

РЕЗОНАНС В СЛОИСТЫХ БРЭГГОВСКИХ СТРУКТУРАХ С НЕЛИНЕЙНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

В настоящей работе рассматриваются брэгговские структуры с сосредоточенными нелинейными элементами и слоями, электрофизические свойства материалов которых описываются моделью керровской нелинейности. Для расчета распределения полей на границах структур предложен псевдообратный метод, представляющий собой комбинацию метода матриц передачи и итерационной процедуры Якоби. Такой приближенный численный метод учитывает изменение поля на толщине нелинейного слоя и, обеспечивая достаточно высокую точность, может применяться для структур с произвольным количеством нелинейных слоев.

Рассчитаны значения амплитуды прошедшей волны для брэгговских структур с сосредоточенными нелинейными элементами в зависимости от частоты при различных значениях амплитуды падающей волны. Исследована зависимость смещения резонансной частоты и ширины гистерезисных петель от выбора точки параллельного включения нелинейной реактивной сосредоточенной проводимости.

Ключевые слова: брэгговский резонатор, метод матриц передачи, керровская нелинейность, сосредоточенная неоднородность, итерационный метод Якоби, мультистабильность, гистерезис

1. Введение

Появление источников мощного излучения микроволнового, субмиллиметрового и оптического диапазонов стимулировало интенсивное развитие теоретических исследований и дало возможность экспериментального изучения нелинейных явлений. Разнообразие эффектов, обусловленных нелинейностью, весьма велико: фокусировка, дефокусировка, взаимодействие волн, бистабильность и мультистабильность, генерация пространственных структур, оптическая турбулентность и т. д. Одним из наиболее важных технических приложений нелинейных свойств вещества является создание логических устройств, устройств хранения и обработки информации, основанных на явлении гистерезиса [1, 2].

Как известно, бистабильность (мультистабильность) свойственна нелинейным системам, охваченным обратной связью, при этом система может принимать два (или более) устойчивых состояний при одном и том же входном воздействии [1–3]. Для того чтобы существовала многозначность выходной величины при изменении входной величины в некотором заданном интервале, обратная связь и коэффициент нелинейности должны находиться в определенном соотношении [3].

Наиболее простой моделью нелинейности, достаточно хорошо согласующейся с множеством экспериментальных результатов, является керровская нелинейность [1, 3]. Эта модель не учитывает генерацию высших гармоник и предполагает зависимость диэлектрической проницаемости от квадрата модуля электрического поля с коэффициентом пропорциональности α . Пределы, в которых может изменяться коэффициент нелинейности, достаточно широк, например, для паров натрия $\alpha \sim 10^{-8} \text{ см}^2/\text{кВт}$, для полупроводников $\alpha \sim 10^{-5} + 10^{-2} \text{ см}^2/\text{кВт}$, жидким кристаллам свойственны “гигантские” нелинейности $\alpha > 0.1 \text{ см}^2/\text{кВт}$ [4], причем во всех случаях физические механизмы нелинейности различны, а возрастание коэффициента α сопровождается увеличением инерционности отклика нелинейной системы [2, 5]. В силу этой зависимости сверхбыстродействующие комплексы на основе нелинейных элементов, функционирующих в качестве бистабильных (мультистабильных) цифровых устройств, которые работают при комнатных температурах и имеют высокую степень интегрируемости в электронные схемы вычислительных систем, достаточно сложно реализовать при малых энергиях переключения [1, 2].

Несмотря на ряд существующих принципиальных физических ограничений [5–7], требуемые дисперсионные характеристики, гистерезисные свойства нелинейных систем можно синте-

зировать в заданном диапазоне частот путем конструирования различных структур (резонансных систем). Такие структуры могут быть реализованы в виде планарных конструкций различной формы на нелинейной подложке [8] либо в виде конструкций, содержащих массивы сосредоточенных нелинейных элементов [9]. Более распространенными являются периодические и квазипериодические [10, 11] слоистые структуры. Использование брэгговских отражателей для обеспечения сильной частотно-селективной обратной связи в кольцевых резонаторах и резонаторах типа Фабри–Перо (РФП) позволяет наблюдать мультстабильность при меньшей толщине слоя нелинейной среды.

Для брэгговских структур, сочетающих слабую периодическую вариацию линейной части показателя преломления с нелинейной частью, зависящей от интенсивности излучения (керровская нелинейность), были получены точные выражения, описывающие бистабильное поведение амплитуды поля прошедшей волны [12]. Однако в большинстве случаев при решении задач о распределении электромагнитного поля на границах керровского нелинейного слоя точные решения не могут быть найдены и приходится использовать численные (итерационные) методы [13, 14].

В настоящей работе рассматриваются брэгговские структуры с сосредоточенными нелинейными элементами и слоями, электрофизические свойства материалов которых описываются моделью керровской нелинейности. Для расчета распределения полей на границах структур предложен псевдообратный метод, представляющий собой комбинацию метода матриц передачи и итерационной процедуры Якоби. Такой приближенный численный метод учитывает изменение поля на толщине нелинейного слоя и, обеспечивая достаточно высокую точность, может применяться для структур с произвольным количеством нелинейных слоев. Рассчитаны значения амплитуды прошедшей волны для брэгговских структур с сосредоточенными нелинейными элементами в зависимости от частоты при различных значениях амплитуды падающей волны. Исследована зависимость смещения резонансной частоты и ширины гистерезисных петель от выбора точки параллель-

ного включения нелинейной реактивной сосредоточенной проводимости.

2. Методы исследования

Для анализа нелинейных брэгговских структур могут использоваться как приближенные аналитические [12, 15], так и численные методы [13, 14]. Несмотря на удобство и общность аналитических методов, их применение ограничено значениями нелинейности и контраста диэлектрической проницаемости. В свою очередь, численные методы более универсальны, однако они требуют больших затрат машинного времени и являются более трудоемкими.

В формализме метода матриц передачи при распространении электромагнитной волны в многослойных структурах любой изотропный однородный слой может быть охарактеризован квадратной матрицей второго порядка, которая вызывает электрические и магнитные компоненты полей на границах одного слоя [16]. Наиболее общее выражение для матрицы передачи в случае нормального падения волны на плоскопараллельный слой с границами раздела, перпендикулярными оси z , имеет вид:

$$\mathbf{M}_j = \begin{pmatrix} \cos(k_{zj}d_j) & \frac{i}{p_j} \sin(k_{zj}d_j) \\ ip_j \sin(k_{zj}d_j) & \cos(k_{zj}d_j) \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где d_j – геометрическая толщина слоя; параметр p_j дается выражением $p_j = \sqrt{\epsilon_j \mu_j} / (\mu_j Z_0)$, ϵ_j и μ_j – диэлектрическая и магнитная проницаемости j -го слоя, Z_0 – волновое сопротивление свободного пространства; продольное волновое число k_{zj} определяется как $k_{zj} = k_0 \sqrt{\epsilon_j \mu_j}$, k_0 – волновое число свободного пространства.

Результирующая характеристическая матрица \mathbf{M} слоистой структуры рассчитывается как произведение характеристических матриц отдельных слоев структуры [14, 16]:

$$\mathbf{M} = \prod_j \mathbf{M}_j. \quad (2)$$

В случае когда диэлектрическая проницаемость одного или нескольких слоев брэгговской структуры зависит от квадрата модуля электрического поля,

$$\varepsilon = f(|E|^2), \quad (3) \quad \varepsilon_c = \alpha_c |E|^2 + \varepsilon_0. \quad (5)$$

непосредственное применение прямого расчета (2) с помощью метода матриц передачи невозможно. В этом случае мы предлагаем использовать метод матриц передачи в совокупности с итерационной схемой Якоби [17]. Более детальное изложение предлагаемого метода расчета полей на границах брэгговской структуры с нелинейными слоями рассматривается в пункте 3.1.

Когда высококонтрастный диэлектрический слой с относительной магнитной проницаемостью $\mu = 1$ и абсолютной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_a = 8.85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м достаточно тонкий, его можно описать с помощью предельного выражения для матрицы передачи:

$$\mathbf{M}_Y \approx \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ i\omega\varepsilon_a d & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Таким образом, тонкий диэлектрический слой при отсутствии потерь можно рассматривать как сосредоточенную реактивную проводимость, включенную параллельно в брэгговскую структуру. Причем, если диэлектрическая проницаемость тонкого слоя нелинейная и задана в виде (3), можно получить точные значения распределения амплитуд поля на границах слоистой структуры с сосредоточенным реактивным нелинейным элементом в виде тонкого слоя.

Далее будем использовать зависимость от нормированной частоты f/f_0 , где f_0 имеет смысл частоты первого брэгговского резонанса (при отсутствии нелинейности) и, ввиду того, что рассмотрение будет вестись для диэлектрических материалов ($\mu_1 = \mu_2 = 1$), вводится следующим образом: $f_0 = c / \left(2(d_1\sqrt{\varepsilon_1} + d_2\sqrt{\varepsilon_2}) \right)$, $d_1\sqrt{\varepsilon_1}$ и $d_2\sqrt{\varepsilon_2}$ являются электрическими толщинами слоев периода структуры, c – скорость света в вакууме.

3. Резонанс в слоистых структурах с нелинейными элементами

3.1. Нелинейный резонанс в слоистой структуре, содержащей слой с керровской нелинейностью

Вначале рассмотрим произвольную слоистую структуру, содержащую один или несколько слоев с керровской нелинейностью, диэлектрическая проницаемость которых представима в виде

Если в такой структуре возможно выделить части, не содержащие нелинейных слоев, связь амплитуд поля на границах этих частей удастся установить с помощью метода матриц передачи. Распределение же амплитуд поля на границах нелинейного слоя приходится рассчитывать при помощи комбинации итерационных процедур и метода матриц передачи.

Наиболее простой бистабильной ячейкой является РФП с нелинейным заполнением. По аналогии с нею рассмотрим нелинейный РФП с простыми периодическими брэгговскими зеркалами (брэгговский резонатор) в свободном пространстве. Поскольку структура содержит нелинейный слой (слой резонансной толщины), для расчета применим псевдообратный метод. Будем полагать, что амплитуда прошедшей волны A_t нам известна, а падающая волна распространяется слева направо вдоль оси z , совпадающей с направлением стратификации (рис. 1, *a* и *б*). Далее определим амплитуды электрического E_r и магнитного H_r полей прошедшей волны на правой границе структуры:

$$E_r = A_t, \quad H_r = A_t/Z_0, \quad (6)$$

где Z_0 – волновое сопротивление свободного пространства.

Амплитуды электрического E_{nr} и магнитного H_{nr} полей на правой границе нелинейного слоя при известных значениях амплитуд электрического E_r и магнитного H_r полей (6) на правой границе правого брэгговского отражателя (и всей структуры) находятся при помощи матрицы передачи \mathbf{M}_r этого отражателя:

$$\begin{pmatrix} E_{nr} \\ H_{nr} \end{pmatrix} = \mathbf{M}_r \begin{pmatrix} E_r \\ H_r \end{pmatrix}. \quad (7)$$

В рамках предложенного метода нелинейный слой разбивается на N подслоев. При этом разбиение предполагается таким, что диэлектрическая проницаемость каждого из подслоев не изменяется на его толщине и зависит от среднего значения квадрата модуля электрического поля на левой и правой границах подслоя. Будем нумеровать подслои начиная с правой границы резо-

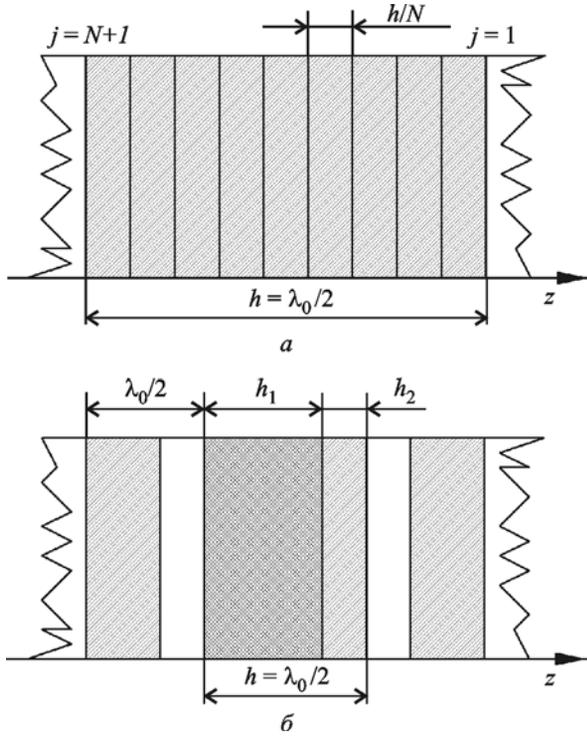


Рис. 1. Конструкция слоистого брэгговского резонатора: *a* – разбиение центрального резонансного нелинейного слоя с оптической толщиной $h = \lambda_0/2$ на N подслоев (направление стратификации совпадает с осью z); *б* – конструкция брэгговского резонатора с резонансным слоем, состоящим из двух слоев с электрическими толщинами h_1 и h_2 и различными диэлектрическими проницаемостями (электрическая толщина периода $h = \lambda_0/2$)

нансного нелинейного слоя. Поскольку мы положили, что амплитуды электрического и магнитного полей, E_j и H_j , справа от подслоя нам известны, амплитуды полей E_{j+1} и H_{j+1} на левой границе подслоя должны быть определены из нелинейного уравнения

$$\begin{pmatrix} E_{j+1} \\ H_{j+1} \end{pmatrix} = \mathbf{M}(\epsilon_j) \begin{pmatrix} E_j \\ H_j \end{pmatrix}, \quad (8)$$

где $\epsilon_j = \epsilon_0 + \alpha \left(|E_j|^2 + |E_{j+1}|^2 \right) / 2$ и $\mathbf{M}(\epsilon_j)$ – диэлектрическая проницаемость и матрица передачи нелинейного j -го подслоя соответственно. Из уравнения (7) амплитуды поля справа от первого подслоя известны сразу, и, так как разбиение резонансного слоя проводится справа налево (рис. 1, б), для $j=1$ справедливо $E_1 = E_{nr}$, $H_1 = H_{nr}$.

Решение уравнения (8) мы проводили при помощи итерационного метода Якоби. В качестве начального приближения значение диэлектрической проницаемости подслоя рассчитывалось в предположении, что поле справа и слева от подслоя неизменно. Для увеличения скорости сходимости более точное начальное значение диэлектрической проницаемости можно рассчитать при помощи линейной либо квадратичной экстраполяции (на интервалах плавного возрастания и убывания), используя значения диэлектрической проницаемости предыдущих подслоев.

Используя матрицу передачи левого отражателя брэгговского резонатора \mathbf{M}_l и рассчитанные поля слева от нелинейного резонансного слоя $E_{nl} = E_{N+1}$ и $H_{nl} = H_{N+1}$, мы вычисляем амплитуды электрического E_l и магнитного H_l полей слева от структуры аналогично (7):

$$\begin{pmatrix} E_l \\ H_l \end{pmatrix} = \mathbf{M}_l \begin{pmatrix} E_{nl} \\ H_{nl} \end{pmatrix}.$$

Комплексные амплитуды электрического поля падающей A_i и отраженной A_{rf} волн определяются следующим образом:

$$A_i = (E_l + H_l Z_0) / 2, \quad A_{rf} = (E_l - H_l Z_0) / 2.$$

Зависимость амплитуды прошедшей волны от амплитуды падающей волны может быть получена путем численного обращения [18]. Поскольку прямая функция может иметь монотонный характер, обратная функция может иметь области многозначности. Предлагаемый метод расчета без каких-либо изменений можно обобщить на произвольное количество нелинейных слоев, размещенных в периодических, квазипериодических и непериодических слоистых структурах.

Введем в рассмотрение брэгговский резонатор с резонансным слоем, состоящим из двух частей, причем одна из частей имеет нелинейную керровскую диэлектрическую проницаемость с коэффициентом нелинейности $\alpha_c = 10^{-4} \text{ см}^2 / \text{кВт}$, линейная часть диэлектрической проницаемости равна $\epsilon_0 = 2$, вторая часть нелинейного составного слоя является линейной с $\epsilon = 2$. Левый и правый отражатели, формирующие резонатор, строго периодические и имеют диэлектрические проницаемости $\epsilon_{2j-1} = 4$, $\epsilon_{2j} = 2$ и магнитные

проницаемости $\mu_{2j-1} = \mu_{2j} = 1$. Электрические толщины слоев периода равны $h_{2j-1} = h_{2j} = \lambda_0/4$, общее количество слоев структуры $M = 27$. Такая конструкция, с одной стороны, позволяет использовать нелинейный слой фиксированной толщины для различных частот путем вариации толщины слоя с линейными свойствами и, с другой – непрерывно изменять нелинейные свойства резонатора при фиксированном коэффициенте нелинейности.

Рассмотрим, как изменяются частотные и амплитудные характеристики при прохождении волны через такой составной брэгговский резонатор в зависимости от соотношения толщин частей резонансного составного слоя с линейной и нелинейной диэлектрической проницаемостями в полосе брэгговского отражения. Соотношение толщин будем изменять таким образом, чтобы результирующая электрическая толщина резонансного слоя в отсутствие электромагнитного поля оставалась постоянной и равной половине длины волны.

На рис. 2, а линией 1 представлена частотная характеристика коэффициента прохождения для брэгговского резонатора. Данные получены для случая, когда диэлектрическая проницаемость материала, формирующего слой с резонансными свойствами, не зависит от интенсивности поля. Амплитуда падающей волны составляла $A_i = 20$ В/см. Видно, что коэффициент прохождения практически равен единице строго на частоте брэгговского резонанса. В результате линейности системы такое поведение сохраняется при любой амплитуде падающей волны.

При увеличении доли нелинейного подслоя с коэффициентом α_c в резонансном составном слое путем изменения соотношения электрических толщин нелинейного и линейного подслоев до $h_1 = 0.45h$, $h_2 = 0.55h$ (рис. 2, а, линия 2) проявляется гистерезисный характер частотной зависимости. Резонансная частота смещается в область нижних частот и, соответственно, гистерезисная петля замкнута против часовой стрелки. Дальнейшее изменение соотношения до $h_1 = 0.95h$, $h_2 = 0.05h$ (рис. 2, а, линия 3) приводит к тому, что резонансная частота (максимум прохождения) смещается дальше в область нижних частот, при этом гистерезисная петля расширяется за счет большего смещения точки перехода с верхней ветки частотной характеристики

на нижнюю при удалении от частоты брэгговского резонанса $f/f_0 = 1$. Точка перехода с нижней ветки на верхнюю также смещается, однако незначительно.

Рассмотрим зависимость амплитуды прошедшей волны от амплитуды падающей волны при различных значениях частоты (рис. 2, б, линии 1–3). Для частоты $f/f_0 = 1.09$ (рис. 2, б, линия 1) петля гистерезиса амплитудной зависимости имеет

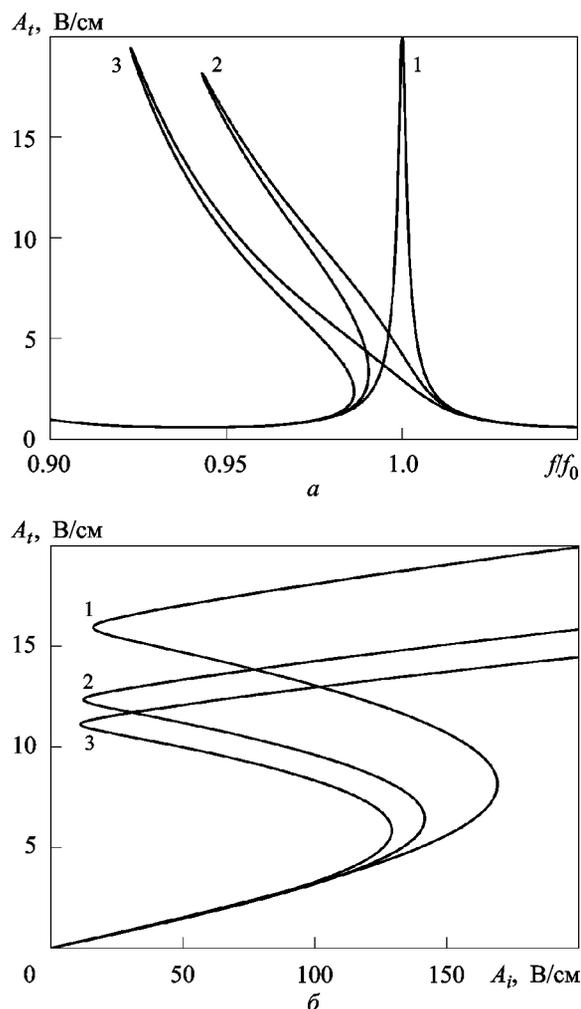


Рис. 2. Явление гистерезиса в брэгговском резонаторе с нелинейным слоем: а – зависимость амплитуды прошедшей волны от частоты при амплитуде падающей волны $A_i = 20$ В/см для различных соотношений толщин линейной и нелинейной частей резонансного слоя (линия 1 – линейный случай, линия 2 – электрическая толщина нелинейного слоя $h_1 = 0.45h$, электрическая толщина линейного слоя $h_2 = 0.55h$, линия 3 – электрическая толщина нелинейного слоя $h_1 = 0.95h$, электрическая толщина линейного слоя $h_2 = 0.05h$); б – зависимость амплитуды прошедшей волны от амплитуды падающей волны при различных значениях частот (линия 1 – $f/f_0 = 1.09$, линия 2 – $f/f_0 = 1.08$, линия 3 – $f/f_0 = 1.07$)

наибольшую ширину, для меньших значений частоты $f/f_0 = 1.08$ и $f/f_0 = 1.07$ (рис. 2, б, линии 2 и 3 соответственно) петля гистерезиса смещается в область меньших амплитуд и, кроме того, сужается. Следует отметить, что участки характеристики, где происходит возрастание амплитуды прошедшей волны при уменьшении амплитуды падающей волны являются неустойчивыми и не реализуются, а переходы происходят в точках перегиба кривых таким образом, что гистерезисные петли замкнуты против часовой стрелки. Расчеты проводились при помощи описанной выше процедуры, максимальная погрешность вычисления диэлектрической проницаемости нелинейного слоя не превышала $\delta\epsilon = 10^{-6}$. Разбиение каждой из частей резонансного слоя с линейной и нелинейной диэлектрическими проницаемостями проводилось на $N = 100$ подслоев равной электрической толщины.

В работах [19, 20] исследовались бистабильные поляризационные свойства слоистых структур с симметричным и асимметричным расположением дефекта в виде нелинейного слоя, причем диэлектрическая проницаемость на толщине нелинейного слоя предполагалась неизменной. При больших толщинах нелинейного слоя необходимо учитывать изменение диэлектрической проницаемости. Распределения диэлектрической проницаемости на толщине резонансного слоя на частоте брэгговского резонанса для различных соотношений электрических толщин линейного и нелинейного слоев приведены на рис. 3, а (линии 1–3). Прежде всего отметим, что, поскольку диэлектрическая проницаемость одной из частей резонансного слоя нелинейная, внутри резонансного слоя формируется граница раздела, однако из-за сравнительно небольшого контраста ее влияние практически не сказывается.

Поскольку центральный резонансный слой имеет низкое значение диэлектрической проницаемости (по сравнению с диэлектрической проницаемостью нечетных слоев брэгговских отражателей), на частоте брэгговского резонанса в центре слоя образуется максимум электрического поля, соответственно, наибольшее отклонение диэлектрической проницаемости от невозмущенного значения происходит в центре слоя (рис. 3, а, линия 2) для случая, когда части резонансного

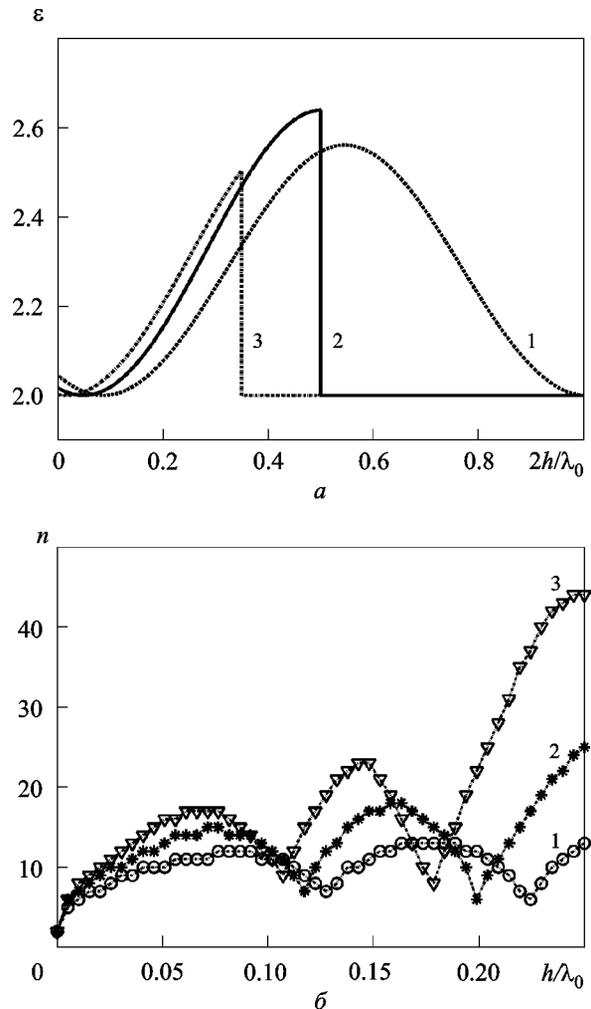


Рис. 3. Расчет диэлектрической проницаемости слоя с керровской нелинейностью: а – распределение диэлектрической проницаемости составного нелинейного слоя при различных соотношениях электрических толщин линейного и нелинейного слоев (линия 1 – $h_1 = h$, линия 2 – $h_1 = 0.5h$, линия 3 – $h_1 = 0.35h$); б – зависимость количества итераций от толщины нелинейного слоя при различных значениях амплитуды падающей волны (линия 1 – $A_i = 10^3$ В/см, линия 2 – $A_i = 1.5 \cdot 10^3$ В/см, линия 3 – $A_i = 2 \cdot 10^3$ В/см)

слоя с линейной и нелинейной проницаемостями имеют одинаковую толщину. Амплитуда прошедшей волны $A_t = 5$ В/см. Когда электрическая толщина нелинейного подслоя в резонаторе отлична от $\lambda_0/2$ (например, рис. 3, а, линии 1 и 3), максимальное отклонение диэлектрической проницаемости не превосходит $\epsilon_c = 2.62$ на частоте брэгговского резонанса.

Рассмотрим, как зависит количество итераций n от толщины нелинейного слоя на частоте $f/f_0 = 1$ при различных значениях амплитуды падающей

волны (рис. 3, б, линии 1–3). Пусть слой размещен в вакууме и имеет диэлектрическую проницаемость $\epsilon = 4 + 10^{-6} |E|^2$, где величина E измеряется в вольтах на сантиметр, а предельная точность вычислений задана значением $\delta\epsilon = 10^{-12}$. Можно видеть, что количество итераций немонотонно зависит от толщины слоя, причем, если электрическая толщина слоя меньше $\lambda_0/10$, количество итераций не превышает значения $n = 20$ при амплитуде падающей волны $A_i = 2 \cdot 10^3$ В/см (рис. 3, б, линия 3). Для меньших амплитуд итерационная процедура сходится быстрее (см. рис. 3, б, линии 1 и 2).

3.2. Нелинейный резонанс в слоистой структуре, содержащей слой с рациональной керровской нелинейностью

Как уже отмечалось, разнообразие физических механизмов нелинейности достаточно велико, тем не менее большую их часть (наиболее интересную для технических приложений) можно описать с высокой степенью точности при помощи модели керровской нелинейности в виде (5). Однако неограниченное возрастание либо снижение диэлектрической проницаемости является противоестественным (в подавляющем большинстве случаев не происходит), диэлектрическая проницаемость при увеличении амплитуды электромагнитного поля, возрастая либо убывая, плавно выходит на некоторое постоянное значение, как, например, при просветлении среды в результате процессов насыщения. В этом случае удобно использовать дробно-рациональную модель для представления нелинейной зависимости диэлектрической проницаемости [14]:

$$\epsilon_M = \epsilon_0 \frac{(1 + \xi |E|^2)}{(1 + \eta |E|^2)}. \quad (9)$$

Выражение (9) содержит два параметра нелинейности, ξ и η , что позволяет более точно аппроксимировать зависимость диэлектрической проницаемости, причем она будет либо убывающей, либо возрастающей функцией $|E|^2$ при различных значениях $0 < \xi/\eta < 1$.

Как и ранее, рассмотрим брэгговский резонатор с центральным слоем толщиной $\lambda_0/2$, состоящим из двух частей с различными типами нелинейности (убывающая и возрастающая

нелинейности), однако теперь будем полагать, что нелинейность является керровской рациональной (9).

На рис. 4, а представлены частотные зависимости амплитуды прошедшей волны при различном соотношении толщин частей центрального слоя с параметрами нелинейности $\xi_1 > 0, \eta_1 = 0$ – для первой части, $0 < \xi_2/\eta_2 < 1$ – для второй; амплитуда падающей волны $A_i = 2 \cdot 10^3$ В/см.

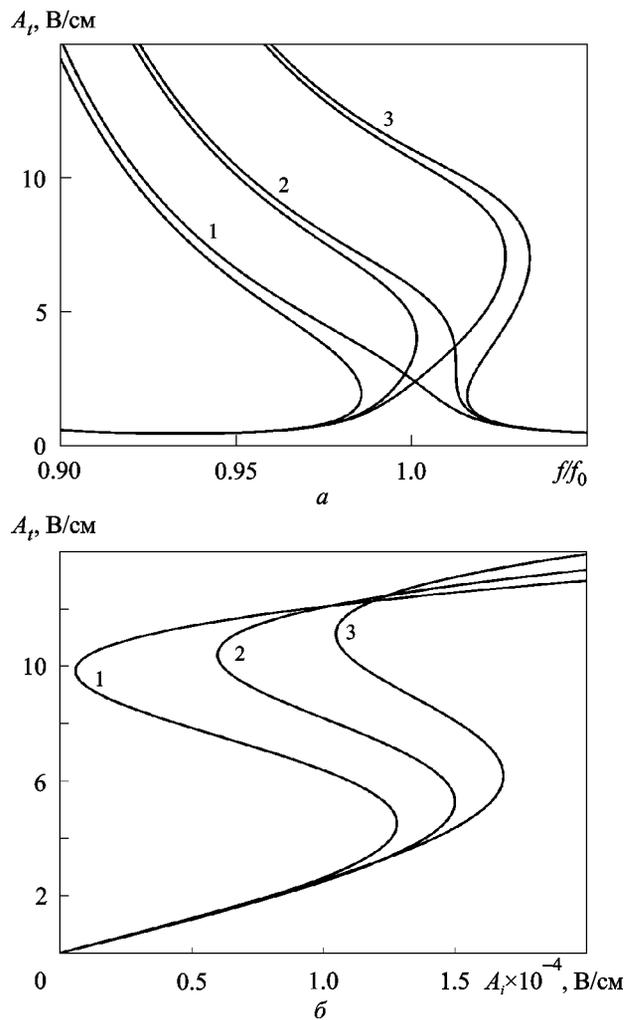


Рис. 4. Явление гистерезиса в брэгговском резонаторе с составным нелинейным слоем: а – зависимость амплитуды прошедшей волны от частоты при амплитуде падающей волны $A_i = 2 \cdot 10^3$ В/см для различных соотношений толщин подслоев с нелинейной диэлектрической проницаемостью, изменяющейся по возрастающему и убывающему законам (линия 1 – электрическая толщина первой части слоя $h_{n1} = 0.5h$, линия 2 – $h_{n1} = 0.4h$, линия 3 – $h_{n1} = 0.25h$); б – зависимость амплитуды прошедшей волны от амплитуды падающей волны при различных значениях частот (линия 1 – $f/f_0 = 1.07$, линия 2 – $f/f_0 = 1.08$, линия 3 – $f/f_0 = 1.09$)

Параметры левого и правого отражателей, формирующих резонатор, выбирались следующие: диэлектрические проницаемости $\epsilon_{2j-1} = 4$, $\epsilon_{2j} = 2$; магнитные проницаемости $\mu_{2j-1} = \mu_{2j} = 1$; электрические толщины слоев периода резонатора $h_{2j-1} = h_{2j} = \lambda_0/4$. Общее количество слоев структуры $M = 31$. Коэффициенты нелинейности слоев имеют следующие значения: $\xi_1 = 10^{-6} \text{ см}^2/\text{В}^2$, $\eta_1 = 0$ – для первой части нелинейного резонансного слоя; $\xi_2 = 10^{-6} \text{ см}^2/\text{В}^2$, $\eta_2 = 1.25 \times 10^{-6} \text{ см}^2/\text{В}^2$ – для второй части. При соотношении электрических (линейных) толщин частей резонансного слоя $h_{n1} = 0.25h$, $h_{n2} = 0.75h$ (рис. 4, а, линия 3) наблюдается два гистерезисных участка: большим значениям коэффициента прохождения соответствует смещение резонансной частоты в область нижних частот, а малым – в область верхних частот. Такая закономерность не зависит от порядка расположения нелинейных подслоев.

Для малых значений амплитуд прошедшей волны преобладает нелинейность подслоя с $\xi_2/\eta_2 < 1$, и результирующая электрическая толщина резонансного слоя уменьшается, что приводит к смещению резонансной частоты в область верхних частот. Вместе с тем увеличение диэлектрической проницаемости и, соответственно, электрической толщины подслоя с параметром ξ_1 , приводит к “вытеснению” в него электрического поля, и, как следствие, к преобладанию нелинейности первого подслоя при практически эквивалентных электрических толщинах частей резонансного слоя: $h_{n1} = 0.4h$, $h_{n2} = 0.6h$ (рис. 4, а, линии 2) и $h_{n1} = 0.5h$, $h_{n2} = 0.5h$ (рис. 4, а, линии 1).

На рис. 4, б представлены зависимости амплитуды прошедшей волны от амплитуды падающей волны для различных значений частоты. Чем ближе частота падающей волны к частоте линейного брэгговского резонанса, тем больше ширина гистерезисной петли (рис. 4, б, линия 1 для $f/f_0 = 1.07$). При увеличении частоты (рис. 4, б, линия 2 для $f/f_0 = 1.08$, и линия 3 для $f/f_0 = 1.09$) гистерезисная петля смещается в область больших амплитуд, при этом она сужается и уменьшает свой размах.

При заданных параметрах отражателей добротность резонатора достаточно велика, и при небольшом изменении частоты амплитуда поля сильно варьируется, соответственно, диэлект-

рическая проницаемость также варьируется (рис. 5, а). При $f/f_0 = 1.1$ (рис. 5, а, линия 1) электрические толщины частей резонансного слоя практически равны, с приближением к частоте брэгговского резонанса при $f/f_0 = 1.05$ и $f/f_0 = 1.0$ (см. рис. 5, а, линия 2 и линия 3 соответственно) электрическая толщина резонансного слоя удовлетворяет условию $h_{n1} + h_{n2} > \lambda_0/2$, следовательно, максимум прохождения на частоте брэгговского резонанса не наблюдается (рис. 4, а, линия 1), а смещается в область ниж-

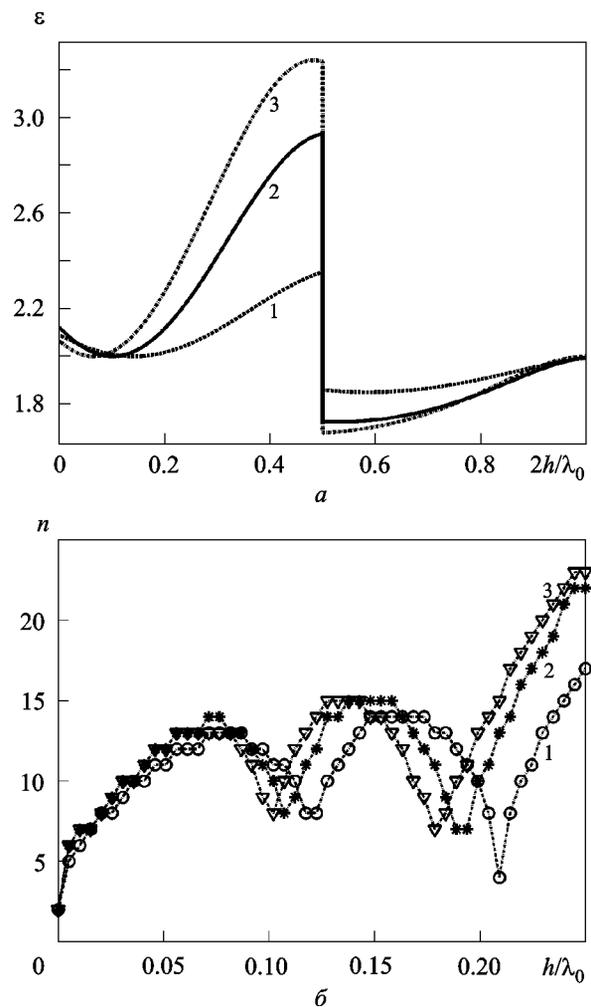


Рис. 5. Расчет диэлектрической проницаемости нелинейного составного резонансного слоя: а – распределение диэлектрической проницаемости при различных значениях частоты падающей электромагнитной волны (линия 1 – $f/f_0 = 1.1$, линия 2 – $f/f_0 = 1.05$, линия 3 – $f/f_0 = 1.0$); б – зависимость количества итераций от толщины слоя при различных значениях амплитуды падающей волны (линия 1 – $A_i = 10^3 \text{ В/см}$, линия 2 – $A_i = 1.5 \cdot 10^3 \text{ В/см}$, линия 3 – $A_i = 2 \cdot 10^3 \text{ В/см}$)

них частот, не выходя за пределы полосы брэгговского отражения, где добротность резонатора резко падает.

Проанализируем, как зависит количество итераций от толщины нелинейного слоя с рациональной керровской зависимостью (9) диэлектрической проницаемости (рис. 5, б). Аналогично случаю с простой керровской нелинейностью (рис. 3, б) параметры выбираем следующим образом: $f/f_0 = 1$, слой находится в свободном пространстве, $\epsilon = 4(1 + 10^{-6}|E|^2)/(1 + 5 \cdot 10^{-7}|E|^2)$, где величина E измеряется в вольтах на сантиметр, а предельная точность вычислений, как и ранее, $\delta\epsilon = 10^{-12}$. Количество итераций немотонно зависит от толщины нелинейного слоя и для значений $h/\lambda_0 < 0.1$ не превышает $n = 15$. Следует также отметить, что при изменении амплитуды падающей волны (рис. 5, б, линия 1 – $A_i = 10^3$ В/см, линия 2 – $A_i = 1.5 \cdot 10^3$ В/см, линия 3 – $A_i = 2 \cdot 10^3$ В/см) количество итераций практически не изменяется и возрастает линейно с ростом толщины нелинейного слоя в интервале $0 < h/\lambda_0 < 0.075$.

3.3. Нелинейный резонанс в брэгговской структуре с сосредоточенными элементами

Мы рассмотрели брэгговские структуры с нелинейными слоями, перейдем теперь к рассмотрению структур с сосредоточенными неоднородностями. Известно, что тонкий диэлектрический слой может быть представлен как параллельно включенная емкость (4), однако мы не ограничиваемся данным конкретным представлением. Сосредоточенные нелинейные неоднородности могут быть реализованы в виде печатных рисунков, массивов дискретных нелинейных элементов (варакторные диоды) [9] и т. д. В работе [21] были изучены свойства брэгговских структур с нелинейными дефектными слоями в зависимости от их расположения, однако включение сосредоточенной нелинейности позволяет провести более тонкую настройку брэгговского резонатора для получения желаемых частотных и амплитудных характеристик.

Мы выбрали сосредоточенную неоднородность в виде реактивной керровской проводимости, зависящей от квадрата модуля электрического поля:

$$Y = i\omega(C_0 + \alpha|E_{Yr}|^2), \quad (10)$$

где C_0 – линейная часть емкости.

Как было показано в [22] собственные параметры структуры существенно зависят от местоположения включения сосредоточенной неоднородности. Даже при небольших значениях неоднородности существуют точки включения, в которых неоднородность значительно изменяет свойства всей структуры. Введение реактивной линейной неоднородности в брэгговский отражатель [23] позволяет получить колебание с высокой добротностью в полосе брэгговского отражения.

Используя выражение (4), поля слева и справа от неоднородности с нелинейными характеристиками можно записать следующим образом:

$$E_{Yl} = E_{Yr}, \quad H_{Yl} = H_{Yr} + E_{Yr}Y,$$

где Y – нелинейная проводимость, описываемая выражением (10). Как можно видеть, в отличие от (8) это уравнение является линейным, что позволяет точно рассчитать распределения полей на левой и правой границах структуры.

Будем рассматривать включение нелинейного сосредоточенного элемента внутри центрального резонансного слоя брэгговского резонатора. Полное число слоев структуры $M = 23$, период состоит из двух слоев с высоким и низким значениями диэлектрической проницаемости $\epsilon_{2j-1} = 2$, $\epsilon_{2j} = 1$, электрические толщины слоев $h_{2j-1} = h_{2j} = \lambda_0/4$, за исключением $h_{12} = \lambda_0/2$. Сосредоточенная нелинейная проводимость имела следующие параметры: $C_0 = 5 \cdot 10^{-12}$ Ф, $\alpha = 10^{-6}$ Ф·см²/В².

Частотные характеристики такой структуры при различных точках включения нелинейного сосредоточенного элемента представлены на рис. 6.

При симметричном включении в заданную структуру (рис. 6, а) (резонансный слой с низким значением диэлектрической проницаемости) нелинейная неоднородность располагается в максимуме электрического поля, смещение резонансной частоты в этом случае наибольшее, а гистерезисные петли тем шире, чем больше амплитуда падающей волны (рис. 6, а, линии 1–3). Следует также отметить, что значение коэффициента прохождения на резонансной частоте достигает единицы при любых амплитудах падающей волны.

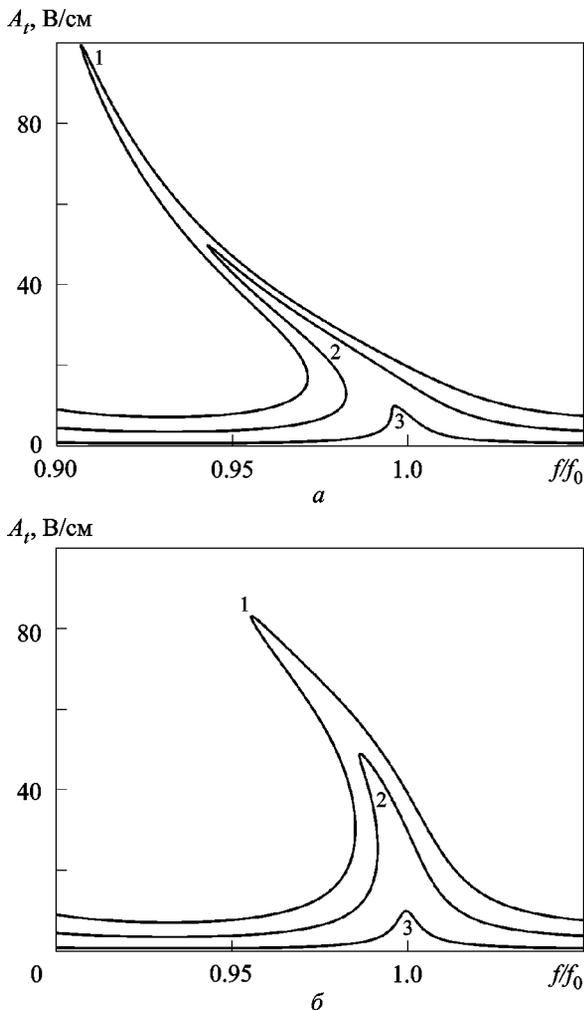


Рис. 6. Зависимость амплитуды прошедшей волны от частоты для брэгговского резонатора при различных амплитудах падающей волны: *a* – положение сосредоточенного элемента симметрично (линия 1 – $A_i = 100$ В/см, линия 2 – $A_i = 50$ В/см, линия 3 – $A_i = 10$ В/см); *б* – точка включения сосредоточенного элемента делит центральный резонансный слой на подслои с электрическими толщинами $\lambda_0/10$ и $4\lambda_0/10$ (линия 1 – $A_i = 100$ В/см, линия 2 – $A_i = 50$ В/см, линия 3 – $A_i = 10$ В/см)

Если нелинейная неоднородность включена несимметрично и расположена между частями центрального резонансного слоя $\lambda_0/10$ и $4\lambda_0/10$, положения максимума электрического поля и точки включения неоднородности не совпадают, и в этом случае резонансная частота смещается меньше (рис. 6, б, линии 1–3), причем максимальное значение коэффициента прохождения тем меньше, чем больше амплитуда падающей волны. Например, для $A_i = 10$ В/см коэффициент прохождения составляет 0.99 при $f/f_0 = 1$ (рис. 6, б,

линия 3), для $A_i = 50$ В/см коэффициент прохождения равен 0.97 при $f/f_0 = 0.98$ (рис. 6, б, линия 2), для $A_i = 100$ В/см коэффициент прохождения равен 0.83 при $f/f_0 = 0.96$ (рис. 6, б, линия 1). Здесь под резонансной частотой мы понимали частоту, при которой коэффициент прохождения принимает максимальное значение при заданной амплитуде падающей волны.

4. Выводы

Использование брэгговских отражателей для организации сильной обратной связи позволяет получать и наблюдать гистерезис частоты и амплитуды при небольших толщинах нелинейного слоя и относительно малых амплитудах падающей волны. Предложенный псевдообратный метод расчета распределения амплитуд поля на границах структуры с нелинейными слоями представляет собой комбинацию метода матриц передачи и итерационной схемы Якоби в предположении об известном поле прошедшей волны. Такой метод является достаточно гибким и не накладывает ограничений на толщину нелинейных слоев, а также на количество нелинейных слоев и порядок их расположения в брэгговской структуре. Точность вычислений удастся повысить за счет увеличения количества итераций, а область сходимости расширяется при уменьшении толщины подслоев нелинейного слоя.

В зависимости от того, какая часть резонансного слоя является нелинейной, эффект гистерезиса проявляется либо сильнее, либо слабее, при этом изменяется распределение диэлектрической проницаемости на толщине резонансного слоя. Наличие нескольких нелинейностей в резонансном слое приводит к сложному гистерезисному поведению частотных характеристик из-за перераспределения поля между частями резонансного слоя с различной (убывающей и возрастающей) нелинейностью. Результирующая электрическая толщина резонансного слоя с ростом частоты вначале превышает $\lambda_0/2$, а затем становится меньше $\lambda_0/2$.

Распределение амплитуд поля на границах структуры с нелинейными сосредоточенными элементами в виде параллельной проводимости могут быть вычислены без применения итерационных процедур (приближенных методов). Характеристики структуры существенно зависят от

местоположения включения сосредоточенного элемента. Ширину гистерезисной петли, смещение резонансной частоты можно варьировать посредством перемещения сосредоточенного нелинейного элемента относительно пучности электрического поля.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Gibbs H. M. Optical Bistability: Controlling Light with Light. – N.Y.: Academic Press, 1985. – 447 p.
- Ахманов С. А. Новые физические принципы оптической обработки информации: Сборник статей / Под ред. С. А. Ахманова и М. А. Воронцова. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. – 400 с.
- Lugiato L. A. Theory of optical bistability. In: Progress in Optics / Ed. by E. Wolf. – Amsterdam: Elsevier. – 1984. – Vol. 21. – p. 69–216.
- Аракелян С. М. Оптическая бистабильность, мультистабильность и неустойчивости в жидких кристаллах // УФН. – 1987. – Т. 153, № 4. – С. 579–618.
- Smith P. W. On the physical limits of digital optical switching and logical elements // Bell Syst. Tech. J. – 1982. – Vol. 61, No. 8. – P. 1975–1993.
- Miller D. A. B., Smith S. D., and Seaton C. T. Optical bistability in semiconductors // IEEE J. Quantum Electron. 1981. – Vol. 17, No. 3. – P. 312–317.
- Miller D. A. B., Seaton C. T., Prise M. E., and Smith S. D. Band-gap resonant nonlinear refraction in III-V semiconductors // Phys. Rev. Letters. – 1981. – Vol. 47, No. 3. – P. 197–200.
- Tuz V. R. and Prosvirnin S. L. All-optical switching in metamaterial with high structural symmetry // Eur. Phys. J. – Appl. Phys. – 2011. – Vol. 56, No. 3. – P. 30401 (5).
- Powell D. A., Shadrivov I. V., and Kivshar Yu. S. Nonlinear electric metamaterials // Appl. Phys. Lett. – 2009. – Vol. 95, No. 8. – P. 084102 (3).
- Shramkova O. V. and Schuchinsky A. G. Gaussian pulse scattering by nonlinear Thue-Morse quasiperiodic multilayers // Int. Conf. on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET). – Kharkov (Ukraine) – 2012. – P. 371–373.
- Борулько В. Ф., Дробахин О. О., Сидоров Д. В. Преобразование формы импульсов при падении на брэгговские структуры // Радиофизика и радиоастрономия. – 2012. – Т. 17, №3. – С. 253–263.
- Winful H. G., Marburger J. H., and Garmire E. Theory of bistability in nonlinear distributed feedback structures // Appl. Phys. Lett. – 1979. – Vol. 35, No. 5. – P. 379–381.
- Shestopalov Yu. V. and Yatsyk V. V. Diffraction by a Kerr-type nonlinear dielectric layer // PERS online. – 2007. – Vol. 3, No. 6. – P. 759–763.
- Borulko V. and Sidorov D. Nonlinear resonances in the Bragg layer structures with lumped reactive elements // Proc. of Int. Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (DIPED). – Tbilisi (Georgia). – 2010. – P. 123–126.
- Bogoliubov N. N. and Mitropolsky J. A. Asymptotic methods in the theory of nonlinear oscillations. – N.Y.: Gordon and Breach Science Publ., 1961. – 410 p.
- Born M. and Wolf E. Principles of Optics. – Oxford: Pergamon Press, 1975. – 808 p.
- Korn G. A. and Korn T. M. Mathematical Handbook for Scientists and Engineers: Definitions, Theorems, and Formulas for Reference and Review. – Mineola, N. Y.: Dover Publ., 2000. – 1151 p.
- Borulko V. and Sidorov D. Nonlinear Resonances in Bragg layered structures with Kerr nonlinear layers // Int. Conf. on Laser and Fiber-Optical Networks Modeling (LFNM). – Kharkov (Ukraine). – 2011. – P. 1–3.
- Tuz V. R. and Prosvirnin S. L. Bistability, multistability, and nonreciprocity in a chiral photonic bandgap structure with nonlinear defect // J. Opt. Soc. Am. B. – 2011. – Vol. 28, No. 5. – P. 1002–1008.
- Tuz V. R., Prosvirnin S. L., and Zhukovsky S. V. Polarization switching and nonreciprocity in symmetric and asymmetric magnetophotonic multilayers with nonlinear defect // Phys. Rev. A. – 2012. – Vol. 85, No. 4. – P. 043822 (8).
- Feise M. W., Shadrivov I. V., and Kivshar Yu. S. Tunable transmission and bistability in left-handed bandgap structures // Phys. Lett. – 2004. – Vol. 85, No. 9. – P. 1451–1453.
- Borulko V. F. and Sidorov D. V. Eigen modes of quasiperiodic layered resonators // Proc. of Int. Kharkov Symp. on Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Submillimeter Waves (MSMW). – Kharkov (Ukraine) – 2010. – P. 1–3.
- Borulko V. and Sidorov D. Linear and nonlinear resonances in layered Bragg structures with lumped parallel reactive inhomogeneities // Proc. of Int. Conf. on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET). – Kyiv (Ukraine) – 2010. – P. 1–4.

В. Ф. Борулько, Д. В. Сидоров

Дніпропетровський національний університет імені Олеся Гончара,
пр. Гагаріна, 72, м. Дніпропетровськ, 49010, Україна

РЕЗОНАНС У ШАРУВАТИХ БРЕГІВСЬКИХ СТРУКТУРАХ З НЕЛІНІЙНИМИ ЕЛЕМЕНТАМИ

У даній роботі розглядаються брегівські структури із зосередженими нелінійними елементами і нелінійними шарами, електрофізичні властивості матеріалів яких описуються моделлю керівської нелінійності. Для розрахунку розподілу полів на межах структур пропонується псевдообернений метод, що є комбінацією методу матриць передачі та ітераційної процедури Якобі. Такий наближений числовий метод враховує зміну поля на товщині нелінійного шару і, забезпечуючи досить високу точність, може застосовуватися для структур з довільною кількістю нелінійних шарів.

Розраховано значення амплітуди хвилі, що пройшла, для брегівських структур із зосередженими нелінійними елементами залежно від частоти для різних значень амплітуди падаючої хвилі. Досліджено залежність зсуву резонансної частоти і ширини гистерезисних петель від вибору точки паралельного включення нелінійної реактивної зосередженої провідності.

V. F. Borulko and D. V. Sidorov

Oles Honchar National University of Dnipropetrovsk,
72, Gagarin Ave., Dnipropetrovsk, 49010, Ukraine

RESONANCE IN LAYERED BRAGG STRUCTURES WITH NONLINEAR ELEMENTS

The Bragg structures with nonlinear lumped elements and layers with Kerr nonlinearity are considered. The pseudoinverse method for calculation the field at boundaries of the structures has been proposed. This method is the combination of the transmission matrix method and the Jacobi iterative procedure. This approximate numerical method takes into account changing

the field amplitude on the thickness of the nonlinear layer. The sufficient accuracy of proposed method can be achieved by increasing the number of sublayers decomposition of the nonlinear resonance layers.

The values of the amplitude of the transmitted wave for Bragg structures with lumped elements have been calculated as a function of frequency for different values of the incident wave amplitude. The resonance frequency shift and width of the hysteresis loops against the position of parallel connection of lumped susceptance have been investigated.

Статья поступила в редакцию 15.11.2012