

Цилиндрический взрыв в неоднородной плазменной атмосфере с магнитным полем

А. А. Боева

Харьковский Государственный университет
Украина, 310077, Харьков, пл. Свободы, 4

Статья поступила в редакцию 8 мая 1998 г.

В работе рассматривается задача о цилиндрическом взрыве в неоднородной плазменной атмосфере с магнитным полем, ориентированным вдоль оси взрыва. Для решения задачи предлагается приближенный метод, сочетающий уравнение А. С. Компанейца с методом характеристик Уизема.

Для конкретных законов изменения плотности невозмущенной атмосферы и магнитного поля в ней проведены численные расчеты изменения формы ударной волны, а также оценено влияние магнитного поля на скорость МГД ударной волны.

В роботі розглядається задача про циліндричний вибух у неоднорідній плазмовій атмосфері з магнітним полем, орієнтованим уздовж осі вибуху. Для вирішення задачі запропоновано наближений метод, що поєднує рівняння А. С. Компанейця і метод характеристик Уізема.

Для конкретних законів зміни густини незбуреної атмосфери і магнітного поля в ньому чисельно розраховано зміни форми ударної хвилі і оцінено вплив магнітного поля на швидкість МГД ударної хвилі.

Задача о цилиндрическом взрыве занимает важное место в теории газодинамических и магнитогазодинамических течений с ударными волнами. Движение космических тел в атмосферах планет [1], воздействие Тунгусского метеорита на атмосферу Земли [2], эксперименты в ударных трубах [3], обтекание тел гиперзвуковыми потоками газа [4] – вот неполный перечень вопросов, где находят применение результаты задачи о цилиндрическом взрыве.

В обычной газодинамике задача о цилиндрическом взрыве детально изучена как частный случай общей теории точечного взрыва в однородной и неоднородной атмосфере с учетом теплопроводности среды, равновесного теплового излучения и др. [5]

В магнитной газодинамике задача о точечном взрыве изучена менее подробно из-за наличия нескольких типов ударных волн и анизотропии, вносимой магнитным полем.

К настоящему времени построены автомодельные решения для задачи о цилиндрическом взрыве с поперечной МГД ударной волной в однородной и цилиндрически симметричной неоднородной (со специальным законом распределения плотности) атмосферах, приближенно решена задача о сильном сферическом взрыве в однородной атмосфере с постоянным магнитным полем, решен ряд задач, близких к автомодельным [5].

Целью данной работы является рассмотрение магнитогазодинамической задачи о цилиндрическом взрыве с поперечной ударной волной в неоднородной плазменной среде с магнитным полем в постановке, значительно отличающейся от авто-

модельной. Рассмотренная задача может в некоторой степени моделировать процесс вхождения небесного тела в ионосферу планеты, то есть ситуацию, аналогичную падению кометы SL-9 на Юпитер [6].

Для решения задачи в данной работе предложен усовершенствованный метод Компанейца [7], в котором скорость газа за ударной волной оценивается не с помощью решения автомодельной задачи о сильном взрыве [8], а рассчитывается методом характеристик Уизема [9]. Необходимость такого усовершенствования связана с тем, что при движении в атмосфере в сторону уменьшения плотности газа ударная волна обгоняет движущийся за ней газ, поэтому он не сосредотачивается у поверхности ударной волны, а распространяется во всем пространстве, ограниченном ударной волной [8,10].

Для конкретного закона распределения начальной плотности и магнитного поля проведены расчеты формы фронта ударной волны в различные моменты времени, оценено влияние магнитного поля на ударную волну.

1. Рассмотрим неоднородную плазменную среду (атмосферу) с плотностью ρ_0 , помещенную в неоднородное магнитное поле \vec{H}_0 , ортогональное градиенту неоднородности начальной плотности. Выбирая ось y в направлении неоднородности плотности, ось z – в направлении магнитного поля, а ось x – перпендикулярно выбранным осям, получим, что

$$\rho_0 = \rho_0(y), \vec{H}_0 = \{0, 0, H_0(y)\}. \quad (1)$$

Пусть в момент времени $t = 0$ вдоль оси z произошло мгновенное выделение энергии с постоянной линейной плотностью ϵ_0 , приведшее к разлету газа в некоторой цилиндрической области, отделенной от невозмущенного газа магнитогазодинамической ударной волной (цилиндрический взрыв). Скорости газа и ударной волны будут перпендикулярны магнитному полю, то есть ударная магнитогазодинамическая волна будет поперечной. Определение скорости и формы ударной волны в плоскости $ХОУ$ во время ее распространения, а также параметров газа (скорости, плотности) и магнитного поля за фронтом волны в зависимости от ϵ_0 , установление закона изменения невозмущенной плотности ρ_0 и магнитного поля H_0 и являются целью данной работы.

Для описания течения газа с ударной волной выберем в плоскости $ХОУ$ полярную систему координат (r, φ) , где полярный угол, как обычно, будем отсчитывать от оси x против часовой стрелки. Форма ударной волны описывается при этом уравнением

$$R = R(\varphi, t), \quad (2)$$

где R – расстояние от точки на фронте ударной волны до оси z .

Рассуждая аналогично [7], для определения $R(\varphi, t)$ воспользуемся уравнением движущейся поверхности

$$\frac{\partial R}{\partial t} + U|\nabla R| = 0, \quad (3)$$

где $U(\varphi, t)$ – скорость ее движения вдоль нормали (внутрь поверхности). В цилиндрических координатах уравнение (3) может быть записано в следующем виде

$$U^2(\varphi, t) \left[1 + \frac{1}{R^2} \left(\frac{\partial R}{\partial \varphi} \right)^2 \right] - \left(\frac{\partial R}{\partial t} \right)^2 = 0. \quad (4)$$

Это уравнение носит название уравнения Компанейца. При заданных функции $U(\varphi, t)$ и начальном условии оно определяет форму ударной волны в любой момент времени.

Чтобы задать скорость U , необходимо определить параметры течения за ударной волной, что в общем случае эквивалентно решению полной задачи о гидродинамическом течении с ударной волной. Обойти эту трудность А. С. Компанейца

удалось за счет предположения, что сильные взрывы в неоднородной и однородной средах подобны, и весь газ в полости взрыва "прессуется" в тонком слое вблизи внутренней поверхности ударной волны так, как это следует из решения Л. И. Седова задачи о сильном взрыве [8]. Для некоторого класса распределений плотности невозмущенной атмосферы уравнение А. С. Компанейца допускает точное решение и достаточно широко используется для изучения взрыва в неоднородной среде (например, [11, 12]).

Однако точное решение задачи о сильном взрыве в сферически и цилиндрически симметричной неоднородной среде со степенным законом изменения плотности невозмущенной атмосферы

$$\rho_0 \approx r^{-n},$$

найденное Л. И. Седовым [8], показывает, что газ в полости взрыва действительно прессуется к поверхности ударной волны при $n < 1$ для цилиндрического взрыва и при $n < 2$ для сферического. В случае достаточно быстрого убывания плотности ρ_0 ($n \geq 1$ для цилиндрического взрыва, $n \geq 2$ для сферического) газ во всей полости взрыва распределен достаточно плавно, то есть вышеуказанное предположение А. С. Компанейца становится некорректным.

Для магнитной газодинамики возможность практического использования уравнения (4) осложняется еще и тем, что здесь нет достаточно простого выражения для скорости ударной волны U . Кроме того, в задачах с МГД ударными волнами пренебрежение противодействием, как это делалось в [7], приводит к большей погрешности, чем в задачах обычной газодинамики. Это связано с тем, что при одной и той же энергии взрыва МГД ударная волна является более слабой из-за большей скорости распространения возмущений. Приближенный метод Компанейца для исследования магнитогазодинамического взрыва, насколько известно автору, не использовался.

Как уже отмечалось, при достаточно быстром убывании плотности невозмущенной атмосферы необходимо рассматривать движение газа во всей плоскости взрыва, то есть интегрировать в ней уравнения газодинамики или магнитной газодинамики. Ниже предполагается использовать для этого приближенный метод, так называемый метод характеристик Уизема [9], который достаточно широко использовался при изучении движения плоских ударных волн как в обычной [11], так и в магнитной газодинамике [13]. Область применимости этого метода для задач обычной газодинамики подробно обсуждалась в [11, 15]. Он позволяет качественно хорошо описывать движение ударной волны, однако несколько (приблизительно на 20 %) завышает ее скорость.

Метод расчета магнитогазодинамического цилиндрического взрыва с поперечной ударной волной в неоднородной среде, который предлагается в данной работе, состоит в следующем:

- а) методом характеристик Уизема рассчитывается скорость ударной волны;
- б) при известной скорости решается уравнение Компанейца и находится форма ударной волны. Ввиду громоздкости формул решение задачи проводилось численно.

2. Решения уравнений магнитной газодинамики для одномерного нестационарного движения газа в присутствии поперечного магнитного поля, могут быть построены с помощью двух характеристик, описывающих перенос возмущений параметров газа от источника взрыва по течению $-C_+$ и от ударной волны против течения $-C_-$ [15].

Если взрыв достаточно сильный, так что поток газа за ударной волной создается источником взрыва, то основную роль в формировании решения играет характеристика C_+ . На этом предположении и основан приближенный метод Уизема нахождения скорости ударной волны [9].

Движение газа за ударной волной является, строго говоря, одномерным только в области $r < H$, где H – масштаб неоднородности атмосферы. Вне этой области движение газа неоднородно. Однако, если скорость ударной волны U мало отличается от радиальной ее компоненты U_r , то есть

$$\frac{|U - U_r|}{U} = 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \ll 1, \quad (5)$$

где θ – угол между радиусом-вектором некоторой точки фронта волны и нормалью к нему в этой же точке, то “неоднородностью” движения можно пренебречь и использовать уравнения характеристик в цилиндрических координатах.

Отметим, что неравенство (5) не является слишком “жестким” и допускает достаточно большие отклонения направления нормали от направления радиус-вектора. Следуя идее Уизема [9] и используя результаты работы [13], запишем соотношения на фронте поперечной магнитогазодинамической ударной волны:

$$\begin{aligned} \rho_1 U &= \rho_2 (U - u), \\ \rho_1 U^2 + \rho_1 T_1 + \alpha \rho_1^2 &= \rho_2 (U - u)^2 + \rho_2 T_2 + \alpha \rho_2^2, \quad (6) \\ \frac{\gamma}{\gamma - 1} T_1 + \frac{U^2}{2} + 2\alpha \rho_1 &= \frac{\gamma}{\gamma - 1} T_2 + \frac{(U - u)^2}{2} + 2\alpha \rho_2. \end{aligned}$$

Здесь ρ и T – плотность и температура газа (индексами 1 и 2 обозначены соответственно параметры газа перед волной и за ней); u – скорость газа за фронтом ударной волны. Показатель изэнтропии γ считается одинаковым по обе стороны волны. Параметр

$$\alpha = \frac{b^2 \rho_0}{8\pi R_G T_0}, \quad (7)$$

где R_G – газовая постоянная, а

$$b = \frac{H}{\rho},$$

характеризует отношение магнитного и теплового давлений в невозмущенной атмосфере.

Соотношения (6) связывают параметры газа за волной с параметрами невозмущенной атмосферы, скорость ударной волны в них является неизвестной. Для ее определения воспользуемся уравнением, выполняющимся на характеристике C_+

$$\frac{dP}{d\eta} + \rho a \frac{dU}{d\eta} + \rho U \frac{a^2}{R} + A \frac{d\alpha}{d\eta} = 0. \quad (8)$$

Здесь

$$P = \rho RT + \frac{H^2}{8\pi} \quad (9)$$

– полное давление в среде;

$$a = \sqrt{a_s^2 + \frac{H^2}{4\pi\rho}} \quad (10)$$

– скорость быстрой магнитозвуковой волны; a_s – скорость звука;

$$A = -\rho^2 u (2 - \gamma).$$

В уравнении (8) дифференцирование проводится по направлению характеристики C_+ , то есть

$$\frac{d}{d\eta} = \frac{\partial}{\partial t} + (u + a) \frac{\partial}{\partial r}. \quad (11)$$

Соотношения (6) вместе с уравнением (8) образуют замкнутую систему для определения параметров газа за ударной волной и скорости ударной волны при заданных законах распределения

параметров невозмущенной атмосферы и магнитного поля в ней.

Уравнение (8) должно интегрироваться при начальных условиях

$$U = U_0, \quad P = P_0, \quad \rho = \rho_0, \quad (12)$$

при $t = 0$ и $r = R_0$,

либо при других условиях, эквивалентных (12).

В частности, для точечного взрыва с линейной плотностью энергии ϵ_0 и скоростью ударного фронта U_0 в момент времени $t = 0$

$$U_0 = \sqrt{\frac{\gamma^2 - 1}{2\rho_0}} \epsilon_0. \quad (13)$$

3. Чтобы выяснить, как неоднородности плотности газа и магнитного поля невозмущенной атмосферы влияют на движение фронта МГД ударной волны, рассмотрим задачу о цилиндрическом взрыве на границе двух полупространств с различными свойствами. Такая модель невозмущенной атмосферы, давая качественное представление о взрыве в плавно неоднородной среде, позволит также учесть наличие в атмосферах сильно неоднородных спорадических слоев [1,6].

Пусть ось взрыва (ось z) расположена в плоскости раздела ($y = 0$) полупространств. Вдоль осей x и z невозмущенная атмосфера однородна, вдоль оси y неоднородны как плотность, так и магнитное поле.

Рассмотрим вначале обычный взрыв в среде без магнитного поля. Плотность невозмущенной атмосферы ρ_1 задавалась в виде

$$\frac{\rho_1}{\rho_0} = \begin{cases} 1 + \frac{1}{2} \frac{y^2}{L^2}, & y \geq 0, \\ 1, & y < 0, \end{cases} \quad (14)$$

где L – характерный масштаб неоднородности среды. Температура T_0 невозмущенной атмосферы считалась постоянной. Для сокращения времени вычислений начальный радиус R_0 ударной волны выбирался равным L . Уменьшение его не приводит к изменению качественной картины взрыва. Отличие нашего рассмотрения от более ранних работ [5,7,11] состоит в том, что мы не пренебрегаем противодавлением, что возможно лишь при перепаде давлений на фронте ударной волны $p_2/p_1 > 40$ [2,5].

На рис. 1 приведены зависимости радиуса цилиндрической ударной волны от полярного угла

ϕ , отсчитываемого от оси x , для различных значений безразмерного времени τ

$$\tau = t/T,$$

где $T = L/U_0$.

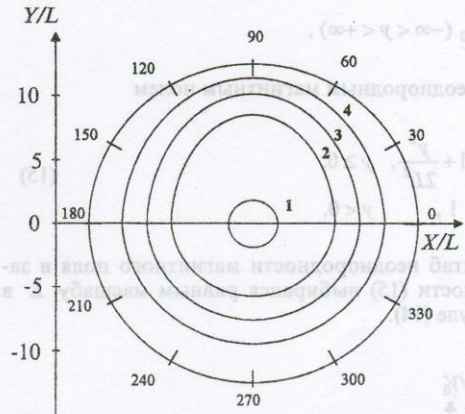


Рис. 1. Движение фронта цилиндрической ударной волны в неоднородной атмосфере

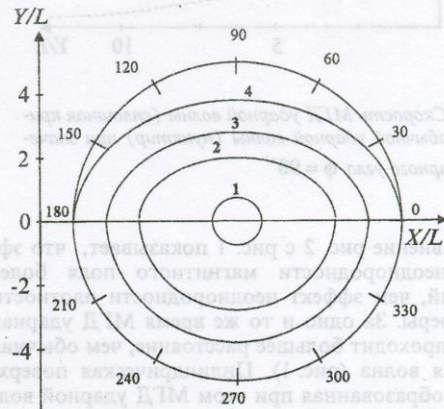


Рис. 2. Движение фронта цилиндрической ударной волны в атмосфере с неоднородным магнитным полем

В эффект сплющивания волны при распространении в сторону положительных значений дает вклад и усиливающееся противодавление

$$P_1 = \rho_1 R T_0,$$

где ρ_1 определено формулой (14).

На рис. 2 представлены зависимости радиуса МГД ударной волны от полярного радиуса в различные моменты времени в однородной изотермической атмосфере

$$\rho_1 = \rho_0 \quad (-\infty < y < +\infty),$$

но с неоднородным магнитным полем

$$\frac{H_1}{H_0} = \begin{cases} 1 + \frac{y^2}{2L^2}, & y \geq 0, \\ 1, & y < 0. \end{cases} \quad (15)$$

Масштаб неоднородности магнитного поля в зависимости (15) выбирался равным масштабу L в формуле (14).

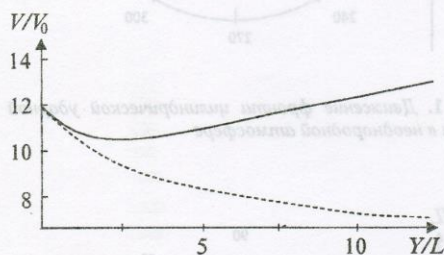


Рис. 3. Скорость МГД ударной волны (сплошная кривая) и обычной ударной волны (пунктир) при значении полярного угла $\varphi = 90^\circ$

Сравнение рис. 2 с рис. 1 показывает, что эффект неоднородности магнитного поля более сильный, чем эффект неоднородности плотности атмосферы. За одно и то же время МГД ударная волна проходит большее расстояние, чем обычная ударная волна (рис. 1). Цилиндрическая поверхность, образованная при этом МГД ударной волной, оказывается более сплюсненной. Эти эффекты объясняются ускоряющим действием силы Лоренца, возникающей на фронте ударной волны [13]. На рис. 3 приведены зависимости от координаты нормированных скоростей МГД ударной волны (сплошные кривые) и обычной ударной волны

(пунктир) при значении полярного угла $\varphi = 90^\circ$. Видно, что зависимости скоростей качественно различны. Увеличение плотности невозмущенной атмосферы уменьшает скорость ударной волны, увеличение же магнитного поля в атмосфере приводит к ее возрастанию.

Литература

1. Г. И. Петров, В. П. Стулов. Космические исследования. 1975, 13, №4, с. 587-594.
2. В. А. Бронштэн. Известия АН СССР. Механика жидкости и газа. 1970, 6, с. 108-111.
3. А. С. Kolb. Phys. Rev. 1958, 112, No. 2, pp. 291-296.
4. Г. Г. Черный. Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью. Москва, ФМ, 1959, 260 с.
5. В. П. Коробейников. Задачи теории точечного взрыва. Москва, Наука, 1985, 400 с.
6. В. Е. Фортгов, Ю. Н. Гнедин, М. Ф. Иванов, А. В. Ивлев, Б. А. Клумов. УФН, 1996, 116, №4, с. 391-422.
7. А. С. Компанец. Доклады АН СССР, 1960, 130, №5, с. 1001-1003.
8. Л. И. Седов. Методы подобия и размерности в механике. Москва, Наука, 1972, 440 с.
9. Дж. Уизем. Линейные и нелинейные волны. Москва, Мир, 1977, 618 с.
10. Ю. П. Райзер. ПМТФ, 1964, №4, с. 49-56.
11. И. А. Климишин. Ударные волны в оболочках звезд. Москва, Наука, 1984, 215 с.
12. D. G. Korycansky. Astrophys. J. 1992, 398, Oct. 10, pp. 184-189.
13. А. А. Боева, Г. Э. Карвицкий. Кинематика и физика небесных тел. 1996, 12, №2, с. 48-52.
14. Б. И. Гнатык. Проблемы космической физики. 1983, 17, с. 112.
15. А. Г. Куликовский, Г. А. Любимов. Магнитная гидродинамика. Москва, ФМ, 1962, 247 с.

Cylindrical Explosion in Nonhomogeneous Plasma Atmosphere with Magnetic Field

A. A. Boeva

The problem of cylindrical explosion in nonhomogeneous plasma atmosphere with magnetic field oriented along the explosion axis was investigated. To solve the problem the author used an approximate method which combines Kompaneetz's equation and characteristics method by Whitham.

The shock wave form was numerically calculated for concrete laws of the variation of density and magnetic field in the undisturbed atmosphere, also the influence of magnetic field on the shock wave velocity was estimated.