

## Дифракция собственной волны изолированного зеркального диэлектрического волновода на полубесконечной системе микрополосковых резонаторов

С.А. Погарский

*Харьковский госуниверситет  
Украина, 310077, пл. Свободы, 4*

*Статья поступила в редакцию 26 августа 1997 г.*

Рассматривается задача дифракции собственной волны изолированного зеркального диэлектрического волновода (ИЗДВ) на полубесконечной системе микрополосковых резонаторов, расположенных на одной из граней диэлектрического стержня. Задача решена в приближении заданного распределения поверхностного тока. Определен коэффициент отражения всей структуры.

Розглянуто задачу дифракції власної хвилі ізолюваного дзеркального діелектричного хвилевода на напівнескінченній системі мікροстрічкових резонаторів, розташованих на одній з граней діелектричного стержня. Задачу вирішено в наближенні заданого розподілу поверхневого струму. Знайдено коефіцієнт відбиття всієї структури.

### Введение

В соответствии с общими тенденциями развития радиоэлектроники и техники СВЧ широкое применение находят так называемые гибридные электродинамические структуры, представляющие собой комбинации нескольких типов передающих линий, например, ИЗДВ и отрезков микрополосковых линий (МПЛ). Общей проблемой в задачах анализа и синтеза функциональных элементов с трехмерной топологией является разработка адекватных математических моделей. Частично вопросы математического моделирования таких структур рассмотрены в работах [1,2]. Можно утверждать, что основные проблемы моделирования связаны с необходимостью электродинамического анализа в трехмерной области и с построением высокоэффективных алгоритмов, без которых, вообще говоря, адекватный анализ (синтез) трехмерных структур невозможен.

Исторически первые математические модели строились на использовании исключительно численных методов: метода конечных разностей и метода конечных элементов [3], требовавших построения достаточно сложных вычислительных алгоритмов и неприемлемых для анализа структур с разветвленной топологией. Использование метода эффективной диэлектрической проницаемости [4] позволило существенно упростить процесс алгоритмизации решения задачи. Однако при этом проявились и ограничения метода, а именно, большие погрешности анализа структур на низких частотах и при использовании диэлектрических структур с высокими значениями диэлектрических проницаемостей за счет пренебрежения трансфор-

мацией плоских волн на вертикальных границах. Модели, основанные на строгих электродинамических методах (методе частичных областей [5], методе обобщенных телеграфных уравнений [6]), позволяют с достаточной точностью исследовать параметры гибридных структур, однако они могут быть реализованы лишь через громоздкие вычислительные процедуры, которые еще более усложняются при анализе многоэлементных структур и структур с разветвленной топологией.

В классе гибридных электродинамических структур [7], имеющих в своем составе элементы, свойства которых могут быть описаны в приближении модели полубесконечной периодической структуры, возможно построение алгоритма анализа, пригодного для САПР. Высокоэффективный алгоритм расчета основных параметров удастся построить за счет использования специфического вида симметрии структуры и использования численного обращения оператора краевой задачи, относящейся к одиночному элементу структуры.

### 1. Постановка и метод решения модельной задачи

Рассмотрим гибридную электродинамическую структуру, поперечное сечение которой представлено на рис. 1. Микрополосковые резонаторы представляют собой полубесконечную периодическую систему идеально проводящих бесконечно тонких участков на поверхности магнетодиэлектрика, расположенных на грани ИЗДВ  $y = \Delta + 2a$  с периодом  $L$  вдоль оси  $OZ$ . Будем считать, что структура ИЗДВ однородна вдоль оси  $OZ$ , потери в металле экранов (3 на рис. 1) и

в диэлектриках (1, 2 на рис. 2) отсутствуют, а магнитная проницаемость диэлектриков  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 1$ . Зависимость от времени и координаты  $Z$  примем в виде  $e^{i(\omega t + \gamma z)}$ , что соответствует волне, распространяющейся в направлении оси  $-Z$ . Будем интересоваться коэффициентами отражения  $r$  и прохождения  $t$  системы МПЛ резонаторов при распространении в диэлектрическом стержне ИЗДВ одного из типов собственных колебаний ИЗДВ. Ввиду стремления на практике использовать одномодовый режим ИЗДВ, будем для определенности рассматривать исследуемую структуру в режиме распространения основного типа колебаний ИЗДВ  $E_{11}^y$ .

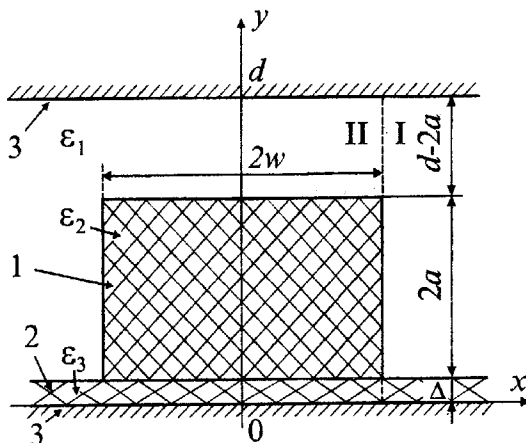


Рис. 1. Внешний вид поперечного сечения

При решении такой электродинамической задачи воспользуемся идеей построения операторов преобразования волн на границе полубесконечной периодической структуры [8]. В соответствии с этой идеей первоначально будем искать операторы рассеяния и прохождения одиночного резонатора, а затем воспользуемся операторным уравнением из [8] для нахождения оператора рассеяния всей полубесконечной структуры. Отметим, что в случае одномодового режима операторы будут представлять собой лишь коэффициенты отражения и прохождения электродинамической структуры.

Опишем поля в частичных областях при помощи электрического  $\vec{\Pi}^e$  и магнитного  $\vec{\Pi}^m$  векторов Герца

$$\vec{\Pi}^e = (0, \Pi^e, 0), \quad \vec{\Pi}^m = (0, \Pi^m, 0), \quad (1)$$

являющихся решениями двумерного уравнения Гельмгольца

$$(\Delta^2 + k^2 \epsilon^{(s)}(y)) \begin{Bmatrix} \vec{\Pi}^e(s) \\ \vec{\Pi}^m(s) \end{Bmatrix} = 0, \quad (2)$$

$s = I, II$  - номер частичной области, и удовлетворяющими соответствующим граничным условиям на металлическом экране и на бесконечности. Компоненты полей могут быть записаны в виде

$$\begin{aligned} E_y^{(s)} &= \sum_{n=0}^{\infty} R_n^{(s)} \tilde{\varphi}_n^{(s)}(y) \tilde{f}_n^{(s)}(x), \\ H_y^{(s)} &= \sum_{n=0}^{\infty} T_n^{(s)} \varphi_n^{(s)}(y) f_n^{(s)}(x), \end{aligned} \quad (3)$$

где  $R_n^{(s)}, T_n^{(s)}$  - неизвестные коэффициенты,  $\tilde{\varphi}_n^{(s)}(y), \varphi_n^{(s)}(y)$  - собственные функции в частичных областях  $s = II$  и  $s = I$  соответственно. Функции  $\tilde{f}_n^{(s)}(x)$  и  $f_n^{(s)}(x)$  удовлетворяют уравнению Гельмгольца и граничному условию  $x = w$ . Здесь и далее множитель  $e^{i(\omega t + \gamma z)}$  опускается. С учетом сделанных выше предположений запишем функции  $\tilde{f}_n^{(s)}(x)$  и  $f_n^{(s)}(x)$  в виде:

$$\begin{aligned} f_n^{(2)}(x) &= \cos(\eta_n^{(2)} x - \gamma_1), \\ \tilde{f}_n^{(2)}(x) &= \sin(\tilde{\eta}_n^{(2)} x + \gamma_1), \quad 0 < x < w, \\ f_n^{(1)}(x) &= \exp[-\eta_n^{(1)}(x - w)], \\ \tilde{f}_n^{(1)}(x) &= \exp[-\tilde{\eta}_n^{(1)}(x - w)], \quad w < x < \infty, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\gamma_1 = \begin{cases} 0, & x = 0 - \text{ЭС} \\ \pi/2, & x = 0 - \text{МС} \end{cases}$ , где символы ЭС и МС соответствуют случаям "электрической" и "магнитной" стенок. Функции  $\tilde{\varphi}_n^{(s)}(y)$  и  $\varphi_n^{(s)}$  представимы в виде

$$\begin{aligned} \varphi_n^{(1)} &= \begin{cases} \frac{\sin(\chi_n^{(1)} y + \gamma_2)}{\sin(\chi_n^{(1)} \Delta + \gamma_2)}, & 0 \leq y \leq \Delta, \\ \frac{\sin \chi_n^{(1)}(d - y)}{\sin \chi_n^{(1)}(d - \Delta)}, & \Delta \leq y \leq d; \end{cases} \\ \tilde{\varphi}_n^{(1)}(y) &= \begin{cases} \frac{\cos(\tilde{\chi}_n^{(1)} y - \gamma_2)}{\cos(\tilde{\chi}_n^{(1)} \Delta - \gamma_2)}, & 0 \leq y \leq \Delta, \\ \frac{\cos \tilde{\chi}_n^{(1)}(d - y)}{\cos \tilde{\chi}_n^{(1)}(d - \Delta)}, & \Delta \leq y \leq d; \end{cases} \end{aligned}$$

$$\varphi_n^{(2)}(y) = \begin{cases} A \frac{\sin(\lambda_{1n}y + \gamma_2)}{\sin(\lambda_{1n}\Delta + \gamma_2)}, & y \in [0, \Delta), \\ B \frac{\sin \lambda_{2n}(y - \Delta - 2a)}{\sin 2\lambda_{2n}a} + \\ + C \frac{\cos \lambda_{2n}(y - \Delta - 2a)}{\cos 2\lambda_{2n}a}, & y \in (\Delta, \Delta + 2a), \\ \frac{\sin \lambda_{3n}(d - y)}{\sin \lambda_{3n}d}, & y \in (\Delta + 2a, d]; \end{cases} \quad (5)$$

$$\tilde{\varphi}_n^{(2)}(y) = \begin{cases} \frac{\tilde{A} \cos(\tilde{\lambda}_{1n}y - \gamma_2)}{\varepsilon_3 \cos(\tilde{\lambda}_{1n}\Delta - \gamma_2)}, & y \in [0, \Delta), \\ \frac{\tilde{B} \sin \tilde{\lambda}_{2n}(y - \Delta - 2a)}{\varepsilon_2 \sin 2\tilde{\lambda}_{2n}a} + \\ + \frac{\tilde{C} \cos \tilde{\lambda}_{2n}(y - \Delta - 2a)}{\varepsilon_2 \cos 2\tilde{\lambda}_{2n}a}, & y \in (\Delta, \Delta + 2a), \\ \frac{1 \cos \tilde{\lambda}_{3n}(d - y)}{\varepsilon_1 \cos \tilde{\lambda}_{3n}d}, & y \in (\Delta + 2a, d]. \end{cases}$$

Поперечные и продольные волновые числа связаны между собой следующими соотношениями

$$\begin{aligned} k^2 \varepsilon_p^{(s)} - \lambda_{pn}^2 &= (\eta_n^{(2)})^2 + \gamma^2, \\ k^2 \varepsilon_p^{(s)} - \tilde{\lambda}_{pn}^2 &= (\tilde{\eta}_n^{(2)})^2 + \gamma^2, \\ k^2 &= (\eta_n^{(1)})^2 + \gamma^2 + (\chi_n^{(1)})^2, \\ \chi_n^{(1)} &= [\pi(n+1) - \gamma_2] / d, \quad p = 1, 2, 3. \end{aligned} \quad (6)$$

Вспомогательные константы  $A, \tilde{A}, B, \tilde{B}, C, \tilde{C}$  определяются через соотношение размеров частичной области  $\Pi$ . В соответствии с принятой схемой исследования будем рассматривать прямоугольный микрополосковый резонатор длиной  $l$  и шириной  $w_p$ , расположенный на грани ИЗДВ, совпадающей с плоскостью  $Y = \Delta + 2a$ . Введем локальную декартову систему координат  $x'o'z'$ , связанную с резонатором. Начало системы координат  $o'$  лежит в плоскости  $XOZ$  и имеет координаты  $(x_0, z_0)$ . В дальнейших исследованиях будем использовать приближение заданного рас-

пределения плотности поверхностного тока [9]. Микрополосковый резонатор можно рассматривать как резонансный отрезок разомкнутой на концах МПЛ, включающей в себя отрезок ИЗДВ, изолирующего слоя и заземленного основания, с шириной, равной ширине резонатора. Характеристики такого резонатора в существенной мере будут зависеть от типа колебаний, установившихся в резонаторе. Будем предполагать, что в условиях, близких к резонансным, поверхностная плотность тока будет иметь только продольную  $Z$ -компоненту, которая будет описываться функцией

$$\vec{J}(x', z') = \begin{cases} \tilde{e}_z \frac{I}{\sqrt{1 - (x/w_p)^2}} \sin \beta_\theta z', & 0 < z' < l, -w_p/2 < x' < w_p/2, \\ 0, & z' \notin [0, l], x' \notin [-w_p/2, w_p/2], \end{cases} \quad (7)$$

где  $I$  - амплитуда тока колебаний, установившихся в резонаторе;  $\beta_\theta = \pi\theta / l$ ,  $\theta = 1, 2, 3, \dots$  - соответствует типу колебания в резонансной области резонатора. Задание функции плотности тока в виде (7) позволяет аналитическим образом учесть особенности поведения тока вблизи ребер.

Наличие токов на участках плоскости  $Y = \Delta + 2a$  ведет к разрыву магнитных линий поля, определяемых уравнением

$$\left[ \tilde{e}_y, \vec{H}_{ig}^{(2)} \Big|_{y=\Delta+2a+0} - \vec{H}_{ig}^{(2)} \Big|_{y=\Delta+2a-0} \right] = \vec{J}. \quad (8)$$

Совершенно очевидно, что амплитуды тока  $I$  на одиночном резонаторе, а в общем случае и амплитуды на всех рассматриваемых резонаторах, не могут быть произвольными. Они вызваны действием некоторой ЭДС. Амплитуды возбуждаемых токов могут быть однозначно определены путем решения соответствующей граничной задачи возбуждения

$$\vec{E}_{ig} \{ \vec{J} \} + \vec{E}^i \Big|_{s=s_0} = 0, \quad (9)$$

где  $s_0$  - поверхность МПЛ резонатора,  $\vec{E}_{ig}$  - оператор преобразования вектора амплитуд поверхностных токов в пространственные гармоники рассеиваемых полей,  $\vec{E}^i$  - вектор амплитуд электрического поля собственных типов колебаний. Отметим, что в непосредственной окрестности МПЛ резонатора рассеянные поля имеют непрерывный пространственный спектр, и операторы  $\vec{H}_{ig}^{(s)}$  и  $\vec{E}_{ig}^{(s)}$  (см. (8), (9)) являются по своей форме интегральными, учитывающими весь спектр гармоник рассеянных волн.

Выполнение условий непрерывности электромагнитных полей при  $y = \Delta + 2a$ , условий (8) и (9) при использовании распределения для токов в форме (7) и учета возбуждающего поля как поля собственной волны  $E_{11}^y$  приводит к связанным системам парных интегральных уравнений (10)-(13) относительно амплитуд рассеиваемых полей, выраженных через амплитуду возбуждающего тока:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{iyz} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} R_n^{(2)} \sin \tilde{\eta}_n^{(2)} x \vartheta_n(\gamma) + \sum_{n=0}^{\infty} T_n^{(2)} \sin \eta_n^{(2)} x \rho_n(\gamma) \right\} d\gamma = 0, \quad (10)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{iyz} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} R_n^{(2)} \sin \tilde{\eta}_n^{(2)} x \vartheta_n(\gamma) + \sum_{n=0}^{\infty} T_n^{(2)} \sin \eta_n^{(2)} x \rho_n(\gamma) \right\} d\gamma = \frac{I}{\sqrt{1 - \left(\frac{x}{w_p}\right)^2}} \cos \beta_0 z; \quad (11)$$

уравнение (10) определено на  $y = \Delta + 2a$ ,  $x \in [-w, w]$ , а уравнение (11) определено на  $y = \Delta + 2a$  и  $x \in [-w_p, w_p]$ , и

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{iyz} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} R_n^{(2)} \sin \tilde{\eta}_n^{(2)} x \Omega_n(\gamma) + \sum_{n=0}^{\infty} T_n^{(2)} \sin \eta_n^{(2)} x \Pi_n(\gamma) \right\} d\gamma = 0, \quad (12)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{iyz} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} R_n^{(2)} \sin \tilde{\eta}_n^{(2)} x \sigma_n(\gamma) + \sum_{n=0}^{\infty} T_n^{(2)} \sin \eta_n^{(2)} x \tau_n(\gamma) \right\} d\gamma = \cos \frac{\pi x}{2w} e^{iyz}, \quad (13)$$

определенных на интервалах для (12):  $y = \Delta + 2a$ ,  $x \in [-w, w]$  и для уравнения (13):  $y = \Delta + 2a$ ,  $x \in [-w_p, w_p]$ , где в выражениях (10)-(13) введены обозначения:

$$\begin{aligned} \vartheta_n(\gamma) &= \frac{k\gamma}{\gamma^2 + (\tilde{\eta}_n^{(2)})^2} \times \\ &\times \left[ \frac{\cos \tilde{\lambda}_{3n}(d - \Delta - 2a)}{\cos \tilde{\lambda}_{3n}d} - \frac{\tilde{C}}{\cos 2\tilde{\lambda}_{2n}a} \right], \\ \rho_n(\gamma) &= \frac{1}{\gamma^2 + (\eta_n^{(2)})^2} \times \\ &\times \left[ \frac{B\lambda_{2n}\eta_n^{(2)} - \lambda_{3n}\eta_n^{(2)} \cos \lambda_{3n}(d - \Delta - 2a)}{\sin 2\lambda_{2n}a} - \frac{\tilde{C}}{\cos \lambda_{3n}d} \right], \\ \Omega_n(\gamma) &= \frac{i\gamma}{\gamma^2 + (\tilde{\eta}_n^{(2)})^2} \times \\ &\times \left[ \frac{\tilde{\lambda}_{3n} \sin \tilde{\lambda}_{3n}(d - \Delta - 2a)}{\varepsilon_1 \cos \tilde{\lambda}_{3n}d} - \frac{\tilde{B}\tilde{\lambda}_{2n}}{\varepsilon_2 \sin 2\tilde{\lambda}_{2n}a} \right], \\ \Pi_n(\gamma) &= \frac{ik\eta_n^{(2)}}{\gamma^2 + (\eta_n^{(2)})^2} \times \\ &\times \left[ \frac{\sin \lambda_{3n}(d - \Delta - 2a)}{\sin \lambda_{3n}d} - \frac{C}{\cos 2\lambda_{2n}a} \right], \\ \sigma_n(\gamma) &= \frac{i\gamma\tilde{\lambda}_{3n}}{\gamma^2 + (\tilde{\eta}_n^{(2)})^2} \frac{\sin \tilde{\lambda}_{3n}(d - \Delta - 2a)}{\varepsilon_1 \cos \tilde{\lambda}_{3n}d}, \\ \tau_n(\gamma) &= \frac{ik\eta_n^{(2)}}{\gamma^2 + (\eta_n^{(2)})^2} \frac{\sin \lambda_{3n}(d - \Delta - 2a)}{\sin \lambda_{3n}d}. \end{aligned} \quad (14)$$

Спроектируем полученные системы интегральных уравнений (10)-(12) на полную ортогональную систему базисных функций, представляющую собой систему полиномов Чебышева I рода  $T_\alpha(x/w)$  с весом  $[1 - (x/w)^2]^{-1}$ , и проинтегрируем по интервалу  $[-w, w]$ , а уравнение (13) скалярно домножим на базисную функцию, по которой осуществлено разложение функции  $\tilde{J}$ , и проинтегрируем по интервалу  $[-w_p, w_p]$ , при этом уравнения (11) и (13) проинтегрируем, кроме того, по длине резонатора от 0 до  $l$ . В результате этих операций приходим к неоднородной связанной СЛАУ I рода относительно коэффициентов разложений рассеянных полей и амплитуды тока на резонаторе:

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} R_n^{(2)} \Phi_{nk} + \sum_{n=0}^{\infty} T_n^{(2)} \Gamma_{nk} &= 0, \\ \sum_{n=0}^{\infty} R_n^{(2)} P_{nk} + \sum_{n=0}^{\infty} T_n^{(2)} Q_{nk} &= 0, \end{aligned}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} R_n^{(s)} G_{nk} + \sum_{n=0}^{\infty} T_n^{(s)} F_{nk} = \Psi \frac{\pi}{N} \sum_{m=1}^N \cos \frac{2m-1}{2N} \pi, \quad (15)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} R_n^{(s)} S_{nk} + \sum_{n=0}^{\infty} T_n^{(s)} W_{nk} = \frac{(-1)^k}{i} J_{2k} \left( \frac{\pi}{2w} w_p \right) X, \\ k = 0, 1, 2, \dots,$$

где введены обозначения

$$\begin{aligned} \Phi_{nk} &= (-1)^k \pi \int_{-\infty}^{\infty} \vartheta_n(\gamma) J_{2k+1} \left[ \tilde{\eta}_k^{(2)}(w - w_p) \right] d\gamma, \\ \Gamma_{nk} &= (-1)^k \pi \int_{-\infty}^{\infty} \rho_n(\gamma) J_{2k+1} \left[ \eta_k^{(2)}(w - w_p) \right] d\gamma, \\ P_{nk} &= (-1)^k \pi \int_{-\infty}^{\infty} \Omega_n(\gamma) J_{2k+1} \left[ \tilde{\eta}_k^{(2)}(w - w_p) \right] d\gamma, \\ Q_{nk} &= (-1)^k \pi \int_{-\infty}^{\infty} \Pi_n(\gamma) J_{2k+1} \left[ \eta_k^{(2)}(w - w_p) \right] d\gamma, \\ G_{nk} &= \frac{(-1)^k}{i} \pi \int_{-\infty}^{\infty} \vartheta_n(\gamma) J_{2k+1} \left( \tilde{\eta}_k^{(2)} w_p \right) \left[ e^{i\gamma l} - 1 \right] \frac{d\gamma}{\gamma}, \\ F_{nk} &= \frac{(-1)^k}{i} \pi \int_{-\infty}^{\infty} \rho_n(\gamma) J_{2k+1} \left( \eta_k^{(2)} w_p \right) \left[ e^{i\gamma l} - 1 \right] \frac{d\gamma}{\gamma}, \\ S_{nk} &= \frac{(-1)^k}{i} \pi \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_n(\gamma) J_{2k+1} \left( \tilde{\eta}_k^{(2)} w_p \right) \left[ e^{i\gamma l} - 1 \right] \frac{d\gamma}{\gamma}, \\ W_{nk} &= \frac{(-1)^k}{i} \pi \int_{-\infty}^{\infty} \tau_n(\gamma) J_{2k+1} \left( \eta_k^{(2)} w_p \right) \left[ e^{i\gamma l} - 1 \right] \frac{d\gamma}{\gamma}, \\ \Psi &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\beta_0^2 - \gamma^2} \left[ e^{i\gamma l} (\dot{\gamma} \cos \beta_0 l + \beta_0 \sin \beta_0 l) - i\gamma \right] d\gamma, \\ X &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i\gamma l}}{\gamma} d\gamma = H_0^{(1)} \left( \frac{l}{\gamma} \right). \end{aligned} \quad (16)$$

Таким образом, вместе системы уравнений (15) и (16) позволяют определить наборы неизвестных коэффициентов  $R_n^{(2)}, T_n^{(2)}, I$ .

## 2. Характеристики рассеянных полей

Найденные из (15) коэффициенты разложений позволяют найти поля, рассеиваемые единичным резонатором, в виде

$$E^{(s)} = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\gamma z} \sum_{n=0}^M \tilde{R}_n^{(2)} \tilde{\varphi}_n^{(s)} \tilde{f}_n^{(s)} d\gamma. \quad (17)$$

Вычисление асимптотик интегралов типа (13) при  $z \rightarrow \pm\infty$  позволяет найти значения коэффициентов отражения  $r$  и прохождения  $l$  (для однододового режима) одиночного резонатора при его взаимодействии в однододовом режиме с низшей собственной волной ИЗДВ. Подынтегральная функция в (17) представима в виде  $e^{i\gamma z} \frac{A(\gamma)}{B(\gamma)}$ , где

функции  $A(\gamma)$  и  $B(\gamma)$  зависят от вектора  $\vec{J}$ . Можно показать, что подынтегральная функция является мероморфной во всей комплексной плоскости  $\gamma$  и что асимптотики интегралов могут быть найдены в виде суммы вычетов. Подынтегральная функция имеет особые точки в виде полюсов первого порядка, соответствующих постоянным распространения собственных типов колебаний и определяемых уравнением  $B(\gamma)|_{\gamma \rightarrow \gamma_i} = 0$ ,

где  $\gamma_i$  - постоянная распространения собственной волны ИЗДВ и точек ветвления, определяемых зависимостями поперечных чисел от  $\gamma$ . Однако вследствие того, что эти точки ветвления играют существенную роль лишь вблизи МПЛ резонатора, при нахождении асимптотик они не учитываются. При отсутствии потерь в электродинамической структуре все полюса функции  $B(\gamma)$  будут полюсами первого порядка и расположатся на вещественной оси симметрично относительно 0. И, таким образом, задача нахождения коэффициента отражения  $r$  низшей собственной волны  $E_{11}^y$  ИЗДВ одиночным микрополосковым резонатором сводится к нахождению величины

$$r = \operatorname{res}_{\gamma \rightarrow \gamma_0} e^{i\gamma z} \frac{A(\gamma)}{B(\gamma)} = e^{i\gamma_0 z} \frac{A(\gamma_0)}{B_1},$$

где  $B_1$  - коэффициент разложения в ряд Тейлора функции  $B(\gamma)$  в окрестности  $\gamma_0$ . Нахождение коэффициента прохождения  $l$  сводится к нахождению аналогичного предела при  $z \rightarrow -\infty$ , где  $\gamma_0$  - постоянная распространения низшего типа колебаний. Функциональная зависимость  $B(\gamma)$  является достаточно сложной и громоздкой, однако, функция  $B(\gamma)$  с точностью до постоянного множителя совпадает с функциональной зависимостью главного определителя системы (15) от  $\gamma$ . Численный расчет первой производной от функциональной зависимости главного определителя в точке  $\gamma_0$  не представляет сложностей.

Таким образом, задача о дифракции низшего типа колебаний ИЗДВ на одиночном микрополосковом резонаторе, полученная в виде (15), позволяет говорить о численном обращении части

оператора (т.е. о процедуре численного полуобращения) краевой задачи о дифракции собственной волны ИЗДВ на полубесконечной периодической системе МПЛ резонаторов.

Полученные значения коэффициентов рассеяния и прохождения могут быть использованы при вычислении коэффициентов отражения всей гибридной структуры, представляющей собой комбинацию ИЗДВ и полубесконечной периодической системы МПЛ резонаторов. Значения суммарного коэффициента рассеяния могут быть найдены из квадратного уравнения, являющегося аналогом операторного уравнения [8],

$$R = r + t^2 \varphi^2 \frac{R}{1 - rR\varphi^2}, \quad (18)$$

где коэффициент  $\varphi$  будет определять фазовый набег между двумя МПЛ резонаторами и может быть найден как  $\varphi = e^{i\gamma_0 L}$ .

Предложенная модель нахождения коэффициента отражения полубесконечной периодической структуры МПЛ резонаторов может быть использована как исходный момент исследования гибридных структур с большим количеством однотипных элементов.

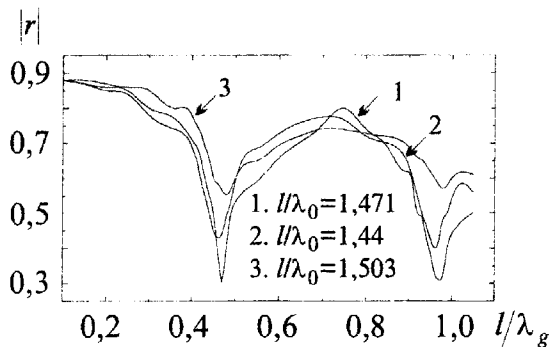


Рис. 2. Зависимость модуля коэффициента от соотношения длины резонатора и частоты

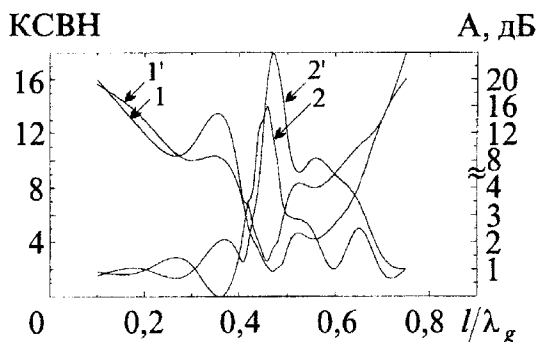


Рис. 3. Зависимость КСВН от длины резонатора и частоты

Особенности вычислительной процедуры для поиска коэффициентов отражения системы МПЛ резонаторов демонстрируют расчетные данные,

представленные на рис. 2, 3. На рис. 2 приведены расчетные кривые для коэффициентов отражения  $r$  и КСВН одиночных МПЛ резонаторов с различными типоразмерами на основной моде тока, полученные в результате численного эксперимента по предложенной модели. Как и можно было предполагать, кривые зависимостей  $|r|$  от  $l/\lambda_g$ ,

где  $\lambda_g$  - эффективная длина волны в отрезке МПЛ, носят явно резонансный характер с минимумами вблизи значений 0,5. А на рис. 3 представлены экспериментальные кривые для КСВН и затухания одиночного резонатора, полученные в ходе оптимизации и экспериментальной отработки параметров фильтров [7]. Кривые 1,1' соответствуют значениям КСВН, а кривые 2,2' - значениям затухания в дБ. Анализ представленных графических данных свидетельствует о хорошей корреляции значений КСВН, найденных теоретически путем пересчета значений коэффициентов отражения и определенных экспериментально, для случаев  $w_p < 2w$ , что свидетельствует о корректности построенной модели. Небольшой частотный сдвиг пиков резонансных кривых и их уширение, по всей видимости, могут быть объяснены фактором диссипативных потерь в металлических элементах конструкции и в диэлектрических средах, присутствовавших в экспериментальной модели и не учитывавшихся в процессе построения математической модели. Существенное влияние, очевидно, оказал и фактор пространственной анизотропии вещества диэлектрического стержня ИЗДВ - поликора, имеющего существенные различия в значениях  $\epsilon_x$  и  $\epsilon_y$  в диапазоне миллиметровых длин волн.

### Литература

1. P. Bhartia, I.J. Bahl. Millimeter wave engineering and applications. New York, Wiley, 1984, p. 112-118.
2. Электродинамические основы автоматизированного проектирования интегральных схем СВЧ. Под ред. Е.И. Нефедова. Москва, Изд-во ин-та радиотехники и электроники АН СССР, 1981, 226 с.
3. В.М.А. Rahman, J.B. Davies. Proc. Inst. Elec. Eng. 1985, 132, p. 349-353.
4. M.R. Knox, P.P. Toullos. Proc. MRI Symp. Submillimeter Waves, New York, 1970, p. 213-230.
5. R. Mittra, Y.-L. Hou. IEEE Trans. on MTT-29. 1981, No. 9, p. 870-874.
6. O. Kashuhiko. IEEE Trans. on MTT-25. 1977, No. 11, p. 874-885.
7. АС1807535(СССР), С.А. Погарский, И.И. Сапрыкин, Б.С. Глаголев. Оpubл. в БИ, 1993, №13.

8. Л.М. Литвиненко, І.І. Резник, Д.Л. Литвиненко. Доповіді АН Української РСР. 1991, №6, с. 62-66.
9. С.Л. Просвирнин, Ю.Б. Нечаев. Расчет микрополосковых антенн в приближении заданного распределения поверхностного тока. Воронеж, Изд-во Воронежского ун-та, 1992, 112 с.

**Isolated Mirror Guide Eigenmode Diffraction by Semi-Infinite Structure of Microstrip Resonators**

**S. A. Pogarsky**

The problem of isolated mirror guide eigenwave diffraction by semi-infinite structure of microstrip resonators placed on one of faces of the dielectric rod is considered. The problem is solved by a definite density surface current approximation. The reflection coefficient of the whole structure is found.