Радиофизика и радиоастрономия, 1997, т. 2, №3, 292-297

УДК 520.87;519.832;519.816

Методы решения задач распределения ресурсов планетной радиолокации в игровой постановке

В. Б. Толубко, В. М. Бильчук

Харьковский военный университет
310043, Харьков, пл. Независимости, 6

Статья поступила в редакцию 22 октября 1997 г.

Рассматриваются два класса задач распределения ресурсов планетной радиолокации и методы их решения в терминах теории игр.

Розглядаються два класи задач розподілу ресурсів планетної радіолокації та методи їх рішення у термінах теорії ігор.

Постановка и возможность решения ряда задач планетной радиолокации связаны с целесообразным распределением ресурсов, под которыми можно понимать мощность и длительность импульса, эффективную площадь антенны, электрическую конфигурацию фазированной антенной решетки, чувствительность приемника и другое. Задачу планетной радиолокации можно рассматривать в постановке математической теории игр, в которой другой играющей стороной оказывается природа, к "ресурсам" которой могут быть отнесены такие параметры, как статистические характеристики помехи (шума), определенные по предшествующим измерениям; показатели пространственного спектра шероховатостей поверхности планеты; радиофизические характеристики планеты (например, температура, плотность на поверхности и другое).

В формализованной постановке следует говорить о двух системах (сторонах) А и В, где А - суть оперирующая сторона. Согласно [1,2] взаимодействие сторон А и В можно трактовать как операцию, под которой понимают систему целенаправленных действий, объединенных общим замыслом и единой целью. Понятие операции включает:

- деятельность лица, принимающего решение и организующего операцию на основе выбора рационального способа использования активных средств (ресурсов) для достижения цели операции;
- объекты воздействия активных средств, находящиеся в распоряжении другой играющей стороны в операции.

Из отмеченного выше следует, что стороны А и В по своей природе преследуют противоположные конечные цели, поэтому одним из возможных формализованных описаний их взаимодействия является матричная антагонистическая игра Γ_C двух лиц с нулевой суммой и с матрицей $\mathbf{C} = \left\|\mathbf{C}_{ij}\right\|_{m,n}$. Пусть $\mathbf{V}\left(\mathbf{C},\mathbf{X}_C^*,\mathbf{Y}_C^*\right)$ - цена игры, $\mathbf{X}_C^*$ и $\mathbf{Y}_C^*$ - векторы оптимальных смешанных стратегий сторон А и В - суть решение игры Γ_C в смешанных стратегиях.

Рассмотрим взаимодействие сторон, которое описывается игрой Γ_{C1} с матрицей $\mathbf{C1} = \left\|\mathbf{C}_{ij}^{(1)}\right\|_{m,n}$, а ее решение есть

$$\mathbf{V}\left(\mathbf{C1},\mathbf{X}_{C1}^*,\mathbf{Y}_{C1}^*\right),$$

$$\mathbf{X}_{C1}^* = \{\mathbf{x}_i^{*C1}\},\ \mathbf{i} = \overline{\mathbf{1,m}},\ \mathbf{Y}_{C1}^* = \{\mathbf{y}_j^{*C1}\},\ \mathbf{j} = \overline{\mathbf{1,n}}.$$

Исходим из того, что во взаимодействии двух сторон оперирующая сторона А по принятому показателю эффективности операции обладает превосходством, если средний гарантированный результат операции $\mathbf{V}\left(\mathbf{C1},\mathbf{X}_{C1}^*,\mathbf{Y}_{C1}^*\right) > 0$. Пусть при взаимодействии сторон, описываемом игрой Γ_C, сторона А не обладает превосходством. Тогда величина

$$\delta_A = \mathbf{V}\left(\mathbf{C1},\mathbf{X}_{C1}^*,\mathbf{Y}_{C1}^*\right) - \mathbf{V}\left(\mathbf{C},\mathbf{X}_C^*,\mathbf{Y}_C^*\right)$$

может быть определена как рекомендация стороны А по среднему гарантированному результату ее взаимодействия в двустороннем конфликте для обеспечения достижения регламентируемого уровня превосходства.

Реализовать рекомендацию δ_A в игре Γ_{C1} сторона А может за счет распределения своих резервных ресурсов $\mathbf{N_A}$, чем обеспечивает себе превосходство уровня

$$\Delta_A = V\left(C1, X^*_{C1}, Y^*_{C1}\right) = V\left(C, X^*_C, Y^*_C\right) + \delta_A$$

по среднему гарантированному результату над стороной B.

Отметим известный факт, что если к элементам матрицы $C = \left\|C_{ij}\right\|_{m,n}$ некоторой игры Γ_C, решение которой суть

$$V\left(C, X^*_C, Y^*_C\right),$$

$$X^*_C = \{x_i^{*C}\},\ i = \overline{1,m},\ Y^*_C = \{y_j^{*C}\},\ j = \overline{1,n},$$

прибавить постоянное число δ, то цена игры также увеличится на δ, то есть

$$V\left(C+\delta, X^*_{C+\delta}, Y^*_{C+\delta}\right) =$$

$$= V\left(C+\delta, X^*_C, Y^*_C\right) = V\left(C, X^*_C, Y^*_C\right) + \delta,$$

а оптимальные стратегии действий сторон сохранятся

$$X^*_{C+\delta} = X^*_C,\ Y^*_{C+\delta} = Y^*_C.$$

Тогда очевидно, что для достижения стороной A превосходства Δ_A в двустороннем конфликте, который описывается игрой $\Gamma_{C+\delta}$, по сравнению с конфликтной ситуацией, которая описывается игрой Γ_C, оперирующая сторона должна назначить по среднему результату рекомендацию уровня δ_A. А это значит, что стороне A необходимо располагать таким резервом N_A, который обеспечивает прирост на δ_A единиц ресурсов для любой пары чистых стратегий $\{A_i, B_j\}$ игры Γ_C с матрицей $C = \left\|C_{ij}\right\|_{m,n}$.

Сумма всех добавок к элементам C, естественно, выраженная в единицах среднего гарантированного результата конфликта, определяет необходимый резерв ресурсов стороны A, то есть $N_A = mn\delta_A$.

Представляет интерес задача о минимуме резервных средств стороны A, которые ей необходимы для реализации уровня рекомендации δ_A с целью достижения регламентируемого уровня превосходства Δ_A в предстоящей двусторонней конфликтной ситуации.

По принятой в [1, 2] терминологии первая из представленных ниже задач является прямой (задача П), а вторая - обратной (задача О).

Задача П. Найти оптимальные векторы вероятностей действий стороны A

$$X^*_{C1} = \{x_i^{*C1}\},\ i = \overline{1,m}$$

и соответствующие им оптимальные план-матрицы $\left\|K'_{ij}\right\|_{m,n}$ распределения дополнительных средств N_A стороны A, на которых достигается максимум ее превосходства, то есть достигается максимум цены

$$\nabla = \max_{\forall K_{ij}} V\left(C1, X^*_{C1}, Y^*_{C1}\right) =$$

$$= \max_{\forall K_{ij}} \max_{X_{C1}} \min_{Y_{C1}} \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}(C_{ij} + K_{ij}) x_i^{C1} y_j^{C1}, \quad (1)$$

игры Γ_{C1} с матрицей $C1 = \left\|C_{ij} + K_{ij}\right\|_{m,n}$, при ограничениях

$$N_A = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} K_{ij}, \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}(C_{ij} + K_{ij}) x_i^{*C1} \ge V(C1, X^*_{C1}, Y^*_{C1}),\ j = \overline{1,n}. \quad (3)$$

Задача О. Найти оптимальные векторы вероятностей стратегий действий стороны A $X^*_{C2} = \{x_i^{*C2}\},\ i = \overline{1,m}$ и соответствующие им оптимальные план-матрицы $\left\|K'_{ij}\right\|_{m,n}$ распределения минимальных дополнительных средств N_A^{min} стороны A, на которых обеспечивается заданный уровень ее превосходства, то есть заданный уровень цены

$$V\left(C2, X^*_{C2}, Y^*_{C2}\right) = V\left(C, X^*_C, Y^*_C\right) + \delta_A \quad (4)$$

игры Γ_{C2} с матрицей $C2 = \left\|C_{ij} + K'_{ij}\right\|_{m,n}$, и достигается минимум линейной формы

$$N_A^{min} = \min_{\forall K_{ij}} N_A = \min_{\forall K_{ij}} \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} K_{ij}, \quad (5)$$

при ограничениях

$$\sum_{i=1}^{n}(C_{ij} + K_{ij}) x_i^{*C2} \ge V\left(C1, X^*_{C1}, Y^*_{C1}\right), \quad (6)$$

$$j = \overline{1,n}.$$

Если полагать $K'_{ij} \ge 0$, то сторона A располагает возможностью ограниченного перераспределения средств и не имеет возможности маневра. Нарастить свой выигрыш в конфликте для любой пары чистых стратегий $\{A_i, B_j\}$ она может лишь за счет введения дополнительных ресурсов.

Так же можно оценивать модели, которые описывают обеспечение превосходства при условии, когда хотя бы одна из сторон сохраняет свои стратегии действий. Такие модели являются более частными по сравнению с теми моделями, где достижение определенного уровня превосходства одной из сторон в конфликте рассматривается при новых смешанных стратегиях их действий.

Рассмотрим частные постановки задачи О.

Задача О1. Найти оптимальные план-матрицы $\left\|K'_{ij}\right\|_{m,n}$ распределения минимальных дополнительных средств N_A^{min} стороны А, на которых достигается заданный уровень ее превосходства, то есть заданный уровень цены

$$V\left(C2,X^*_{C2},Y^*_{C2}\right) = V\left(C,X^*_C,Y^*_C\right) + \delta_A \qquad (7)$$

игры $Г_{C2}$ с матрицей $C2=\left\|C_{ij}+K'_{ij}\right\|_{m,n}$, и минимум линейной формы

$$N_A^{min} = \min_{\forall K_{ij}} N_A = \min_{\forall K_{ij}} \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} K_{ij}, \qquad (8)$$

при условиях ограничений вида

$$\sum_{i=1}^{m}(C_{ij}+K_{ij})x_i^{*C2} \geq$$

$$\geq V\left(C,X^*_C,Y^*_C\right)+\delta_A,\ j=\overline{1,n}. \qquad (9)$$

Стороны А и В в игре $Г_{C2}$ сохраняют те оптимальные стратегии X^*_C, Y^*_C, которыми они руководствовались в игре $Г_C$ с матрицей $C=\left\|C_{ij}\right\|_{m,n}$. При этом

$$K_{ij} \geq 0,\ i=\overline{1,m},\ j=\overline{1,n}. \qquad (10)$$

Задача О2. Постановка аналогична задаче О1, но при условии ограничений $K_{ij} \geq -C_{ij}$ вместо $K_{ij} \geq 0$.

Задача О3. Постановка аналогична задаче О, но при условии дополнительного ограничения $K_{ij} \geq 0$.

Задача О4. Постановка аналогична задаче О, но при условии дополнительного ограничения $K_{ij} \geq -C_{ij}$.

Задача О5. Найти оптимальные векторы вероятностей стратегий действий стороны А $X^*_{C2}=\{x_i^{*C2}\}$, $i=\overline{1,m}$ и соответствующие им план-матрицы $\left\|K'_{ij}\right\|_{m,n}$ распределения минимальных дополнительных средств N_A^{min} стороны А, на которых обеспечивается заданный уровень ее превосходства, то есть заданный уровень цены

$$V(C2,X^*_{C2},Y^*_{C2}) = V(C,X^*_C,Y^*_C) + \delta_A \qquad (11)$$

игры $Г_{C2}$ с матрицей $C2=\left\|C_{ij}+K_{ij}\right\|_{m,n}$, и обеспечивается минимум линейной формы

$$N_A^{min} = \min_{\forall K_{ij}} N_A = \min_{\forall K_{ij}} \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} K_{ij}, \qquad (12)$$

при ограничениях вида

$$\sum_{i=1}^{m}(C_{ij}+K_{ij})x_i^{*C2} \geq V\left(C2,X^*_{C2},Y^*_{C2}\right),\ j=\overline{1,n}. \qquad (13)$$

Сторона В в игре $Г_{C2}$ сохраняет свои оптимальные смешанные стратегии действий Y^*_C, которых она придерживалась в игре $Г_C$,

$$K_{ij} \geq 0,\ i=\overline{1,m},\ j=\overline{1,n}. \qquad (14)$$

Задача О6. Постановка аналогична задаче О5, но при условии дополнительных ограничений $K_{ij} \geq -C_{ij}$ вместо $K_{ij} \geq 0$.

Задача О7. Найти оптимальные план-матрицы $\left\|K_{ij}\right\|_{m,n}$ распределения минимальных дополнительных средств N_A^{min} стороны А, на которых достигается заданный уровень ее превосходства, то есть заданный уровень цены

$$V(C2,X^*_{C2},Y^*_{C2}) = V(C,X^*_C,Y^*_C) + \delta_A \qquad (15)$$

игры $Г_{C2}$ с матрицей $C2=\left\|C_{ij}+K_{ij}\right\|_{m,n}$, и минимум линейной формы

$$N_A^{min} = \min_{\forall K_{ij}} N_A = \min_{\forall K_{ij}} \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} K_{ij}, \qquad (16)$$

при ограничениях вида

$$\sum_{i=1}^{m}(C_{ij}+K_{ij})x_i^{*C2} \geq V\left(C2,X^*_{C2},Y^*_{C2}\right),\ j=\overline{1,n}. \qquad (17)$$

Сторона А в игре $Г_{C2}$ сохраняет свои оптимальные стратегии действий X^*_C, которых она придерживалась в игре $Г_C$ с матрицей $C=\left\|C_{ij}\right\|_{m,n}$,

$$K_{ij} \geq 0,\ i=\overline{1,m},\ j=\overline{1,n}. \qquad (18)$$

Задача О8. Постановка аналогична задаче О7 при наличии ограничений $K_{ij} \geq -C_{ij}$ вместо $K_{ij} \geq 0$, $i=\overline{1,m}$, $j=\overline{1,n}$.

Задача О9. По постановке аналогична задаче О1, но при условии отсутствия ограничений на элементы оптимальных матриц вложения K_{ij}, $i=\overline{1,m}$, $j=\overline{1,n}$.

Задача О10. По постановке аналогична задаче О5, при условии отсутствия ограничений на $K_{ij} = 0$, $i = \overline{1,m}$, $j = \overline{1,n}$.

Задача О11. По постановке аналогична задаче О7, при условии отсутствия ограничений на K_{ij}, $i = \overline{1,m}$, $j = \overline{1,n}$.

Задачи класса $\{O_к\}$ являются задачами нелинейного программирования в силу нелинейности условий ограничений вида (6).

Если произвести перенумерацию неизвестных элементов матрицы $\|K_{ij}\|_{m,n}$ так, что $K_{ij}=Z_l$, где $l = \overline{1,mn}$, а вектор $\{x_i^{Ck}\}$, где $i = \overline{1,m}$, представить как параметр размерности $(m-1)$, (при этом учтено выполнение обязательного условия $\sum_{i=1}^{m} x_i^{Ck} = 1$), то в общем случае задача О будет эквивалентна следующей задаче нелинейного программирования:

найти вектор $\{Z_l\}_{mn}$, на котором достигается минимум линейной формы

$$Z = \min_{\{Z_l\}_{mn}} \sum_{l=1}^{mn} Z_l, \tag{19}$$

при ограничениях

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{m} (C_{ij} + Z_l) x_i^{*Ck} \ge V(Ck, X_{Ck}^*, Y_{Ck}^*), l = i, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots, \\ \sum_{i=1}^{m} (C_{in} + Z_l) x_i^{*Ck} \ge V(Ck, X_{Ck}^*, Y_{Ck}^*), l = \\ \qquad = \overline{(n-1)m+1, mn}; \end{cases} \tag{20}$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_i^{Ck} = 1. \tag{21}$$

Отметим, что в задачах класса $\{O_к\}$ элементы K_{ij} могут быть любыми, а значит элементы вектора $\{Z_l\}_{mn}$ могут принимать любые отрицательные и положительные значения. Конечно, если K_{ij} - любые, то введение новых переменных вида $K_{ij} = U_{ij} - V_{ij}$, при $U_{ij} \ge 0, V_{ij} \ge 0$, приводит к задаче многопараметрического линейного программирования, которая будет содержать $(m-1)$ параметр и $2mn$ неизвестных, а при записи системы ограничений в каноническом виде число неизвестных возрастет до $n(2m+1)$. Решение задач многопараметрического линейного программирования затруднительно, если число неизвестных и параметров велико.

Каждой частной задаче О1÷О11 может быть поставлена в соответствие постановка прямой задачи, то есть следует говорить о классе задач $\{П_k\}$. Как обратная, так и прямая задача в общем случае являются задачами нелинейного математического программирования: задача класса $\{O_к\}$- в силу, как отмечалось, нелинейности условий ограничений, а задача класса $\{П_к\}$ - в силу нелинейности целевой функции.

В свете отмеченных выше трудностей решения задачи О, большой интерес представляют частные задачи этого класса $\{O_k\}$ как задачи принятия решения в конфликтных ситуациях со специальными ограничениями на цену игры и на стратегии действий сторон. При некоторых ограничениях для задач класса $\{O_к\}$ могут быть указаны не только достаточно простые процедуры их решения, но и доказаны теоремы о существовании и единственности их решений в общем виде.

Изложенные в [3] теоремы утверждают существование и единственность решений задачи О1, когда обе стороны придерживаются своих прежних стратегий образа действий; задачи О5, когда прежних стратегий образа действий придерживается только сторона В; задачи О7, когда прежних стратегий образа действий придерживается только сторона А, при наличии ограничений неотрицательности на элементы оптимальных план-матриц вложения дополнительных средств.

В соответствии с этими теоремами решения задач О1, О5, О7 произвольной размерности существуют, они единственны, и минимум дополнительных средств, обеспечивающих заданный уровень превосходства оперирующей стороны, определяется соотношением

$$\min_{\forall K_{ij}} N_A = \frac{n\delta_A}{\max_i \{x_i^{*C}\}},$$

а это означает, что, по сравнению с ранее известными результатами, достигается экономия средств вложения, которая определяется величиной

$$DN_A = n\delta_A \left(m - \frac{1}{\max_i \{x_i^{*C}\}} \right).$$

Рассмотрим взаимодействие двух сторон, которое описывается игрой $Г_C$ с матрицей $C = \|C_{ij}\|_{m,n}$, а X_C^*, Y_C^* и $V(C, X_C^*, Y_C^*)$ - решение игры $Г_C$. Сторона А располагает резервными средствами уровня $\mathbf{N_A}$, распределив которые по план-матрице вложения дополнительных средств $\left\|\mathbf{K}'_{ij}\right\|_{m,n}$, она рассчитывает достичь в игре Γ_C с матрицей $\mathbf{C1} = \left\|\mathbf{C}_{ij} + \mathbf{K}'_{ij}\right\|_{m,n}$ рекомендацию максимального уровня δ_A^{max}. Такой заинтересованности стороны А соответствуют задачи П1 и П5. Если же в качестве оперирующей во взаимодействии сторон будет рассматриваться сторона В, то решается задача П7.

О существовании решений задач П1, П5, П7 произвольного объема в общем виде дает право утверждать следующая теорема.

Теорема. Для игры Γ_{C1} с матрицей $\mathbf{C1} = \left\|\mathbf{C}_{ij} + \mathbf{K}'_{ij}\right\|_{m,n}$ цена достигает своего максимального значения, равного

$$\mathbf{V(C, X^*_C, Y^*_C)} = \max_{\forall \mathbf{K}_{ij}} \mathbf{V(C_1, X^*_C, Y^*_C)} =$$

$$= \mathbf{V(C, X^*_C, Y^*_C)} + \max_{\forall \mathbf{K}_{ij}} \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} \mathbf{K}_{ij} \mathbf{x}_i^{*C} \mathbf{y}_i^{*C} =$$

$$= \mathbf{V(C, X^*_C, Y^*_C)} + \frac{\mathbf{N_A x_m^{*C}}}{\mathbf{n}}, \qquad (22)$$

где $\mathbf{x_m^{*C}} = \max_i \{\mathbf{x_i^{*C}}\}$, а план-матрица распределения резервных средств $\mathbf{N_A}$ стороны А вида

$$\begin{cases} \mathbf{0} & \mathbf{0........0}, \\ \mathbf{..................}, & \\ \mathbf{0} & \mathbf{0.........0}, \\ \dfrac{\mathbf{N_A}}{\mathbf{n}} & \dfrac{\mathbf{N_A}}{\mathbf{n}} \mathbf{.....} \dfrac{\mathbf{N_A}}{\mathbf{n}}, \end{cases} \qquad (23)$$

является оптимальной, если $\mathbf{N_A} = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} \mathbf{K}_{ij}$.

Стороны в Γ_{C1} сохраняют те свои оптимальные стратегии образа действий, которыми они руководствовались в Γ_C, то есть

$$\mathbf{X^*_{C1} = X^*_C}, \quad \mathbf{Y^*_{C1} = Y^*_C}, \quad \mathbf{K_{ij} > 0};$$

$$\mathbf{i = \overline{1,m}, \ j = \overline{1,n}}.$$

Одна из сторон, сохраняя прежние стратегии образа действий, может стремиться к достижению превосходства в двусторонних конфликтных ситуациях с учетом использования перераспределения своих средств. К таким постановкам относятся задачи О2, О6, О8÷О11 и соответствующие им прямые задачи класса П2, П6, П8÷П11. Каждая из таких задач, в силу того, что при любых $\mathbf{K_{ij}}$, отрицательных и положительных, можно полагать, что $\mathbf{K_{ij} = u_{ij} - v_{ij}}$, где $\mathbf{u_{ij}} \geq 0$ и $\mathbf{v_{ij}} \geq 0$, может быть сформулирована как следующая задача линейного программирования:

найти план $\mathbf{Z = \{Z_i\}_{2mn}}$, на котором линейная форма

$$\mathbf{L} = \sum_{i=1}^{mn} (\mathbf{Z_i - Z_{mn+i}}) \qquad (24)$$

достигает максимума при ограничениях:

$$\sum_{i=1}^{m} (\mathbf{C_{ij} + Z_{(i-1)n+j} - Z_{mn+(i-1)n+j}}) \mathbf{x_i^{*C}} \geq$$

$$\geq \mathbf{V(C, X_C, Y_C)} + \delta_A, \ \mathbf{j = \overline{1,n}}, \qquad (25)$$

$$\begin{aligned} &\mathbf{Z_t - Z_{mn+t} \geq -d_t}, \quad \mathbf{t = \overline{1,mn}}, \\ &\mathbf{Z_t \geq 0}, \quad \mathbf{t = \overline{1,2mn}}, \end{aligned} \qquad (26)$$

где

$\mathbf{Z_1 = u_{11}, Z_2 = u_{12}, \ldots, Z_n = u_{1n}, \ldots, Z_{mn} = u_{mn}}$, $\mathbf{Z_{mn+1} = v_{11}, \ldots, Z_{mn+n} = v_{1n}, \ldots, Z_{2mn} = v_{mn}}$; $\mathbf{V(C, X^*_C, Y^*_C)}$, $\mathbf{X^*_C}$, $\mathbf{Y^*_C}$ - решение игры Γ_C с матрицей $\mathbf{C} = \left\|\mathbf{C}_{ij}\right\|_{m,n}$; $\mathbf{d_1 = C_{11}}$, $\mathbf{d_2 = C_{12}, \ldots}$, $\mathbf{d_{mn} = C_{m,n}}$.

Содержание структуры матрицы вложений состоит в том, что вложения минимальных дополнительных ресурсов обеспечивают достижение заданного уровня превосходства стороны А $\mathbf{V(C1, X^*_{C1}, Y^*_{C1})} = \mathbf{V(C, X^*_C, Y^*_C)} + \delta_A$ в игре Γ_C при их равномерном распределении по наиболее вероятной стратегии его образа действия. Структура матрицы вложения резервов $\left\|\mathbf{K}_{ij}\right\|_{m,n}$ сохраняет свой вид и, в общем случае, когда отсутствуют ограничения на поведение сторон в игре Γ_C, то есть когда стороны в игре Γ_{C1} не сохраняют свои оптимальные смешанные стратегии $\mathbf{X^*_C, Y^*_C}$, которых они придерживались в игре Γ_C, а руководствуются оптимальными смешанными стратегиями образа действий $\mathbf{X^*_{C1}, Y^*_{C1}}$. Такое свойство матрицы вложения резервных средств определено в [4] как инвариантность структуры матрицы распределения средств $\left\|\mathbf{K}_{ij}\right\|_{m,n}$, необходимых для достижения одной из сторон желаемого уровня превосходства.

Известное утверждение о структуре матриц вложения позволяет применить численный метод решения задач О3, О5, О7, П3, П5, П7, который состоит в том, что для определения план-матрицы вложений и N_A^{min} в игре Γ_{C1} с матрицей $C1 = \|C_{ij} + K_{ij}\|_{m,n}$ необходимо знать как номер строки s, являющейся наивероятнейшей по новой стратегии образа действий стороны А, так и вектор вероятностей $X_{C2}^* = \{x_i^{*C2}\}$, $i = \overline{1,m}$. Поэтому практическим значением рассмотренных теорем является то, что они позволяют свести решение задач П3, П5, П7 и О3, О5, О7 к следующей задаче:

найти номер строки s матрицы $C1 = \|C_{ij} + K_{ij}\|_{m,n}$ и вектор $\overline{K}_s = \{\overline{K}_{sj}\}$, $j = \overline{1,n}$, на которых достигается

$$\min_{\overline{K} \in K} \sum_{j=1}^{n} \overline{K}_{sj}, \tag{27}$$

$$K = \{\overline{K}_s / V(C1, X_{C1}^*, Y_{C1}^*) = = V(C, X_C^*, Y_C^*) + \delta_A\}. \tag{28}$$

Решение задачи (27) - (28) состоит в том, что при каждом $s = \overline{1,m}$ рассматривается однопараметрическая задача линейного программирования вида:

найти вектор $K'_s = \{K'_{sj}\}$, $j = \overline{1,n}$, на котором достигается минимум линейной формы

$$L = \sum_{j=1}^{n} K_{sj}, \tag{29}$$

при ограничениях

$$K_{sj} x_i^{*C1} \geq V(C, X_C^*, Y_C^*) + \delta_A - - C_{sj} x_s^{*C1} - \sum_{\substack{i=1 \\ (i \neq s)}}^{m} C_{ij} x_i^{*C1}, \quad j = \overline{1,n}, \tag{30}$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_i^{*C1} = 1, \tag{31}$$

где $K_{sj} \geq 0$, $j = \overline{1,n}$, $x_i^{*C1} \geq 0$, $i = \overline{1,m}$, $i \neq s$ - являются неизвестными, а $\frac{1}{m} \leq x_s^{*C1} \leq 1$ - параметр с областью изменения $\left[\frac{1}{m}, 1\right]$, которая определяется тем, что в соответствии с приведенными теоремами матрицы вложений имеют известную структуру и $x_s^{*C1} = \max_i \{x_i^{*C1}\}_m$.

В заключение отметим, что рассмотренные постановки двух классов задач распределения ресурсов планетной радиолокации и методы их решения могут позволить привести определенные задачи планетной радиолокации к практической их реализации за счет целесообразного распределения ресурсов оперирующей стороны.

Разумеется, полученные решения имеют достаточно общий характер, поэтому в каждом отдельном случае необходима конкретизация размерности и соответствующих элементов игровых матриц.

Литература

1. Ю.Б. Гермейер. Введение в теорию исследования операций. Москва, Наука, 1971, 383 с.
2. Надежность и эффективность в технике. Справочник в десяти томах. Том 3. Под ред. Ю.В. Крючкова. Москва, Машиностроение, 1983, 328 с.
3. В.М. Бильчук, Ю.И. Кушнерук. В сб. докл. Тезисы II Всесоюзного семинара. “Численные методы нелинейного программирования”. Харьков, 1976, с. 414 - 418.
4. В.М. Бильчук, Ю.И. Кушнерук. В сб. докл. Тезисы III Всесоюзного семинара. “Численные методы нелинейного программирования”. 1979, с. 42 - 44.

Mathematical Game Theory Approach to Solution of Problems of Planet Radar Monitoring

V. B. Tolubko, V. M. Bilchuk

This paper deals with two classes of problems of the distribution of the planetary radiolocation resources and the methods of their solution in terms of game theory.