$ -м и  $n$ -м диполями Герца, расположенными вблизи границы раздела двух сред. Однако для численных расчетов оно не вполне удобно, поскольку подынтегральная функция имеет осо-

бую точку  $v = k_1$ . Чтобы от нее избавиться, преобразуем второй множитель к следующему виду:  $\frac{T_\epsilon(v)}{\gamma_1} = \frac{2}{\gamma_1} - \frac{\tilde{\epsilon}_2}{\epsilon_1 \gamma_2} T_\epsilon(v)$ , что позволяет разбить интеграл на два, первый из которых приводится к табличному, а второй теряет особенность, и его значение нетрудно найти численными методами. Взаимный импеданс при этом приобретает следующий вид:

$$Z_{mn} = Z_{mn}(R_1) - Z_{mn'}(R_2) + j \frac{Z_{cl} l_m l_n}{4\pi k_1} \frac{\tilde{\epsilon}_2}{\epsilon_1} \times \\ \times \int_0^\infty J_0(v\rho_{mn}) T_\epsilon(v) \exp\{-\gamma_1(z_m + z_n)\} \frac{v^3}{\gamma_2} dv. \quad (8)$$

Выделим из  $Z_{mn}$  сопротивление излучения и сопротивление потерь, для чего воспользуемся методом вектора Пойнтинга [9], согласно которому мощность, излучаемую источниками поля, можно найти путем интегрирования плотности потока мощности по замкнутой поверхности  $S$ , окружающей эти источники. Пользуясь выражениями (2)-(3) нетрудно показать, что активная составляющая взаимного импеданса в рассматриваемом случае будет определяться как

$$R_{mn} = \frac{1}{2} (Z_{mn} + Z_{nm}^*) = \frac{1}{2 I_{0n} I_{0m}} (P_{mn} + P_{nm}^*) = \\ = \frac{1}{2 I_{0n} I_{0m}} \int_S \{(\bar{E}_n, \bar{H}_m) \bar{s}^0 + (\bar{E}_m^*, \bar{H}_n) \bar{s}^0\} ds, \quad (9)$$

где  $\bar{E}_n, \bar{H}_n$  – напряженности поля  $n$ -го излучателя;  $\bar{s}^0$  – орт внешней нормали к поверхности  $S$ .

Составим поверхность  $S$  из двух частей:  $S_d$  и  $S_\Sigma$ , первая из которых совпадает с границей раздела  $z = 0$  и отделяет диполи от нижнего полупространства, а вторая окружает диполи сверху и имеет вид полусферы с центром в начале координат и радиусом  $R$ , удовлетворяющим условию дальней зоны для рассматриваемой системы диполей. Очевидно, что при таком разбиении поверхности  $S$  выражение (9) распадается на два независимых равенства, которые определяют искомые сопротивления излучения и потерь:

$$\Re_{\Sigma mn} = \frac{1}{2 I_{0n} I_{0m}} \int_{S_\Sigma} \{(\bar{E}_n, \bar{H}_m^*) \bar{s}^0 + (\bar{E}_m^*, \bar{H}_n) \bar{s}^0\} ds \\ \Re_{dmn} = \frac{1}{2 I_{0n} I_{0m}} \int_{S_d} \{(\bar{E}_n, \bar{H}_m^*) \bar{s}^0 + (\bar{E}_m^*, \bar{H}_n) \bar{s}^0\} ds \quad (10)$$

Рассмотрим поочередно каждое из этих сопротивлений.

### Взаимное сопротивление излучения

Для определения сопротивления  $\mathfrak{R}_{\Sigma mn}$  нам необходимо найти поле обоих диполей в дальней зоне верхнего полупространства. Это несложно сделать, переходя в (6) от декартовых к сферическим координатам  $(R, \theta, \phi)$  и интегрируя методом стационарной фазы [10]. Электрическое и магнитное поля диполей здесь имеют только по одной компоненте  $\tilde{E}_n = \tilde{\theta}^0 E_{n\theta}$ ,  $\tilde{H}_n = \tilde{\phi}^0 H_{n\phi} = \tilde{\phi}^0 Z_{cl} E_{n\theta}$ , которые можно представить в виде суммы (5), в которой поправка  $\Delta E_{n\theta}$ , учитывающая реальные параметры среды 2, будет описываться следующим выражением:

$$\Delta E_{n\theta} = -j2\pi k_1^2 C T_\epsilon(v_0) \sin \theta \frac{\exp\{j(\Psi_{0n} - k_1 R)\}}{R},$$

где  $\Psi_{0n} = k_1(x_n \sin \theta \cos \phi + y_n \sin \theta \sin \phi + z_n \cos \theta)$ ,  $v_0 = k_1 \sin \theta$ .

Подставляя значения полей в (10), окончательно находим взаимные сопротивления излучения между  $m$ -м и  $n$ -м диполями:

$$\mathfrak{R}_{\Sigma mn} = \frac{Z_{cl} k_1^2}{8\pi} \int_0^{\pi/2} J_0(v_0 \rho_{mn}) \Phi_n(\theta) \Phi_m^*(\theta) \sin \theta d\theta, \quad (11)$$

где  $\Phi_n(\theta) = l_n \sin \theta [2 \cos(k_1 z_n \cos \theta) - T_\epsilon(v_0) \exp(-jk_1 z_n \cos \theta)]$  – функция направленности  $n$ -го диполя.

### Взаимное сопротивление потерь

Чтобы найти с помощью (10) сопротивления потерь  $\mathfrak{R}_{dmn}$ , нам необходимо определить тангенциальные компоненты электрического и магнитного полей на поверхности  $z=0$ . Это несложно сделать, используя тот же спектральный подход [9]:

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} E_{nx,y} \\ H_{nx,y} \end{aligned} \right\} &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \begin{aligned} e_{nx,y} \\ h_{nx,y} \end{aligned} \right\} \exp(-jv_x x - jv_y y) dv_x dv_y, \end{aligned} \quad (12)$$

где  $e_{nx} = -C v_x T_\epsilon(v) \exp(j\Psi_n)$ ;  $e_{ny} = -C v_y T_\epsilon(v) \exp(j\Psi_n)$ ;

$$h_{nx} = -j \frac{C k_2 v_y}{Z_{cl} \gamma_2} T_\epsilon(v) \exp(j\Psi_n);$$

$$h_{ny} = j \frac{C k_2 v_x}{Z_{cl} \gamma_2} T_\epsilon(v) \exp(j\Psi_n).$$

Подставляя (12) в (10) и используя основное свойство преобразования Фурье, можно получить следующее выражение для взаимного сопротивления потерь между двумя вертикальными диполями Герца, расположенными над границей раздела двух сред:

$$\begin{aligned} \mathfrak{R}_{dmn} &= \frac{j Z_{cl} l_m l_n}{16\pi k_1 \epsilon_1} \int_0^{\infty} \left[ \frac{\tilde{\epsilon}_2}{\gamma_2} - \frac{\tilde{\epsilon}_2^*}{\gamma_2^*} \right] \times \\ &\times J_0(v \rho_{mn}) |T_\epsilon(v)|^2 \exp\{-\gamma_1^* z_m - \gamma_1 z_n\} v^3 dv. \end{aligned} \quad (13)$$

### Анализ полученных соотношений

Мы нашли все три взаимных сопротивления  $R_{mn}$ ,  $\mathfrak{R}_{\Sigma mn}$  и  $\mathfrak{R}_{dmn}$ , которые дают возможность воспользоваться соотношениями (1)-(3) для расчета КПД излучающей системы. В принципе достаточно знать любые два из них, поскольку третье есть их линейная комбинация. Кроме того, наличие расчетных соотношений для всех трех сопротивлений имеет ряд преимуществ, а именно, позволяет проверить полноту решения задачи, дает возможность сделать анализ каждого из сопротивлений и, наконец, предоставляет право выбора расчетных соотношений, удобных для вычислений в каждом конкретном случае. Коротко проанализируем полученные выражения.

Формулы (9) и (13) были получены совершенно строгим образом без использования каких-либо упрощающих предположений, и лишь при выводе (11) был применен асимптотический метод интегрирования. При этом решение оказалось полным, в чем нетрудно убедиться, подставив (9) и (13) в равенство:  $\mathfrak{R}_{\Sigma mn} = \text{Re}\{Z_{mn}\} - \mathfrak{R}_{dmn}$ , в результате чего получается выражение идентичное (11).

Поскольку в литературе, посвященной исследованию взаимодействия излучателей над диссипативным полупространством, взаимные сопротивления излучения и потерь до сих пор полагались чисто вещественными [6], целесообразно проследить, чем обусловлено появление в них мнимых компонент и какую роль они играют в описании процесса излучения. Начнем с сопротивления потерь, для чего разобьем область интегрирования в (13) на два интервала:  $0 \leq v < k_1$  и  $v \geq k_1$ . В первом интервале диапазон изменения волнового числа  $v$  соответствует спектру пространственных волн в среде 1,

а во втором – спектру поверхностных волн. Анализируя интеграл для  $v \geq k_1$ , нетрудно убедиться, что вклад, который он вносит в  $\Re_{dmn}$ , является чисто вещественным. Отсюда следует, что поверхностные волны не являются причиной возникновения мнимой составляющей взаимного сопротивления потерь. Напротив, на интервале  $0 \leq v < k_1$  подынтегральная функция в (13) – комплексная, что и приводит к появлению мнимой части сопротивления:

$$\begin{aligned} \text{Im}(\Re_{dmn}) = & \frac{Z_{cl} l_m l_n}{8\pi k_1} \int_0^{k_1} \left[ T_\epsilon(v) + T_\epsilon^*(v) - |T_\epsilon(v)|^2 \right] \times \\ & \times J_0(vp) \sin\left\{\gamma_1(z_m - z_n)\right\} \frac{v^3}{|\gamma_1|} dv. \end{aligned} \quad (14)$$

Таким образом, пространственные волны в верхней среде служат причиной появления мнимой компоненты сопротивления  $\Re_{dmn}$ . Правая часть полученного равенства с точностью до знака совпадает с мнимой частью выражения (11), что легко проверить, сделав в (14) подстановку  $v = k_1 \sin \theta$ . Из равенства (14) также видно, что перемена местами индексов  $m$  и  $n$  приводит к перемене знака перед мнимыми частями сопротивлений  $\Re_{emn}$  и  $\Re_{dmn}$ , а при одинаковой высоте подъема диполей над границей раздела эти сопротивления становятся чисто вещественными. Все это еще раз доказывает справедливость соотношений (4), впервые полученных в [8] на основе использования энергетического подхода к анализу диссиликтивных излучающих систем общего вида.

#### Результаты численных расчетов

С помощью изложенного метода был проведен численный анализ взаимных сопротивлений между двумя вертикальными диполями Герца, расположенными в воздухе над полупроводящей средой (землей). Расчет выполнялся на частоте  $f = 6$  МГц. Параметры земли принимались равными  $\epsilon_2/\epsilon_1 = 10$ ,  $\mu_2/\mu_1 = 1$ ,  $\sigma_2 = 0.01$  ( $\text{Ом} \cdot \text{м}$ )<sup>-1</sup>.

На рис. 2 показана зависимость нормированных (относительно величины  $R_{00} = 20k_1^2 l_1 l_2$ ) взаимных сопротивлений между диполями от высоты подвеса  $z_2$  второго диполя, в то время как первый диполь поочередно располагался на высотах  $z_1 = 0.25\lambda$  (рис. 2, а) или  $z_1 = 0.75\lambda$  (рис. 2, б). На рисунках использованы следующие обозначения:

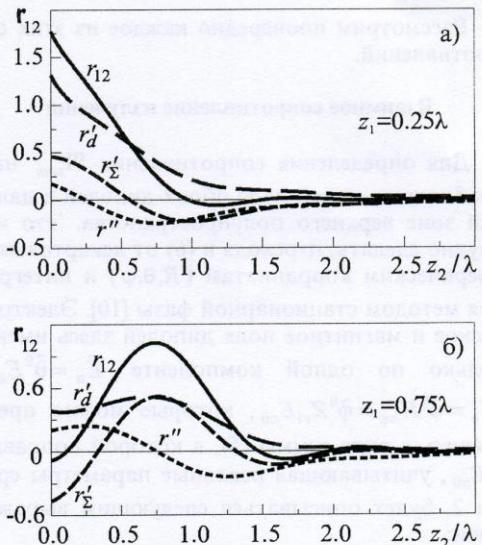


Рис. 2. Зависимость составляющих взаимного сопротивления между двумя коллинеарными диполями от высоты подвеса над землей одного из них

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{\Sigma,d12} &= \Re_{\Sigma,d12}/R_{00}; & r_{12} &= R_{12}/R_{00}; \\ \mathbf{r}_{\Sigma12} &= r'_\Sigma + j r''; & \mathbf{r}_{d12} &= r'_d - j r''. \end{aligned}$$

Из графиков следует, что доля сопротивления потерь во взаимном импедансе между диполями весьма заметна, что может оказывать существенное влияние на эффективность излучения решеток, состоящих из таких диполей. Если совместить центры двух диполей ( $z_1 = z_2$ ,  $\rho_{12} = 0$ ), то нормированные взаимные сопротивления между ними совпадут с собственными. В этом случае, как следует из рис. 2, величина сопротивлений  $r_{12} = r_{11} = r_{22}$  несколько превышает единицу, а доля  $r'_\Sigma$  составляет в них всего 26 % при  $z_2 = 0.25\lambda$  и 50 % при  $z_2 = 0.75\lambda$ , при этом мнимая компонента в  $\mathbf{r}_{\Sigma12}$  и  $\mathbf{r}_{d12}$  отсутствует. Если диполи расположены достаточно далеко от поверхности раздела (в нашем случае  $z_1 = z_2 \geq 0.75\lambda$ , см. рис. 2, б), то перемещение одного из них из общего центра в любую сторону приводит к ослаблению взаимной связи между ними и уменьшению всех вещественных составляющих  $r_{12}$ ,  $r'_\Sigma$  и  $r'_d$  взаимных сопротивлений, что характерно и для случая расположения их в свободном пространстве. При близком размещении диполей от поверхности раздела (рис. 2, а) решающую роль играет направление, в котором перемещается один из них из общего центра – в сторону границы или от нее. Из рис. 2, а видно, что удаление

ние диполя 2 от диполя 1 по направлению к поверхности раздела не только не уменьшает взаимную связь между ними, но и заметно увеличивает ее, что объясняется быстрым ростом сопротивления потерь из-за более интенсивного поглощения мощности в среде 2. Следует также обратить внимание на несимметричный характер зависимости мнимой компоненты  $r''$  сопротивлений излучения и потерь от разности координат  $\Delta z = z_2 - z_1$ , который отчетливо виден на рис. 2, а, б. Эта компонента, как показано ниже, определяет асимметрию изменения КПД ФАР относительно плоскости раздела при сканировании луча в вертикальной плоскости.

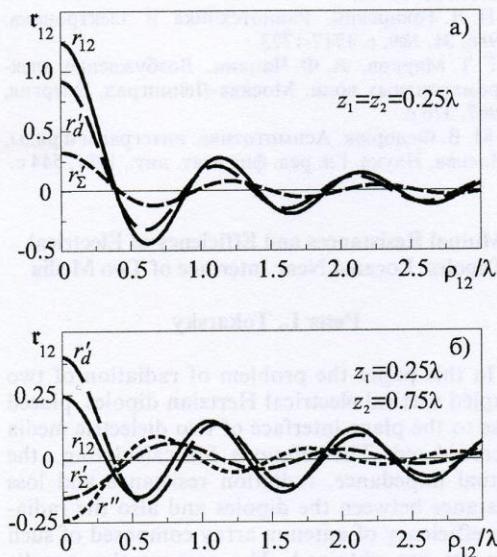


Рис. 3. Зависимость составляющих взаимного сопротивления между двумя параллельными диполями от расстояния между их осями

Рис. 3, а, б иллюстрируют зависимости взаимных сопротивлений между диполями от расстояния  $\rho_{12}$  между их осями при одинаковых (рис. 3, а) и разных (рис. 3, б) высотах их подвеса. Приведенные на этих рисунках кривые по характеру своего изменения близки к аналогичным кривым для свободного пространства, однако следует обратить внимание на то, что сопротивление потерь здесь является доминирующей составляющей в активной части взаимного импеданса между диполями, а величины мнимой  $r''$  и вещественных компонент  $r'_Σ$ ,  $r'_d$  взаимных сопротивлений сравнимы между собой.

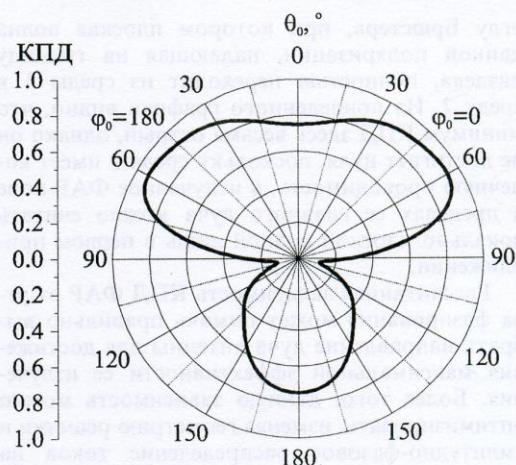


Рис. 4. Зависимость КПД решетки из 4-х коллинеарных вертикальных диполей от угла фазирования  $\Theta_0$  в вертикальной плоскости

Теперь проследим, как оказывается присутствие второй среды на КПД ФАР с фазовым сканированием луча. Для этого рассмотрим линейную эквидистантную антенну решетку, состоящую из 4-х вертикальных диполей Герца, расположенных коллинеарно вдоль оси  $z$  с шагом  $d = 0.5\lambda$  в точках  $z_{1,2,3,4} = (0.25; 0.75; 1.25; 1.75)\lambda_1$ . Амплитудное распределение токов в решетке будем полагать равномерным, а фазовое – линейным со сдвигом фаз между токами в соседних излучателях  $\Delta\phi$ , который в процессе сканирования луча будем изменять в пределах  $-\pi + \pi$ . На рис. 4 показана зависимость КПД решетки от угла  $\Theta_0 = \arccos(\Delta\phi/k_1 d)$ , определяющего направление синфазного сложения полей всех ее элементов, который для краткости мы будем называть углом фазирования. Из графика следует, что эта зависимость имеет явно асимметричный вид по отношению к поверхности раздела, что обусловлено наличием мнимых компонент во взаимных сопротивлениях излучения и потерь диполей. Такое поведение КПД может быть легко объяснено с физической точки зрения: если луч решетки направлен в сторону нижнего полупространства, то потери в последнем будут заметно выше, чем в случае ориентирования луча в верхнюю полусферу. При этом изменение угла фазирования  $\Theta_0$  от 0 до  $75^\circ$  не приводит к значительному снижению ее КПД, который колеблется в пределах  $75 \div 93\%$ . При дальнейшем увеличении  $\Theta_0$  наблюдается резкое снижение КПД решетки, минимум которого составляет около 11%, когда луч ФАР опускается на  $12^\circ$  ниже горизонта. Этот угол примерно соответствует здесь

углу Брюстера, при котором плоская волна данной поляризации, падающая на границу раздела, полностью переходит из среды 1 в среду 2. Из приведенного графика видно, что минимум КПД здесь весьма острый, однако он не достигает нуля, поскольку среда 2 имеет конечную проводимость, а излученное ФАР поле в пределах ее главного луча можно считать локально плоской волной лишь в первом приближении.

Рассчитанная зависимость КПД ФАР от угла фазирования может помочь правильно выбрать направление луча антенны для достижения максимальной эффективности ее излучения. Более того, данную зависимость можно оптимизировать, изменяя геометрию решетки и амплитудно-фазовое распределение токов на излучателях, достигая тем самым требуемого эффекта.

В дополнение следует заметить, что результаты расчетов КПД одиночных диполей над реальной землей, проведенные с использованием изложенного выше метода, совпадают с результатами, приведенными в работе [4], которые обычно принимаются специалистами как эталон для сравнения.

### Заключение

На примере классических излучателей (элементарных электрических диполей Герца) проанализировано влияние границы раздела двух сред на характер взаимодействия излучателей в составе решетки и на величину ее КПД. Предложен метод определения собственных и взаимных сопротивлений излучения и сопротивлений потерь между вертикальными диполями Герца, расположенными над диссипативным полупространством, который базируется на импедансном подходе и разложении электромагнитного поля в спектр плоских волн. Все полученные соотношения и результаты численных расчетов имеют четкое физическое толкование. Описанный подход может быть полезен при разработке различных антенных структур, размещенных над землей, в том числе антенных решеток для систем связи КВ-диапазона.

Мы надеемся, что в дальнейшем предложенный метод будет применен в широком круге задач от излучателей в среде высокочастотного звукового поля до антенн (Б. С. Санд) и (Б. С. Санд) определено выше для антенненных решеток и может оказаться очень полезным для изучения взаимодействия излучателей друг с другом, а также для определения потерь от излучения антенных решеток в реальных условиях, когда излучение не является однородным, а излучатели расположены в различных условиях. Важно отметить, что предложенный метод может быть применен для излучения излучателей в различных условиях, а также для излучения излучателей в различных условиях.

### Литература

1. A. Sommerfeld. Über die Ausbreitung der Wellen in der drahtlosen Telegrafie. Ann. der Physik. 1909, **28**, No. 4, s. 665-736.
2. Г. А. Лавров, А. С. Князев. Приземные и подземные антенны. Москва, Сов. радио, 1965, 472 с.
3. A. Baños. Dipole radiation in the presence of a conducting half-space. New York, Pergamon Press, 1966, 245 p.
4. Р. М. Hansen. IEEE Trans. Antennas Propag. 1972, AP-20, No. 11, pp. 766-770.
5. В. П. Кульцеп. Антенны. Сб. статей под ред. А. А. Пистолькорса, Вып. 15. Москва, Связь, 1972, с. 57-68.
6. Л. Г. Содин. Антенны. Сб. статей под ред. А. А. Пистолькорса, Вып. 24. Москва, Связь, 1976, с. 19-30.
7. С. Л. Сенкевич, Л. Г. Содин. Радиотехника. 1981, **36**, №5, с. 36-40.
8. П. Л. Токарский. Радиотехника и электроника. 1986, **31**, №9, с. 1717-1723.
9. Г. Т. Марков, А. Ф. Чаплин. Возбуждение электромагнитных волн. Москва-Ленинград, Энергия, 1967, 376 с.
10. М. В. Федорюк. Асимптотика: интегралы и ряды. Москва, Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987, 544 с.

### Mutual Resistances and Efficiency of Electrical Dipoles Located Near Interface of Two Media

Peter L. Tokarsky

In this paper the problem of radiation of two coupled vertical electrical Hertzian dipoles, placed close to the plane interface of two dielectric media is considered. The relations for calculating the mutual impedance, radiation resistance and loss resistance between the dipoles and also the radiation efficiency of antenna array composed of such elements are obtained. The computation results are discussed