Радиофизика и радиоастрономия. 2013, Т. 18, № 3, с. 193–200

РАДИОАСТРОНОМИЯ И АСТРОФИЗИКА

УДК 524.354.4

С. А. ПЕТРОВА

Радиоастрономический институт НАН Украины,
ул. Краснознаменная, 4, г. Харьков, 61002, Украина
E-mail: petrova@rian.kharkov.ua

ГЛОБАЛЬНАЯ СТРУКТУРА ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ БЕССИЛОВОЙ МАГНИТОСФЕРЫ ПУЛЬСАРА С УЧЕТОМ ЗАМЫКАНИЯ ТОКА НА ПОВЕРХНОСТИ НЕЙТРОННОЙ ЗВЕЗДЫ

Рассмотрена стационарная осесимметричная бессиловая магнитосфера пульсара. Проведено обобщение известного пульсарного уравнения с тем, чтобы учесть слой замыкающего тока на поверхности нейтронной звезды. В результате упрощения пульсарного уравнения вблизи магнитной оси найдена осевая функция магнитного потока, которая связывает внутренность нейтронной звезды с бессиловой магнитосферой в области вплоть до бесконечности. Используя эту функцию в качестве начального приближения, решаем полное пульсарное уравнение в полярной области, находим самосогласованные функции тока и магнитного потока на бесконечности и показываем их единственность. С помощью полученной токовой функции находим самосогласованную функцию магнитного потока непосредственно над токовым слоем и демонстрируем ее отличие от дипольной функции внутри нейтронной звезды. Этот результат означает необходимость пересмотра стандартного набора граничных условий в задаче о бессиловой магнитосфере пульсара.

Ключевые слова: нейтронная звезда, пульсар, бессиловая магнитосфера, магнитосферный зазор, токовая цепь пульсара

1. Введение

Важнейшей проблемой теории пульсаров является выяснение структуры их магнитосферы. Детальное представление об электромагнитных полях, зарядах и токах в магнитосфере пульсаров необходимо для интерпретации наблюдательных проявлений этих объектов, понимания механизмов их радиоизлучения и излучения высоких энергий, а также исследования взаимодействия пульсарного ветра с межзвездной средой.

Магнитное поле нейтронной звезды можно считать дипольным, однако присутствующая в магнитосфере ультрарелятивистская электрон-позитронная плазма должна существенно влиять на структуру магнитного поля. Для корректного описания магнитосферы пульсара необходимо самосогласованное описание токов и полей. В простейшем случае можно предположить, что практически во всем объеме магнитосферы (за исключением узких зазоров, где происходит рождение электрон-позитронных пар) плазмы достаточно для того, чтобы экранировать ускоряющее электрическое поле и обеспечить баланс электромагнитных сил. При этом ролью гравитационных сил и эффектов давления можно пренебречь.

Соответственно, в основе современных исследований магнитосферы пульсара лежит модель осесимметричной бессиловой магнитосферы диполя, в которой ось вращения сонаправлена с магнитной осью, электромагнитные силы скомпенсированы, а инерция частиц пренебрежимо мала. В этом случае полоидальный ток и магнитный поток связаны соотношением, известным как пульсарное уравнение [1–3]. Хотя задача о бессиловой магнитосфере пульсара была сформулирована еще 40 лет назад, верное во всем пространстве аналитическое решение пульсарного уравнения для случая магнитного диполя до сих пор не найдено. Проблема заключается в том, что функции тока и магнитного потока, входящие в пульсарное уравнение, обе неизвестны, и токовая функция должна быть выбрана таким образом, чтобы соответствующая функция магнитного потока удовлетворяла заданным граничным условиям.

В первые годы исследований пульсарное уравнение решалось для токовых функций специального вида [4, 5], однако такие решения оказались верными только внутри светового цилиндра и не могли быть плавно продолжены на бесконечность. Позже численными методами было найдено глобальное решение [6], справедливое в области от поверхности нейтронной звезды до бесконечности. Это решение было подтверждено с использованием других численных алгоритмов [7–10], а также обобщено на случаи неосесимметричной [10–13], дифференциально вращающейся [14–16] и неидеальной [17, 18] магнитосферы. Общей проблемой всех этих решений является то, что они получены для определенного набора граничных условий без учета, как минимум, двух существенных моментов. Во-первых, не учтено присутствие зазоров, где происходит рождение плазмы, наличие которой постулируется в модели. Во-вторых, не учтено замыкание полоидального тока. Даже если процесс замыкания тока неэффективен энергетически, ток, пересекающий магнитные силовые линии, может влиять на структуру магнитного поля и, следовательно, на граничные условия.

Целью настоящей статьи является получение аналитического решения пульсарного уравнения, справедливого в области от внутренности нейтронной звезды до бесконечности, с учетом замыкания тока на поверхности звезды. Рассматривается только область малых полярных углов, что позволяет существенно упростить исследование. Будет показано, что непосредственно над поверхностью нейтронной звезды найденная самосогласованная функция магнитного потока отличается от дипольной, так что пересмотр стандартного набора граничных условий при численных расчетах бессиловой магнитосферы пульсара действительно необходим.

2. Пульсарное уравнение с учетом замыкания тока

Рассмотрим стационарную осесимметричную бессиловую магнитосферу пульсара, заполненную плазмой. Внутри светового цилиндра плотность энергии магнитного поля намного превышает плотность кинетической энергии плазменных частиц (см., например, [15]), так что инерционными эффектами можно пренебречь. Тогда баланс сил в магнитосфере принимает вид

$$\frac{\vec{j}\times\vec{B}}{c}+\rho_e\vec{E}=0, \tag{1}$$

где $\vec{j}$ – плотность тока, $\vec{B}$ и $\vec{E}$ – соответственно напряженности магнитного и электрического полей, ρ_e – плотность заряда, c – скорость света. Будем считать, что в магнитосфере пульсара содержится достаточно много плазмы для того, чтобы ускоряющее электрическое поле было экранировано и выполнялось условие идеальной магнитной гидродинамики

$$\vec{E}\cdot\vec{B}=0. \tag{2}$$

Стационарную осесимметричную магнитосферу удобно рассматривать в цилиндрической системе координат (ρ, ϕ, z) с осью, направленной вдоль оси пульсара. Тогда поля, удовлетворяющие условию (2), могут быть представлены в виде

$$\vec{B}=\frac{1}{\rho}\left(-\frac{\partial f}{\partial z}, A\chi(z-z_0), \frac{\partial f}{\partial \rho}\right), \tag{3}$$

$$\vec{E}=-\left(\frac{\partial f}{\partial \rho}, 0, \frac{\partial f}{\partial z}\right), \tag{4}$$

где $f=f(\rho,z)$ – функция магнитного потока, $A=A(f)$ – токовая функция, $\chi(z-z_0)$ – ступенчатая функция Хевисайда. Здесь и далее для простоты будем полагать $c=1$. Безразмерные функции f и A пропорциональны соответственно магнитному потоку и полоидальному току через круг радиуса ρ, центр которого расположен на магнитной оси на высоте z.

Наличие ступенчатой функции в выражении для азимутальной составляющей магнитного поля (3) отражает тот факт, что внутри нейтронной звезды полоидальный ток отсутствует. В предшествующей литературе бессиловая задача рассматривалась только для области над поверхностью нейтронной звезды, где течет полоидальный ток, и принималось, что на нижней границе этой области магнитное поле дипольное. Наша цель – обобщить пульсарное уравнение, учтя также бессиловую область внутри нейтронной звезды и слой замыкающего тока на поверхности звезды. Строго говоря, предположение о дипольном характере магнитного поля справедливо для внутренности нейтронной звезды, а непосредственно над поверхностью звезды, над слоем замыкающего тока, характер магнитного поля может изменяться. Следует также заметить, что поскольку полоидальный ток течет только вдоль открытых магнитных силовых линий, т. е. в узкой трубке вблизи магнитной оси, кривизной поверхности нейтронной звезды в области замыкания тока можно пренебречь и считать замыкающий слой расположенным горизонтально на высоте z_0.

Нетрудно видеть, что для полей (3), (4) автоматически выполняются уравнения Максвелла

$$\mathrm{div}\vec{B} = 0, \qquad \mathrm{rot}\vec{E} = 0.$$

Два других уравнения Максвелла дают соответствующие плотности тока и заряда,

$$\vec{j} = \mathrm{rot}\vec{B}, \qquad \rho_e = \mathrm{div}\vec{E}.$$

Отметим, что величины $\vec{j}$ и ρ_e нормированы таким образом, чтобы исключить численные коэффициенты. В явном виде компоненты плотности тока и плотность заряда выражаются следующим образом:

$$j_\rho = -\frac{1}{\rho}\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}f}\frac{\partial f}{\partial z}\chi(z-z_0) - \frac{A}{\rho}\delta(z-z_0), \tag{5}$$

$$j_\phi = -\frac{1}{\rho}\square f, \tag{6}$$

$$j_z = \frac{1}{\rho}\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}f}\frac{\partial f}{\partial \rho}\chi(z-z_0), \tag{7}$$

$$\rho_e = -\Delta f, \tag{8}$$

где $\delta(z-z_0)$ – дельта-функция,

$$\square f \equiv \frac{\partial^2 f}{\partial \rho^2} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial f}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2},$$

$$\Delta f \equiv \frac{\partial^2 f}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial f}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}.$$

Как видно из формулы (5), предположение о ступенчатом характере токовой функции автоматически вводит в рассмотрение слой замыкающего тока.

С использованием выражений (3)–(8) баланс сил (1) принимает вид

$$\frac{\partial f}{\partial \rho}\left[\Delta f - \frac{1}{\rho^2}\square f - \frac{A}{\rho^2}\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}f}\chi^2(z-z_0)\right] = F_\rho, \tag{9}$$

$$\frac{A}{\rho^2}\frac{\partial f}{\partial \rho}\delta(z-z_0) = F_\phi, \tag{10}$$

$$\frac{\partial f}{\partial z}\left[\Delta f - \frac{1}{\rho^2}\square f - \frac{A}{\rho^2}\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}f}\chi^2(z-z_0)\right] - \\ - \frac{A^2}{\rho^2}\chi(z-z_0)\delta(z-z_0) = F_z. \tag{11}$$

В бессиловых областях по обе стороны от слоя замыкающего тока результирующая сила (9)–(11) должна быть равной нулю, поэтому

$$\Delta f - \frac{1}{\rho^2}\square f - \frac{A}{\rho^2}\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}f}\chi^2(z-z_0) = 0. \tag{12}$$

В области токового слоя бессиловое приближение нарушается. Момент азимутальной силы приводит к торможению вращения звезды (см., например, [5]). Высвобождаемая энергия идет на ускорение частиц в поле силы F_z, обеспечивая функцию распределения плазмы, необходимую для поддержания бессиловой конфигурации над поверхностью нейтронной звезды.

Выражение (12) является обобщением известного пульсарного уравнения [1] и отличается от классического аналога только наличием ступенчатой функции, учитывающей отсутствие полоидального тока внутри нейтронной звезды.

3. Функция магнитного потока в осевой области

Будем искать решение обобщенного пульсарного уравнения (12) вблизи магнитной оси. Граничные условия в рассматриваемом случае имеют следующий вид. Вдоль магнитной оси и функция магнитного потока, и токовая функция равны нулю. Внутри нейтронной звезды магнитное поле дипольное,

$$f = \frac{\rho^2}{\left(\rho^2 + z^2\right)^{3/2}},$$

так что в интересующей осевой области, $\rho \ll 1$, имеем $f \approx \rho^2/z^3$. На бесконечности магнитные силовые линии должны становиться радиальными, т. е. $f = f(\rho/z)$.

Выражение $A\,\mathrm{d}A/\mathrm{d}f$ в правой части уравнения (12) неизвестно. Очевидно, оно должно быть нелинейной функцией f, поскольку для обеспечения замыкания токовой цепи необходимо присутствие обратного тока. Принято считать (см., например, [6, 14]), что в магнитосфере пульсара токовая функция близка к токовой функции бессилового монополя, $A = f(2-f)$ [1]. Поэтому представляется возможным линеаризовать функцию $A\,\mathrm{d}A/\mathrm{d}f$ вблизи магнитной оси. Кроме того, в рассматриваемом случае можно удержать в уравнении (12) только члены $\propto \rho^{-2}$. В результате получим существенно упрощенное пульсарное уравнение

$$\frac{\partial^2 f}{\partial\rho^2} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial f}{\partial\rho} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = -\alpha f \chi^2(z-z_0), \tag{13}$$

где α – произвольная постоянная.

Уравнение (13) может быть решено методом разделения переменных. Искомая функция может быть представлена в виде

$$f = \int\limits_0^\infty C(\lambda) v(\rho) u(z) \mathrm{d}\lambda, \tag{14}$$

где λ не зависит от ρ и z, $C(\lambda)$ – произвольная функция, а функции $v(\rho)$ и $u(z)$ удовлетворяют уравнениям

$$\frac{\mathrm{d}^2 v}{\mathrm{d}\rho^2} - \frac{1}{\rho}\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}\rho} + \lambda^2 v = 0, \tag{15}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2 u}{\mathrm{d}z^2} - \lambda^2 u = -\alpha u \chi^2(z-z_0). \tag{16}$$

Поскольку на магнитной оси $f = 0$, решение уравнения (15) имеет вид

$$v(\rho) = \rho J_1(\lambda\rho). \tag{17}$$

В области $z < z_0$ дипольное решение для f получается при $u(z) = \exp(-\lambda z)$ и $C(\lambda) = \lambda$.

Найдем решение уравнения (16) для $z > z_0$, считая $u(z) = \exp(-\lambda z)$ начальным условием. Удобно ввести в рассмотрение размытую ступенчатую функцию вида

$$\chi(z-z_0) = \sqrt{\frac{(z-z_0)/h}{1+(z-z_0)/h}}, \qquad h \ll 1. \tag{18}$$

Отметим, что представляющее интерес решение при $(z-z_0) \gg h$ не зависит от конкретного выбора функции (18). С учетом выражения (18) уравнение (16) сводится к виду

$$(1+y)\frac{\mathrm{d}^2 u}{\mathrm{d}y^2} - h^2\left[\lambda^2 + (\lambda^2-\alpha)y\right]u = 0, \tag{19}$$

где $y \equiv (z-z_0)/h$, и имеет решение

$$u = 2h\sqrt{\lambda^2-\alpha}(y+1)\exp\left(-h\sqrt{\lambda^2-\alpha}\right)\times$$

$$\times\left\{C_1 M\left[1+\frac{2h}{\sqrt{\lambda^2-\alpha}}, 2, 2h\sqrt{\lambda^2-\alpha}(y+1)\right]+\right.$$

$$\left.+C_2 U\left[1+\frac{2h}{\sqrt{\lambda^2-\alpha}}, 2, 2h\sqrt{\lambda^2-\alpha}(y+1)\right]\right\}, \tag{20}$$

где $M(a,b,x)$ и $U(a,b,x)$ – вырожденные гипергеометрические функции. При $h \to 0$ в выражении (20) можно воспользоваться соотношениями

$$M(\nu+1/2,\, 2\nu+1,\, 2x) = \Gamma(1+\nu)\exp(x)(x/2)^{-\nu} I_\nu(x),$$

$$U(\nu+1/2,\, 2\nu+1,\, 2x) = \frac{\exp(x)}{\sqrt{\pi}}(2x)^{-\nu} K_\nu(x),$$

где $\Gamma(\nu+1)$ – гамма-функция Эйлера, $I_\nu(x)$ и $K_\nu(x)$ – модифицированные функции Бесселя. Учитывая, что

$$I_{1/2}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}}\mathrm{sh}x, \qquad K_{1/2}(x) = \sqrt{\frac{\pi}{2x}}\exp(-x),$$

и возвращаясь к переменной z, получим решение уравнения (19)

$$u = \exp\left[-\lambda z_0 - (z-z_0)\sqrt{\lambda^2-\alpha}\right], \tag{21}$$

описывающее функцию u при $z \ge z_0$, т. е. над слоем замыкающего тока. При $z \gg z_0$ выражение (21) принимает вид

$$u = \exp\left(-z\sqrt{\lambda^2-\alpha}\right). \tag{22}$$

Подставляя формулы (17), (22) в выражение (14), имеем

$$f = \frac{\rho^2}{2}\int\limits_0^\infty \sqrt{\mu^2+\alpha}\exp(-\mu z)\mu \mathrm{d}\mu, \tag{23}$$

где $\mu \equiv \lambda^2 - \alpha$, и принято, что $J_1(\lambda\rho) \approx \lambda\rho/2$, $C(\lambda) = \lambda$. Выражение (23) может быть вычислено с использованием интеграла

$$\int_0^\infty \left(x^2+u^2\right)^{\nu-1}\exp(-px)\mathrm{d}x = \frac{\sqrt{\pi}}{2}\left(\frac{2u}{p}\right)^{\nu-1/2}\Gamma(\nu)\times$$

$$\times\left[\boldsymbol{H}_{\nu-1/2}(up) - Y_{\nu-1/2}(up)\right], \tag{24}$$

где $\boldsymbol{H}_{\nu-1/2}(up)$ и $Y_{\nu-1/2}(up)$ – соответственно функции Струве и Бесселя. Дифференцируя обе части выражения (24) по p и используя рекуррентные соотношения для функций Струве и Бесселя, получим

$$f = \rho^2\Phi(z), \tag{25}$$

$$\Phi(z) = -\frac{\alpha^{3/2}}{6} + \frac{\pi\alpha}{4z}\left[\boldsymbol{H}_2\left(\sqrt{\alpha}z\right) - Y_2\left(\sqrt{\alpha}z\right)\right].$$

Выражение (25) представляет собой осевую функцию магнитного потока осесимметричного бессилового диполя. Используя известные приближения при $z \to 0$,

$$\boldsymbol{H}_\nu(\xi) \sim \frac{(\xi/2)^{\nu+1}}{\Gamma(3/2)\Gamma(\nu+3/2)},$$

$$\mathrm{Y}_\nu(\xi) \sim -\frac{1}{\pi}\Gamma(\nu)(\xi/2)^{-\nu},$$

найдем, что при $z \ll 1$ и $\rho/z \ll 1$ структура магнитного поля имеет приближенно дипольный характер, $f \approx \rho^2/z^3$. Исходя из асимптотического выражения

$$\boldsymbol{H}_\nu(\xi) - Y_\nu(\xi) =$$

$$= \frac{1}{\pi}\sum_{k=0}^{m-1}\frac{\Gamma(k+1/2)}{\Gamma(\nu+1/2-k)(\xi/2)^{2k-\nu+1}} + O\left(|\xi|\right)^{\nu-2m-1}, \tag{26}$$

можно получить, что при $z \gg 1$ функция магнитного потока имеет вид $f \approx \sqrt{\alpha}\rho^2/2z^2$. Таким образом, в осевой области функция магнитного потока бессилового диполя асимптотически совпадает с функцией магнитного монополя $f_{mon} = \sqrt{\alpha}\left(1 - z/\sqrt{z^2+\rho^2}\right)$. Такое поведение бессилового поля магнитного диполя является ожидаемым и относится за счет действия полоидального тока, текущего вдоль открытых магнитных силовых линий и изменяющего изначальную дипольную структуру магнитного поля.

4. Самосогласованное решение обобщенного пульсарного уравнения в полярной области

Осевая функция осесимметричного бессилового диполя (25), найденная в предыдущем разделе, может быть использована для отыскания решения обобщенного пульсарного уравнения (12) в области малых полярных углов, $\theta \equiv \mathrm{arctg}(\rho/z) \ll 1$, над слоем замыкающего тока, $z > z_0$. Искомое решение можно представить в виде

$$f = \sum_{k=1}^{\infty} b_k(z)\left(\frac{\rho}{z}\right)^{2k}, \tag{27}$$

где $b_1(z) = z^2\Phi(z)$. Подставляя выражение (27) в уравнение (12), получим рекуррентное соотношение

$$4k(k+1)\frac{b_{k+1}}{z^{2k+2}} - 4k^2\frac{b_k}{z^{2k}} + \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}z^2}\left(\frac{b_k}{z^{2k}}\right) -$$

$$-\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}z^2}\left(\frac{b_{k-1}}{z^{2k-2}}\right) = -AA'_{2k}, \tag{28}$$

где

$$AA'_{2k} =$$

$$= z^{-2k}\left(\xi_1 b_k + \xi_2\sum_{i=1}^{k-1} b_i b_{k-i} + \xi_3\sum_{i=1}^{k-2}\sum_{j=1}^{k-i-1} b_i b_j b_{k-i-j} + \ldots\right) \tag{29}$$

и величины ξ_i являются константами. Формула (29) получена на основе разложения AA' в ряд Тейлора по f с использованием представления (27).

Если бы токовая функция была заранее задана, т. е. величины ξ_i известны, из рекуррентного соотношения (28) можно было бы последовательно находить функции b_k. Однако в рассматриваемом случае и токовая функция, и функция магнитного потока являются неизвестными и должны находиться самосогласованно. Для этого мы дополнительно используем граничное условие на бесконечности: при $z \to \infty$ силовые линии должны становиться радиальными, т. е. функция магнитного потока должна быть функцией только полярного угла, $f = f(\rho/z)$. Тогда

$$\lim_{z\to\infty} b_k(z) = \mathrm{const}_k \qquad \forall k. \tag{30}$$

Используя условие (30) в соотношении (28) на каждом шаге итерационной процедуры, можно найти единственную последовательность значений ξ_k, а также соответствующую ей единственную последовательность функций $b_{k+1}(z)$. На практике достаточно исходить из асимптотического вида $b_1(z)$ на основе соотношения (26),

$$b_1(z) \approx 1 + \frac{3}{4z^2} - \frac{15}{16z^4} + \frac{315}{64z^6} - \dots,$$

удерживая k членов для нахождения асимптотического значения b_{k+1}. В результате получим токовую функцию осесимметричного бессилового диполя и асимптотическую форму соответствующей функции магнитного потока при $z \to \infty$ и $\rho/z \ll 1$:

$$AA' = 4f - 3f^2 - \frac{7}{2}f^3 + \frac{675}{16}f^4 + \dots, \qquad (31)$$

$$f = \frac{\rho^2}{z^2} - \frac{3}{4}\frac{\rho^4}{z^4} + \frac{1}{2}\frac{\rho^6}{z^6} + \frac{13}{32}\frac{\rho^8}{z^8} + \frac{9567}{1280}\frac{\rho^{10}}{z^{10}} + \dots. \qquad (32)$$

Представляет интерес сравнить выражения (31), (32) с соответствующими функциями для случая магнитного монополя, которые могут быть получены в ходе применения описанной выше процедуры при $b_1 = 1$ и $\alpha = 4$,

$$AA'_{\mathrm{mon}} = 4f - 3f^2 + \frac{1}{2}f^3,$$

$$f_{\mathrm{mon}} = \frac{\rho^2}{z^2} - \frac{3}{4}\frac{\rho^4}{z^4} + \frac{5}{8}\frac{\rho^6}{z^6} - \frac{35}{64}\frac{\rho^8}{z^8} + \frac{63}{128}\frac{\rho^{10}}{z^{10}} + \dots.$$

Можно видеть, что различие невелико,

$$f - f_{\mathrm{mon}} \approx -\frac{1}{8}\frac{\rho^6}{z^6}, \quad AA' - AA'_{\mathrm{mon}} \approx -4f^3,$$

однако можно ожидать, что достаточно далеко от магнитной оси оно может становиться существенным.

Хотя выражение для токовой функции (31) получено из асимптотического рассмотрения на бесконечности, оно остается верным на любых высотах z достаточно близко к магнитной оси, $\rho/z \ll 1$, поскольку значение A сохраняется вдоль магнитной силовой линии. Соответственно, используя выражение (31), из рекуррентного соотношения (28) можно найти функцию магнитного потока при $z \to 0$, т. е. на нижней границе бессиловой области, непосредственно над слоем замыкающего тока,

$$f = \frac{\rho^2}{z^3} - \frac{3}{2}\frac{\rho^4}{z^5} + \frac{15}{8}\frac{\rho^6}{z^7} - \frac{203}{96}\frac{\rho^8}{z^9} + \dots,$$

которая отличается от функции магнитного диполя как

$$f - f_{\mathrm{dip}} \approx \frac{7}{96}\frac{\rho^8}{z^9}.$$

Это отличие обусловлено тем, что слой замыкающего тока деформирует структуру магнитного поля, изменяя, в частности, и граничное условие в нижней части бессиловой области.

5. Обсуждение результатов

В настоящее время структура осесимметричной бессиловой магнитосферы пульсара исследуется преимущественно методами численного моделирования. Вместе с тем все более насущной становится потребность улучшения лежащей в основе теоретической модели. В частности, необходим физически обоснованный пересмотр стандартного набора граничных условий с учетом замыкания полоидального тока и присутствия зазоров. Настоящая статья представляет собой одну из немногих попыток аналитического рассмотрения пульсарного уравнения и имеет целью выяснить влияние слоя замыкающего тока на поверхности нейтронной звезды на граничные условия в бессиловой области.

Мы получили обобщенное пульсарное уравнение (12), распространив его на область внутри нейтронной звезды, что впервые позволило искать непрерывное самосогласованное решение по обе стороны слоя замыкающего тока. Ограничив рассмотрение областью вблизи магнитной оси, мы линеаризовали токовую функцию, существенно упростили вид пульсарного уравнения и нашли его точное решение (25). Этот результат был использован как начальное приближение при решении полного нелинейного пульсарного уравнения в полярной области. С использованием условия радиальности магнитных силовых линий на бесконечности были получены асимптотические ряды для самосогласованных функций тока и магнитного потока на бесконечности, а также показана их единственность. Для найденной функции тока была получена также самосогласованная функция магнитного потока непосредственно над слоем замыкающего тока. Отличие этой функции от дипольной демонстрирует необходимость пересмотра граничного условия в нижней части бессиловой области и позволяет допустить, что существующая в настоящее время картина осесимметричной бессиловой магнитосферы пульсара, построенная на основе численного моделирования, может претерпеть существенные изменения.

Следует также отметить, что осевая функция магнитного потока (25) дает дополнительное условие на магнитной оси: $\partial^2 f/\partial\rho^2\big|_{\rho=0} = 2\Phi(z)$. При решении эллиптической задачи, связанной с пульсарным уравнением, методом квазиобращения такое дополнительное условие может компенсировать неизвестное условие на другой части границы или незнание части самой границы. Это представляется достаточно важным, поскольку в настоящее время полный набор граничных условий с учетом магнитосферных зазоров в точности не известен.

6. Выводы

Проведено аналитическое рассмотрение стационарной осесимметричной бессиловой магнитосферы пульсара с учетом замыкания тока на поверхности нейтронной звезды. Найдена осевая функция магнитного потока (25), которая имеет дипольный характер внутри нейтронной звезды, плавно меняется при переходе через слой замыкающего тока и на бесконечности асимптотически совпадает с функцией магнитного монополя. Исходя из этой функции построено решение пульсарного уравнения в полярной области. С учетом квазимонопольного характера магнитного поля на бесконечности получены асимптотические ряды, описывающие самосогласованные функции тока и магнитного потока, а также показана их единственность. Найденные функции близки к соответствующим характеристикам для бессилового магнитного монополя, $f - f_{\mathrm{mon}} \approx -\rho^6/8z^6$, $AA' - AA'_{\mathrm{mon}} \approx -4f^3$, однако вдали от магнитной оси это отличие может становиться существенным.

С использованием выражения для токовой функции, которое справедливо во всей полярной области, найдена самосогласованная функция магнитного потока непосредственно над слоем замыкающего тока. Она отличается от характерной для внутренности нейтронной звезды дипольной функции, $f - f_{\mathrm{dip}} \approx 7\rho^8/96z^9$, причем это отличие должно становиться особенно заметным с удалением от магнитной оси. Таким образом, показана необходимость пересмотра граничного условия в нижней части бессиловой области, что может повлечь за собой существенное изменение современной картины осесимметричной бессиловой магнитосферы пульсара.

Проведенное в статье рассмотрение баланса сил в области замыкающего тока может быть полезным для выяснения физики замыкания тока на поверхности нейтронной звезды, а также впервые ставит вопрос о сосуществовании поперечного тока и полярного зазора, что, очевидно, может стать предметом последующих исследований.

Работа частично поддержана грантом Президента Украины (проект ГФФИ № Ф35/554-2011).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Michel F. C.* Rotating Magnetospheres: an Exact 3-D Solution // Astrophys. J. – 1973. – Vol. 180, No. 3. – P. L133–L136.
2. *Scharlemann E. T. and Wagoner R. V.* Aligned Rotating Magnetospheres. General Analysis // Astrophys. J. – 1973. – Vol. 182, No. 3. – P. 951–960.
3. *Okamoto I.* Force-free pulsar magnetosphere – I. The steady, axisymmetric theory for the charge-separated plasma // Mon. Not. R. Astron. Soc. – 1974. – Vol. 167, No. 3. – P. 457–474.
4. *Michel F. C.* Rotating Magnetosphere: a Simple Relativistic Model // Astrophys. J. – 1973. – Vol. 180, No. 1. – P. 207–226.
5. *Бескин В. С., Гуревич А. В., Истомин Я. Н.* Электродинамика магнитосферы пульсара // ЖЭТФ. – 1983. – Т. 85, Вып. 2. – С. 401–433.
6. *Contopoulos I., Kazanas D., and Fendt C.* The Axisymmetric Pulsar Magnetosphere // Astrophys. J. – 1999. – Vol. 511, No. 1. – P. 351–358.
7. *Gruzinov A.* Power of an Axisymmetric Pulsar // Phys. Rev. Let. – 2005. – Vol. 94, Is. 2. – id. 021101.
8. *Komissarov S. S.* Simulations of the axisymmetric magnetospheres of neutron stars // Mon. Not. R. Astron. Soc. – 2006. – Vol. 367, Is. 1. – P. 19–31.
9. *McKinney J. C.* Relativistic force-free electrodynamic simulations of neutron star magnetospheres // Mon. Not. R. Astron. Soc. – 2006. – Vol. 368, Is. 1. – P. L30–L34.
10. *Spitkovsky A.* Time-dependent Force-free Pulsar Magnetospheres: Axisymmetric and Oblique Rotators // Astrophys. J. – 2006. – Vol. 648, No. 1. – P. L51–L54.

11. *Kalapotharakos C. and Contopoulos I.* Three-dimensional numerical simulations of the pulsar magnetosphere: preliminary results // Astron. Astrophys. – 2009. – Vol. 496, No. 2. – P. 495–502.
12. *Bai X. and Spitkovsky A.* Modeling of Gamma-ray Pulsar Light Curves Using the Force-free Magnetic Field // Astrophys. J. – 2010. – Vol. 715, No. 2. – P. 1282–1301.
13. *Kalapotharakos C., Contopoulos I., and Kazanas D.* The extended pulsar magnetosphere // Mon. Not. R. Astron. Soc. – 2012. – Vol. 420, Is. 4. – P. 2793–2798.
14. *Contopoulos I.* The coughing pulsar magnetosphere // Astron. Astrophys. – 2005. – Vol. 442, No. 2. – P. 579–586.
15. *Timokhin A. N.* On the force-free magnetosphere of an aligned rotator // Mon. Not. R. Astron. Soc. – 2006. – Vol. 368, Is. 3. – P. 1055–1072.
16. *Timokhin A. N.* Force-free magnetosphere of an aligned rotator with differential rotation of open magnetic field lines // Astrophys. Space Sci. – 2007. – Vol. 308, Iss. 1–4. – P. 575–579.
17. *Kalapotharakos C., Kazanas D., Harding A., and Contopoulos I.* Toward a Realistic Pulsar Magnetosphere // Astrophys. J. – 2012. – Vol. 749, No. 1. – id. 2.
18. *Li J., Spitkovsky A., and Tchekhovskoy A.* Resistive Solutions for Pulsar Magnetospheres // Astrophys. J. – 2012. – Vol. 746, No. 1. – id. 60.

С. А. Петрова

Радіоастрономічний інститут НАН України,
вул. Червонопрапорна, 4, м. Харків, 61002, Україна

ГЛОБАЛЬНА СТРУКТУРА ВІСЕСИМЕТРИЧНОЇ БЕЗСИЛОВОЇ МАГНІТОСФЕРИ ПУЛЬСАРА З УРАХУВАННЯМ ЗАМИКАННЯ СТРУМУ НА ПОВЕРХНІ НЕЙТРОННОЇ ЗІРКИ

Розглянуто стаціонарну вісесиметричну безсилову магнітосферу пульсара. Виконано узагальнення відомого пульсарного рівняння з тим, щоб урахувати шар замикаючого струму на поверхні нейтронної зірки. У результаті спрощення пульсарного рівняння поблизу магнітної осі знайдено осьову функцію магнітного потоку, що пов'язує внутрішність нейтронної зірки з безсиловою магнітосферою в області аж до нескінченності. Використовуючи цю функцію в якості початкового наближення, розв'язуємо повне пульсарне рівняння у полярній області, знаходимо самоузгоджені функції струму та магнітного потоку на нескінченності та показуємо їх єдиність. За допомогою одержаної струмової функції знаходимо самоузгоджену функцію магнітного потоку безпосередньо над струмовим шаром і демонструємо її відмінність від дипольної функції всередині нейтронної зірки. Цей результат означає необхідність перегляду стандартного набору граничних умов у задачі про безсилову магнітосферу пульсара.

S. A. Petrova

Institute of Radio Astronomy, National Academy of Sciences of Ukraine,
4, Chervonopraporna St., Kharkiv, 61002, Ukraine

GLOBAL STRUCTURE OF THE PULSAR AXISYMMETRIC FORCE-FREE MAGNETOSPHERE ALLOWING FOR CURRENT CLOSURE ON THE NEUTRON STAR SURFACE

The stationary axisymmetric force-free magnetosphere of a pulsar is considered. The well-known pulsar equation is generalized so as to allow for the sheet of closing current at the neutron star surface. As a result of simplification of the pulsar equation close to the magnetic axis we find the axial magnetic flux function, which links the neutron star interior to the force-free magnetosphere up to infinity. Using this function as a starting approximation, we solve the complete pulsar equation in the polar region, obtain the self-consistent current and magnetic flux functions at infinity and show their uniqueness. With the current function obtained we find the self-consistent flux function at the top of the current sheet and demonstrate its distinctness from the dipolar function inside the neutron star. This result implies the necessity to reconsider the standard set of boundary conditions in the problem of the pulsar force-free magnetosphere.

Статья поступила в редакцию 03.07.2013