

О временных характеристиках ЭМ импульса, прошедшего через однородную поглощающую диффузионную среду

А.А. Галуза, А.С. Мазманишвили

Харьковский государственный политехнический университет,
310002, Харьков, ул. Фрунзе 21

Статья поступила в редакцию 22 августа 1997 г.

Рассмотрен новый подход к уравнению Исимару, описывающему рассеяние электромагнитного излучения в диффузионной среде. Проведено сравнение рассчитанных временных импульсов рассеянного излучения в модели с поглощением и без него. Указаны временные масштабы, влияющие на форму временных импульсов рассеянного излучения.

Розглянуто новий підхід до рівняння Ісімару, яке описує розсіювання електромагнітного випромінювання в дифузійному середовищі. Здійснено порівняння розрахованих часових імпульсів розсіяного випромінювання в моделі з поглинанням та без нього. Вказано часові масштаби, що впливають на форму часових імпульсів розсіяного випромінювання.

1. Исследование прохождения излучения естественного и искусственного происхождения в случайно неоднородных средах представляет большой практический и теоретический интерес [1,2]. В линейном приближении импульс $I(t)$ на выходе пролетного участка рассеивающей среды связан с импульсом $I_i(t')$, поступившим на начало участка, с помощью функции Грина

$$I(t) = \int G(t-t') I_i(t') dt'. \quad (1)$$

Задача нахождения функции Грина $G(t)$ эквивалентна задаче определения двухчастотной функции когерентности $\Gamma(\omega_d)$, связанной с ней преобразованием Фурье

$$G(t) = \frac{1}{2\pi} \int \Gamma(\omega_d) \exp(-i\omega_d t) d\omega_d, \quad (2)$$

где ω_d - разностная частота.

Задача о двухчастотной функции когерентности была ранее рассмотрена Исимару [1] в приближении, не включающем эффект диссипации излучения в среде. В этом приближении для Фурье-трансформанты $\Gamma(z, \vec{r})$ функции $\Gamma(\omega_d)$ построено следующее уравнение

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + ia \frac{\partial^2}{\partial \vec{r}^2} + b \vec{r}^2 \right) \Gamma(z, \vec{r}) = 0, \quad (3)$$

Здесь использованы следующие обозначения $a = k_d/2k^2$; $b = \rho \sigma_s k^2/4\alpha_p$; где c - скорость

света; k - волновое число ЭМ излучения; ρ - концентрация рассеивающих центров среды; σ_s - сечение рассеяния; α_p - угловой параметр рассеяния, приближенно равный отношению диаметра D рассеивающих центров к длине волны λ электромагнитного излучения.

Результирующий импульс на выходе пролетного участка непоглощающей среды можно представить как суперпозицию импульсов, пришедших вследствие рассеяния по разным траекториям. Благодаря отсутствию поглощения, каждый из этих импульсов можно рассматривать как частицу, претерпевшую множество упругих соударений с частицами среды. В этом случае процесс распространения электромагнитных импульсов в неоднородной среде можно рассматривать как диффузионный [1]. Такой процесс является недиссипативным винеровским процессом. Из (3) вытекает, что полная мощность излучения, прошедшего через произвольный элемент поверхности при $z = 0$ и $z > 0$, сохраняется.

2. Рассмотрим далее возможность учета потерь энергии поля излучения при его распространении вдоль оси z , при этом будем использовать начальное условие к (3) вида $\Gamma(0, \vec{r}) = 1$. Для такого однородного условия потери энергии описываются законом Бугера с декрементом ν и показателем спада вида $\exp(-\nu z)$.

В расширении уравнения (3), учитывающем потери энергии, дополнительное выражение, связанное с декрементом, должно быть слагаемым вследствие инвариантности относительно начала отсчета вдоль оси z . Рассмотрим два возможных

скалярных оператора, содержащих градиент $\frac{\partial}{\partial \vec{r}}$:

$$\frac{1}{2} v \vec{r} \frac{\partial}{\partial \vec{r}} \text{ и } \frac{1}{2} v \frac{\partial}{\partial \vec{r}} \vec{r}. \text{ Легко убедиться, что сла-}$$

$$\text{гаемое вида } \frac{1}{2} \frac{\partial(\vec{r}\Gamma)}{\partial \vec{r}}, \text{ добавленное в (3), обеспе-}$$

чит выполнение закона Бугера указанного вида.

Тогда получим следующее уравнение с декрементным членом, являющееся расширенным вариантом уравнения (3),

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{v}{2} \frac{\partial}{\partial \vec{r}} \vec{r} + ia \frac{\partial^2}{\partial \vec{r}^2} + b \vec{r}^2 \right) \Gamma(z, \vec{r}) = 0 \quad (4)$$

с начальным условием $\Gamma(0, \vec{r}) = 1$.

Мы приведем решение этого уравнения

$$\Gamma(z, \vec{r}) = \frac{\exp(-vz/2)}{\cos(\Omega z) + \gamma \sin(\Omega z)} \times$$

$$\times \exp\left(-\gamma \vec{r}^2 + A \frac{\gamma - \text{tg}(\Omega z)}{1 + \gamma \text{tg}(\Omega z)} \vec{r}^2\right), \quad (5)$$

где $\gamma = v/8ia$, $A = \left(\frac{b}{4ia} - \left(\frac{v}{8ia} \right)^2 \right)^{1/2}$,

$$\Omega = 4iaA.$$

Решение (5) показывает, что функция когерентности $\Gamma(z, \vec{r})$ имеет гауссов вид относительно поперечной переменной \vec{r} . Зависимость от продольной координаты z более сложна, наряду с диссипативным множителем $\exp(-vz/2)$ в (5) присутствуют осцилляционные факторы.

Рассмотрим далее функцию когерентности вдоль оси распространения, т.е. при $\vec{r} = 0$

$$\Gamma(z, 0) = \frac{\exp(-vz/2)}{\cos(\Omega z) + \gamma \sin(\Omega z)}. \quad (6)$$

Если в (6) пренебречь затуханием, то мы получим известное [1] выражение:

$$\Gamma(z, 0; v = 0) = \frac{1}{\cos(\sqrt{4ibz})}. \quad (7)$$

В знаменателе (6) смещены полюса функции когерентности, которые в отличие от (7) теперь не будут локализованы на мнимой оси. Учет затухания изменил явный вид функции когерентности, а именно, появился декрементный множитель $\exp(-vz/2)$. Из (6) вытекает, что благодаря затуханию импульсы с более длинными траекториями будут давать меньший вклад в результирующий импульс. Таким образом, форма результирующих кривых будет другая. Благодаря множителю

$\exp(-vz/2)$ на больших базах импульс в целом будет затухать, в отличие от случая без поглощения.

3. Пусть импульс регистрируется на расстоянии L от источника. Для дальнейшего анализа используем следующие обозначения: $\beta = v^2 L^2 / 4$, $T_1 = L/c$, $T_2 = \pi r \sigma_s L^2 / (\alpha_p c)$. Величина T_1 есть время задержки импульса на расстоянии L . Безразмерный параметр β связан с затуханием на том же расстоянии. Как это будет видно ниже, параметр T_2 определяет ширину импульса при его прохождении пролетной базы L . Итак, для функции Грина мы приходим к выражению

$$G(t) = \frac{1}{2\pi i T_2} \times$$

$$\times \int_{-i\infty}^{i\infty} \frac{\exp(-vL/2 + s\tau / T_2)}{\cosh \sqrt{s + \beta} + \frac{vL}{2\sqrt{s + \beta}} \sinh \sqrt{s + \beta}} ds, \quad (8)$$

где $\tau = t - T_1 = t - L/c$.

Количественные характеристики формы видеоимпульса $G(t)$ получены с помощью специально построенной численной процедуры обратного преобразования Лапласа. Результаты приведены на рисунках 1 и 2, на которых изображены зависимости формы импульса $G(t)$ от базы L при $v = 10^{-3} \text{ м}^{-1}$ (рис. 1) и от v при базе $L = 200 \text{ м}$ (рис. 2). Оба семейства кривых построены для $\alpha_p = 3 \cdot 10^{-2}$, $\rho = 10^4 \text{ м}^{-3}$ и $\sigma_s = 3 \cdot 10^{-10} \text{ м}^2$ при длине ЭМ волны $\lambda = 1 \text{ мм}$. Из рис. 1 видно, что с ростом базы L уменьшается амплитуда импульса, а сам импульс уширяется, что связано с увеличением вклада "длинных" траекторий. Несколько другая закономерность видна на рис. 2. Здесь импульс не только уменьшается по амплитуде, что связано с общим увеличением потерь энергии, но и ужимается, поскольку при увеличении v более "длинные" траектории затухают быстрее. Количественно эти закономерности можно также описать в терминах моментов функции $G(t)$.

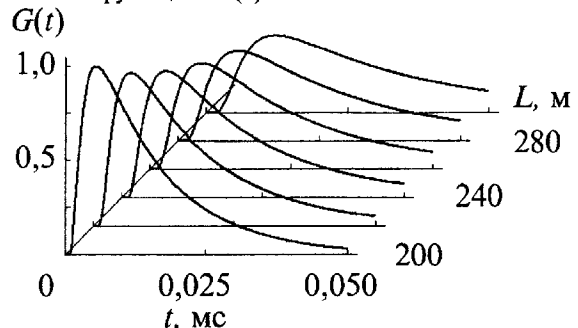


Рис. 1. Зависимости временного видеоимпульса $G(t)$ от базы L . Функция $G(t)$ нормирована на максимум.

Нулевой момент

$$\langle 1 \rangle_L = \int_0^{\infty} G(\tau) d\tau = e^{-\nu L}. \quad (9)$$

Центр импульса (первый момент) следующий (его отсчитываем от момента времени $\tau = T_1 = L/c$)

$$\langle \tau \rangle_L = \int_0^{\infty} \tau G(\tau) d\tau = \frac{T_2 e^{-\nu L}}{\nu^2 L^2} (\nu L - 1 + e^{-\nu L}). \quad (10)$$

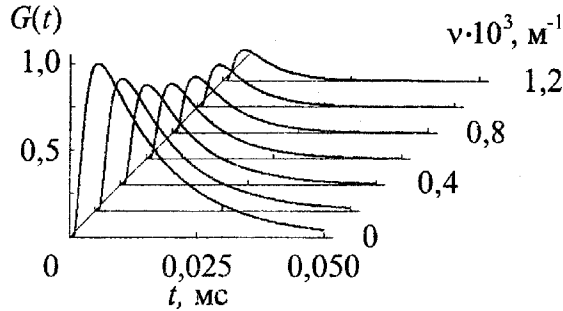


Рис. 2. Зависимости временного видеоимпульса $G(t)$ от декремента ν . Функция $G(t)$ нормирована на максимум

Дисперсия импульса $\sigma_L^2 = \langle \tau^2 \rangle_L - \langle \tau \rangle_L^2$ характеризует его среднеквадратичное отклонение. Используя (8), для среднеквадратичного размера импульса во времени найдем

$$\sigma_L = \frac{T_2 e^{-\nu L}}{\nu^2 L^2} \times \left(\nu^2 L^2 e^{\nu L} + 6\nu L + 2 - 4e^{\nu L} + 2e^{-2\nu L} \right)^{1/2}. \quad (11)$$

Если у исходного импульса была длительность Δ_0 , то у результирующего импульса будет длительность $\Delta_L = (\Delta_0^2 + \sigma_L^2)^{1/2}$.

4. Таким образом, мы показали, что подход, использованный в модели Ишимару для описания формы временного ЭМ импульса в однородных недиссипативных рассеивающих средах, может быть развит для поглощающих сред. Введение в рассмотрение поглощения (декремента ν) привело к появлению дополнительного пространственного масштаба, помимо диффузионного размера видеоимпульса cT_2 , а именно радиуса корреляции ν^{-1} , что нарушило универсальность (авто-модельность), присущую модели Ишимару.

Литература

1. A. Ishimaru. Proc. IEEE. 1977, 65, p. 1030-1061.
2. S.M. Flatte. Proc. IEEE. 1983, 71, p. 1267-1294.
3. Рытов С.Н. Введение в статистическую радиофизику. Москва, Наука, 1966, 404 с.
4. J.R. Wait Proc. IEEE. 1986, 74, p. 1173-1181.

About EM Impulse Passed Through Homogeneous Dissipative Diffusive Media Time Characteristics

A.A. Galuza, A.S. Mazmanishvili

A new approach to the Ishimaru's equation, describing scattering of electromagnetic radiation is considered. The comparison of calculated time pulses of scattered radiation in model with absorption and without it is made. Time scales influencing the form of time pulses of scattered radiation are pointed.