

## Возбуждение многомодовых резонаторов правильной геометрической формы

С. А. Погарский

Харьковский госуниверситет, Украина, 310077, пл.Свободы, 4

Статья поступила в редакцию 31 марта 1997 г., после переработки 27 ноября 1997 г.

Рассматриваются особенности задачи возбуждения многомодовых резонаторов правильной геометрической формы. Задача об оптимальном амплитудно-спектральном распределении решается методом многокритериального синтеза. Отмечается хорошее совпадение результатов компьютерного моделирования и экспериментальных данных.

Розглянуто особливості задачі збудження багатомодових резонаторів правильної геометричної форми. За допомогою метода багатокритеріального синтезу вирішено задачу про оптимальний амплітудно-спектральний розподіл. Відзначається хороший збіг даних комп'ютерного моделювання та експерименту.

### Введение

В современных приборах СВЧ диапазона широкое применение находят резонаторы различной геометрической формы [1]. Дальнейшее усовершенствование таких устройств (например, работа в многофункциональном режиме) обуславливает применение резонаторов с усложненной геометрической формой, а также резонаторов с неоднородным диэлектрическим заполнением. Особый интерес приобретают исследования по математическому моделированию таких электродинамических систем с применением методов трехмерной графики, изучение спектров собственных волн, способов их возбуждения. Эти проблемы имеют кроме несомненного практического приложения и чисто научный интерес.

Обычно в микроволновых устройствах используются резонаторы, у которых характерные размеры во много раз превышают рабочую длину волны  $\lambda_0$  [2,3]. Такой выбор геометрии обусловлен комплексностью решаемых проблем. Главными из них являются электродинамические проблемы, такие как уменьшение потерь в стенках резонатора или увеличение уровня взаимодействия электромагнитного поля и диэлектрика, помещенного внутри резонатора.

Исторически сложилась ситуация, при которой большее внимание уделялось развитию численных методов анализа, хотя вопросы, связанные с исследованием плотности распределений собственных типов колебаний сверхразмерных резонаторов на частотной оси, изучением спектров вырожденных типов колебаний, вопросы компьютерного синтеза резонаторов с заданным распределением поля внутри них имеют немаловажное значение. Однако, как показала практика, именно эти вопросы оказываются решающими при проектировании реальных СВЧ приборов и устройств.

### 1. Постановка задачи синтеза

Одной из важнейших проблем, возникающих при исследовании спектра собственных волн, является решение вопроса полноты найденного спектра собственных колебаний, собственные частоты которых лежат в интервале частот от  $f_0$  до  $f_0 + \Delta f$ .

Граничная задача возбуждения прямоугольного резонатора с однородным диэлектрическим заполнением с параметрами  $\epsilon_a, \mu_a$  сторонними токами  $j^e, j^m$ , заданными в объеме  $V$ , является классической, и ее решение можно найти во многих работах. Точное число собственных типов колебаний прямоугольного резонатора без потерь  $N$  может быть определено из дисперсионного уравнения

$$\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 = \left(\frac{\pi m}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi n}{b}\right)^2 + \left(\frac{\pi l}{d}\right)^2, \quad (1)$$

где  $a, b, d$  - линейные размеры резонатора;  $m, n, l$  - целые числа, соответствующие собственным типам колебаний  $TE_{mnl}, TM_{mnl}$ ;  $\omega = 2\pi f$ . Анализ функции  $N(f, \Delta f)$  показывает, что с увеличением полосы частот  $\Delta f$  происходит скачкообразное увеличение числа  $N$ . Такой вид функции связан с эффектом вырождения собственных типов колебаний.

И хотя уравнение (1) является точным дисперсионным уравнением и точно определяет спектр собственных волн резонатора, тем не менее, довольно затруднительно использовать это выраже-

ние в процедурах синтеза. Для процедур математического моделирования, особенно на их первом этапе, необходимо получение выражения, оценивающего лишь число типов колебаний и их плотность распределения на частотной оси.

Выражение (1) позволяет интерпретировать резонансную частоту  $f_{R0}$  как вектор в трехмерном индексном пространстве  $m, n, l$ , длина которого определяет собственно величину резонансной частоты, а направление - ориентацию электромагнитных колебаний [6]. Частота каждого собственного резонанса, который может возбуждаться в резонаторе объема  $V$ , соответствует некоторой точке координатной сетки в упомянутом выше пространстве. В этом случае резонансное условие ( $f < f_0$ ) будет определять число  $N$  собственных видов колебаний, которые будут находиться в объеме части эллипсоида, описанного около резонансного параллелепипеда, с полуосями  $\frac{2af_0}{c}$ ,  $\frac{2bf_0}{c}$ ,  $\frac{2df_0}{c}$ , лежащей в первом октанте пространства индексов. Рассекая пространство рассматриваемого эллипсоида одной, а затем двумя и тремя взаимно ортогональными плоскостями, проходящими через начало координат и содержащими вектор  $f_R$ , возможно определить число точек, находящихся на линиях пересечения плоскостей. Такие рассуждения приводят к соотношению для определения общего числа типов колебаний

$$N = \frac{8\pi}{3} V \left( \frac{f_0}{c} \right)^3 - L \frac{f_0}{c} + \frac{1}{2}, \quad (2)$$

где  $V$  - объем резонатора,  $L = a + b + d$ . С помощью выражения (2) возможно определение и другой важной характеристики - плотности распределения частот собственных колебаний на частотной оси

$$\frac{dN}{df_0} = \frac{8\pi}{c} V \left( \frac{f_0}{c} \right)^2 - L \frac{1}{c}. \quad (3)$$

Произведем сравнительный анализ полного спектра собственных волн, возбуждение которых принципиально возможно в резонаторах трех типов: кубическом с длиной ребра 34 см; в резонаторе в виде параллелепипеда с размерами  $a = 38$  см,  $b = 34$  см,  $d = 27$  см и в резонаторе в виде параллелепипеда, один из линейных размеров которого существенно превышает другие:  $a = 38$  см,  $b = 15$  см,  $d = 15$  см. Определив центральную частоту рабочего диапазона  $f_0 = 2450$  МГц, что соответствует  $\lambda_0 = 12,245$  см, и ограничив полосу

флуктуации частоты генерации полосой  $\pm 50$  МГц, сопоставим результаты численного моделирования с помощью выражений (1) и (2) с результатами работы [4] и с результатами эксперимента [5]. Такой сопоставительный анализ показывает, что при указанных выше условиях дисперсионное уравнение (1) определяет возбуждение в кубическом резонаторе 8 типов колебаний, а в резонаторах в виде параллелепипедов 12 и 1, соответственно. Уравнение (2) позволяет предсказать возбуждение 7, 11, 1 типов, соответственно. По результатам работы [4] эти числа определены как 6, 4, 1. И, наконец, экспериментальные данные указывают на возможность возбуждения 2, 10 и 1 типов, соответственно. Очевидно, что приближенная формула (2) позволяет без многократного решения дисперсионного уравнения (1) с достаточной степенью точности предсказывать возможное число типов колебаний в резонаторах различной геометрии, и эти данные хорошо согласуются с экспериментом.

Проведенный анализ свидетельствует о том, что для возбуждения максимально возможного числа собственных типов колебаний наиболее предпочтительным является резонатор в виде параллелепипеда и совершенно неприемлем кубический резонатор, обладающий шестикратно вырожденным спектром собственных типов колебаний, что на практике означает возможность возбуждения лишь единственного типа колебаний. Кроме того, с практической точки зрения неприемлемо использование резонаторов, у которых один из линейных размеров существенно превышает остальные, поскольку у таких резонаторов в спектре собственных волн преобладают типы колебаний с малым числом вариаций вдоль координатных плоскостей.

Верификация алгоритма определения спектральной плотности типов колебаний была осуществлена экспериментальным путем. В эксперименте использовался ненагруженный резонатор с произвольной точкой возбуждения. Характерным признаком повышения степени многомодовости является снижение уровня кривых КСВН до значений меньших, чем значение 1,3 и повышение плотности распределения типов колебаний на частотной оси. Этот факт указывает на возбуждение вырожденных типов колебаний. Невырожденные типы колебаний имеют резонансные кривые с уровнем КСВН  $\geq 3,5$ . Типичные резонансные кривые для случая  $TE$ -типов колебаний представлены на рис. 1.

Кривая 1 соответствует случаю возбуждения единственного типа колебаний  $TE_{511}$  ( $\lambda_p = 12,356$  см) в параллелепипеде с размерами  $38 \times 15 \times 15$  см. Кривая 2 отражает особенности возбуждения  $TE$ -типов колебаний в кубическом резонаторе. Кривая имеет два характерных

элемента - два размытых максимума вблизи резонансных длин волн, соответствующих двум вырожденным типам колебаний  $\lambda_{p1} = 12,021$  см и  $\lambda_{p2} = 12,415$  см. И, наконец, кривая 3 соответствует случаю возбуждения  $TE$ - типов колебаний в параллелепипеде с размерами  $38 \times 34 \times 27$  см. Кривая 3 имеет четко выраженные экстремумы, отражающие процесс возбуждения соответствующих типов колебаний. В этом спектре отсутствуют вырожденные типы колебаний.

**КСВН**

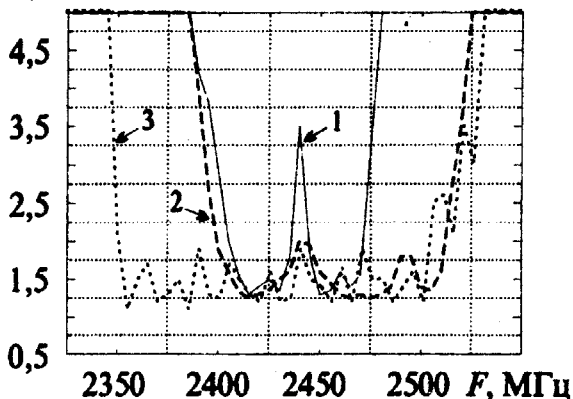


Рис. 1. Зависимость значений КСВН в резонаторе от частоты

**2. Амплитудно-спектральное распределение**

Результаты численного моделирования возбуждения спектра собственных колебаний показывают, что для возбуждения полного спектра собственных волн необходимо либо сканировать частоту генератора  $f_g$ , либо любым способом изменять в небольших пределах эффективные геометрические размеры резонатора. Таким образом, задача получения максимально однородного распределения поля в некоторой плоскости резонатора приводит к необходимости решения задачи многокритериального синтеза. Другими словами, решение задачи, основанное на выбранной математической модели, должно отвечать требуемому амплитудно-спектральному распределению. Степень достигнутой аппроксимации будем определять с помощью чебышевского критерия близости.

Процедуру многокритериального синтеза будем осуществлять в следующей последовательности. Введем вектор  $\vec{A}^*$  - вектор варьируемых параметров электродинамической структуры, включающий в себя линейные геометрические размеры резонатора, параметр  $p$  - отражающий степень возбуждения резонатора и рабочую длину волны

$\lambda_0$ . Пусть функция  $F(\theta, \vec{A}^*)$  описывает структуру поля, полученную в ходе аппроксимационной процедуры, а функция  $f(\theta)$  - требуемое амплитудное распределение в фиксированной плоскости резонатора. Параметр  $q$  задает плоскость наблюдения.

В соответствии с постановкой задачи функция  $F(\theta, \vec{A}^*)$  должна наилучшим способом аппроксимировать функцию  $f(\theta)$  на некотором множестве  $E$ . Метод чебышевской аппроксимации требует выполнения условия

$$\delta(\vec{A}^*) = \min_{\vec{A}^* \in D} \left\{ \max_{\theta \in E} |f(\theta) - F(\theta, \vec{A}^*)| \right\}. \quad (4)$$

Необходимо отметить, что именно такой метод аппроксимации представляется наиболее оптимальным.

Требование одновременного изменения нескольких параметров задачи указывает на необходимость использования метода многокритериального синтеза. Если определить набор функций  $F_i(\theta, \vec{A}^*)$  как отвечающих частным критериям близости к наборам требуемых характеристик  $f(\theta)$ , где  $i = \overline{1, m}$ ,  $E$  - как набор различных (совпадающих, пересекающихся или непересекающихся) отрезков вещественной оси, а множество  $D$  - совпадающим со всем евклидовым пространством  $E_n$ , то искомым вектор  $\vec{A}^*$  должен удовлетворять следующей системе уравнений

$$\min_{\vec{A}^* \in D} \left\{ \max \left( \begin{array}{l} \lambda_1 \max_{\theta \in E_1} |f_1(\theta) - F_1(\theta, \vec{A}^*)| \\ \lambda_2 \max_{\theta \in E_2} |f_2(\theta) - F_2(\theta, \vec{A}^*)| \\ \dots \\ \lambda_m \max_{\theta \in E_m} |f_m(\theta) - F_m(\theta, \vec{A}^*)| \end{array} \right) \right\}, \quad (5)$$

где  $\lambda_i, i = \overline{1, m}$ , - весовые множители. Зададим рабочую частоту диапазона резонатора  $\lambda_0$  и полосу сканирования  $\pm \Delta\lambda$ , тогда возможно определение возбуждаемого спектра колебаний в полосе  $\lambda_0 \pm \Delta\lambda$ . Предположим, что полный набор собственных колебаний состоит из  $p$  колебаний. Определим соотношение амплитуд собственных типов колебаний, обеспечивающее равномерность поля в некоторой плоскости резонатора  $\theta = \theta(z)$ .

Будем предполагать, что плотность энергии электромагнитного поля, нормированная на свое максимальное значение, при отсутствии интерфе-

ренции отдельных видов колебаний равна сумме плотностей энергии отдельных видов колебаний

$$W(x, y, z) = \sum_{\alpha=1}^p A_{\alpha} W_{\alpha}(x, y, z), \quad (6)$$

где  $A_{\alpha}$  - неизвестные амплитуды из спектра колебаний резонатора.

Потребуем выполнения условия нормировки

$$\int_V W_{\alpha}(x, y, z) dx dy dz = 1. \quad (7)$$

Построим функцию  $Q(A_{\alpha})$ , включающую в себя  $A_{\alpha}$  и геометрические размеры резонатора

$$Q(A_{\alpha}) = \frac{1}{abd} \int_0^a \int_0^b \int_0^d \{W(x, y, z) - 1\}^2 dx dy dz, \quad (8)$$

где  $a, b, d$  - длины ребер резонатора. В случае идеально равномерного поля в любой произвольной плоскости  $Q = 0$ . При отклонениях от идеальной равномерности значение величины  $Q$  будет лежать в интервале  $[0, 1]$ . Подставив в (8) выражение (6), получим

$$Q(A_{\alpha}) = \sum_{\alpha=1}^p \sum_{\alpha'=1}^p Z_{\alpha\alpha'} A_{\alpha} A_{\alpha'} - 2 \sum_{\alpha=1}^p F_{\alpha} A_{\alpha} + 1. \quad (9)$$

Здесь

$$Z_{\alpha\alpha'} = \frac{1}{abd} \int_0^a \int_0^b \int_0^d W_{\alpha}(x, y, z) W_{\alpha'}(x, y, z) dx dy dz, \quad (10)$$

$$F_{\alpha} = \frac{1}{abd}. \quad (11)$$

Таким образом, при фиксированной плоскости наблюдения  $q$  будет строго определен вид функции  $F_i(\theta, \vec{A}^*)$ . Вычислив все частные производные в (9) и подставив все найденные выражения в функционалы (5), можно перейти к системе уравнений, определяющей значения амплитуд  $A_{\alpha}$ , удовлетворяющих критерию равномерности амплитудно-спектрального распределения энергии поля внутри резонатора в некоторой фиксированной плоскости.

Обратимся к результатам компьютерного эксперимента, проведенного с использованием функционала (5), с помощью которого были оптимизированы геометрические размеры резонатора. Амплитудное распределение для ТЕ-типов оптимизированного резонатора представлено на рис. 2. Анализ показывает, что расчетный уровень неоднородности поля составляет 15%. Иллюстрацией достоверности полученных результатов оп-

тимизации параметров резонатора могут служить экспериментальные данные по определению неравномерности пространственного распределения полей с помощью калориметрического метода [5]. По известной мощности генератора  $P_g$  и мощности, поглощаемой в нагрузке  $P_1$  и  $P_2$  при различных местоположениях нагрузки и значениях КСВН  $k_1$  и  $k_2$  соответственно, можно определить коэффициент неравномерности величины мощности, потребляемой нагрузкой, который позволяет судить о неравномерности пространственного распределения

$$\Phi = \frac{P_1 - P_2}{P_g} = \left\{ \frac{|k_1 - 1|^2}{|k_1 + 1|^2} - \frac{|k_2 - 1|^2}{|k_2 + 1|^2} \right\} \cdot 100\%. \quad (12)$$

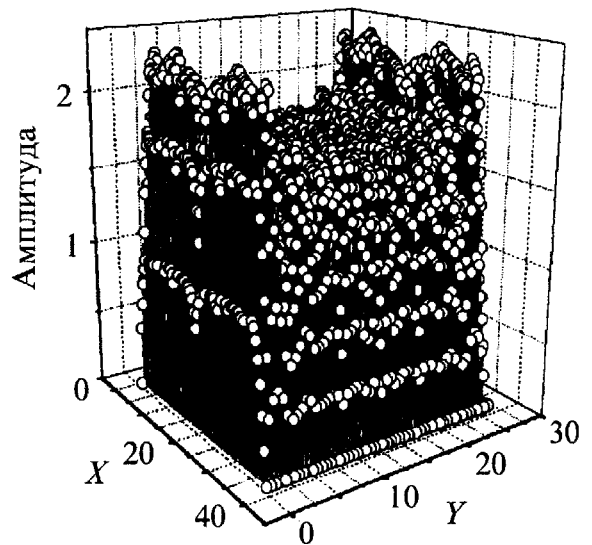


Рис. 2. Амплитудное распределение для ТЕ-типов колебаний

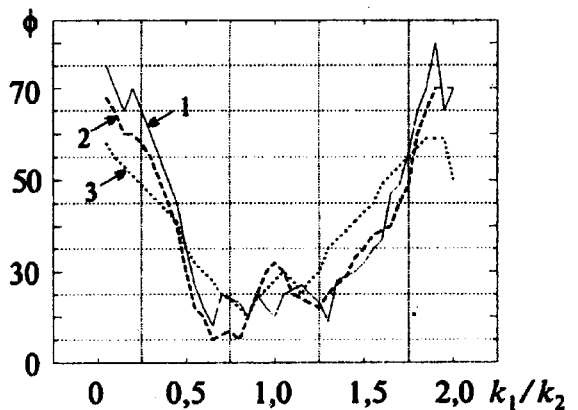


Рис. 3. Зависимость неравномерности возбуждаемых полей от соотношения КСВН калориметрических объектов

Графические данные, приведенные на рис. 3 позволяют говорить о том, что оптимизированная резонансная камера обеспечивает коэффициент неравномерности пространственного распределения в пределах 28,3 % -35 %, если исключить угловые точки, где наблюдаются экстремумы полей, и значения этой величины достигают 50,2 %-65 %.

Кривые 1, 2, 3 соответствуют различным положениям калориметрического объекта внутри камеры. Как оказалось, небольшие вариации геометрических размеров резонатора (с точки зрения геометрии резонатора в целом) позволяют существенным образом повысить точность степени аппроксимации амплитудно-спектрального распределения и увеличить суммарное число возбуждаемых типов колебаний, что позволяет, с одной стороны, решить проблему равномерности пространственного распределения, а, с другой стороны, - облегчить решение вопроса согласования резонатора с устройством возбуждения [7,8].

### Заключение

Проведенные исследования подтвердили, что проблема получения равномерного амплитудного распределения полей внутри резонаторов правильной геометрической формы может быть решена с помощью метода многокритериального синтеза. Хорошая корреляция результатов компьютерного моделирования и экспериментальных данных позволяет конструировать на их основе реальные устройства с предсказуемыми параметрами. Исчерпывающее решение вопроса согласования генератора и резонатора может быть найдено путем параметрического синтеза параметров возбудителя и составляет предмет отдельного исследования.

В заключение хотелось бы выразить благодарность старшему научному сотруднику Сапрыкину И. И. и научному сотруднику Шаулову Е. А. Харьковского госуниверситета за помощь в проведении исследований.

### Литература

1. Klaus Solbach. Microwave J. 1984, 27, No. 7, p. 147-149.
2. R. Metaxas. Mikrowellen und HF Mag. 1989, 15, No. 8, p. 646-647.
3. Vorrichtung fur die Erregung eines regelmassigen Mikrowellenfeldes/ Geisler Michael, Jung Michael, Kessler Reznhard, Lenterer Fritz, Muenich Max. The claim 4037091 FRD.
4. D.Y. Maa. J. Acoust. Soc. Am. 1939, 10, p. 235-238.
5. С.А. Погарский, И.И. Сапрыкин, А.А. Звягинцев, Е.А. Шаулов, Б.Д. Труфанов. В сб.: научн. трудов 6-ой межд. Крымской микроволновой конференции "КрыМиКо-96". Севастополь, Севаст. гос. техн. ун-та, 1996, с. 390-392.
6. Г. Пюшнер. Нагрев энергией сверхвысоких частот. Москва, Изд-во Энергия, 1968, 315 с.
7. Патент № 2028688 РФ, МКИ<sup>5</sup> H01 J 23/36. Устройство связи для магнетрона Погарский С.А., Сапрыкин И.И., Шаулов Е.А. и др. (Украина) .- Заявка № 5020659/21; заявлено 21.11.91; опубл. 09.02.1995; БИ №4, 1995.
8. Патент № 5438 Украины, МКИ<sup>5</sup> H 01 J 23/26, H 01 P 5/08. Устройство связи для магнетрона. Погарский С.А., Сапрыкин И.И., Шаулов Е.А. и др. (Украина).- Заявка № В3302178; заявлено 31.03.1993; опубл. 28.12.1994; Бюл. "Промислова власність Держпатенту України" №7-1, 1994.

### Excitation of Regular Geometry Multimode Resonators

S. A. Pogarsky

The features of excitation problem of the regular geometry multimode resonators are considered. The problem of optimum amplitude - spectral distribution is solved by the method of multicriteria synthesis. A good correlation between computer simulation and experimental data is obtained.