

Исследование электродинамических характеристик однозеркальных антенн с электрически малыми фокусными расстояниями

Н. Н. Горобец, С. С. Вязьмитинова, А. И. Вязьмитинова

Харьковский государственный университет,
Украина, 61077, Харьков, пл. Свободы, 4
E-mail: Nikolay.N.Gorobets@univer.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 25 марта 1999 г., после переработки 29 июля 1999 г.

В приближении Кирхгофа исследованы две модельные задачи электродинамики. Первая – о возбуждении идеально проводящего параболоцилиндрического рефлектора полем нити синфазного магнитного тока; вторая – о рассеянии поля диполя Герца сферическим рефлектором. Поле облучателя вычисляется либо по точным, либо по асимптотическим формулам в произвольной точке пространства при любых, в том числе при малых фокусных расстояниях. Исследовано влияние погрешности электродинамической модели поля облучателя на результаты расчета диаграммы направленности однозеркальной антенны и проведено сравнение результатов приближения Кирхгофа с результатом, полученным строгим численно-аналитическим методом.

У наближенні Кірхгофа досліджено дві модельні задачі електродинаміки. Перша – про збудження ідеально провідного параболоциліндричного рефлектора полем нитки синфазного магнітного струму; друга – про розсіювання поля диполя Герца сферичним рефлектором. Поле опромінювача обчислюється або за точними, або ж за асимптотичними формулами у довільній точці простору при будь-яких, у тому числі при малих фокусних відстанях. Досліджено вплив похибки електродинамічної моделі поля опромінювача на результати розрахунку діаграми спрямованості однозеркальної антени і проведено коректне порівняння результатів наближення Кірхгофа зі строгим чисельно-аналітичним методом.

Однозеркальные антенны с малыми фокусными расстояниями находят применение на практике в тех случаях, когда необходимо обеспечить как можно меньший уровень боковых лепестков диаграммы направленности. Однако малое значение электрического расстояния между облучателем и рефлектором приводит к необходимости учета эффектов ближней зоны облучателя и нарушению условия представления поверхности рефлектора локально плоскими отражателями – основной предпосылки метода физической оптики. Таким образом, проблема уточнения граничных применимости приближенных методов, особенно метода физической оптики, для расчета электродинамических характеристик и параметров зеркальных антенн с электрически малыми фокусными расстояниями является особенно актуальной.

В настоящей статье эта проблема рассматривается на примере двух простейших модельных задач электродинамики, в которых поле источника может быть записано в явном виде, а значит его напряженность может быть вычислена в произвольной точке пространства с наперед заданной точностью при любых, и в том числе при малых электрических расстояниях от источника. Это задача о возбуждении

идеально проводящего параболоцилиндрического рефлектора полем линейного синфазного магнитного тока и задача о рассеянии поля диполя Герца сферическим рефлектором. Такой выбор модельных задач обусловлен тем, что известны достаточно полные результаты исследования этих структур строгим численно-аналитическим методом, и это позволяет провести корректное сравнение получаемых результатов.

Итак, рассмотрим первую задачу. Введем декартову систему координат XYZ и расположим параболоцилиндрический рефлектор с фокусным расстоянием F так, чтобы его направляющая в этой системе координат описывалась уравнением $x^2 = 4Fu$. Нить синфазного магнитного тока расположим в плоскости YOZ параллельно оси OZ на расстоянии r_0 от вершины рефлектора и введем дополнительную декартову систему координат $X_1Y_1Z_1$, в которой нить тока совпадает с осью O_1Z_1 . Тогда, приняв зависимость от времени в виде $\exp(i\omega t)$, компоненты поля нити магнитного тока в цилиндрической системе координат, совмещенной с системой $X_1Y_1Z_1$, можно записать в виде [1]:

$$\begin{aligned} E_\varphi &= \chi_1 H_1^{(2)}(x), \\ H_z &= \chi_2 H_0^{(2)}(x), \\ E_r &= E_z = 0, \\ H_r &= H_\varphi = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где $H_0^{(2)}(x)$, $H_1^{(2)}(x)$ – цилиндрические функции Ханкеля второго рода (соответственно нулевого и первого порядков) от аргумента $x = kr$, описывающие при $x \rightarrow \infty$ расходящуюся цилиндрическую волну; $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число; λ – длина волны; r – расстояние между источником и точкой на поверхности рефлектора; χ_1 и χ_2 – константы, зависящие от волнового числа.

Запись поля источника в форме (1) позволяет вычислять обе его компоненты с наперед заданной точностью в произвольной точке пространства, исключая точки, принадлежащие оси O_1Z_1 , где поле источника имеет неинтегрируемую особенность. Для этого можно воспользоваться равномерными по аргументу представлениями функций Ханкеля $H_0^{(2)}(x)$, $H_1^{(2)}(x)$ не прибегая к асимптотическим разложениям. Эти функции определяются известным образом [2].

Несмотря на то, что разложение функции Ханкеля в ряд справедливо при произвольных значениях параметра порядка и аргументов функций, использование его для непосредственного вычисления на ЭВМ затруднено, так как в зависимости от значения аргумента для достижения заданной точности необходимо учитывать различное количество членов ряда. Например, при $x > 1$ либо очень скоро наступает машинное переполнение, либо приходится вычислять каждый член ряда, искусственно разбивая его на сомножители и контролируя нормировку в пределах сомножителя. Эта процедура трудно поддается автоматизации и отбирает неоправданно много машинных ресурсов. С другой стороны, поскольку вычисляемые функции в дальнейшем используются для нахождения поверхностных токов по достаточно простым формулам, а эти токи входят в ядро интеграла Кирхгофа, очевидно, что основная вычислительная погрешность возникает при численном интегрировании. Более того, эта погрешность как минимум на один-два порядка меньше главной погрешности приближения Кирхгофа, которая сохраняется при любых значениях параметров задачи и определяется тем, что поверхностные токи вычисляются в предположении, что поле облучателя на неосвещенной поверхности рефлектора равно нулю. Таким образом, при вычислении функ-

ций Бесселя нет смысла стремиться к точности значительно превышающей точность самого метода и достаточно ограничиться значением абсолютной погрешности, модуль которой имеет порядок $10^{-7} + 10^{-8}$. Это позволяет для различных интервалов изменения аргумента использовать различные представления функций $J_n(x)$, $Y_n(x)$. Именно этот подход и применялся нами при реализации вычислительного алгоритма.

В интервале $x \in (0, 10]$ для вычисления $J_0(x)$, $J_1(x)$, $Y_0(x)$ использовались разложения в ряды следующего вида [2]:

$$\begin{aligned} J_0(x) &= \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{x^2/4}{k!} \right)^k (-1)^k, \\ J_1(x) &= (x/2) \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{(x^2/4)^k}{(k!(k+1))!}, \\ Y_0(x) &= (2/\pi) \ln(x/2) J_0(x) - \\ &- (1/\pi) \sum_{k=0}^{\infty} \psi(k+1) \times \{1 + (-1)^k (x^2/4)^k / (k!k!)\}. \end{aligned}$$

Ряд обрывался, как только модуль абсолютной погрешности вычисляемых спецфункций достигал значения 10^{-8} . При $x \geq 10$ для вычисления функций $J_0(x)$, $J_1(x)$, $Y_0(x)$ использовалась аппроксимация многочленами, обеспечивающая значение модуля абсолютной погрешности $|\epsilon| \leq (1.6 + 9) \cdot 10^{-8}$:

$$\begin{aligned} J_0(x) &= x^{-1/2} f_0 \cos \theta_0, \\ Y_0(x) &= x^{-1/2} f_0 \sin \theta_0, \\ J_1(x) &= x^{-1/2} f_1 \cos \theta_1. \end{aligned}$$

Значения f_0 , θ_0 , f_1 , θ_1 приведены в [2]. Значения функции $Y_1(x)$ как в первом, так и во втором интервале изменения аргумента вычислялись из соотношения, задаваемого вронскианом $W\{J_0(x), Y_0(x)\}$:

$$Y_1(x) = (J_1(x)Y_0(x) - 2/(\pi x)) / J_0(x).$$

Если в последнем соотношении значение аргумента равно одному из корней функции Бесселя первого рода нулевого порядка, возникает деление на нуль, поэтому в программе предусмотрена проверка условия $J_0(x) = 0$, и в случае утвердительного ответа задается “сдвигка” значения аргумента на величину $\Delta x = 10^{-8}$.

Описанный алгоритм реализован в виде подпрограммы-схемы на языке высокого уровня и включен в состав программы расчета электродинамических характеристик зеркальных антенн методом физической оптики. Таким образом, модифицированная программа позволяет правильно рассчитывать все компоненты поля облучателя на поверхности рефлектора независимо от расстояния между рефлектором и облучателем. Сравнение наших результатов счета функций $J_0(x)$, $J_1(x)$, $Y_0(x)$, $Y_1(x)$ с приведенными в [2] показывает, что при отмеченных выше условиях функции вычислены с точностью до седьмого десятичного знака.

С другой стороны, функция $H_n^{(2)}(x)$ при $x \gg n$ и $x \rightarrow \infty$ имеет очень простые асимптотические разложения [2]:

$$H_n^{(2)}(x) \approx \sqrt{2/\pi x} \exp(-i(x - \pi/2 - \pi/4)),$$

что позволяет, согласно (1), записать поле источника с точностью до постоянных множителей в виде:

$$H_z \approx \sqrt{2/\pi x} e^{-i(x - \pi/4)}.$$

Таким образом, вычисляя поле облучателя либо по точным, либо по асимптотическим формулам, можно проследить, как влияют на результат расчета характеристик зеркальных антенн неточности электродинамической модели. Поскольку в реальном эксперименте параболический рефлектор может иметь настолько малое фокусное расстояние, что его поверхность уже нельзя считать локально-плоской, необходимо убедиться в том, что даже при таких неблагоприятных условиях результаты расчета физически непротиворечивы. С этой целью, воспользовавшись геометрическими свойствами кругоцилиндрического зеркала [3], сравним наши результаты расчета коэффициента усиления с результатами, которые получены строгим численно-аналитическим методом задачи Римана – Гильберта [4]. При этом, чтобы результаты были сопоставимы, размер апертуры зеркала необходимо выбрать заведомо большим, например, $L = 200\lambda$, а в ортогональном направлении $D = 2ka \sin(\pi - \varphi_0)$; фокусное расстояние параболического зеркала положим равным $F = a/2$. Здесь a – радиус кривизны кругоцилиндрического зеркала; $2\varphi_0$ – угол раскрытия рефлектора, т. е. угол, под которым из точки, лежащей на оси OZ , видны края апертуры.

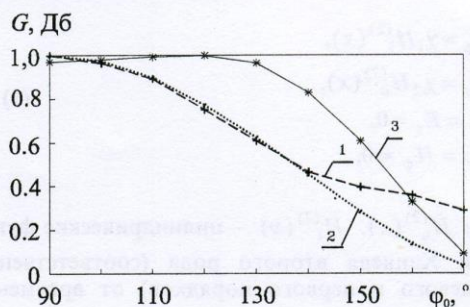


Рис. 1. Зависимость коэффициента усиления антенны от угла раскрытия параболического рефлектора:

1 – строгое решение; 2 – приближение Кирхгофа, точное представление поля источника; 3 – приближение Кирхгофа, асимптотическое представление поля источника

Кривые, приведенные на рис. 1, иллюстрируют динамику изменения коэффициента усиления G рассматриваемой структуры в E -плоскости (плоскость XOY) при изменении угла раскрытия рефлектора в этой же плоскости. Все три кривые соответствуют значению $ka = 2$, т. е. получены в условиях, когда рефлектор находится в ближней зоне облучателя. Кривая 1 представляет результаты численного решения задачи в строгой постановке [4], кривые 2 и 3 получены в приближении Кирхгофа и отличаются тем, что кривая 2 соответствует точному, а кривая 3 – асимптотическому представлению поля источника. Из рисунка видно, что значения ординат кривых 1 и 2 в интервале углов раскрытия рефлектора от $\varphi_0 = 90^\circ$ до $\varphi_0 = 130^\circ$ совпадают с графической точностью и только начиная с $\varphi_0 \geq 140^\circ$ наблюдается существенное расхождение кривых. Ход кривой 3 совершенно иной. Совпадая с кривыми 1 и 2 при $\varphi_0 = 90^\circ$, кривая 3 в дальнейшем, с увеличением φ_0 от 90° до 130° , практически сохраняет свое значение, и лишь при $\varphi_0 > 130^\circ$ наблюдается быстрое уменьшение коэффициента усиления. Сравнение кривых 2 и 3 с кривой 1 убедительно показывает, что в рассматриваемых условиях игнорирование сложной амплитудно-фазовой структуры поля облучателя в его ближней зоне влечет за собой возникновение погрешностей, которые значительно превышают все остальные – как вычислительные, так и погрешности самого метода. С другой стороны, можно отметить, что при использовании точной электродинамической модели поля облучателя метод физической оптики, во всяком случае при расчете интегральных параметров антенны, позволяет получать вполне удовлетворительные результаты даже в тех

случаях, когда нарушаются условия его применимости.

Далее, опираясь на результаты сравнения коэффициентов усиления, полученных строгим численно-аналитическим методом задачи Римана-Гильберта и в приближении Кирхгофа с использованием точной и асимптотической записи поля источника, проведем следующий численный эксперимент. Будем рассчитывать диаграмму направленности антенны с параболическим рефлектором, облучаемым полем нити магнитного тока, используя в одном случае точную, а в другом асимптотическую форму представления поля источника для одних и тех же геометрических параметров структуры. Увеличим, например, расстояние между облучателем и рефлектором и рассчитаем диаграмму направленности в той же плоскости, что и раньше. Как показывает расчет, при малых фокусных расстояниях, которые соответствуют значениям аргумента функции Ханкеля $H_0^{(2)}(x)$: $x=5; 10; 15$, диаграммы направленности, полученные для разных представлений поля облучателя, не совпадают даже в пределах главного лепестка диаграммы направленности. При этом точное представление дает более узкий главный лепесток и серию четко выраженных боковых лепестков, в то время как асимптотическому представлению соответствуют плавные зависимости диаграммы направленности от азимутального угла, а боковые лепестки начинают намечаться лишь при $x \geq 10$ (см. рис. 2, а). Начиная со значения $x = 30$, обе диаграммы направленности сближаются в пределах главного лепестка и при $x \geq 50$ описывают его практически одинаково до уровня $-12 \div -15$ дБ. На "асимптотической" диаграмме направленности более четко проявляются ближние боковые лепестки и положение

их максимумов приближается к положению максимумов ближних боковых лепестков "точной" диаграммы направленности. Дальнейшее увеличение минимального расстояния между облучателем и рефлектором сопровождается сближением боковых лепестков ($x=100; 150$), однако минимумы, отделяющие главный лепесток от первого бокового, а первый от второго, даже при $x=150$ (рис. 2, б) остаются неглубокими, т. е. наблюдается явление, которое, как правило, объясняют наличием фазовых ошибок, а также неоптимальным амплитудным распределением поля облучателя в излучающем раскрыве антенны. В нашем случае эти факторы проявляются в диаграммах направленности, полученных на основе обоих использованных представлений облучателя, но на "точной" диаграмме направленности минимумы выражены намного четче. Из этого следует, что неточность записи поля облучателя является одной из причин "заплывания" минимумов диаграммы направленности антенны.

Рассмотрим модельную задачу о рассеянии поля диполя Герца сферическим рефлектором в сферической системе координат с центром в точке расположения дипольного момента \vec{r} и полярной осью, ориентированной вдоль его направления. Поле источника является полем электрического типа и имеет компоненты H_φ , E_r и E_θ . Так как в дальнейшем мы будем искать поверхностные токи на зеркале, то достаточно рассмотреть только компоненту H_φ . Представим ее в комплексной форме в виде [1]:

$$H_\varphi \approx \sin \theta \left(\frac{e^{-ikr}}{r^2} + ik \frac{e^{-ikr}}{r} \right). \quad (2)$$

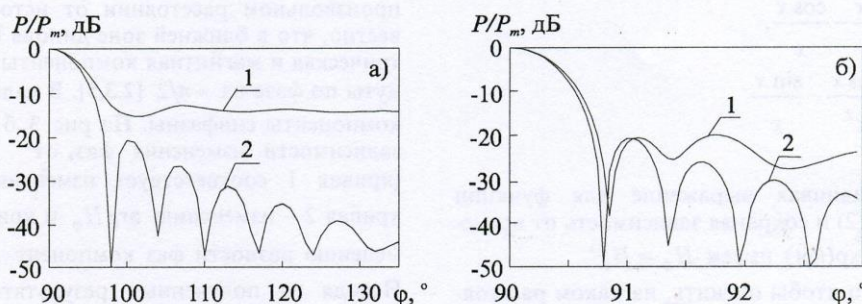


Рис. 2. Диаграмма направленности антенны для различных представлений поля источника: а) $x = 15$; б) $x = 150$; 1 – асимптотическая запись поля источника; 2 – точная запись поля источника

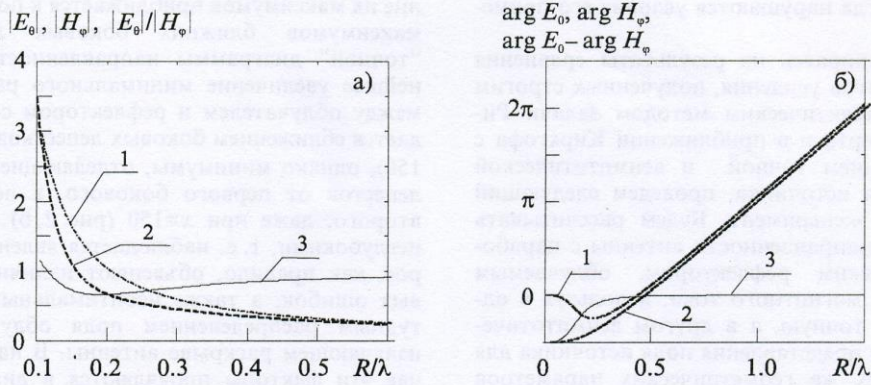


Рис. 3. Динамика изменения амплитуды и фазы поперечных компонент электрического и магнитного полей при увеличении расстояния R от диполя до точки наблюдения:

а) амплитуды полей:

1 – H_ϕ -компонента; 2 – E_θ -компонента; 3 – отношение амплитуд компонент $|E_\theta|/|H_\phi|$.

б) фазы полей:

1 – $\arg E_\theta$; 2 – $\arg H_\phi$; 3 – разность фаз компонент ($\arg E_\theta - \arg H_\phi$)

Зная, как связаны между собой компоненты поля диполя в свободном пространстве, найдем компоненты E_r, E_θ :

$$E_r \approx \frac{1}{i} \cos \theta \left(\frac{e^{-ikr}}{r^3} + ik \frac{e^{-ikr}}{r^2} \right),$$

$$E_\theta \approx \frac{1}{i} \sin \theta \left(\frac{e^{-ikr}}{r^3} + ik \frac{e^{-ikr}}{r^2} - k^2 \frac{e^{-ikr}}{r} \right).$$

Рассмотрим подробнее выражение для H_ϕ . Известно, что функция Ханкеля есть комплексная сумма функции Бесселя и функции Неймана, которые при решении задачи об излучении электрического диполя Герца можно представить в виде [2]:

$$j_1(x) = \frac{\sin x}{x^2} - \frac{\cos x}{x},$$

$$y_1(x) = -\frac{\cos x}{x^2} - \frac{\sin x}{x}.$$

Тогда, сравнивая выражение для функции Ханкеля с (2) и сохраняя зависимость от времени в виде $\exp(i\omega t)$ имеем $H_\phi \equiv H_1^{(1)}$.

Для того чтобы оценить, на каком расстоянии от диполя Герца волновые процессы соответствуют дальней зоне, были рассчитаны амплитуды (в относительных единицах, рис. 3, а) и фазы (рис. 3, б) поперечных компонент электрического и магнитного полей в плоскости, перпендикулярной дипольному моменту, т. е.

при $\theta = 90^\circ$. На рис. 3, а представлено также отношение амплитуд компонент электромагнитного поля $|E_\theta|/|H_\phi|$ во всех зонах наблюдения – ближней, промежуточной и дальней. Представленные зависимости позволяют судить о скорости убывания амплитуд полей при увеличении R/λ . Из рисунка видно, что связь между амплитудами электрического и магнитного полей вблизи диполя Герца имеет сложный характер: $|E_\theta| > |H_\phi|$ при $R/\lambda < 0.107$, $|E_\theta| < |H_\phi|$ при $0.107 < R/\lambda < 0.6$. $|E_\theta| = |H_\phi|$ при $R/\lambda > 0.6$ и, начиная с $R/\lambda = 0.53$, амплитуды обеих компонент убывают пропорционально расстоянию.

Рассмотрим фазовые соотношения между компонентами электромагнитного поля на произвольном расстоянии от источника. Известно, что в ближней зоне диполя Герца электрическая и магнитная компоненты поля сдвинуты по фазе на $-\pi/2$ [2,3,5]. В дальней зоне – компоненты синфазны. На рис. 3, б приведены зависимости изменения фаз от расстояния (кривая 1 соответствует изменению $\arg E_\theta$, кривая 2 – изменению $\arg H_\phi$ и кривая 3 – изменению разности фаз компонент E_θ и H_ϕ). Исходя из полученных результатов, можно определить расстояния, при которых происходят соответствующие изменения фаз. Например, начиная с $R > 0.25\lambda$ разность фаз компонент E_θ и H_ϕ не зависит от расстояния между излучателем и точкой наблюдения, а границей дальней зоны можно принять $R > 0.53\lambda$.

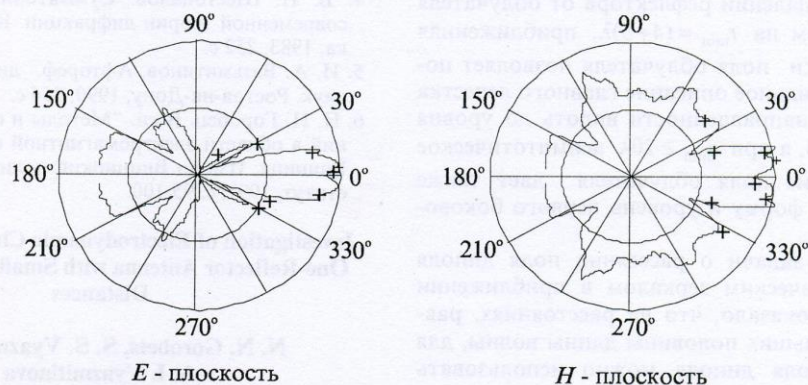


Рис. 4. Диаграмма направленности сферического рефлектора для квазирезонансного диапазона:
 $\theta_0=120^\circ$, $\lambda_0=0.6283r_0$, $b=0.4r_0$

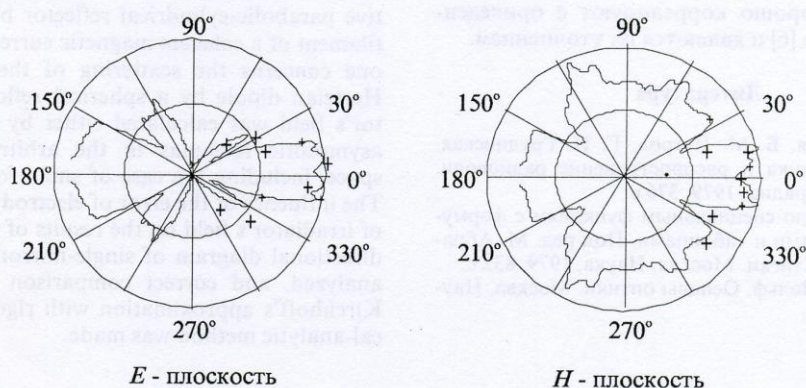


Рис. 5. Диаграмма направленности сферического рефлектора для квазирезонансного диапазона:
 $\theta_0=120^\circ$, $\lambda_0=0.6283r_0$, $b=0.5r_0$

Для исследования электродинамических характеристик сферического рефлектора был разработан высокоэффективный вычислительный алгоритм, основанный на методе физической оптики, который реализован в виде программы, написанной в среде MatLab (версии 4.2 и 5.0).

Сравнивая результаты расчета диаграммы направленности сферического рефлектора, полученные приближенным методом физической оптики, с результатами расчета строгим методом интегрального преобразования Абеля [5], можно отметить, что метод физической оптики дает точное решение в области главного лепестка, а уже на первые боковые лепестки накладывается явный отпечаток допущения о том, что токи в области тени считаются равными нулю. Так, на рис. 4 и рис. 5 приведены нормированные диаграммы направленности для “квазирезонансного” диапазона, когда размеры дифракционной структуры сравнимы с длиной волны, угол раскрытия в сферической системе координат $\theta_0=120^\circ$, а облучатель

находится на расстоянии $b=0.4r_0$ (рис. 4) и $b=0.5r_0$ (рис. 5) от центра кривизны, (r_0 – радиус сферического рефлектора). На рисунках (+) – строгое решение [5], сплошная линия – приближение Кирхгофа. Сравнение результатов приближения Кирхгофа со строгим решением показывает, что при малых электрических размерах фокусного расстояния зеркала приближение Кирхгофа в области главного лепестка и в области ближних боковых лепестков диаграммы направленности дает погрешность 2÷3 % и 10÷12 % соответственно.

Таким образом, результаты численного исследования основных характеристик однозеркальной антенны в виде параболоцилиндрического рефлектора, который облучается полем линейного синфазного магнитного тока, свидетельствуют о том, что точность представления поля облучателя при размещении рефлектора в его ближней зоне значительно влияет на точность расчета диаграммы направленности, особенно в области боковых лепестков. Вместе

с тем, при удалении рефлектора от облучателя не менее, чем на $r_{\min} \approx (4+5)\lambda$, приближенная форма записи поля облучателя позволяет получить правильное описание главного лепестка диаграммы направленности вплоть до уровня $(-12 \div -15)$ дБ, а при $r_{\min} \geq 20\lambda$ асимптотическое представление поля облучателя дает также правильные форму и уровень первого бокового лепестка.

Решение задачи о рассеянии поля диполя Герца сферическим зеркалом в приближении Кирхгофа показало, что на расстояниях, равных или больших половины длины волны, для описания поля диполя можно использовать приближенные формулы, характерные для дальней зоны. При этом погрешность вычисления фазы и амплитуды любой из компонент поля не будет превышать 10%. Полученные результаты хорошо коррелируют с приведенными в работе [6] и являются их уточнением.

Литература

1. Г. Т. Марков, Б. М. Петров, Г. П. Грудинская. Электродинамика и распространение радиоволн. Москва, Сов. радио, 1979, 376 с.
2. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и таблицами. Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. Москва, Наука, 1979, 832 с.
3. М. Борн, Э. Вольф. Основы оптики. Москва, Наука, 1973, 720 с.

4. В. П. Шестопапов. Сумматорное уравнение в современной теории дифракции. Киев, Наук. думка, 1983, 252 с.
5. И. А. Вязьмитинов. Автореф. дисс.... канд. ф.-м. наук. Ростов-на-Дону, 1990, 354 с.
6. Н. Н. Горобец. В кн. "Методы и средства измерений в области электромагнитной совместимости". Винница, Изд-во Винницкий политехнический институт, 1991, с. 95-100.

Investigation of Electrodynamics Characteristics of One-Reflector Antenna with Small Electric Focal Distances

N. N. Gorobets, S. S. Vyazmitinova,
A. I. Vyazmitinova

In Kirchhoff's approximation, two model problems of electrodynamics are analyzed. The first one concerns the excitation of ideally conductive parabolic-cylindrical reflector by a field of a filament of a coherent magnetic current; the second one concerns the scattering of the field of the Hertzian dipole by a spherical reflector. Irradiator's field was calculated either by precise or by asymptotic formulas in the arbitrary point of space, including the case of small focal distances. The influence of the error of electrodynamic model of irradiator's field on the results of calculation of directional diagram of single-mirror antenna was analyzed, and correct comparison of results of Kirchhoff's approximation with rigorous numerical-analytic method was made.