

Генерация на субгармониках в мазере на циклотронном резонансе

В. В. Кулиш, А. Г. Кайлюк

*Сумский государственный университет
Украина, 244007, Сумы, ул. Римского-Корсакова, 2*

Статья поступила в редакцию 13 октября 1997 г.

В работе проиллюстрирована техника использования иерархического метода в нелинейных одночастичных задачах теории гирорезонансных приборов. Методической спецификой данного случая является наличие скрытой резонансной фазы, роль которой играет магнитная фаза. Получены укороченные уравнения, соответствующие первому и второму (последнему) уровням иерархии. Проведенный численный анализ показал, что работа сверхмощных приборов гирорезонансного типа может в значительной мере характеризоваться вкладом субгармонических и дробных резонансов.

В роботі проілюстровано техніку використання ієрархічного методу в нелінійних одночастинкових задачах теорії гирорезонансних приладів. Методичною специфікою даного випадку є наявність прихованої резонансної фази, роль якої грає магнітна фаза. Отримано скорочені рівняння, що відповідають першому і другому (останньому) рівням ієрархії. Проведений числовий аналіз засвідчив, що робота надпотужних приладів гирорезонансного типу може в значній мірі обумовлюватись впливом субгармонічних та дробних резонансів.

Введение

С момента появления и до сегодняшнего дня гирорезонансные электронные генераторы и усилители электромагнитных сигналов занимают важное место среди СВЧ приборов [1,2]. Гироприборы (мазер на циклотронном резонансе и гиротрон) могут быть отнесены к одним из самых мощных в своем диапазоне. К гирорезонансным также относятся и некоторые типы лазеров на свободных электронах (ЛСЭ), которые работают на двояном циклотронно-параметрическом резонансе [3-5].

Характерной тенденцией в разработке современной техники гирорезонансных приборов является стремительное продвижение в область сверхбольших мощностей в диапазоне миллиметровых волн [2]. В соответствии с литературными данными (см., например, [2]) уровень мощностей импульсных сигналов в миллиметровом диапазоне достигает величин $\sim 10^{10}$ Вт и резервы для дальнейшего продвижения далеко еще не исчерпаны. Отметим, что при этом качественно изменились представления о физике процессов, протекающих в системах такого класса. Это обусловлено уникальным сочетанием в физических объектах высоких энергий электронов (от нескольких МэВ до десятков МэВ включительно), и большой силы тока (в современных сильноточковых электронных потоках порядка сотен кА [5,6]). Вследствие высокой интенсивности электромагнитного излучения в таких установках начинают проявляться эффекты, которыми традиционно всегда пренебрегали,

например, генерация субгармоник и дробных гармоник. Таким образом, старые подходы, которые когда-то хорошо послужили электронике СВЧ, становятся неэффективными и возникает проблема разработки новых. По мнению авторов, в схеме, построенной на основе иерархической теории, возможно эффективно решить большинство возникающих расчетных проблем. Это продемонстрировано в настоящей работе. Здесь мы ограничились рамками одночастичной теории, подразумевая, что соответствующие результаты в области самосогласованной нелинейной теории будут представлены в последующих работах.

1. Постановка одночастичной задачи движения

Рассмотрим движение релятивистской заряженной частицы (электрона) в аксиальном квазиоднородном магнитном поле и поле плоской электромагнитной волны, распространяющейся вдоль направления вектора индукции $\vec{B}_0 = [\vec{v} \vec{A}_0]$:

$$\vec{A} = \vec{A}_0 + \frac{1}{2} \vec{A}_1 e^{i\varphi} + k.c., \quad (1)$$

где \vec{A} - вектор-потенциал результирующего, а $\vec{A}_0 = \frac{1}{2} H_0 [\vec{n} \vec{r}_\perp]$ - аксиального квазиоднородного магнитного поля, \vec{A}_1 - комплексная амплитуда вектор-потенциала волны, фаза которой

$$p_1 = \omega_1 t - k_1 z, \quad (2)$$

$H_0 = |\vec{B}_0|$, ω_1 - частота, k_1 - волновое число, \vec{n} - единичный вектор вдоль оси Z , $\vec{r}_\perp = \{x, y\}$, t - лабораторное время.

За исходную выбираем систему уравнений Гамильтона:

$$\frac{d\mathcal{H}}{dt} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial t}, \quad \frac{d\vec{p}}{dt} = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \vec{r}}, \quad \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \vec{p}}, \quad (3)$$

где

$$\mathcal{H} = \sqrt{m^2 c^4 + c^2 \left(\vec{p} + \frac{e}{c} \vec{A} \right)^2} \quad (4)$$

- гамильтониан электрона в поле (1), \vec{p} - канонический импульс, $\vec{r} = \{\vec{r}_\perp, z\}$, m - масса покоя, e - заряд электрона, c - скорость света в вакууме.

Уравнения (3) характеризуют состояние системы на нулевом уровне иерархии (неусредненная система). Следуя алгоритму иерархического метода [7,8], на начальном этапе решения задачи мы должны сделать переход к первому уровню иерархии (произвести усреднение системы по быстрым переменным). В качестве функций преобразования U используем известные замены переменных Крылова-Боголюбова [7], сформировав перед этим векторы медленно и быстро изменяющихся величин. К вектору медленных (\mathcal{S}) относим, как компоненты, гамильтониан \mathcal{H} , импульс \vec{p} , и координату \vec{r} . К быстрым - явную фазу колебаний электрона, которая совпадает с (2) (где на этот раз под z следует понимать координату электрона). Кроме того, эта система характеризуется еще и так называемой *скрытой фазой* колебаний [5]:

$$n_0 p_0 = \arctg \frac{p_y + (e/c)A_y}{p_x + (e/c)A_x} = \arctg \frac{p_y}{p_x}, \quad (5)$$

где p_0 - магнитная фаза, $p_{x,y}$ - механический импульс электрона. Из относительных скоростей изменения фаз p_0, p_1 можно построить соответствующие иерархические ряды [7]. Однако имея в виду объект исследования в нашей работе (гирорезонансные системы), ограничимся здесь лишь анализом случая одночастичного циклотронного резонанса, который определим как близость скоростей изменения фаз p_0 и p_1 [5,7]:

$$|n_0 \dot{p}_0| \approx |n_1 \dot{p}_1|, \quad (6)$$

где $n_0 = \pm 1, \pm 2, \dots$, $n_1 = \pm 1, \pm 2, \dots$ - номера гармоник колебаний электрона (циклотронных n_0 и сигнальных n_1 соответственно). Учитывая (6), величину

$$\theta = n_0 p_0 + \sigma_{10} n_1 p_1, \quad (7)$$

мы можем классифицировать как медленно, а

$$\psi = n_0 p_0 - \sigma_{10} n_1 p_1 \quad (8)$$

- как быстро изменяющуюся. Здесь $\sigma_{10} = \pm 1$ - знаковая функция. Таким образом, переход к первому уровню иерархии означает, что фазы нулевого уровня p_0 и p_1 трансформируются в комбинационную медленную фазу θ . Информация о фазе ψ "зашифрована" при этом в соответствующих формулах перехода [7,8]. Применяя процедуру усреднения, в случае главного резонанса ($n_0 = n_1 = 1, \sigma_{10} = -1$) получаем уравнения первого уровня иерархии.

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{H}}{dt} &= \frac{ec\omega_1}{2\mathcal{H}} \vec{p}_\perp A_1 \sin \theta, \\ \frac{d\vec{p}_z}{dt} &= \frac{eck_1}{2\mathcal{H}} \vec{p}_\perp A_1 \sin \theta, \\ \frac{d\vec{p}_x}{dt} &= -\frac{e^2 H_0}{4\mathcal{H}} A_1 \sin \theta, \\ \frac{d\vec{p}_y}{dt} &= \frac{e^2 H_0}{4\mathcal{H}} A_1 \cos \theta, \\ \frac{d\bar{p}_x}{dt} &= \frac{d\vec{p}_x}{dt} + \frac{eH_0 \bar{p}_y}{2mc\gamma}, \\ \frac{d\bar{p}_y}{dt} &= \frac{d\vec{p}_y}{dt} - \frac{eH_0 \bar{p}_x}{2mc\gamma}, \\ \frac{d\theta}{dt} &= \omega_1 - k_1 \bar{v}_z - n_0 \frac{eH_0}{2mc\gamma} + \\ &+ \frac{n_0 e\omega_1}{\bar{p}_\perp c} A_1 \cos \theta - n_0 \frac{e\bar{v}_z k_1}{\bar{p}_\perp c} A_1 \cos \theta, \end{aligned} \quad (9)$$

где $\bar{p}_\perp = \sqrt{\bar{p}_x^2 + \bar{p}_y^2}$, $\vec{p}_\perp = \sqrt{\vec{p}_x^2 + \vec{p}_y^2}$, γ - релятивистский фактор, \bar{v}_z, \bar{v}_\perp - продольная и поперечная компоненты скорости электрона.

Уравнения (9) выписаны в нулевом приближении метода Боголюбова, когда в масштабе точности задачи нулевой и первый уровни иерархии

“сливаются”, то есть $x \approx \bar{x}$ (иерархическое вырождение [8]). Вырождение снимается в первом приближении по методу Боголюбова путем добавления к правым частям уравнений (9) соответствующих функций A_2 (см. Приложение).

Спецификой рассматриваемой физической ситуации является возможность реализации кроме главного резонанса, еще и резонансов на гармониках, о которых упоминалось во Введении. Здесь отметим, что в литературе довольно часто встречаются случаи с подменой понятий “гармоники волн” и “гармоники колебаний” электронов в поле этих волн. Общая теория этого вопроса изложена в [7]. Опираясь на нее, рассмотрим данный вопрос более детально применительно к гирорезонансным системам. В общем случае условие одночастичного резонанса (6) можно переписать в виде [7]:

$$n_0 \dot{p}_0 \approx n_1 m_1 \dot{p}_1, \tag{10}$$

где $m_1 = \pm 1, \pm 2, \dots$ - номер гармоники волны, тогда как n_1 , как уже отмечалось, является номером гармоники колебаний электрона в поле этой волны. Физический смысл гармоники m_1 , так как она обусловлена нелинейной зависимостью плотности тока от амплитуды поля волны, - это характеристика полевой части общей задачи. Гармоника n_1 характеризует нелинейность движения электрона в магнитном поле и поле волны, т. е. ее “источником” является уравнение движения. Таким образом, в общем случае n_1 и m_1 являются независимыми величинами, каждая из которых должна играть в нелинейной теории свою самостоятельную роль. Очевидно, что в одночастичной теории число m_1 следует рассматривать как заданную извне величину.

Перепишем условие (10) в виде:

$$m_1 \dot{p}_1 \approx \frac{n_0}{n_1} \dot{p}_0, \tag{11}$$

По причинам, которые станут понятными из дальнейшего численного анализа, традиционно величину n_1 считают равной единице ($n_1 = 1$). Тогда при $m_1 = n_0$ говорят, что резонанс в системе имеет место на n_0 циклотронной гармонике. В случае $n_1 > 1$ число $m_1 = n_0/n_1$ является рациональной дробью и, таким образом, можно говорить о субгармониках ($n_0 = 1, n_1 > 1$), или дробных гармониках. Например, субгармоники: 1/2, 1/3, ... и т.д.; дробные гармоники: 2/2, 2/3, 3/2 и т.д. [7]. В данной работе мы ограничились анализом резонансного взаимодействия только на субгармонике 1/2. Системы уравнений первого уровня иерархии в этом случае имеют структуру аналогичную (3), но более простую. В целях экономии места явный

вид последних не приводим. Дальнейшее развитие расчетной схемы возможно по двум сценариям. Первый из них состоит в численном интегрировании непосредственно уравнений первого уровня иерархии типа (9), поскольку в математическом отношении они являются уже достаточно простыми. Другой - в применении к уравнениям (9) процедуры иерархического преобразования второй степени [7,8]. Формируем новый набор медленно

($\bar{\mathcal{H}}, \bar{\mathcal{P}}, \bar{r}$) и быстро (комбинационная фаза θ) меняющихся величин и производим усреднение по быстрой фазе θ . Таким образом создается второй (последний в нашем случае) уровень рассматриваемой иерархической колебательной системы. В случае главного резонанса ($n_0 = n_1$) уравнения второго уровня иерархии (дважды усредненные) могут быть сформулированы в виде:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{\mathcal{H}}}{dt} &= -\frac{e^3 H_0 c \bar{\mathcal{P}}_{\perp} n_0 A_1^2 \omega_1 (\omega_1 - k_1 \bar{v}_z)}{8\sqrt{2} \Omega^2 \bar{\mathcal{H}}^2 \bar{p}_{\perp}}, \\ \frac{d\bar{\mathcal{P}}_z}{dt} &= -\frac{e^3 H_0 c k_1 \bar{\mathcal{P}}_{\perp} n_0 A_1^2 (\omega_1 - k_1 \bar{v}_z)}{8\sqrt{2} \Omega^2 \bar{\mathcal{H}}^2 \bar{p}_{\perp}}, \\ \frac{d\bar{\mathcal{P}}_{\perp}}{dt} &= \frac{e^4 H_0^2 n_0 A_1^2 (\omega_1 - k_1 \bar{v}_z)}{8\sqrt{2} \Omega^2 \bar{\mathcal{H}}^2 \bar{p}_{\perp}}, \\ \frac{d\bar{p}_{\perp}}{dt} &= \frac{e^3 H_0 A_1^2}{8\sqrt{2} \Omega^2 \bar{\mathcal{H}}^2} \times \\ &\times \left(\frac{e H_0 n_0 (\omega_1 - k_1 \bar{v}_z)}{\bar{p}_{\perp}} + \frac{c^3 \omega_1^2 \bar{\mathcal{P}}_{\perp}^2 \bar{p}_{\perp}}{\bar{\mathcal{H}}^3} \right). \end{aligned} \tag{12}$$

Здесь отметим одну методическую особенность, которую необходимо учитывать при проведении вышеупомянутых преобразований, а именно, малый параметр первого уровня иерархии $\epsilon_1 = 1/\xi_1 \ll 1$ мы можем записать в виде:

$$\dot{a}_1 = 1/\dot{\xi}_1 = |\dot{\theta}_{01}|/|\dot{\psi}_{01}|, \tag{13}$$

а для второго уровня соответственно имеем:

$$\epsilon_2 = 1/\xi_2 = \left| \frac{\dot{\mathcal{H}}}{\dot{\mathcal{H}}_0} \right| / \left| \frac{\dot{\theta}_{01}}{\dot{\psi}_{01}} \right|, \tag{14}$$

где $\xi_{1,2} \gg 1$ - большие параметры, $\dot{\mathcal{H}}_0 = \dot{\mathcal{H}}(z \rightarrow 0)$. Иерархический ряд [7,8], следовательно, в данном случае состоит всего из двух членов:

$$\xi_1 \gg \xi_2 \gg 1. \tag{15}$$

С другой стороны, если расчеты в первом случае велись в первом приближении по Боголюбову, то это означает, что все полученные здесь решения справедливы только на длинах не больших, чем L_1 , которая соответствует параметру $1/\xi_1$. По-

сколько, в соответствии с (15) $\xi_1 \gg \xi_2$, то для того, чтобы обеспечить равенство длин L_1 и L_2 , мы должны расчеты для второго уровня иерархии проводить в приближении как минимум второго порядка и выше. В данном случае уравнения второго уровня иерархии (12) получены во втором приближении по Боголюбову.

Далее, рассматривая асимптотические аналитические решения уравнений (12) или проводя численное интегрирование уравнений первого уровня иерархии (9), можем изучить динамику процессов, протекающих в гирорезонансной иерархической системе.

2. Численный анализ

Для анализа выбрана умеренно релятивистская модель ($\gamma \sim 10$) сверхмощного МЦР. Кулоновским взаимодействием между электронами в данном случае мы пренебрегаем, имея в виду, что влияние последнего будет рассмотрено в дальнейших работах. Результаты вычисления коэффициента полезного действия ($\eta = (H_0 - H)/H_0$)

для случая главного резонанса ($n_0 = n_1 = 1$) приведены на рис. 1. Как видим, зависимость имеет характер эллиптического синуса, что является хорошо известным из литературы фактом [5,7]. На рис. 2 приведена аналогичная зависимость, посчитанная при тех же параметрах, но на этот раз для резонанса на субгармонике 1/2. Как видим, этот режим характеризуется, прежде всего, меньшими уровнями максимального КПД (55% в первом случае, (см. рис. 1) против 0,5% для резонанса на субгармонике (см. рис. 2)). На первый взгляд, эффектом такой величины можно пренебречь. Но сделаем некоторые оценки. Как отмечалось, сила тока электронного потока в МЦР данного класса может составлять десятки килоампер. Допустим, $I_0 \sim 50$ кА. Тогда при $\gamma = 9,45$ (что соответствует ускоряющему напряжению ~ 5 МВ) и КПД 0,5% значение мощности излучения на субгармонике составит $P_{1/2} \sim 1$ ГВт! Далее учтем, что это излучение характеризуется частотой вдвое меньшей чем частота рабочего сигнала:

$$\omega_1 \approx \frac{n_0 \Omega_0}{n_1 (1 - \beta)} \approx \frac{2\gamma^2 n_0 \Omega_0}{n_1}, \quad (16)$$

где $\Omega_0 \approx |\dot{p}_0|$ - частота циклотронных колебаний, n_1 , как и раньше, является номером гармоники колебаний электрона в волне сигнала (в нашем случае $n_0 = 1, n_1 = 2$). Учтем, что на практике в данном случае всегда будем иметь электродинамическую несогласованность выходного окна ре-

зонатора и волнового (или квазиоптического) тракта. Это, в свою очередь, означает, что добротность резонатора на частоте субгармоники реально может быть намного больше добротности на частоте основного сигнала (за счет меньших

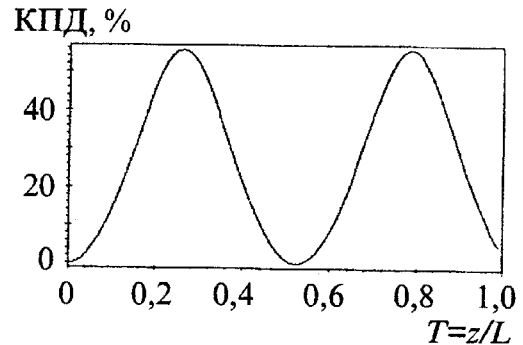


Рис. 1. Результаты численного расчета КПД взаимодействия для МЦР в режиме главного резонанса ($n_0 = n_1 = 1$). Здесь длина волны $\lambda = 2$ мм, $\gamma = 9,45$, $H_0 = 8 \cdot 10^3$ Гс, амплитуда волны сигнала $E_1 = 3,5 \cdot 10^7$ В/м, $v_z = 2,0 \cdot 10^{10}$ см/с, $v_{\perp} = 2,2 \cdot 10^{10}$ см/с, длина области взаимодействия $L = 100$ см, $1/\xi_1 < 0,3$

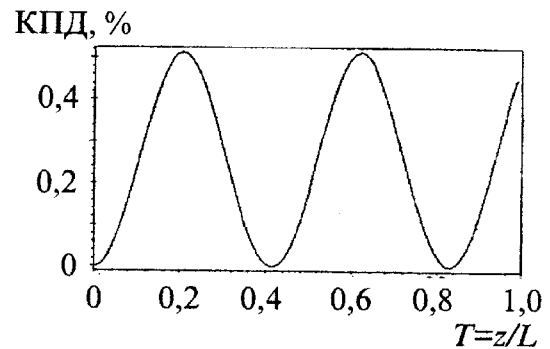


Рис. 2. Результаты численного расчета КПД взаимодействия для МЦР в режиме второй субгармоники ($n_0 = 1, n_1 = 2$). Здесь $\gamma = 9,45$, $\lambda = 4$ мм, $H_0 = 8 \cdot 10^3$ Гс, $E_1 = 3,5 \cdot 10^7$ В/м, $v_z = 2,0 \cdot 10^{10}$ см/с, $v_{\perp} = 2,2 \cdot 10^{10}$ см/с, $L = 100$ см, $1/\xi_1 < 0,3$

потерь на нагрузке). Следовательно, амплитуда субгармонического сигнала в резонаторе в этом случае увеличивается до больших уровней, что приводит к дальнейшему росту КПД. Последнее показано на рис. 3. Как видим, при увеличении сигнала почти на порядок КПД вырос от 0,5% (рис. 2) до 5% (рис. 3), т. е. мощность субгармонического сигнала в приведенном выше примере составляет величину $\sim 10^{10}$ Вт. Таким образом, влияние субгармоник на работу сверхмощного гирорезонансного прибора может быть довольно весомым фактором, и его необходимо учитывать при

проектировании реальных экспериментальных установок данного класса.

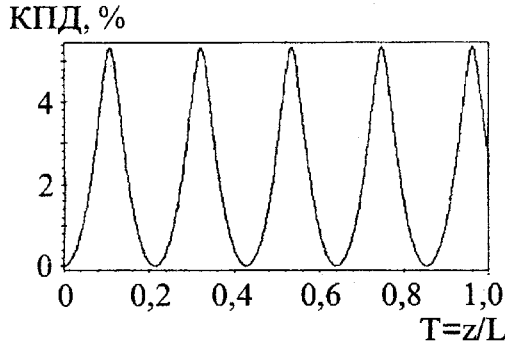


Рис. 3. Результаты численного расчета КПД взаимодействия для МЦР в режиме второй субгармоники ($n_0 = 1, n_1 = 2$). Здесь $\gamma = 9,45$ $\lambda = 4$ мм, $H_0 = 8 \cdot 10^3$ Гс, $E_1 = 1,5 \cdot 10^8$ В/м, $v_z = 2,0 \cdot 10^{10}$ см/с, $v_{\perp} = 2,2 \cdot 10^{10}$ см/с, $L = 100$ см, $1/\xi_1 < 0,3$

Далее заметим, что резонансы на субгармониках (как и на дробных гармониках вообще) являются более чувствительными к развитию эффектов насыщения усиления. Об этом свидетельствует сравнение периодов осцилляции на рис. 1, рис. 2 и рис. 3. Также обратим внимание на интересную

деталь. На рис. 1 в окрестности точки $T \sim 0,52$ наблюдается минимум кривой КПД, тогда как в случае, проиллюстрированном на рис. 2, в той же точке имеет место неминимальное значение КПД. Т.е. в процессе настройки прибора может сложиться любопытная ситуация, когда, при совпадении точки $T \sim 0,52$ с нормированной длиной рабочей области на выходе прибора, вместо основной гармоники может наблюдаться сигнал на субгармонике 1/2 почти в "чистом виде".

Выводы

Таким образом, выше продемонстрирована техника и особенности использования иерархического подхода в случае, когда одна из резонансно взаимодействующих фаз является скрытой. В рассмотренном случае в этой роли выступает магнитная фаза P_0 . Кроме того, показана возможность реализации в сверхмощных гирорезонансных приборах режимов работы на субгармониках и дробных гармониках. С помощью численного анализа показано, что в ряде практически важных случаев это явление может явно наблюдаться в эксперименте и довольно существенно влиять на работу прибора в основном режиме.

Приложение

Слагаемые, описывающие первое приближение по Боголюбову.

$$\begin{aligned}
 A_{2H} &= -\frac{e^2 c^2 k_1^2 \omega_1 \bar{p}_{\perp}^2 A_1^2}{8m\gamma \bar{H}^2 \Omega^2} + \frac{37n_0 e^4 \omega_1 H_0 A_1^3}{96 \bar{p}_{\perp} \bar{H}^2 \Omega} \sin(\theta) + \frac{3e^4 n_0 \omega_1 H_0 A_1^3}{32 \bar{p}_{\perp} \bar{H}^2 \Omega} \cos(\theta) + \\
 &+ \frac{e^4 \omega_1 n_0 H_0 A_1^3}{32 \bar{p}_{\perp} \bar{H}^2 \Omega} \cos(3\theta), \Omega = \omega_1 - k_1 \bar{v}_z - \frac{n_0 e c H_0}{2\bar{H}}, \\
 A_{2Pz} &= -\frac{e^2 c^2 k_1^3 \bar{p}_{\perp}^2 A_1^2}{8m\gamma \bar{H}^2 \Omega^2} + \frac{37n_0 e^4 k_1 H_0 A_1^3}{96 \bar{p}_{\perp} \bar{H}^2 \Omega} \sin(\theta) + \frac{3e^4 n_0 k_1 H_0 A_1^3}{32 \bar{p}_{\perp} \bar{H}^2 \Omega} \cos(\theta) + \\
 &+ \frac{e^4 k_1 n_0 H_0 A_1^3}{32 \bar{p}_{\perp} \bar{H}^2 \Omega} \cos(3\theta), \\
 A_{2Px} &= -\frac{e^3 k_1 \bar{v}_z H_0 A_1^2}{4c \bar{H} \Omega} + \frac{e^3 H_0 \omega_1 A_1^2}{4c \Omega \bar{H}} + \frac{e^3 c n_0 \bar{p}_{\perp} H_0 A_1}{8 \bar{p}_{\perp} \Omega \bar{H}^2} \sin(\theta) + \frac{e^3 c k_1 \bar{p}_{\perp} A_1^2}{8m\gamma \Omega^2 \bar{H}} \sin(2\theta), \\
 A_{2Py} &= \frac{e^3 k_1 \bar{v}_z H_0 A_1^2}{4c \bar{H} \Omega} - \frac{e^3 H_0 \omega_1 A_1^2}{4c \Omega \bar{H}} - \frac{e^3 c n_0 \bar{p}_{\perp} H_0 A_1}{8 \bar{p}_{\perp} \Omega \bar{H}^2} \cos(\theta) - \frac{e^3 c k_1 \bar{p}_{\perp} A_1^2}{8m\gamma \Omega^2 \bar{H}} \cos(2\theta),
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_{2px} = & -\frac{e^3 k_1 \bar{v}_z H_0 A_1^2}{4c \bar{\mathcal{H}} \Omega} + \frac{e^3 H_0 \omega_1 A_1^2}{4c \Omega \bar{\mathcal{H}}} + \frac{e^3 c n_0 \bar{\mathcal{P}}_{\perp} H_0 A_1}{8 \bar{p}_{\perp} \Omega \bar{\mathcal{H}}^2} \sin(\theta) + \frac{e^3 c k_1 \bar{\mathcal{P}}_{\perp} A_1^2}{8 m \gamma \Omega^2 \bar{\mathcal{H}}} \sin(2\theta) - \\
 & -\frac{\omega_1 k_1 e^3 A_1^3}{4 \sqrt{2} m c \Omega^2 \gamma \bar{\mathcal{H}}} \sin(\theta) - \frac{k_1^2 e^3 \bar{v}_z A_1^3}{4 \sqrt{2} m c \Omega^2 \gamma \bar{\mathcal{H}}} \sin(\theta), \\
 A_{2py} = & \frac{e^3 k_1 \bar{v}_z H_0 A_1^2}{4c \bar{\mathcal{H}} \Omega} - \frac{e^3 H_0 \omega_1 A_1^2}{4c \Omega \bar{\mathcal{H}}} - \frac{e^3 c n_0 \bar{\mathcal{P}}_{\perp} H_0 A_1}{8 \bar{p}_{\perp} \Omega \bar{\mathcal{H}}^2} \cos(\theta) - \frac{e^3 c k_1 \bar{\mathcal{P}}_{\perp} A_1^2}{8 m \gamma \Omega^2 \bar{\mathcal{H}}} \cos(2\theta) + \\
 & + \frac{\omega_1 k_1 e^3 A_1^3}{4 \sqrt{2} m c \Omega^2 \gamma \bar{\mathcal{H}}} \cos(\theta) + \frac{k_1^2 e^3 \bar{v}_z A_1^3}{4 \sqrt{2} m c \Omega^2 \gamma \bar{\mathcal{H}}} \cos(\theta), \\
 A_{2\theta} = & \frac{n_0^2 e^4 H_0^2 A_1^2}{32 \bar{p}_{\perp}^2 \Omega \bar{\mathcal{H}}^2} - \frac{n_0 e^2 k_1^2 \bar{\mathcal{P}}_{\perp} A_1^2}{4 \bar{p}_{\perp} m \gamma \Omega \bar{\mathcal{H}}} - \frac{n_0 e^2 \omega_1 k_1^2 \bar{\mathcal{P}}_{\perp} A_1^2}{4 \bar{p}_{\perp} m \gamma \Omega^2 \bar{\mathcal{H}}} + \frac{n_0 e^2 k_1^3 \bar{v}_z \bar{\mathcal{P}}_{\perp} A_1^2}{4 \bar{p}_{\perp} m \gamma \Omega^2 \bar{\mathcal{H}}} - \\
 & - \frac{n_0^2 \bar{\mathcal{P}}_{\perp}^2 e^2 c^2}{4 \bar{p}_{\perp}^2 \Omega \bar{\mathcal{H}}^2} - \frac{n_0 e^4 H_0 \omega_1 A_1^3}{12 \bar{p}_{\perp} \Omega \bar{\mathcal{H}}^3} \cos(\theta) + \frac{n_0 e^2 \bar{\mathcal{P}}_{\perp} \omega_1 A_1}{2 \bar{p}_{\perp} \Omega \bar{\mathcal{H}}} \cos(\theta) - \\
 & - \frac{n_0 e^2 \bar{\mathcal{P}}_{\perp} k_1 \bar{v}_z A_1}{2 \bar{p}_{\perp} \Omega \bar{\mathcal{H}}} \cos(\theta) - \frac{n_0 e^4 H_0 k_1^2 A_1^3}{6 \bar{p}_{\perp} \Omega^2 \bar{\mathcal{H}}^2 m \gamma} \cos(\theta) - \frac{n_0 e^2 c^2 k_1^2 \bar{\mathcal{P}}_{\perp}^2 A_1}{8 \bar{p}_{\perp} \Omega^2 \bar{\mathcal{H}}^2 m \gamma} \cos(\theta) + \\
 & + \frac{7 n_0^2 e^4 H_0^2 A_1^2}{32 \bar{p}_{\perp}^2 \Omega \bar{\mathcal{H}}^2} \cos(2\theta) - \frac{n_0 e^4 H_0 \omega_1 A_1^3}{32 \bar{p}_{\perp} \Omega \bar{\mathcal{H}}^3} \cos(3\theta).
 \end{aligned}$$

Литература

1. В.И. Гайдук, К.И. Палатов, Д.М. Петров. Физические основы электроники СВЧ. Москва, Сов. Радио, 1971.
2. Intense Microwave Pulses III. Proceedings of SPIE, Chair/Editor Howard E. Brandt, 10-12 Jule 1995, San Diego, California, 1996, 2557.
3. В.И. Канавец, В.А. Черепенин. ЖТФ. 1975, 45, № 11, с. 2281-2287.
4. Н.С. Гинзбург, В.А. Кубарев, В.А. Черепенин. ЖТФ. 1985, 55, №1.
5. А.А. Рухадзе, Л.С. Богданкевич, С.Е. Росинский, В.Г. Рухлин. Физика сильноточных релятивистских электронных пучков. Москва, Атомиздат, 1980.
6. В.А. Жураховский. Радиотехника и электроника. 1978, 23, №4, с. 798-803.
7. V.V. Kulish. Method of averaging in nonlinear problem relativistic electrodynamics. World Federa-

tion Published Company, Inc., Tampa - Atlanta, 1997.

8. В.В. Кулиш. Вестник Сумского госуниверситета. 1997, № 7, с. 26-38.

Generation on Subharmonics in Cyclotron Resonance Maser

V. V. Kulish, A. G. Kailyuk

The technique of the hierarchic method application to the nonlinear single-particle hiro-resonant devices problems is illustrated. The methodical peculiarity of this case is a hidden phase (which role plays the magnetic phase) presence. As the performed numerical analysis testified, the superpower devices operating can be rather essentially determined by the subharmonics and fraction harmonics influence.