

## Магнитогазодинамическая радиационная ударная волна в неоднородной среде

А. А. Боева

Харьковский государственный университет  
Харьков, 310077, пл. Свободы, 4  
e-mail: anna@karv.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 6 января 1998 г.

Рассматривается распространение плоской магнитогазодинамической радиационной ударной волны в неоднородной плазменной среде и поперечном магнитном поле. Исследование проводится методом Уизема для случая среды с экспоненциально убывающей плотностью и немонокотным распределением температуры. Подобное распределение параметров характерно, например, для солнечной хромосферы. Получены зависимости числа Маха  $M$  ударной волны, а также параметров газа за фронтом волны вдоль пути ее распространения при произвольных значениях напряженности магнитного поля. Рассмотрено влияние магнитного поля на скачки параметров газа за фронтом волны при начальном числе Маха  $M_0 = 1,5$  и  $M_0 = 10$ .

Розглядається розповсюдження плоскої магнітогазодинамічної ударної хвилі в неоднорідному плазмовому середовищі та поперечному магнітному полі. Дослідження проводиться методом Уізема для випадку середовища з експоненційно спадаючою густиною і немонотонним розподілом температури. Подібний розподіл параметрів є характерним для сонячної хромосфери. Отримано залежності швидкості розповсюдження ударної хвилі, а також параметрів газу за фронтом хвилі вздовж траси розповсюдження при довільних значеннях магнітного поля. Розглянуто вплив магнітного поля на стрибки параметрів газу за фронтом хвилі при  $M_0 = 1,5$  і  $M_0 = 10$ .

Рассматривается задача о нахождении скорости движения и скачков полей на фронте поперечной радиационной магнитогазодинамической (МГД) ударной волны, распространяющейся в плазменной среде с монотонно убывающей плотностью и немонокотным пространственным распределением температуры. Примером такой среды может служить солнечная хромосфера.

Показано, что магнитное поле заметно влияет на величины скачков параметров газа в сравнительно слабых МГД ударных волнах (с числом Маха  $M < 10$ ). При этом характер изменения скачков плотности, температуры, магнитного поля зависит от характера изменения температуры невозмущенной среды. При движении МГД ударных волн в область уменьшения температуры магнитное поле охлаждает газ за волной, при движении же в область с растущей температурой дополнительно его нагревает. Скорость МГД ударной волны также чувствительна к характеру изменения температуры невозмущенной среды. При экспоненциально убывающей плотности волна замедляется, входя в область с увеличивающейся температурой.

Для сильных МГД ударных волн ( $M > 10$ ) картина несколько иная. Волна только ускоряется,

однако характер влияния магнитного поля на скачки полей сохраняется.

С увеличением магнитного параметра величины скачков растут, сохраняя знак своего изменения по отношению к обычной ударной волне. Скорость движения ударной волны при этом увеличивается, хотя и достаточно медленно.

1. Исследование свойств МГД ударных волн в среде газ-излучение представляет большой интерес при изучении высокотемпературных явлений как в обычной, так и в магнитной газодинамике.

Примерами таких явлений могут служить процессы, происходящие в МГД ударных трубах [1], в атмосферах звезд и планет [2]. С распространением ударных волн связывают образование спикул в солнечной атмосфере и радиовсплесков в солнечной короне [3]. Важность МГД ударных волн, как движущихся токовых слоев, для нагрева верхних слоев солнечной хромосферы и короны обсуждается в [4].

В теории движения МГД ударных волн важное место занимают две задачи, решаемые последовательно:

а) задача нахождения скачков полей плотности, температуры и т. д. и скорости ударной волны;

б) задача о структуре МГД ударной волны, определяемой процессами вязкости, электропроводности, переноса излучения и др. при заданных величинах скачков полей и скорости движения волны [2,5,6,7].

Первая задача либо имеет точное аналитическое решение для небольшого класса автомодельных задач, либо решается путем численного интегрирования уравнений газодинамики с учетом процессов переноса, либо с помощью приближенных аналитических методов (Уизема, Чизнелла, Бринкли-Кирквуда и их модификаций [2]).

Свойства обычных радиационных ударных волн (то есть волн, структура которых определяется в основном потоком теплового излучения) к настоящему времени изучены достаточно подробно, как в однородных, так и в неоднородных средах [2]. Например, задача а) для таких волн рассмотрена в работе [8].

Структура обычной радиационной ударной волны подробно изучалась в работах [8,9] при рассмотрении задачи о сильном взрыве в атмосфере, в работах [2,11] в связи с исследованием эффектов, возникающих при выходе ударной волны на поверхность звезды.

Свойства радиационных МГД ударных волн изучались только в однородной среде [12,13]. В работе [13] задача решалась путем численного интегрирования уравнения магнитной газовой динамики и уравнения переноса излучения в диффузном приближении для небольшого интервала времени после взрыва. Структура МГД ударной волны в высокотемпературном гиперзвуковом потоке газа изучалась в [14].

Целью настоящей работы является решение задачи о нахождении скорости движения и величин скачков на фронте поперечной радиационной МГД ударной волны в неоднородной среде.

Задача решается с помощью метода Уизема [15]. Отметим, что для обычных ударных волн этот метод достаточно хорошо усовершенствован [2,16,17] путем сравнения с известными точными решениями и дает высокую точность при большой экномии времени вычислений.

Для магнитогазодинамических ударных волн такой коррекции метода Уизема еще нет. Поэтому в данной работе он использован в исходном варианте с измененными давлением и скоростью малых возмущений. В дальнейшем автор предполагает осуществить модификацию метода Уизема для МГД ударных волн, аналогичную приведенным в [6,16,17].

В настоящей работе рассматривается достаточно сложный случай распределения параметров невозмущенной среды, когда при экспоненциально убывающей плотности температура изменяется

немонотонно, как это происходит, например, в солнечной хромосфере [3,4]. Влияние такого эффекта эквивалентно учету противодавления, существенного при рассмотрении сравнительно слабых ударных волн, особенно радиационных.

В работе найдены скачки полей температуры, плотности, магнитного поля на фронте волны и скорость ее движения, изучено влияние на них магнитного параметра и характера неоднородности невозмущенной среды.

2. Рассмотрим одномерную неоднородную бесконечную ( $-\infty < x < \infty$ ) среду, состояние которой задано распределениями плотности  $\rho_1(x)$ , температуры  $T_1(x)$  и магнитного поля  $\vec{H}_1\{0, H_1(x), 0\}$ .

Среда предполагается ионизированной и достаточно горячей, так что давление равновесного теплового излучения

$$P_R = \frac{1}{3} a_R T_1^4 \quad (1)$$

( $a_R$  – постоянная плотности излучения) сравнимо с газовым  $P$  и магнитным  $P_M$  давлениями

$$P = \rho_1 R T_1, \quad P_M = H_1^2(x) / 8\pi, \quad (2)$$

где  $R$  – универсальная газовая постоянная.

В среде вдоль направления неоднородности распространяется поперечная радиационная МГД ударная волна со скоростью  $U(x)$ . Подобной структурой обладают, например, волны в экваториальной области атмосфер звезд и планет с дипольным магнитным полем [3], ударные волны над центральными областями солнечных гранул и над активными областями хромосферы [3,4], цилиндрические волны, расходящиеся от движущихся в атмосфере кометных осколков [18]. Кроме того, поперечная волна достаточно хорошо моделирует “косую” ударную волну, распространяющуюся под углом  $\theta \geq 55^\circ$  к магнитному полю [19].

Разъясним более подробно задачу, которая будет решаться ниже, пользуясь известными свойствами радиационных ударных волн. На рис. 1, согласно [5,10], показано распределение температуры  $T$  в зависимости от пространственной координаты  $\tau$ . Переходный ударный слой  $\tau_2 \leq \tau \leq \tau_1$  отделяет часть пространства, занятого покоящимся газом (область 1) от области течения за волной (область 2).

Пространственная структура переходного слоя определяется процессами вязкости, теплопроводности и процессами переноса излучения. Вязкость и теплопроводность предполагаются малыми настолько, что толщина ударной волны  $\tau_1 - \tau_2$  определяется только процессом переноса излучения и является величиной порядка нескольких оптических толщин. В ударном слое поток излучения, переходя через оптически тонкий вязкий скачок (при  $\tau = 0$ ), перераспределяет энергию между различно нагретыми областями газа. На границах ударного слоя поток излучения обращается в нуль, и связь параметров газа в областях (1) и (2) (в том числе и температур  $T_1$  и  $T_2$ ) находится из законов сохранения потоков массы, импульса и энергии для сред с равновесным излучением. Ситуация изменится, если волна выходит, например, на поверхность звезды [11]. В этом случае в законе сохранения потока энергии должен быть учтен поток излучения, уходящий на бесконечность. Однако данная ситуация рассматриваться в работе не будет.

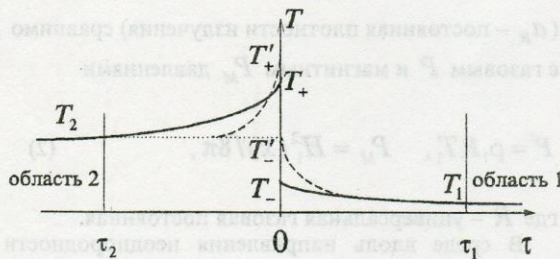


Рис. 1. Пространственная структура радиационной ударной волны

Распределение полей в ударном слое и значения температур  $T_+$  и  $T_-$  (см. рис. 1) на вязком скачке определяется путем решения уравнения переноса излучения при заданных значениях температур  $T_1$  и  $T_2$  на границах ударного слоя. "Изотермический" скачок характеризуется равенством температур  $T'_- = T_2$  и узким пиком температуры вблизи  $\tau = 0$  (пунктир на рис. 1).

Ниже будет рассматриваться только задача определения скорости движения и величин скачков на фронте ударной волны, распространяющейся в оптически толстой плазменной среде.

3. Соотношения на фронте поперечной МГД ударной волны [19], связывающие параметры газа перед волной (индекс 1) и за волной (индекс 2) можно записать в следующей форме:

$$\delta_1 \eta_1 = \delta_2 \eta_2, \tag{3}$$

$$\delta_1 \eta_1^2 + \delta_1 \theta_1 + \alpha \delta_1^2 + \beta \theta_1^4 = \delta_2 \eta_2^2 + \delta_2 \theta_2 + \alpha \delta_2^2 + \beta \theta_2^4, \tag{4}$$

$$\begin{aligned} & \delta_1 \eta_1 \theta_1 \frac{\gamma}{\gamma-1} + \frac{1}{2} \delta_1 \eta_1^3 + 4\beta \eta_1 \theta_1^4 + 2\alpha \delta_1^4 \eta_1 = \\ & = \delta_2 \eta_2 \theta_2 \frac{\gamma}{\gamma-1} + \frac{1}{2} \delta_2 \eta_2^3 + 4\beta \eta_2 \theta_2^4 + 2\alpha \delta_2^4 \eta_2. \end{aligned} \tag{5}$$

Здесь  $\gamma$  – показатель политропы,

$$\theta_i = T_i / T_0, \quad \delta_i = \rho_i / \rho_0, \quad i = 1, 2 \tag{6}$$

– соответственно безразмерные температура и плотность,

$$\eta_1 = U / \sqrt{\gamma R T_0} \tag{7}$$

– скорость движения ударной волны и

$$\eta_2 = (U - u) / \sqrt{\gamma R T_0} \tag{8}$$

– относительная скорость движения газа за волной. В качестве характерных величин в (3)-(5) выбраны плотность  $\rho_0$  и температура  $T_0$  невозмущенной среды в начальной точке траектории волн.

В соотношения (3)-(5) входят четыре неизвестные величины  $\eta_1$ ,  $\eta_2$ ,  $\delta_2$ ,  $\theta_2$ , зависящие от двух параметров: магнитного –

$$\alpha = \frac{P_{M0}}{P_{G0}} = \frac{H_0^2}{8\pi \rho_0 R T_0} \tag{9}$$

и радиационного –

$$\beta = \frac{P_{R0}}{P_{G0}} = \frac{1}{3} \frac{a_R T_0^3}{\rho_0 R}, \tag{10}$$

где  $P_{M0}$ ,  $P_{R0}$ ,  $P_{G0}$ , соответственно, магнитное, радиационное и газовое давления в невозмущенном потоке газа. Для нахождения скорости ударной волны  $\eta_1$  в неоднородной среде использовал

ся метод Уизема [15], согласно которому система (3)-(4) замыкалась уравнением

$$\frac{d}{dx} \left[ 1 + \frac{\alpha \delta_2}{\theta_2} + \theta_2^3 \right] + \frac{\sqrt{\gamma}}{\theta_2} \left[ \frac{(1 + 4\beta \theta_2^3 / \delta_2)}{\gamma(1 + 12\beta \theta_2^3 / \delta_2 (\gamma - 1))} + 1 + 2\alpha \delta_2 \right] \times \frac{d}{dx} (\eta_1 - \eta_2) = 0 \quad (11)$$

( $a_S$  – скорость звука), выполняющимся вдоль характеристики  $C_+$ :

$$\frac{dx}{dt} = u + a_M. \quad (12)$$

В (12)  $a_M$  – скорость быстрой радиационной магнитозвуковой волны. Выражение для  $a_M^2$  можно записать в следующей форме:

$$a_M^2 = a_S^2 \left[ \frac{(1 + 4\beta \theta_0^3 / \delta_0)(\gamma - 1)}{\gamma(1 + 12\beta \theta_0^3 / \delta_0 (\gamma - 1))} + 1 + 2\alpha \delta_0 \right], \quad (13)$$

где  $a_S = (\gamma R T_0)^{1/2}$  – скорость звука в невозмущенном газе.

Формула (13) при  $\alpha = 0$  совпадает с выражением для скорости малых возмущений в среде без магнитного поля [12]. Последнее слагаемое в (13)

$$2\alpha \delta_0 = \frac{H_0^2}{4\pi \rho_0}$$

характеризует влияние магнитного поля на ударную волну. Если радиационное давление пренебрежимо мало, скорость  $a_M$  переходит в скорость быстрой магнитозвуковой волны, поскольку только такой тип возмущений может распространяться строго поперек магнитного поля. Поэтому  $a_M$  в этом случае можно рассматривать как скорость быстрой радиационной магнитозвуковой волны. Уравнение (11) является обобщением характеристического уравнения, полученного в [18]. Первое слагаемое в нем – производная от суммарного давления  $P = P_G + P_M + P_R$ , выраженного в переменных (6), вдоль характеристики  $C_+$ . Второе

слагаемое – член  $\rho a_M \frac{du}{dx}$  в тех же переменных,

где  $a_M$  определяется формулой (13).

Суть приближенного метода Уизема можно пояснить, исходя из точной постановки задачи об одномерном движении идеального газа с ударной волной, вызванного, например, движением поршня. Движение газа в этом случае происходит в области с перемещающимися границами (поршень – ударная волна). Решение уравнений газодинамики, как правило (см. [18]), может быть построено с помощью характеристик  $C_+$  и  $C_-$ , играющих роль носителей возмущений от границ вглубь области, соответственно вперед от поршня ( $C_+$ ) и назад от ударной волны ( $C_-$ ). Если возмущения, вносимые потоком перед ударной волной малы, то основную роль в построении решения и формировании потока газа за ударной волной играет характеристика  $C_+$ , так как это и имеет место в методе Уизема.

Для достаточно сильных ударных волн соотношения (3)-(5) могут быть разрешены методом последовательных приближений [18], влияние излучения может быть учтено при этом введением эффективного показателя политропы газ – излучение [2,8,20]. Однако решение уравнения (11) для достаточно сложного пространственного распределения параметров невозмущенной среды и с учетом противодействия требует численного интегрирования, поэтому в дальнейшем система (3)-(5) будет анализироваться численно.

4. Для выяснения качественного влияния магнитного поля на распространение ударной волны выберем для примера более сложную, чем обычно рассматривается [2], среду с экспоненциально убывающей вдоль пути распространения плотностью и немонотонным распределением температуры. Подобная ситуация возникает в условиях, когда ударная волна переходит из одной нагретой области в другую. Таким распределением параметров обладает, например, солнечная хромосфера.

Плотность невозмущенного газа будет описываться формулой

$$\rho_1(x) = \rho_0 e^{-1,16x/h}, \quad (14)$$

где  $h = 10^6$  м,  $\rho_0 = 2,5 \cdot 10^{-10}$  кг/м<sup>3</sup>.

Распределение невозмущенной температуры  $T_1(x)$  зададим в виде

$$T_1(x) = T_0 \left\{ -0,04143 \left( \frac{x}{h} \right)^4 + 0,0833 \left( \frac{x}{h} \right)^3 + 0,2841 \left( \frac{x}{h} \right)^2 - 0,4578 \left( \frac{x}{h} \right) + 1 \right\}, \quad (15)$$

где  $T_0 = 5343$  К.

Пространственное распределение магнитного поля найдем из условий вмороженности

$$\frac{H_1(x)}{\rho_1(x)} = b = \frac{H_0}{\rho_0}, \quad (16)$$

где для начальной индукции  $H_0$  магнитного поля выбиралось значение

$$H_0 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ Тл,}$$

характерное для областей над центральными частями конвективных ячеек [3,4]. В этих условиях магнитное, газовое и радиационное давления являются величинами одного порядка, а параметры

$$\alpha \sim \beta \sim 1.$$

Для показателя политропы выбиралось значение  $\gamma = 1,6$ , характерное для рассматриваемого диапазона температур [19]. Вертикальным скоростям движения гранул порядка 2 км/с [3,4] соответствуют начальные магнитные числа Маха ударных волн  $M_0 \approx 1,5$ .

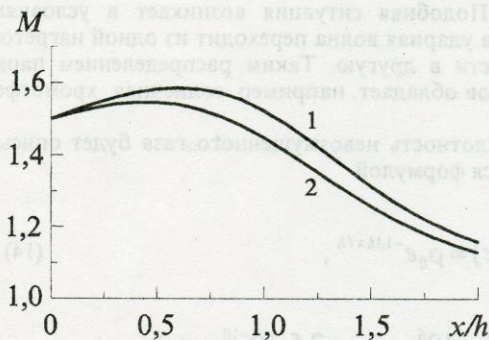


Рис. 2. Зависимости числа Маха ударной волны от высоты хромосферы при  $M_0 = 1,5$ :

1 – при  $\alpha = 0,9$ ; 2 – при  $\alpha = 0$

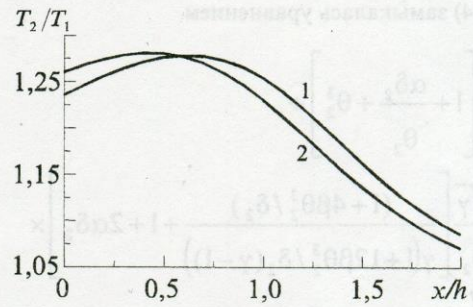


Рис. 3. Зависимости скачка температур на фронте ударной волны от высоты хромосферы при  $M_0 = 1,5$ :

1 – при  $\alpha = 0,9$ ; 2 – при  $\alpha = 0$

На рис. 2 и 3 (кривые 1) представлены зависимости магнитного числа Маха ударной волны и перепада температур на фронте ударной волны ( $M_0 = 1,5$ ) от расстояния при ее распространении вверх по хромосфере. Там же для сравнения (кривые 2) представлены соответствующие кривые для волны без магнитного поля.

Скачки других параметров – плотности, температуры, магнитного поля и давления – качественно ведут себя аналогично скачку температуры.

Прежде всего обращает на себя внимание немонотонность зависимостей свойств волны от высоты, связанная с характером неоднородности невозмущенной атмосферы. На малых высотах волна ускоряется, величины скачков растут, но начиная с высоты  $x \approx 0,5h$  волна замедляется. Уменьшаются и величины скачков полей.

Влияние магнитного поля на скорость волны и величины скачков различно. Скорость магнитогазодинамической волны больше скорости обычной ударной волны во всей области движения, что связано с ускоряющим действием силы Лоренца.

Скачки же величин в МГД ударной волне меньше, чем в волне без магнитного поля на начальном этапе движения, где температура невозмущенной среды уменьшается, и больше – в области с растущей температурой.

Таким образом, магнитное поле охлаждает газ за волной при движении ее в область с уменьшающейся температурой и дополнительно нагревает его при движении в более горячую область. Это связано с наличием дополнительного магнитного канала влияния невозмущенной среды на внутреннюю энергию газа за волной. Скачки других величин – плотности, скорости, магнитного поля – качественно ведут себя подобно скачку температуры.

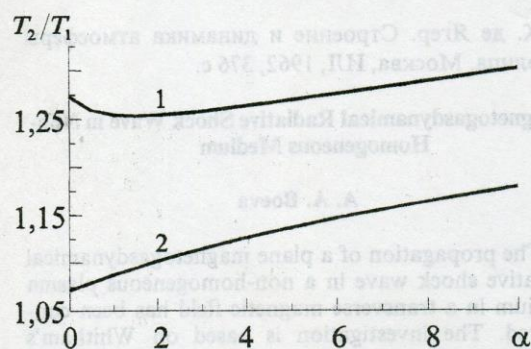


Рис. 4. Зависимости скачков температуры на фронте ударной волны от магнитного параметра  $\alpha$  в двух сечениях хромосферы при  $M_0 = 10$ :

1 -  $x/h = 0,1$  и 2 -  $x/h = 1$

На рис. 4 представлены зависимости величин скачков температуры от магнитного параметра  $\alpha$  в двух различных сечениях хромосферы: в области относительного охлаждения  $x/h = 0,1$  (кривая 1) и области относительного нагрева  $x/h = 1$  (кривая 2). Видно, что с увеличением магнитного параметра эти эффекты усиливаются. Скорость волны увеличивается с ростом  $\alpha$ , хотя и достаточно медленно.

На рис. 5 представлена зависимость скачка температуры от магнитного параметра для сильной ударной волны и начального числа Маха  $M_0 = 10$  для двух сечений атмосферы:  $x/h = 0,1$  (кривая 1) и  $x/h = 2$  (кривая 2). Такие ударные волны возможны над активными областями, где магнитная индукция может достигать величины  $\approx 0,2$  Тл [8,16].

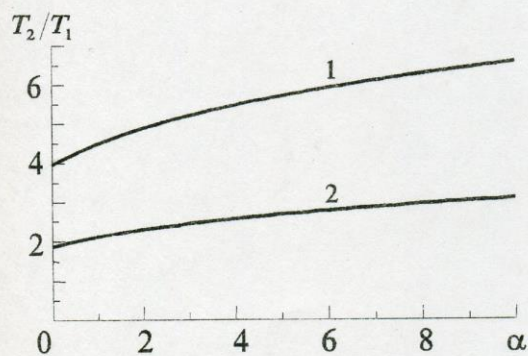


Рис. 5. Зависимость скачка температуры от магнитного параметра для двух сечений:

1 -  $x/h = 0,1$  и 2 -  $x/h = 2$

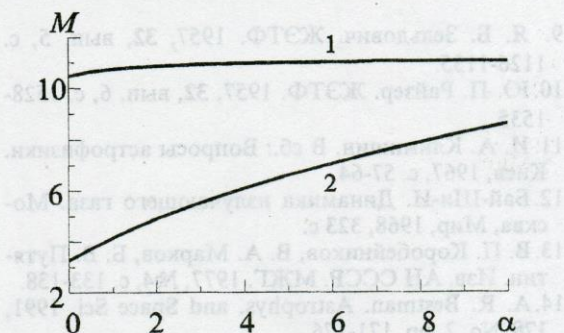


Рис. 6. Зависимости магнитного числа Маха волны от магнитного параметра  $\alpha$  в двух сечениях:

1 -  $x/h = 0,1$  и 2 -  $x/h = 2$

Видно, что скачки температур увеличиваются с ростом  $\alpha$  в обоих сечениях. Вместе с тем, зависимость скачков  $T$  от высоты остается не монотонной, хотя максимумы их сдвигаются уже на высоту  $x/h \approx 1$ . По-прежнему, как и в слабой МГД ударной волне, магнитное поле охлаждает газ за волной по сравнению с обычной ударной волной при  $x/h < 1$  и нагревает его в более высоких слоях.

На рис. 6 представлены зависимости магнитного числа Маха ударной волны в двух различных сечениях  $x/h = 0,1$  (кривая 1) и  $x/h = 2$  (кривая 2) от магнитного параметра  $\alpha$ . Видно, что  $M$  достаточно велико на больших высотах, волна приходит туда мощной и может оказать достаточно сильное влияние на верхние слои атмосферы.

#### Литература

1. А. Л. Великович, М. А. Либерман. Физика ударных волн в газах и плазме. Москва, Наука, 1987, 294 с.
2. И. А. Климишин. Ударные волны в оболочках звезд. Москва, ФМ, 1984, 216 с.
3. С. А. Каплан, С. Б. Пикельнер, В. Н. Цытович. Физика плазмы солнечной атмосферы. Москва, Мир, 1985, 589 с.
4. Э. Р. Прист. Солнечная магнитогазодинамика. Москва, Мир, 1985, 589 с.
5. Я. Б. Зельдович, Ю. П. Райзер. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. Москва, ФМ, 1963, 632 с.
6. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред. Москва, ФМ, 1959, 532 с.
7. Р. Мизес. Математическая теория течений сжимаемой жидкости. Москва, ИЛ, 1961, 588 с.
8. И. А. Климишин. *Астрономический журнал*. 1962, 39, №5, с. 887-893.

9. Я. Б. Зельдович. ЖЭТФ. 1957, **32**, вып. 5, с. 1126-1135.  
 10. Ю. П. Райзер. ЖЭТФ. 1957, **32**, вып. 6, с. 1528-1535.  
 11. И. А. Климишин. В сб.: Вопросы астрофизики. Киев, 1967, с. 57-64.  
 12. Бай-Ши-И. Динамика излучающего газа. Москва, Мир, 1968, 323 с.  
 13. В. П. Коробейников, В. А. Марков, Б. В. Путьтин. Изв. АН СССР. МЖГ. 1977, №4, с. 133-138.  
 14. A. R. Bestman. Astrophys. and Space Sci. 1991, **178**, No. 2, pp. 171-176.  
 15. Дж. Уизем. Линейные и нелинейные волны. Москва, Мир, 1977, 622 с.  
 16. Б. И. Гнатык. Проблемы космической физики. 1983, **17**, с. 112.  
 17. И. А. Климишин, Б. И. Гнатык. Астрофизика. 1981, **17**, вып. 3, с. 547-555.  
 18. В. Е. Фортов, Ю. Н. Гнедин, М. Ф. Иванов, А. В. Ивлев, Б. А. Клумов. УФН, 1996, **166**, №4, с. 391-922.  
 19. Ф. А. Баум, С. А. Каплан, К. П. Станюкович. Введение в космическую газодинамику. Москва, ФМ, 1958, 424 с.

20. К. де Ягер. Строение и динамика атмосферы Солнца. Москва, ИЛ, 1962, 376 с.

**Magnetogasdynamical Radiative Shock Wave in Non-Homogeneous Medium**

A. A. Boeva

The propagation of a plane magnetogasdynamical radiative shock wave in a non-homogeneous plasma medium in a transverse magnetic field has been considered. The investigation is based on Whitham's method for the case of the medium with exponentially decreasing density and nonmonotonic temperature. The Mach number  $M$  of the shock wave and gas parameters behind the wave front as functions of the coordinate along the propagation track at arbitrary values of magnetic field intensity are found. The influence of magnetic field on the gas parameters changes on the shock front is investigated at the initiative values of Mach number  $M_0 = 1.5$  and  $M_0 = 10$ .

