

## Плазменная теория отражения от Солнца радиолокационного сигнала.

### 1. Процессы рассеяния на анизотропной ленгмюровской турбулентности

В. Н. Мельник

Радиоастрономический институт Национальной Академии наук Украины  
Украина, 310002, Харьков, Краснознаменная, 4

Статья поступила в редакцию 27 марта 1998 г., после переработки 17 июня 1998 г.

В работе предлагается новая модель отражения радиолокационного сигнала от Солнца. В этой модели отраженный сигнал формируется при рассеянии электромагнитной волны на анизотропной ленгмюровской турбулентности, генерированной потоками электронов, которые ответственны за сплески III типа. Анализируется эффективность всевозможных процессов рассеяния с участием поперечных и продольных волн ( $t + l \rightarrow t + l$ ,  $t + i \rightarrow l + i$ ,  $t + l \leftarrow t$ ) на различных высотах в короне Солнца. Показано, что отраженный сигнал имеет наблюдаемые свойства – большие поперечники отражения и анизотропность рассеяния, если он рассеивается в процессах  $t + l \rightarrow t + l$  на высотах с локальной плазменной частотой  $\omega_p \approx v_0 \omega_0 / c$ , где  $\omega_0$  – частота радиолокационного сигнала, а  $v_0$  – характерная фазовая скорость плазменных волн.

В роботі запропоновано нову модель відбиття радіолокаційного сигналу від Сонця. В ній відбитий сигнал формується при розсіянні електромагнітної хвилі на анізотропній ленгмюрівській турбулентності, що генерується потоками електронів, які відповідають за сплески III типу. Аналізується ефективність різноманітних процесів розсіяння за участю поперечних та повздовжніх хвиль ( $t + l \rightarrow t + l$ ,  $t + i \rightarrow l + i$ ,  $t + l \leftarrow t$ ) на різних висотах в короні Сонця. Показано, що відбитий сигнал має властивості, що можуть бути спостережені, – великі поперечники відбиття та анізотропність розсіювання, якщо він розсіюється в процесах  $t + l \rightarrow t + l$  на висотах з локальною плазмовою частотою  $\omega_p \approx v_0 \omega_0 / c$ , де  $\omega_0$  – частота радіолокаційного сигналу, а  $v_0$  – характерна фазова швидкість плазмових хвиль.

#### 1. Введение

Радиолокация Солнца представляет собой один из немногих методов активного изучения солнечной короны и процессов, происходящих в ней. Первые теоретические работы [1-3], в которых обсуждалась эта проблема, относятся к концу 40-х – началу 50-х годов. Авторы этих работ пришли к заключению, что наиболее перспективной является радиолокация на декаметровых волнах. В конце 50-х и в 60-х годах был проведен ряд экспериментов [4-6], подтвердивших этот вывод. Особенно успешными были эксперименты Дж. Джеймса [7,8], которые велись на протяжении 9 лет с 1961 по 1969 г. В этих экспериментах к Солнцу посыпался радиолокационный сигнал на частоте  $f_0 = \omega_0 / 2\pi = 38,25$  МГц в течение 16 минут, а затем принимался отраженный сигнал в течение такого же времени. По энергии отраженного сигнала определялось сечение (поперечник) рассеяния. Его величина сильно изменялась день ото дня, причем максимальные значения сечения составляли несколько сотен  $\pi R_\odot^2$  ( $R_\odot$  – радиус

Солнца), а минимальные – несколько десятых (и, по-видимому, меньше)  $\pi R_\odot^2$ . Кроме того оказалось, что высоты в короне Солнца, с которых приходит отраженный сигнал, могут достигать нескольких единиц  $R_\odot$  (вплоть до  $5R_\odot$ ). Интересной особенностью явилось также то, что в дни регистрации больших эффективных поперечников рассеяния наблюдался повышенный уровень собственного радиоизлучения Солнца.

В рамках традиционной модели [3,8], в которой отражение сигнала происходит от уровня в короне, где коэффициент преломления электромагнитных волн обращается в нуль, всю совокупность полученных данных объяснить не удается [8-11]. В 1967 г. И. М. Гордон [9] выдвинул предположение, согласно которому отраженный сигнал формируется при взаимодействии с мелкомасштабной турбулентностью в солнечной плазме. И. М. Гордон показал, что рассеяние на ионно-звуковых волнах может обеспечить частотные смещения отраженного сигнала равные  $40 \pm 60$  кГц. Вместе с тем случаи отражения с меньшими смещениями он связывал с рассеянием на ленгмюровских волнах

[12,13]. Однако оказалось [14], что для получения больших сечений отражения необходим достаточно высокий уровень турбулентности  $W \approx (10^{-1} \div 10^{-2})nT$  ( $n, T$  – соответственно плотность и температура плазмы). Это послужило по-водом для критики и поиска альтернативных механизмов рассеяния. Так, в [15] была предложена модель, в которой отраженный радиолокационный сигнал формируется за счет рассеяния на нижнегибридных волнах, а в [16] – на крупномасштабных неоднородностях. В первой модели для эффективного отражения необходимо выполнение ряда условий (определенная величина магнитного поля, вытянутость неоднородностей в короне, их ориентация и т. д.), что делает ее довольно искусственной. Во второй (как, впрочем, и в первой) – игнорируется наблюдаемая корреляция величины сечения с активностью Солнца и, в частности, с такой ее составляющей, как всплески III типа, а также не удается объяснить большие поперечники рассеяния  $\sigma > 10\pi R_\odot^2$ .

Таким образом, можно сказать, что на сегодняшний день отсутствует удовлетворительная теория, объясняющая основные наблюдаемые свойства отражения от Солнца радиолокационного сигнала. Для ее построения обратимся к тем закономерностям, которые непосредственно следуют из данных наблюдений. В первую очередь это касается того, что в дни, когда сечения рассеяния были велики, регистрировалось большое количество всплесков III типа и их бурь [17,18]. Так как эти всплески связываются с высоким уровнем турбулентности, то, по-видимому, она может играть важную роль в формировании отраженного сигнала. Также было обнаружено [18], что при прохождении активной области по диску Солнца через центральный меридиан более вероятно наблюдение больших сечений. Если же активная область находилась ближе к лимбу, возрастала вероятность отражений с малыми сечениями. Все это говорит о существенной анизотропии рассеяния. Такое свойство рассеяния может быть связано, в частности, с анизотропностью самой ленгмюровской турбулентности. Действительно, именно такая турбулентность генерируется потоками быстрых электронов, ответственных за всплески III типа, – ленгмюровские волны возбуждаются вдоль направления движения электронов, которое происходит по открытым магнитным силовым линиям в короне Солнца. Учитывая это, будем полагать, что рассеяние радиолокационного сигнала осуществляется при взаимодействии с этой ленгмюровской турбулентностью. Мы покажем, что при этом можно объяснить основные свойства отражения, следующие из результатов экспериментов Дж. Джеймса.

В данной статье анализируются следующие процессы, в которых принимают участие падаю-

щая электромагнитная волна ( $t$ ) и ленгмюровская волна ( $l$ ): упругое рассеяние ( $t + l \xrightarrow{\leftrightarrow} t + l$ ), рэлеевское рассеяние ( $t + i \xrightarrow{\leftrightarrow} l + i$ ) и комбинационное рассеяние ( $t + l \xrightarrow{\leftrightarrow} t$ ) на различных высотах в короне Солнца. В п. 2 мы приводим основные уравнения и описываем свойства анизотропной турбулентности, на которой происходит рассеяние поперечных волн. Роль процессов  $t + l \xrightarrow{\leftrightarrow} t + l$  в рассеянии сигнала рассмотрена в п. 3. Показано, что на высотах, где выполняется приближенное равенство  $k_l \approx k_t$  ( $k_l, k_t$  – волновые числа продольных волн и поперечных соответственно), отражение электромагнитной волны от области с повышенным уровнем турбулентности происходит в различные направления в зависимости от взаимной ориентации направлений распространения падающей волны и движения электронных потоков. Максимальное отражение в направлении к Земле (а, соответственно, и максимальные сечения рассеяния) имеет место, когда поток электронов движется от Солнца к Земле. В случае, если электроны распространяются в сторону от Земли, регистрируется ослабленный сигнал с малыми сечениями рассеяния. Глубже в короне рассеяние за счет процессов  $t + l \xrightarrow{\leftrightarrow} t + l$  является изотропным, а величина сечения определяется геометрическим сечением области повышенного уровня турбулентности. Процессы  $t + i \xrightarrow{\leftrightarrow} l + i$  могут усилить падающую электромагнитную волну вблизи уровня  $\omega_p = \omega_0$  (п. 4). В п. 5 детально рассмотрены процессы слияния и распада  $t + l \xrightarrow{\leftrightarrow} t$  радиолокационного сигнала в присутствии ленгмюровской турбулентности. Показано, в частности, что при определенных условиях зондирующая поперечная волна, сливаясь с продольной ленгмюровской, формирует отраженный сигнал на частоте, в два раза превышающей частоту зондирующей радиоволны.

## 2. Модель анизотропной ленгмюровской турбулентности и уравнение переноса для зондирующей волны

Потоки быстрых электронов (со скоростью  $v_0 = (0,2 \div 0,6)c$ ), распространяющиеся вдоль открытых магнитных силовых линий и отвечающие за всплески III типа [19], генерируют ленгмюровские волны с волновыми векторами  $\vec{k}_l$ , заключенными в узком конусе (с углом  $\phi$ , при вершине), в основном в направлении своего распространения. В этой области уровень ленгмюровской турбу-

лентности будем обозначать через  $W_+$ . Вследствие процессов индуцированного рассеяния плазменных волн на ионах плазмы [20] создается заметный их уровень  $W_-$  в обратном направлении [21-26]. Повышению этого уровня способствует то, что в отличие от волн из  $W_+$ , эти волны не находятся в резонансе с быстрыми электронами и поэтому имеют тенденцию к накоплению. Мы будем полагать, что между плотностями энергии ленгмюровских волн в направлении движения и против движения электронов имеется соотношение  $W_- = (1 \div 10^{-1})W_+$ . Что касается энергии плазменных волн  $W_\perp$  в других направлениях, то, по-видимому, разумным является приближение  $W_\perp \ll W_+$  [21].

Обычно считается, что характерные плотности  $n'$  быстрых электронов равны  $n'/n = 10^{-5} \div 10^{-7}$  [24,22,25], что соответствует плотности энергии плазменных волн  $W_i/nT \approx W_+/nT \approx 10^{-3} \div 10^{-5}$ . Будем также предполагать, что ленгмюровские волны сосредоточены в области волновых чисел  $k_l \approx k_l^*$  с характерной шириной  $\Delta k_l \approx \delta k_l \leq k_l^*$ , где  $k_l^*$  выражается через характерную скорость  $v_0$  соотношением  $k_l^* \approx \omega_p/v_0$  [19,21,22].

Определим теперь характерные параметры области пространства с повышенным уровнем турбулентности. Так как всплески III типа также связываются с этой турбулентностью, то можно предположить, что продольный размер области  $\Delta z \approx v_0 \Delta t_{\text{III}}$  ( $\Delta t_{\text{III}}$  – длительность всплеска), а поперечный совпадает с видимой площадью  $S$  излучения всплеска. Из наблюдений имеем  $\Delta t_{\text{III}} = 1 \div 3$  с, а  $S \approx \pi R_\odot^2$  [19] на частоте 40 МГц.

Для описания спектральной плотности энергии электромагнитных волн  $W_i(\vec{k}_i)$  будем использовать кинетическое уравнение [20]

$$\frac{\partial W_i(\vec{k}_i)}{\partial t} + \vec{v}_{\text{тр}} \frac{\partial W_i(\vec{k}_i)}{\partial \vec{r}} = I \quad (1)$$

Здесь  $I$  – интеграл столкновений электромагнитных волн с различными волнами и частицами, а  $\vec{v}_{\text{тр}} = \partial \omega_i / \partial \vec{k}_i$  – их групповая скорость. Как мы увидим ниже, это уравнение в интересующих нас случаях может быть сведено к уравнению переноса в виде

$$\frac{\partial W_i(\vec{k}_i)}{\partial t} + v_{\text{тр}} \cos \theta \frac{\partial W_i(\vec{k}_i)}{\partial z} = a - b W_i(\vec{k}_i), \quad (2)$$

где  $a$  и  $b$  – соответственно излучательная способность и коэффициент рассеяния (поглощения) на

волнах ( $t + l \xrightarrow{\leftarrow} t + l$ ,  $t + l \xrightarrow{\rightarrow} t$ ) и ионах ( $t + i \xrightarrow{\leftarrow} t + i$ );  $\theta$  – угол между направлением движения электронов, которое происходит вдоль  $z$ , и волновым вектором  $\vec{k}_i$  волны. Рассеяние волны существенно, когда оптическая толщина  $\tau = \Delta z b / v_{\text{тр}} \geq 1$ . При изотропном рассеянии наблюдаемый поперечник рассеяния  $\sigma$  определяется геометрическим сечением  $S$  области, в которой оно происходит, и приближенно может быть оценен как  $\sigma \approx S$ . Если же рассеянное излучение сосредоточено в малом телесном угле  $\Omega$ , то из-за его направленности поперечник увеличивается по сравнению с предыдущим случаем в  $4\pi/\Omega$  раз. Чтобы говорить о влиянии того или иного процесса на рассеяние падающей волны и о высоте, на которой происходит это рассеяние, следует определить величину  $b$  для каждого процесса на различных высотах в короне Солнца.

### 3. Упругое рассеяние радиолокационного сигнала на плазменных волнах (процессы $t + l \xrightarrow{\leftarrow} t + l$ )

Соответствующий интеграл столкновений  $I$  в (1) имеет следующий вид [20]

$$I = \frac{\omega_i}{(2\pi)^3 \hbar^2} \int w_{il,il} \left[ \frac{W_i(\vec{k}_i)W_l(\vec{k}_l)W_l(\vec{k}'_l)}{\omega'_i \omega_i \omega'_l} + \frac{W_i(\vec{k}_i)W_l(\vec{k}'_l)W_l(\vec{k}_l)}{\omega_i \omega'_i \omega_l} - \frac{W_i(\vec{k}_i)W_l(\vec{k}_l)W_l(\vec{k}'_l)}{\omega_i \omega_l \omega'_l} \right] d\vec{k}'_l d\vec{k}_l d\vec{k}'_l. \quad (3)$$

Здесь  $W_i(\vec{k}_i)$ ,  $W_l(\vec{k}_l)$  – спектральные плотности энергии поперечных и продольных волн;  $\vec{k}_i(\vec{k}_i)$ ,  $\vec{k}_l(\vec{k}'_l)$  и  $\omega_i(\omega'_i)$ ,  $\omega_l(\omega'_l)$  – их волновые векторы и частоты до (после) рассеяния.

$$w_{il,il} = \frac{(2\pi)^9 \hbar^2 e^4 (\vec{k}_l - \vec{k}'_l)^4}{32 m^4 \omega_p^2 \omega'_i} \cos^2 \theta_{ll'} (1 + \cos^2 \theta_{ll'}) \times \times \left| \frac{\epsilon'_i(\vec{k}_i - \vec{k}'_l, \omega_i - \omega'_l)}{\epsilon'(\vec{k}_i - \vec{k}'_l, \omega_i - \omega'_l)} (1 - \epsilon'_e(\vec{k}_i - \vec{k}'_l, \omega_i - \omega'_l)) \right|^2 \times \times \delta(\vec{k}_i + \vec{k}_l - \vec{k}'_l - \vec{k}'_l) \delta(\omega_i + \omega_l - \omega'_i - \omega'_l) \quad (4)$$

– вероятность процесса  $t + l \xrightarrow{\leftarrow} t + l$ ; а  $\epsilon'_i$ ,  $\epsilon'_e$ ,  $\epsilon'_l$  – продольная диэлектрическая проницаемость плазмы, ее электронная и ионная части соответственно;  $\theta_{ll'} = \angle \vec{k}_i \vec{k}_l$ .

Так как плотность энергии поперечных волн значительно меньше плотности энергии продольных волн,  $W_t \ll W_l$  [12], то выражение (3) сводится к более простому, в котором сохраняются только слагаемые, пропорциональные первой степени  $W_l$ . Учитывая это обстоятельство, получаем для излучательной способности  $a$  и коэффициента рассеяния  $b$  из (2) следующие выражения

$$a = \frac{\omega_t}{(2\pi)^3 \hbar^2} \int w_{l,u} \frac{W_l(\vec{k}_l) W_l(\vec{k}'_l) W_l(\vec{k}_l)}{\omega' \omega_l \omega'_l} d\vec{k}'_l d\vec{k}_l d\vec{k}_l \quad (5)$$

$$b = \frac{1}{(2\pi)^3 \hbar^2} \int w_{l,u} \frac{W_l(\vec{k}_l) W_l(\vec{k}'_l)}{\omega_l \omega'_l} d\vec{k}_l d\vec{k}'_l d\vec{k}'_l. \quad (6)$$

При малых передачах энергии

$$|\omega_l - \omega'_l| < |\vec{k}_l - \vec{k}'_l| v_{Te} \left( \frac{m}{M} \right)^{1/2}, \quad (7)$$

где  $v_{Te}$  – тепловая скорость электронов, а  $m, M$  – соответственно массы электрона и иона, вероятность (4) определяется выражением [12,13]:

$$w_{l,u} = \frac{(2\pi)^9 \hbar^2 e^4 \omega_p^2}{128 m^4 v_{Te}^4 \omega'^2} \cos^2 \theta_{ll'} (1 + \cos^2 \theta_{ll'}) \times \delta(\vec{k}_l + \vec{k}_l - \vec{k}'_l - \vec{k}'_l) \delta(\omega_l + \omega_l - \omega'_l - \omega'_l). \quad (8)$$

В случае неравенства, обратного (7), она быстро, как  $(\omega_l - \omega'_l)^{-4}$ , уменьшается.

Обсудим теперь поведение коэффициента рассеяния  $b$  и оптической толщины  $\tau$  для различных высот в короне Солнца.

Высоко в короне, там, где частота зондирующего сигнала значительно превышает местную плазменную частоту ( $\omega_0 \gg \omega_p$ ) рассеяние происходит на малый угол

$$\varphi_l \approx \frac{k_l^*}{k_l} \Phi_l \approx \frac{\omega_p}{\omega_0} \frac{c}{v_0} \Phi_l \ll 1 \quad (9)$$

с малым изменением частоты волны

$$\Delta\omega_l = \omega_l - \omega'_l \approx 3 \frac{v_{Te}^2}{\omega_p} (k_l^2 - k_l^2) \leq 3 \omega_0 \frac{\omega_p v_{Te}^2 k_l^* \delta k_l}{\omega_0 \omega_p^2} \ll \omega_0. \quad (10)$$

При этом для  $b$  имеем из (2)

$$b = \frac{\pi^4}{48} \omega_0 \left( \frac{\omega_p}{\omega_0} \right)^3 \left( \frac{W_+}{nT} \right)^2 \left( \frac{m}{M} \right)^{1/2} \frac{v_0^2}{v_{Te} c} \left( \frac{k_l^*}{\delta k_l} \right)^2. \quad (11)$$

Ввиду малости отношения  $\omega_p/\omega_0$  приводит к малой величине коэффициента рассеяния, а вместе с этим и к малой оптической толще. То есть можно заключить, что на больших высотах зондирующий сигнал проходит корону практически не рассеиваясь.

С уменьшением высоты локальная плазменная частота увеличивается и взаимодействие электромагнитных волн с плазменными становится существенным. Особый интерес представляет область высот, где волновые числа плазменных волн сравниваются с волновым числом падающей волны

$$k_l^* \approx \frac{\omega_p}{v_0} \approx k_l = \frac{\omega_0}{c} \quad (12)$$

Для того, чтобы получить максимальный коэффициент рассеяния  $b$  (6) необходимо, чтобы ленгмюровская волна после рассеяния перешла из области с  $W_+$  в область с  $W_-$ . При этом направление распространения рассеянного сигнала зависит от взаимной ориентации направлений распространения падающей волны и потоков электронов.

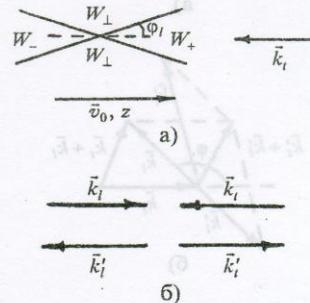


Рис. 1. Взаимная ориентация конусов с ленгмюровскими волнами ( $l$ ) и зондирующей электромагнитной волной ( $t$ ) при движении электронов от Солнца к Земле (а). Справа (б) – графическое представление процесса  $t + l \rightarrow t + l'$  в случае, когда рассеянная волна ( $t'$ ) распространяется по направлению к Земле

В случае, когда движение электронов направлено к Земле (рис. 1) (а следовательно  $\vec{k}_l$  антипараллелен  $\vec{k}_l'$ ), волновой вектор  $\vec{k}'_l$  попадает в область  $W_-$ , если отраженная волна будет двигаться

по направлению движения электронов, то есть "на нас". При этом коэффициент рассеяния приближенно равен

$$b \approx \frac{\pi^4}{16} \omega_0 \left( \frac{\omega_p}{\omega_0} \right)^3 \frac{W_+ W_-}{(nT)^2} \frac{v_0}{c} \frac{k_l^*}{\delta k_l}. \quad (13)$$

Для значений  $W_l / nT = W_+ / nT = W_- / nT = 10^{-3}$ ,  $\varphi_l = 1/3 \div 1/6$ ,  $\delta k_l / k_l^* = 1/3$  получаем  $b = 4 \div 40 \text{ c}^{-1}$ , что соответствует большой оптической толще  $\tau \approx \Delta t_{\text{III}} v_0 b / c > 1$ . Согласно законам сохранения импульса и энергии отраженные волны заключены в малом телесном угле  $\Omega \approx \pi \varphi_l^2$ , а при этом, как уже отмечалось выше, наблюдаемое сечение рассеяния увеличивается по сравнению с изотропным случаем и может быть оценено как

$$\sigma \approx \frac{4\pi}{\Omega} S = \frac{4}{\varphi_l^2} S = (10 \div 100) S. \quad (14)$$

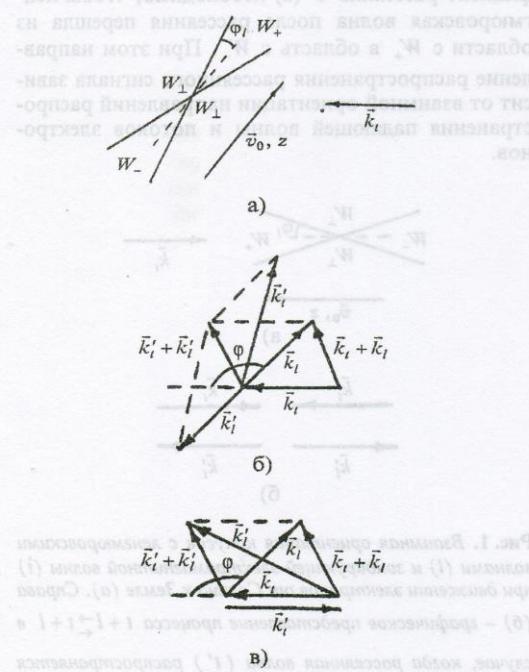


Рис. 2. Взаимная ориентация конусов с ленгмюровскими волнами ( $l$ ) и зондирующей волной ( $t$ ) при движении электронов в сторону от Земли (а). Графическое представление процесса  $t + l \rightarrow t + l'$  в случае, когда рассеянная волна ( $t'$ ) распространяется в сторону от Земли (б) и в направлении к Земле (в)

При распространении электронных потоков в сторону от Земли (рис. 2) поперечная волна падает на поток электронов наклонно под таким углом  $\varphi$ , что  $(180^\circ - \varphi) > \varphi_l$ . Для того, чтобы рассеянная плазменная волна попала в область с  $W_-$ , необходимо, чтобы после взаимодействия поперечная волна распространялась в сторону "от нас" (рис. 2, б), и, естественно, что отраженный сигнал с большим сечением не будет зарегистрирован. На Землю придет волна, которая рассеялась на плазменной волне с переходом последней в область с  $W_\perp$  (рис. 2, в). Но в этом случае для  $b$  имеем выражение (13) с заменой  $W_- \rightarrow W_\perp$ . В силу малости  $W_\perp$  малыми будут коэффициент рассеяния и оптическая толща, а это ведет к малому сечению рассеяния

$$\sigma < S. \quad (15)$$

При дальнейшем уменьшении высоты, на которой происходит рассеяние сигнала, начинает уменьшаться волновое число падающей волны  $k_l = (\omega_0^2 - \omega_p^2)^{1/2} / c$ , так как  $\omega_p \rightarrow \omega_0$ . Там, где  $k_l$  становится меньше ширины  $\delta k_l$  спектра плазменных волн  $k_l < \delta k_l$ , при любой ориентации турбулентности рассеяние на плазменных волнах из  $W_+$  оставляет плазмон в этой же области. Поэтому для коэффициента рассеяния  $b$  имеем следующее выражение

$$b = \frac{\pi^4}{4} \omega_0 \left( \frac{\omega_p}{\omega_0} \right)^3 \left( \frac{W_+}{nT} \right)^2 \left( \frac{v_0}{c} \right)^2 \frac{1}{\varphi_l^2}, \quad (16)$$

которое для приведенных выше величин  $W_+$  и  $\varphi_l$  принимает значение  $b = 10^3 \div 10^4 \text{ c}^{-1}$ . Соответствующая оптическая толща будет большой  $\tau \gg 1$ , а так как рассеяние здесь является изотропным, сечение будет определяться геометрическим сечением  $S$  области с высоким уровнем турбулентности

$$\sigma \approx S. \quad (17)$$

#### 4. Усиление отраженного сигнала в результате рэлеевского рассеяния (процессы $l + i \xrightarrow{\leftarrow} t + i$ )

В работе [27] И. М. Гордон и В. Н. Цытович обратили внимание на то, что радиолокационный сигнал может быть усилен при взаимодействии с ленгмюровской турбулентностью в процессах рэлеевского рассеяния  $l + i \xrightarrow{\leftarrow} t + i$ . Рассмотрим воз-

можность усиления электромагнитной волны в случае анизотропной турбулентности. Интеграл столкновений для процессов  $t + i \rightarrow t + i$  имеет следующий вид [20]:

$$I = \frac{\omega_t}{(2\pi)^3} \int w_{t,t} \left[ \frac{\omega_t}{\omega_l} W_t(\vec{k}_l) - W_t(\vec{k}_l) - \frac{(2\pi)^3}{T_i} \frac{\omega_t - \omega_l}{\omega_l} W_t(\vec{k}_l) W_t(\vec{k}_l) \right] d\vec{k}_l, \quad (18)$$

где

$$w_{t,t} = \sqrt{\pi} \frac{\omega_p^2 \sin^2 \theta_{tt}}{2n v_{Ti} |\vec{k}_t - \vec{k}_l| (1 + T_e / T_i)^2} \exp \left[ - \frac{(\omega_t - \omega_l)^2}{2|\vec{k}_t - \vec{k}_l|^2 v_{Ti}^2} \right], \quad (19)$$

$\theta_{tt} = \angle \vec{k}_t \vec{k}_l$ ;  $v_{Ti}, T_i$  – соответственно тепловая скорость ионов и их температура. Так как  $W_t \ll W_l$ , то можно опустить второе слагаемое в квадратных скобках (18). Рэлеевское рассеяние происходит с малой передачей импульса [20], поэтому выражение (18) можно свести к дифференциональной форме [21,25]. При этом для коэффициента рассеяния  $b$  имеем

$$b = -\frac{\sqrt{2}\pi \omega_p^3 \sin^2 \theta_{tt}}{72 n v_{Te}^2 k_l T_e} \frac{m}{M} \frac{\partial}{\partial k_l} k_l W_l(k_l). \quad (20)$$

Из (20) видно, что в области волновых чисел плазменных волн, при которых  $\frac{\partial}{\partial k_l} k_l W_l(k_l) > 0$ , коэффициент рассеяния отрицателен. А это означает, что электромагнитная волна усиливается. Для ленгмюровской турбулентности, генерированной потоками электронов со скоростью  $v_0$ , эта область находится со стороны малых волновых чисел при  $k_l < k_l^*$ . Из закона сохранения энергии

$$\omega_t = (\omega_p^2 + k_l^2 c^2)^{1/2} = \omega_l = (\omega_p^2 + 3k_l^2 v_{Te}^2)^{1/2} \quad (21)$$

находим, что волновое число усиливаемой электромагнитной волны должно быть малым  $k_l \approx \sqrt{3}v_{Te}k_l^* / c$ . Такое значение достигается на высотах, где плазменная частота равна

$$\omega_p = \omega_0 \left(1 - \frac{3 v_{Te}^2}{2 v_0^2}\right). \quad (22)$$

Итак, если зондирующий сигнал глубоко проникнет в корону, то он будет усилен. При этом коэффициент усиления (модуль коэффициента рассеяния) определяется выражением

$$|b| = \frac{\sqrt{2}\pi}{72} \omega_0 \frac{W_+}{nT} \left( \frac{v_0}{v_{Te}} \right)^2 \frac{m}{M} \left( \frac{k_l^*}{\delta k_l} \right)^2, \quad (23)$$

которое для принятых выше параметров ленгмюровской турбулентности принимает значение  $|b| \approx 10^4$ . При оценке оптической толщины необходимо учесть, что на этих высотах групповая скорость сравнима с тепловой скоростью электронов  $v_{gp} = v_{Te}c/v_0$ . Кроме того, линейный размер области  $\Delta z$ , в которой происходит усиление, будет определяться шириной  $\delta k_l$  спектра плазменных волн, что дает

$$\Delta z \approx L_n \left( \frac{v_{Te}}{v_0} \right)^2, \quad (24)$$

где  $L_n = n/(\partial n/\partial z)$  – размер неоднородности плотности в короне. Учитывая оба эти фактора, получаем, что оптическая толщина будет большой величиной:

$$\tau \approx \frac{\sqrt{2}\pi}{72} \omega_0 \frac{W_+}{nT} \frac{m}{M} \left( \frac{k_l^*}{\delta k_l} \right)^2 \frac{v_0 L_n}{v_{Te} c} \gg 1. \quad (25)$$

Таким образом, можно заключить, что радиолокационный сигнал действительно может быть усилен в процессах рэлеевского рассеяния, что должно привести к наблюдаемому эффекту увеличения сечения рассеяния электромагнитной волны.

## 5. Комбинационное рассеяние на ленгмюровских волнах (процессы $t + l \rightarrow t$ )

При распространении в короне поперечная электромагнитная волна может сливаться с продольной ( $t + l \rightarrow t$ ) или распадаться на поперечную и продольную ( $t \rightarrow t + l$ ) [12]. Соответствующий интеграл столкновений записывается в виде [20]:

$$I = \frac{\omega_t}{(2\pi)^3 \hbar} \int \left\{ w_{t,t} \left[ \frac{W_l(\vec{k}_l) W_l(\vec{k}'_l)}{\omega_l \omega'_l} - \frac{W_t(\vec{k}_l) W_t(\vec{k}'_l)}{\omega_t \omega'_l} \right] - \frac{W_l(\vec{k}_l) W_l(\vec{k}'_l)}{\omega_l \omega'_l} \right\} + w_{t,l} \left[ \frac{W_l(\vec{k}_l) W_t(\vec{k}'_l)}{\omega_l \omega'_l} + \right.$$

$$+ \frac{W_l(\vec{k}_l)W_l(\vec{k}'_l)}{\omega_l\omega'_l} - \frac{W_l(\vec{k}_l)W_l(\vec{k}'_l)}{\omega_l\omega'_l} \Bigg] d\vec{k}'_l d\vec{k}_l, \quad (26)$$

где

$$w_{t,l} = \frac{(2\pi)^6 \hbar e^2 \omega_p k_l^2}{16\pi m^2 \omega_l \omega'_l} (1 + \cos^2 \theta_{ll'}) \times$$

$$\times \delta(\vec{k}_l - \vec{k}'_l - \vec{k}_l) \delta(\omega_l - \omega'_l - \omega_l) \quad (27)$$

— вероятность процесса распада  $t \rightarrow t + l$ , а  $w_{d,l} = w_{t,l}$  ( $\vec{k}_l = \vec{k}'_l$ ,  $\omega_l = \omega'_l$ ) — вероятность слияния  $t + l \rightarrow t$ ;  $\theta_{ll'} = \angle \vec{k}_l \vec{k}'_l$ . Из-за малой плотности энергии поперечных волн ( $W_l \ll W_t$ ) в (26) можно опустить слагаемые  $\propto W_l^2$ , поэтому уравнение переноса (1) может быть сведено к виду (2), где

$$a = \frac{(2\pi)^3 e^2 \omega_p}{16\pi m^2} \int \frac{k_l^2}{\omega_l \omega'^2} (1 + \cos^2 \theta_{ll'}) W_l(\vec{k}_l) W_l(\vec{k}'_l) \times$$

$$\times [\delta(\vec{k}_l - \vec{k}'_l - \vec{k}_l) \delta(\omega_l - \omega'_l - \omega_l) +$$

$$+ \delta(\vec{k}'_l - \vec{k}_l - \vec{k}_l) \delta(\omega'_l - \omega_l - \omega_l)] d\vec{k}'_l d\vec{k}_l \quad (28)$$

$$b = \frac{(2\pi)^3 e^2 \omega_p}{16\pi m^2} \int \frac{k_l^2}{\omega_l \omega'_l \omega_l} (1 + \cos^2 \theta_{ll'}) W_l(\vec{k}_l) \times$$

$$\times [\delta(\vec{k}_l - \vec{k}'_l - \vec{k}_l) \delta(\omega_l - \omega'_l - \omega_l) +$$

$$+ \delta(\vec{k}'_l - \vec{k}_l - \vec{k}_l) \delta(\omega'_l - \omega_l - \omega_l)] d\vec{k}'_l d\vec{k}_l. \quad (29)$$

На больших высотах, там, где  $\omega_p \ll \omega_0$ , эффективность процессов комбинационного рассеяния существенно зависит от соотношения между волновыми числами падающей электромагнитной волны  $k_l = \omega_0 / c$  и ленгмюровской  $k_l^* = \omega_p / v_0$ .

Рассмотрим сначала случай  $k_l \gg k_l^*$  ( $\omega_p \ll \omega_0 v_0 / c$ ) (рис. 3, а). После процессов слияния или распада вновь образованная волна отклоняется на максимальный угол  $\phi_l \approx k_l^*/k_l \ll 1$ , а частота увеличивается при слиянии на величину  $\Delta\omega = \omega_p$  и на столько же уменьшается при распаде. Из закона сохранения импульса также можно получить, что на данной высоте (то есть при определенном значении частоты  $\omega_p$ ) рассеяние возможно только, если волновые векторы ленгмюровских волн ориентированы определенным образом

$$\cos \phi = \frac{\omega_p}{ck_l^*} \pm \frac{k_l^*}{2k_l} = \frac{v_0}{c} \pm \frac{c}{2v_0} \frac{\omega_p}{\omega_0}, \quad (30)$$

где  $\phi = \angle \vec{k}_l \vec{k}_l^*$ . Знак “+” относится к процессу распада, а “−” — к процессу слияния. Видно, что, например, при  $\omega_p \rightarrow 0$  рассеяние возможно, если угол между волновыми векторами электромагнитных волн и ленгмюровских  $\phi$  удовлетворяет равенству

$$\cos \phi = \frac{v_0}{c}. \quad (31)$$

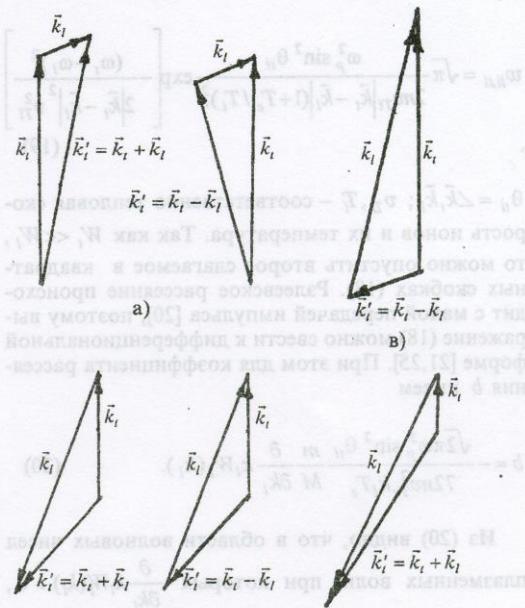


Рис. 3. Диаграммы процессов комбинационного рассеяния электромагнитной волны (1) на ленгмюровской (2)  $t + l \leftarrow t$  на различных высотах:  
 а) при  $\omega_p \ll v_0 \omega_0 / c$  (слияние и распад);  
 б) при  $\omega_p \geq v_0 \omega_0 / c$ ,  $\omega_p \ll \omega_0$  (слияние и распад);  
 в) при  $\omega_p = \omega_0 / 2$  (распад);  
 г) при  $\omega_p = \omega_0$  (слияние).

С увеличением  $\omega_p$  (то есть с уменьшением высоты, на которой происходит рассеяние) угол  $\phi$  увеличивается в случае слияния и уменьшается при распаде. Для коэффициента рассеяния  $b$  имеем следующее выражение

$$b = \frac{\pi}{4} \omega_0 \frac{W_-}{nT} \left( \frac{v_{Te}}{c} \right)^2 \frac{k_l^*}{\delta k_l} \frac{v_0}{c} \frac{\omega_p}{\omega_0}, \quad (32)$$

Оба процесса могут происходить в тонких слоях, толщина которых определяется шириной спектра  $\delta k_l$  плазменной турбулентности

$$\Delta z = L_n \frac{\delta k_l}{k_l^*} \left( \frac{v_{Te}}{v_0} \right)^2. \quad (33)$$

Для оптической толщи имеем

$$\tau = \frac{b \Delta z}{v_{ep}} = \frac{3\pi}{2} \omega_0 \frac{W_-}{nT} \left( \frac{v_{Te}}{c} \right)^4 \frac{L_n}{c} \frac{k_l^*}{k_0} \ll 1, \quad (34)$$

На больших высотах (при  $\omega_p \ll \omega_1$ ) также возможно комбинационное рассеяние в случае, когда волновое число плазменной волны сравнимо с волновым числом падающей электромагнитной волны, то есть при выполнении соотношения

$$k_l \geq k_t \quad (35)$$

( $\omega_p \geq \omega_0 v_0 / c$ ) (рис. 3, б). Так как нас будет интересовать возможность отражения радиолокационного сигнала в направлении к Земле, рассмотрим случай, когда волновые векторы ленгмюровских волн имеют то же направление, то есть, когда электроны движутся от Солнца к Земле.

При рассеянии на ленгмюровских волнах из области с  $W_+$  законы сохранения энергии и импульса выполняются для процессов слияния (рис. 3, б). При этом волновое число отраженной волны будет

$$k'_l = k_l + \frac{\omega_p}{c}, \quad (36)$$

а для  $k_t$  имеем

$$k_t \approx 2k_l. \quad (37)$$

Отсюда получаем, что отражение возможно, если выполнено соотношение

$$\omega_p = \frac{2v_0}{c} \omega_0. \quad (38)$$

Это означает, что на данной высоте слияние происходит, если имеются плазменные волны с фазо-

выми скоростями  $c \omega_p / 2 \omega_0$ . Коэффициент рассеяния при этом дается выражением

$$b = \frac{\pi}{2} \omega_0 \left( \frac{v_{Te}}{c} \right)^2 \frac{W_+}{nT} \left( \frac{\omega_p}{\omega_0} \right)^2 \frac{k_l^*}{\delta k_l}. \quad (39)$$

Толщина слоя, в котором происходит рассеяние, определяется либо по длительности всплеска III типа

$$\Delta z = \Delta t_{III} v_0, \quad (40)$$

либо по ширине спектра плазменных волн

$$\Delta z \approx L_n \left( \frac{\omega_0}{\omega_p} \right)^2 \frac{\delta k_l}{k_l^*}. \quad (41)$$

Оказывается, что в обоих случаях оптическая толща значительно больше единицы.

Такой же результат получаем и для процессов распада  $t \rightarrow t+l$  падающей волны (рис. 3, б). Но нужно иметь ввиду, что в этих процессах участвуют ленгмюровские волны из области с  $W_-$ , поэтому в выражении для коэффициента рассеяния  $b$  необходимо вместо  $W_+$  подставить  $W_-$ . Кроме того, из закона сохранения энергии следует, что волновое число отраженной волны в этом случае будет меньше волнового числа падающей волны.

Таким образом, видим, что отраженный сигнал при благоприятных условиях (то есть при наличии ленгмюровских волн с волновыми числами, определяемыми равенством (37)) будет иметь смещение по частоте  $\pm \omega_p$ , определяющее высоту, на которой имеет место комбинационное рассеяние. Так как отражение происходит в телесный угол  $\Omega \approx \pi \phi^2 \approx 4\pi k_l^2$ , то соответствующее сечение рассеяния можно оценить как

$$\sigma \approx \frac{S}{\phi^2}. \quad (42)$$

Ниже в короне там, где  $\omega_p \approx \omega_0$ , распад падающей волны может идти с образованием отраженной волны с малым импульсом (рис. 3, в). Из законов сохранения следует, что в этом случае ( $k'_l \ll k_l, k_t$ )

$$k_t = k_l \approx \sqrt{3} \frac{\omega_p}{c}, (\phi^2 - 1) \left( \frac{\omega_p}{\omega_0} \right)^2 \left( \frac{\omega_p}{\omega_0} \right)^2. \quad (43)$$

а соотношение между местной плазменной частотой и частотой радиолокационного сигнала должно быть

$$\omega_p = \frac{\omega_0}{2}. \quad (44)$$

Если имеется высокий уровень плазменных волн при фазовых скоростях  $c/\sqrt{3}$ , то для коэффициента рассеяния имеем

$$b = \frac{\pi}{32} \omega_0 \frac{W_-}{nT} \left( \frac{v_{Te}}{c} \right)^2 \frac{1}{\varphi_l^2}, \quad (45)$$

а для оптической толщи –

$$\tau = \frac{\pi}{8} \omega_0 \frac{W_-}{nT} \left( \frac{v_{Te}}{c} \right)^3 \frac{L_n}{c}. \quad (46)$$

При получении (46) мы учли, что  $v_{ep} = \delta\omega_0 / \delta k_l = \sqrt{3}c/2$ , а

$$\Delta z = L_n \left( \frac{c}{v_0} \right)^2 \left( \frac{\delta k_l}{k_l^*} \right)^2 = 3L_n \left( \frac{\delta k_l}{k_l^*} \right)^2. \quad (47)$$

Из (46) находим, что даже при  $W_-/nT = 10^{-4}$ ,  $\tau > 1$ . Отраженное излучение заключено в широком телесном угле  $\approx 2\pi$ , а поэтому сечение рассеяния будет определяться выражением

$$\sigma \approx 2S. \quad (48)$$

Вблизи уровня  $\omega_p = \omega_0$  также возможно отражение, но уже за счет процессов слияния  $i + l \rightarrow i$  (рис. 3, г). На этой высоте  $k'_l \ll k_l, k_l$ , поэтому для  $k_l, k_l$  имеем соотношение (43). Направление распространения отраженной волны определяется ориентацией волновых векторов ленгмюровских волн, а ее диаграмма направленности – угловой шириной спектральной плотности плазменных волн. Для коэффициента рассеяния и оптической толщи имеем соответственно

$$b = \frac{\pi}{8} \omega_0 \frac{W_+}{nT} \left( \frac{v_{Te}}{c} \right)^2 \left( 1 + \cos^2 \varphi \right) \frac{k_l^*}{\delta k_l}, \quad (49)$$

$$\tau = \frac{\pi}{\sqrt{38}} \omega_0 \frac{W_+}{nT} \left( \frac{v_{Te}}{v_0} \right)^2 \frac{\delta k_l}{k_l^*} \left( 1 + \cos^2 \varphi \right) \frac{L_n}{c}, \quad (50)$$

(здесь  $\Delta z = L_n (c/v_0)^2 (\delta k_l/k_l^*)^2$ ). Как легко убедиться оптическая толща велика,  $\tau \gg 1$ , а сечение рассеяния может достигать больших значений из-за малости углов  $\varphi_l$

$$\sigma \approx \frac{4S}{\varphi_l^2}, \quad (51)$$

сравнимых с сечением рассеяния за счет упругих столкновений  $i + l \rightarrow i + l$ .

## 6. Заключение

Кратко сформулируем основные свойства рассеяния радиолокационного сигнала на анизотропной ленгмюровской турбулентности, генерированной потоками быстрых электронов, которые распространяются по открытым магнитным силовым линиям в короне Солнца.

Упругие процессы рассеяния  $i + l \rightarrow i + l$  становятся эффективными на высотах, где  $\omega_p \approx \omega_0 v_0 / c$ . Рассеяние радиолокационного сигнала происходит преимущественно по направлению движения электронов в малый телесный угол  $\Omega = \pi \varphi_l^2$ . Если электроны движутся в направлении Солнце-Земля, то на Земле должен регистрироваться отраженный сигнал с большим сечением рассеяния  $\sigma \gg S$ . В случае, если электроны движутся в сторону от Земли, поперечник отражения сигнала будет значительно меньше,  $\sigma < S$ . Частота отраженного сигнала всегда близка к частоте радиолокационного сигнала  $\omega \approx \omega_0$ , а максимально возможная ширина частотного спектра  $\Delta\omega \approx 2\omega_0 v_{Te} (m/M)^{1/2} / c$ . На расстояниях  $\Delta z = L_n (\delta k_l/k_l^*)^2 (c/v_0)^2$  от плазменного уровня  $\omega_p = \omega_0$  рассеяние отраженного сигнала в процессах  $i + l \rightarrow i + l$  становится изотропным, а сечение рассеяния близко к  $\sigma \approx S$ .

Рэлеевское рассеяние на ионах  $i + i \rightarrow i + i$  значительно усиливает радиолокационный сигнал, а, следовательно, измеряемое сечение рассеяния может быть достаточно большим  $\sigma \gg S$ . Эти процессы идут на расстоянии  $\Delta z \approx L_n (v_{Te}/v_0)^2$  от уровня  $\omega_p = \omega_0$ .

Комбинационное рассеяние эффективно, начиная с высот, где  $\omega_p = 2\omega_0 v_0 / c$  (но  $\omega_p \ll \omega_0$ ). Телесный угол, в который рассеивается волна на этих высотах, определяется углом  $\varphi_l$  и равен

$\Omega \approx 4\pi\phi_l^2$ , поэтому  $\sigma \approx S/\phi_l^2$ . Отраженный сигнал имеет частотное смещение  $\Delta\omega = \pm\omega_p$ . На высотах, определяемых равенством  $\omega_p = \omega_0/2$ , отражение происходит в широкий телесный угол  $\approx 2\pi$  с сечением рассеяния  $\sigma \approx 2S$ . Частота отраженного радиолокационного сигнала в этом случае равна  $\omega_p \approx \omega_0/2$ . Вблизи уровня  $\omega_p = \omega_0$  ( $(\Delta z = L_n(\delta k_l/k_l^*)^2(c/v_0)^2)$ ) отраженный сигнал имеет частоту  $\omega = 2\omega_0$ . Так как рассеяние здесь происходит в малый телесный угол  $\Omega \approx \pi\phi_l^2$ , сечение может достигать большого значения  $\sigma \approx 4S/\phi_l^2$ .

Таким образом, если считать, что отраженный сигнал формируется при рассеянии на анизотропной ленгмюровской турбулентности в процессах  $t + l \rightarrow t + l$  на высотах, определяемых из соотношения  $\omega_p = \omega_0 v_0 / c$ , можно надеяться получить как большие ( $\sigma \gg S$ ), так и малые ( $\sigma < S$ ) попечники отражения. Более того, отражения с большими сечениями должны наблюдаться в те дни, когда активные области находятся вблизи центра диска Солнца, а с малыми – когда они ближе к лимбу. Обсуждение основных результатов экспериментов Джеймса и их объяснение в рамках представленной здесь модели будет приведено в следующей статье.

Автор выражает благодарность А. Г. Боеву за полезные обсуждения и ценные замечания. Работа выполнена при частичной финансовой поддержке INTAS (грант N 097-0183).

#### Литература

1. В. Л. Гинзбург. ДАН СССР. 1946, **52**, с. 491-494.
2. Е. Kerr. Proc. IRE. 1952, **40**, pp. 660-666.
3. Ф. Г. Басс, С. Я. Брауде. УФЖ. 1957, **2**, с. 149-164.
4. V. R. Eshleman, R. Barthle, P. Gallagher. Science. 1960, **131**, pp. 329.
5. J. E. Ohlson. Sci. Rep. No. 21, Stanford Electr. Lab., Stanford, 1967.
6. V. R. Eshleman. In "Solar System Radio Astronomy" ed. J. Aarons. 1965, 292 p.
7. J. C. James. Ap. J. 1966, **146**, No. 2, pp. 356-366.
8. J. C. James. MIT Center of Space Res., Technic Report 70-2, Febr. 1970, 83 p.
9. И. М. Гордон. Астроном. циркуляр. 1967, №447, с. 1-4.
10. I. M. Gordon. Ap. Lett. 1968, **2**, pp. 49-53.
11. И. М. Гордон. Астрон. журн. 1968, **45**, с. 1002-1015.
12. И. М. Гордон. Дис...докт. ф.-м. наук. 1971, Харьков, 217 с.
13. И. М. Гордон, В. А. Липеровский, В. Н. Цытович. Астрон. журн. 1971, **48**, с. 70-83.
14. Н. Н. Герасимова. Астрон. журн. 1979, **56**, №6, с. 1303-1307.
15. D. G. Wentzel. Ap. J. 1981, **248**, No. 3, Part 1, pp. 1132-1143.
16. I. V. Chashei, V. I. Shishov. Solar Phys. 1994, **149**, pp. 413-416.
17. Н. Н. Герасимова. Астрон. журн. 1974, **51**, №4, с. 813-819.
18. Н. Н. Герасимова. Дис... канд. ф.-м. наук. Харьков, 1975, 120 с.
19. S. Suzuki, G. A. Dulc. In Solar Radiophysics. Cambridge, Cambridge Univ. Press. 1985, pp. 289-332.
20. В. Н. Цытович. Нелинейные эффекты в плазме. Москва, Наука, 1967, 287 с.
21. В. В. Зайцев. Астрон. журн. 1974, **51**, №4, с. 801-812.
22. L. Muschetti. Sol. Phys. 1990, **130**, No. 1/2, p. 201-228.
23. A. Benz. Plasma Astrophysics. Kinetic processes in solar and stellar coronae. Kluwer Acad. Pub., Netherland, 1993, 299 p.
24. V. V. Zaitsev, N. A. Mityakov, V. O. Rapoport. Sol. Phys. 1972, **24**, No. 2, pp. 444-456.
25. В. Н. Мельник. Кинематика и физика неб. тел. 1991, **7**, №3, с. 59-68.
26. T. Takakura. Sol. Phys. 1982, **78**, p. 141-156.
27. И. М. Гордон, В. Н. Цытович. Астрон. журн. 1970, **47**, с. 708-712.

#### Plasma Theory of Radar Signal Reflection from Sun.

#### 1. Scattering Processes in Anisotropic Langmuir Turbulence

V. N. Mel'nik

A new model of radio signal reflection from the Sun is suggested in the paper. In this model radio echo is formed under scattering on the anisotropic Langmuir turbulence generated by the Type III electrons. Effectiveness of various processes with transverse and longitudinal waves ( $t + l \rightarrow t + l$ ,  $t + l \rightarrow t + i$ ,  $t + l \rightarrow t$ ) at different altitudes in solar corona is analyzed. It is shown that radio echoes have observed properties – high effective cross-sections, reflection anisotropy, if radar wave is scattered in the processes  $t + l \rightarrow t + l$  at altitudes where the local plasma frequency is  $\omega_p \approx v_0 \omega_0 / c$  with  $\omega_0$  – the radar signal frequency and  $v_0$  – the typical phase velocity of plasma waves.