

## ОСЕСИМЕТРИЧНЕ ПОЛЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ КОНІЧНОГО МОНОПОЛЯ

Отримано строгий розв'язок осесиметричної задачі дифракції  $TM$ -хвилі на відкритому кінці біконуса, одне плече якого є напівнескінченний конус, а друге – скінченний конус. Біконус опромінюється полем витка магнітного струму. Для отримання розв'язку використано метод аналітичної регуляризації. Виконано граничний перехід від біконуса з довільними значеннями кутових параметрів до монополя – скінченного порожнистого конуса над площиною. Досліджено вплив геометричних параметрів монополя та джерела збудження на діаграми спрямованості. У часткових випадках отримані результати порівнюються з відомими.

Ключові слова: дифракція на біконусі, кінчний монополь, аналітична регуляризація

### 1. Вступ

Простота конструкції кінчних монополів зумовлює їх широке використання як компактних широкосмугових антен різноманітного призначення. Для дослідження характеристик кінчних монополів широко використовуються числові методи розв'язку електродинамічних задач, реалізовані в пакетах програмного забезпечення [1, 2], а отже виникає проблема їх верифікації. У працях [3–5] розсіюючі властивості монополів досліджувались числово-аналітичними методами, відповідні задачі дифракції зводились до розв'язку нескінченних систем лінійних алгебраїчних рівнянь (НСЛАР) відносно коефіцієнтів розкладу в ряди за власними функціями. Такі НСЛАР розв'язувались наближено, без обґрунтування правил редукції. У праці [6] для розв'язання осесиметричної задачі дифракції  $TM$ -хвилі на біконусі, сформованому із нескінченного та скінченного зі зрізаною вершиною конусів, було використано метод аналітичної регуляризації, що гарантує отримання розв'язку з заданою точністю.

У даній статті аналізується важливий, з точки зору практичного використання, частковий випадок більш загальної задачі, розглянутої раніше в [6], а саме строгим методом досліджено дифракційні характеристики кінчного монополя. Кінчний монополь отримуємо, коли нескінченне плече біконуса переходить у площину. Залежність поля від часу приймаємо у вигляді  $e^{-i\omega t}$  і цей множник надалі опускаємо.

### 2. Постановка задачі

Розглянемо осесиметричну задачу дифракції  $TM$ -хвилі на ідеально провідній біконічній поверхні  $Q = Q_1 \cup Q_2$ , заданій у сферичній системі координат  $(r, \theta, \varphi)$ :

$$Q_1 : \{r \in (0, \infty), \theta = \gamma_1; \varphi \in [0, 2\pi)\},$$

$$Q_2 : \{r \in (0, a_1), \theta = \gamma_2; \varphi \in [0, 2\pi)\},$$

де  $\gamma_2 > \gamma_1$  (див. рис. 1). Монополь утворюємо з  $Q$  при  $\gamma_1 \rightarrow \pi/2$ .

Нехай біконус  $Q$  збуджується витком магнітного струму з густиною, заданою у вигляді

$$J(r, \theta) = I_\varphi^{(m)} \delta(r - r_0) \delta(\theta - \theta_0) / (r_0 \sin \theta_0), \quad (1)$$

де  $I_\varphi^{(m)}$  – магнітний струм;  $\delta(\dots)$  – дельта функція Дірака;  $r_0, \theta_0$  – координати джерела,  $0 < r_0 < a_1, \gamma_1 < \theta_0 < \gamma_2$ .

Електромагнітне поле, збуджуване магнітним струмом (1), має ненульові компоненти  $E_r, E_\theta$ ,

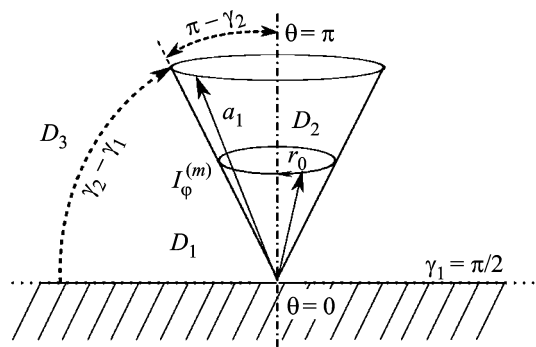


Рис. 1. Геометрія задачі

$H_\varphi$ , які виражаються через  $H_\varphi$ -складову за допомогою співвідношень

$$E_r = -\frac{1}{i\omega\varepsilon} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta H_\varphi),$$

$$E_\theta = \frac{1}{i\omega\varepsilon} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r H_\varphi).$$
(2)

Тут  $\varepsilon$  – діелектрична проникність середовища.

В силу співвідношень (2), задача дифракції поля витка (1) на біконусі  $Q$  зводиться до змішаної крайової задачі для рівняння Гельмгольца

$$\frac{\partial^2 H_\varphi}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial H_\varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial H_\varphi}{\partial \theta} \right) -$$

$$-\frac{H_\varphi}{r^2 \sin^2 \theta} + k^2 H_\varphi = 0$$
(3)

з граничною умовою

$$\frac{1}{i\omega\varepsilon} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} [\sin \theta (H_\varphi + H_\varphi^i)]_{r, \theta \in Q} = 0,$$
(4)

умовою випромінювання

$$\lim_{r \rightarrow \infty} r [\vec{i}_r \times \vec{H} + Z^{-1} \vec{E}] = 0$$
(5)

і умовою обмеженості електромагнітної енергії в будь-якому скінченному об'ємі. Тут  $H_\varphi = H_\varphi(r, \theta)$  – невідома магнітна складова дифрагованого поля;  $H_\varphi^i(r, \theta)$  – магнітна складова поля джерела;  $k$  – хвильове число,  $k = k' + ik'' = \omega\sqrt{\varepsilon\mu}$ ,  $k', k'' > 0$ ;  $Z = \sqrt{\mu/\varepsilon}$  – хвильовий опір середовища,  $\mu$  – магнітна проникність середовища.

Для розв'язку крайової задачі (3)–(5) розглянемо області, сформовані біконусом  $Q$ :

$$D_1 : \{r \in (0, a_1), \theta \in [\gamma_1, \gamma_2]; \varphi \in [0, 2\pi)\},$$

$$D_2 : \{r \in (0, a_1), \theta \in (\gamma_2, \pi]; \varphi \in [0, 2\pi)\},$$

$$D_3 : \{r \in (a_1, \infty), \theta \in (\gamma_1, \pi]; \varphi \in [0, 2\pi)\}.$$
(6)

Невідому компоненту повного магнітного поля в кожній з областей (6) подамо рядом власних функцій і запишемо у вигляді:

$$H_\varphi^i(r, \theta) =$$

$$= \begin{cases} H_\varphi^i(r, \theta) + \frac{i\omega\varepsilon}{\sqrt{\rho}} \sum_{n=1}^{\infty} x_n^{(1)} \Psi_{\nu_n-1/2}(\cos \theta) \frac{I_{\nu_n}(\rho)}{I_{\nu_n}(\rho_1)}, & (r, \theta) \in D_1; \\ \frac{i\omega\varepsilon}{\sqrt{\rho}} \sum_{n=1}^{\infty} x_n^{(2)} \frac{\partial}{\partial \theta} P_{\mu_n-1/2}(-\cos \theta) \frac{I_{\mu_n}(\rho)}{I_{\mu_n}(\rho_1)}, & (r, \theta) \in D_2; \\ \frac{i\omega\varepsilon}{\sqrt{\rho}} \sum_{n=1}^{\infty} x_n^{(3)} \frac{\partial}{\partial \theta} P_{z_n-1/2}(-\cos \theta) \frac{K_{z_n}(\rho)}{K_{z_n}(\rho_1)}, & (r, \theta) \in D_3. \end{cases}$$
(7)

Тут  $x_n^{(1)}, x_n^{(2)}, x_n^{(3)}$  – невідомі коефіцієнти розкладу;  $I_\nu(\rho), K_\nu(\rho)$  – відповідно модифікована функція Бесселя та функція Макдональда;  $\rho = sr, \rho_1 = sa_1, s = -ik$ ;  $P_{\chi-1/2}(-\cos \theta)$  – функції Лежандра;

$$\Psi_{\nu-1/2}(\cos \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\sin \theta}, & n = 1; \\ \frac{\partial}{\partial \theta} [R_{\nu-1/2}(\cos \theta)], & n > 1; \end{cases}$$
(8)

де

$$R_{\nu-1/2}(\cos \theta) = P_{\nu-1/2}(\cos \theta) P_{\nu-1/2}(-\cos \gamma_1) -$$

$$-P_{\nu-1/2}(-\cos \theta) P_{\nu-1/2}(\cos \gamma_1);$$

індекси  $\{z_n\}_{n=1}^{\infty}, \{\mu_n\}_{n=1}^{\infty}$  і  $\{\nu_n\}_{n=1}^{\infty}$  – зростаючі послідовності дійсних додатних коренів трансцендентних рівнянь:

$$P_{z_n-1/2}(-\cos \gamma_1) = 0,$$

$$P_{\mu_n-1/2}(-\cos \gamma_2) = 0,$$

$$R_{\nu_n-1/2}(\cos \gamma_2) = 0.$$

Множина індексів  $\{\nu_n\}_{n=1}^{\infty}$  будується наступним чином. Перший елемент цієї послідовності  $\nu_1 = 1/2$  – мінімальний додатний корінь рівняння  $R_{\nu-1/2}(\cos \gamma_2) = 0$ , що враховує формування *ТЕМ*-моди. Решта коренів  $\nu_{n>1}$  залежні від кутових параметрів біконічної області, тобто  $\nu_{n>1} \neq n - 1/2$ . Магнітна складова первинного поля  $H_\varphi^i(r, \theta)$  визначена в [6]:

$$H_{\phi}^i(r, \theta) = \frac{i\omega\epsilon}{\sqrt{\rho\rho_0}} \sum_{j=1}^{\infty} B_j \Psi_{\nu_j-1/2}(\cos\theta) \times \begin{cases} K_{\nu_j}(\rho)I_{\nu_j}(\rho_0), & r \geq r_0; \\ I_{\nu_j}(\rho)K_{\nu_j}(\rho_0), & r \leq r_0. \end{cases} \quad (9)$$

Тут  $(r, \theta) \in D_1$ ;  $B_j = -\rho_0 b_j I_{\phi}^{(m)} \Psi_{\nu_j-1/2}(\cos\theta_0)$ ,  $\rho_0 = sr_0$ ,

$$b_j = \begin{cases} \left[ \ln \left( \operatorname{ctg} \frac{\gamma_1}{2} \operatorname{tg} \frac{\gamma_2}{2} \right) \right]^{-1}, & j=1; \\ \frac{1}{\sin \gamma_2} \frac{2\nu_j}{\nu_j^2 - 1/4} \left[ \frac{\partial}{\partial \nu} R_{\nu-1/2}(\cos \gamma_2) \times \right. \\ \left. \times \frac{\partial}{\partial \gamma_2} R_{\nu-1/2}(\cos \gamma_2) \right]^{-1}, & j > 1. \end{cases}$$

Вираз (7) забезпечує виконання граничних умов на поверхнях  $Q_1, Q_2$ , умову випромінювання і умову обмеження енергії біля вершини конуса.

### 3. Розв'язання задачі

Використовуючи спряження  $E_{\theta}(a_1 \pm 0, \theta)$  і  $H_{\phi}(a_1 \pm 0, \theta)$  компонент поля на сферичному сегменті  $\{r = a_1, \gamma_1 < \theta \leq \pi\}$  та використовуючи вирази (7), (9) і (2), зводимо задачу до НСЛАР, яку після аналітичної регуляризації [7] записуємо так:

$$X - A^{-1}(A - A_{11})X = A^{-1}F, \quad (10)$$

де  $X = \{x_n\}_{n=1}^{\infty}$  – невідомий вектор,  $x_n = x_n^{(1)} \times (z_n^2 - 0.25) P_{z_n-1/2}(-\cos \gamma_2)$ ;  $A_{11}$  – нескінченна матриця з елементами

$$a_{jn} = \frac{\rho_1 W[K_{z_n} I_{\xi_j}]_{\rho_1}}{\Delta_{jn} I_{\xi_j}(\rho_1) K_{z_n}(\rho_1)}.$$

Тут  $\Delta_{jn} = \xi_j^2 - z_n^2$ ,  $\{\xi_j\}_{j=1}^{\infty} : \{\nu_j\}_{j=1}^{\infty} \cup \{\mu_j\}_{j=1}^{\infty}$  – зростаюча послідовність;  $F = \{f_j\}_{j=1}^{\infty}$  – відомий вектор,

$$f_j = \begin{cases} -\frac{B_j}{\alpha_j(\gamma_1, \gamma_2) I_{\xi_j}(\rho_1) K_{\xi_j}(\rho_1)}, & \xi_j \in \{\nu_p\}_{p=1}^{\infty}; \\ 0, & \xi_j \notin \{\nu_p\}_{p=1}^{\infty}; \end{cases}$$

де  $B_n = -\sqrt{\rho_0} b_n I_{\phi}^{(m)} \Psi_{\xi_n-1/2}(\cos\theta_0) I_{\xi_n}(\rho_0) K_{\xi_n}(\rho_1)$ ;

$$\alpha_j(\gamma_1, \gamma_2) = - \begin{cases} \left[ \ln \left( \operatorname{ctg} \frac{\gamma_1}{2} \operatorname{tg} \frac{\gamma_2}{2} \right) \right]^{-1}, & j=1; \\ \frac{2\nu_j}{\nu_j^2 - 1/4} \left[ \frac{\partial}{\partial \nu} R_{\nu-1/2}(\cos \gamma_2) \Big|_{\nu=\nu_j} \right]^{-1}, & j > 1. \end{cases}$$

Матричні елементи регуляризуючих операторів  $A, A^{-1}$  записуємо у вигляді [6, 7]:

$$a_{jm} = (\xi_j - z_m)^{-1}, \quad (11)$$

$$\tau_{nj} = \left\{ \left[ [M_-(\xi_j)]^{-1} \right]' [M_-(z_n)]' (z_n - \xi_j) \right\}^{-1}. \quad (12)$$

Відому функцію  $M_-(\nu)$  отримуємо в результаті факторизації парної мероморфної функції

$$M(\nu) = \frac{P_{\nu-1/2}(-\cos \gamma_1) \cos(\pi\nu)}{(\nu^2 - 1/4) P_{\nu-1/2}(-\cos \gamma_2) R_{\nu-1/2}(\cos \gamma_2)}, \quad (13)$$

яку записуємо у вигляді

$$M(\nu) = M_+(\nu) M_-(\nu), \quad (14)$$

де  $M_+(\nu), M_-(\nu)$  регулярні відповідно у півплощинах  $\operatorname{Re}(\nu) > -1/2, \operatorname{Re}(\nu) < 1/2$ ;  $M_{\pm}(\nu) = O(\nu^{-1/2})$  при  $|\nu| \rightarrow \infty$  в областях регулярності.

Враховуючи, що прості нулі і полюси функції (13) розміщені на дійсній осі відповідно в точках  $\nu = \pm z_n$  і  $\nu = \pm \xi_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ), функції  $M_{\pm}(\nu)$  ( $M_+(\nu) = M_-(-\nu)$ ) знаходимо методом нескінченних добутків у вигляді:

$$M_+(\nu) = 2A(\gamma_1, \gamma_2) e^{-\nu\chi} \prod_{k=1}^{\infty} (1 + \nu/z_k) e^{-\nu(\pi-\gamma_1)/(k\pi)} \times \left[ (1 + 2\nu) \prod_{k=1}^{\infty} (1 + \nu/\nu_k) e^{-\nu(\gamma_2-\gamma_1)/(k\pi)} \times \prod_{k=1}^{\infty} (1 + \nu/\mu_k) e^{-\nu(\pi-\gamma_2)/(k\pi)} \right]^{-1}.$$

Тут

$$A(\gamma_1, \gamma_2) = i \left\{ P_{-1/2}(-\cos \gamma_1) \left[ P_{-1/2}(-\cos \gamma_2) \times \right. \right. \\ \times \left. \left. \left( P_{-1/2}(\cos \gamma_2) P_{-1/2}(-\cos \gamma_1) - \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. - P_{-1/2}(-\cos \gamma_2) P_{-1/2}(\cos \gamma_1) \right) \right]^{-1} \right\}^{1/2}, \\ \chi = \frac{\pi - \gamma_2}{\pi} \ln \frac{\pi - \gamma_2}{\pi} - \frac{\pi - \gamma_1}{\pi} \ln \frac{\pi - \gamma_1}{\pi} + \\ + \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\pi} \ln \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\pi}.$$

Вирази для похідних  $M'_-(v) = \frac{d}{dv} M_-(v)$  при  $v = z_n, \xi_n$  ( $n = \overline{1, \infty}$ ), через які записуються матричні елементи оператора  $A^{-1}$ , подаємо у вигляді:

$$M'_-(z_n) = \\ = \frac{\cos(\pi z_n) \frac{\partial}{\partial z} P_{z_n-1/2}(-\cos \gamma_1)}{(z_n^2 - 1/4) P_{z_n-1/2}(-\cos \gamma_2) R_{z_n-1/2}(\cos \gamma_2) M_+(z_n)}; \\ [M_-^{-1}(\xi_n)]' = \\ = \begin{cases} \left. \begin{aligned} & -2\pi^{-1} M_+(1/2) \ln \left( \operatorname{ctg} \frac{\gamma_2}{2} \operatorname{tg} \frac{\gamma_1}{2} \right), \\ & \xi_n = v_1 = 1/2; \end{aligned} \right\} \\ \left. \begin{aligned} & \frac{(\xi_n^2 - 1/4) P_{\xi_n-1/2}(-\cos \gamma_2) M_+(\xi_n) \frac{\partial}{\partial \xi} R_{\xi_n-1/2}(\cos \gamma_2)}{\cos(\pi \xi_n) P_{\xi_n-1/2}(-\cos \gamma_1)}, \\ & \xi_n = v_n, n > 1; \end{aligned} \right\} \\ \left. \begin{aligned} & \frac{(\xi_n^2 - 1/4) R_{\xi_n-1/2}(\cos \gamma_2) M_+(\xi_n) \frac{\partial}{\partial \xi} P_{\xi_n-1/2}(-\cos \gamma_2)}{\cos(\pi \xi_n) P_{\xi_n-1/2}(-\cos \gamma_1)}, \\ & \xi_n = \mu_n, n = \overline{1, \infty}. \end{aligned} \right\} \end{cases}$$

НСЛАР (10) допускає розв'язок у класі послідовностей  $x_n = O(n^{-1/2})$  для  $n \rightarrow \infty$ , що забезпечує виконання умови Мейкснера на краю  $Q_2$  [6, 7].

#### 4. Граничний перехід від біконуса до кінченного монополя ( $\gamma_1 \rightarrow \pi/2$ )

У цьому випадку індекси  $z_n$  у зображенні потенціалу (7) визначаються аналітично з умови  $P_{z_n-1/2}(0) = 0$ , де  $z_n = 2n - 1/2$  ( $n = \overline{1, \infty}$ ), індекси  $v_n > 0$  знаходяться із розв'язку трансцендентного рівняння  $P_{v_n-1/2}(\cos \gamma_2) - P_{v_n-1/2}(-\cos \gamma_2) = 0$ ,  $v_1 = 1/2$  ( $v_{n>1} \neq 2n - 1/2$ ), а індекси  $\mu_n > 0$  визначаються з розв'язку рівняння  $P_{\mu_n-1/2}(-\cos \gamma_2) = 0$ .

Власна функція біконічної області  $D_1$  у цьому випадку набуває вигляду:

$$R_{v-1/2}(\cos \theta) = P_{v-1/2}(\cos \theta) - P_{v-1/2}(-\cos \theta), \quad (15)$$

а функція  $\Psi_{v_n-1/2}(\cos \theta)$  визначається за формулами (8) з урахуванням (15).

Задача про осесиметричне збудження монополя зводиться до НСЛАР (10), де регуляризуючі оператори знаходяться за формулами (11), (12).

Для побудови елементів оберненого оператора  $A^{-1}$  замість функції (13) використовуємо парну мероморфну функцію виду

$$M(v) = \cos(\pi v) \left\{ (v^2 - 1/4) P_{v-1/2}(-\cos \gamma_2) \times \right. \\ \left. \times \left[ P_{v-1/2}(\cos \gamma_2) - P_{v-1/2}(-\cos \gamma_2) \right]^{-1} \right\},$$

яку факторизуємо за формулою (14), а функцію  $M_+(v)$  записуємо так:

$$M_+(v) = 2A(\gamma_2) e^{-v\chi} \prod_{k=1}^{\infty} \left( 1 + \frac{v}{2k-1/2} \right) e^{-v/2k} \times \\ \times \left[ (1+2v) \prod_{k=1}^{\infty} (1+v/v_k) e^{-v(\gamma_2-\pi/2)/(k\pi)} \times \right. \\ \left. \times \prod_{k=1}^{\infty} (1+v/\mu_k) e^{-v(\pi-\gamma_2)/(k\pi)} \right]^{-1},$$

де

$$A(\gamma_2) = \\ = i \left\{ \frac{1}{P_{-1/2}(-\cos \gamma_2) \left[ P_{-1/2}(\cos \gamma_2) - P_{-1/2}(-\cos \gamma_2) \right]} \right\}^{1/2},$$

$$\chi = \frac{\pi - \gamma_2}{\pi} \ln \frac{\pi - \gamma_2}{\pi} + \frac{2\gamma_2 - \pi}{2\pi} \ln \frac{2\gamma_2 - \pi}{2\pi} + \frac{1}{2} \ln 2.$$

Вирази для похідних у формулі (12) для випадку кінчного монополя мають вигляд:

$$M'_-(z_n) = -\frac{\pi}{4n(2n-1)[P_{2n-1}(\cos \gamma_2)]^2 M_+(2n-1/2)},$$

$$[M_-^{-1}(\xi_n)]' = \begin{cases} -2\pi^{-1}M_+(1/2)\ln\left(\operatorname{ctg}\frac{\gamma_2}{2}\right), & \xi_n = \nu_1 = 1/2; \\ (\xi_n^2 - 1/4)P_{\xi_n-1/2}(-\cos \gamma_2)M_+(\xi_n) \times \\ \times \frac{\partial}{\partial \xi} [P_{\xi_n-1/2}(\cos \gamma_2) - P_{\xi_n-1/2}(-\cos \gamma_2)] \times \\ \times [\cos(\pi\xi_n)]^{-1}, & \xi_n = \nu_n, n > 1; \\ (\xi_n^2 - 1/4)M_+(\xi_n)P_{\xi_n-1/2}(\cos \gamma_2) \times \\ \times \frac{\partial}{\partial \xi} P_{\xi_n-1/2}(-\cos \gamma_2)[\cos(\pi\xi_n)]^{-1}, & \xi_n = \mu_n, n = \overline{1, \infty}. \end{cases}$$

### 5. Аналіз числових результатів

Систему рівнянь (10) використано для дослідження діаграм спрямованості біконічного розсіювача  $Q$ , які розраховувались за формулою

$$D(\theta) = \lim_{r \rightarrow \infty} |rH_\varphi e^{-ikr}|.$$

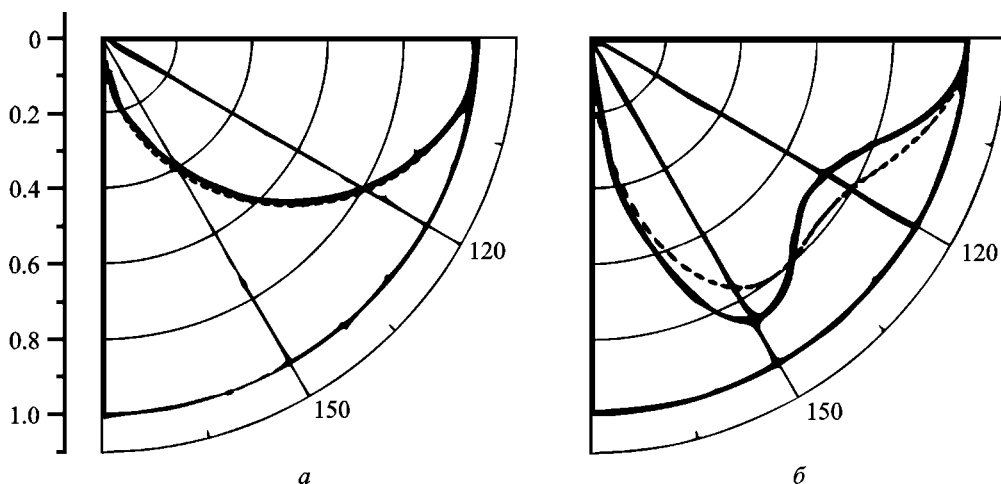


Рис. 2. Нормовані діаграми спрямованості для монополя з параметрами  $ka_1 = 1.0$  (а) та  $ka_1 = 5.0$  (б) при  $\gamma_1 = 89^\circ$ ,  $\gamma_2 = 150^\circ$ ,  $\theta_0 = \gamma_2$ ;  $kr_0 = 0.2$

Кінчний монополь моделювали біконусом  $Q$ , у якого кут розхилу нескінченного плеча  $\gamma_1 = 89^\circ$  фіксований, а кут розхилу скінченного плеча  $\gamma_2$  набував різних значень ( $\gamma_2$  змінювали у межах  $110^\circ \div 150^\circ$ ). Для підтвердження вірогідності отриманих результатів порівнювали нормовані діаграми спрямованості, отримані з використанням розв'язку НСЛАР (10), і наведені у праці [3]. У праці [3] розглядали закритий кінчний монополь, який збуджували  $TEM$ -хвилею. Тому при порівнянні у виразі поля джерела збудження (9) обмежувалися першим доданком, який відповідає  $TEM$ -хвилі.

Результати порівняння наведено на рис. 2, де ілюструються нормовані діаграми спрямованості: штриховані криві – наші результати, а суцільні, отримані в [3]. Із поведінки кривих на рис. 2 спостерігаємо практично повне співпадіння нормованих діаграм спрямованості для короткого монополя (див. рис. 2, а). Зі зростанням довжини монополя спостерігаємо незначне розходження форми діаграм спрямованості (див. рис. 2, б). Зауважимо, що в [3] задачу розв'язували наближено, використовуючи систему з двох лінійних алгебраїчних рівнянь для визначення комплексних амплітуд  $TEM$ -моди і першої  $TM$ -моди.

Відомо, що для ефективного використання властивості ширококумовості біконічні структури збуджують  $TEM$ -моду, поміщаючи джерело біля вершини біконуса. Оскільки в реальних ситуаціях джерело збуджує і вищі моди, виникає питання, як впливає положення джерела на характеристики розсіяння монополя.

На рис. 3 показано вплив на форму діаграм спрямованості положення джерела збудження. Коли виток магнітного струму (1) розміщений біля вершини біконуса ( $kr_0 < 1.0$ ), основний вплив на формування нормованих діаграм спрямованості монополя вносить  $TEM$ -мода джерела. Це видно із порівняння кривих на рис. 3, *а, б*. На кожному з цих рисунків показано нормовані діаграми спрямованості, які обчислювались за умови збереження у полі збудження тільки  $TEM$ -моди (штриховані криві) і усіх ( $TEM+TM$ ) мод (суцільні криві). Криві на рис. 3, *а* і *б* практично збігаються. При цьому максимум випромінювання зосереджений у кутовому секторі, в околі твірної скінченного конуса.

При переміщенні джерела у напрямкові до основи  $Q_2$  спостерігаємо посилення впливу вищих  $TM$ -мод. Цей ефект проілюстровано на рис. 3, *в, г*, де наведені нормовані діаграми спрямованості,

коли  $r_0 > \lambda/2$  ( $\lambda$  – довжина хвилі). Основний вклад у формування діаграм на рис. 3, *в* вносять  $TEM$ -мода і перша  $TM$ -мода, а для формування діаграми на рис. 3, *г* залучено  $TEM$ -моду і дві  $TM$ -моди.

Для виявлення потенційних можливостей керування діаграмою спрямованості досліджено вплив кута розхилу монополя на поле випромінювання. Відповідні залежності для конусів великих розмірів наведені на рис. 4. Для спрощення аналізу джерело розміщали біля вершини конуса, коли основний вклад у формування поля випромінювання вносить  $TEM$ -мода джерела.

Для широких монополів ( $\gamma_2 = 110^\circ, 120^\circ$ ), поверхня яких притискається до ідеально провідної площини, на діаграмах спрямованості спостерігаємо формування області тіні при  $\gamma_2 < \theta < \pi$  з осциляціями поля малої амплітуди (див. рис. 4, *а, б*). При цьому основні пелюстки діаграм спрямо-

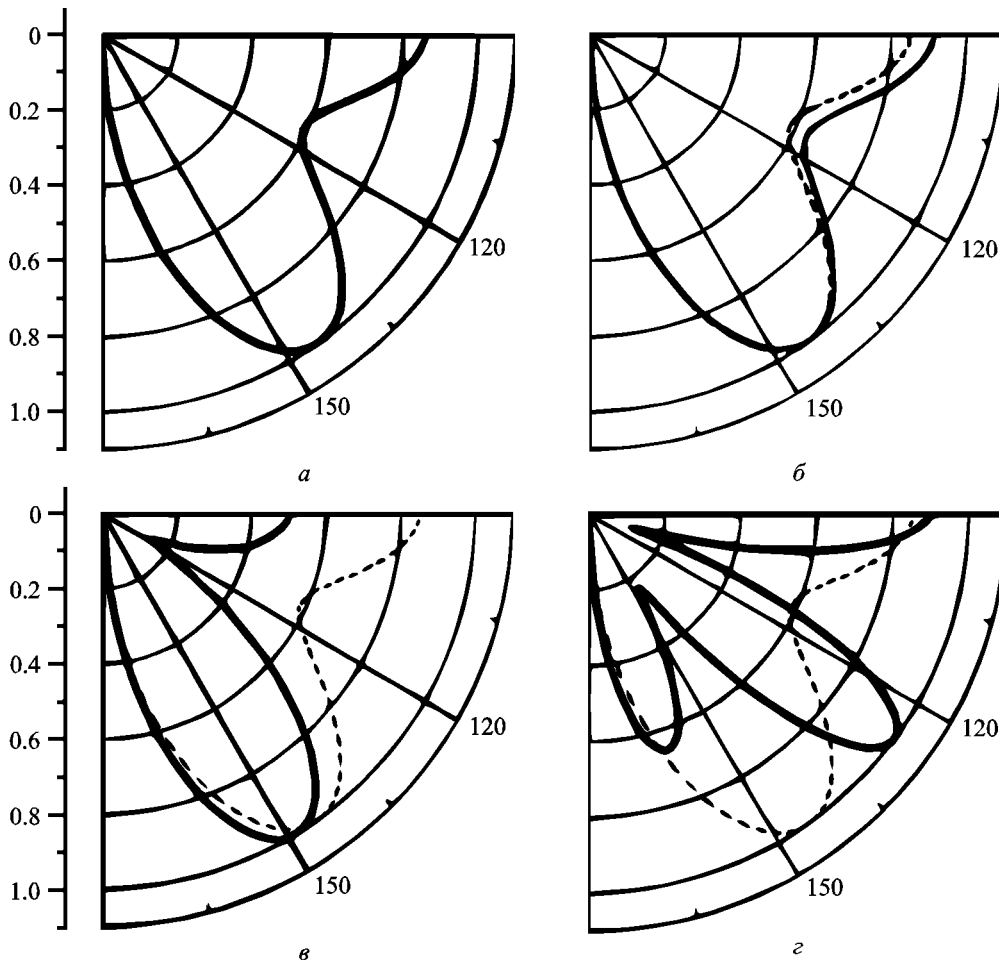


Рис. 3. Вплив координати джерела на нормовані діаграми спрямованості монополя при  $\gamma_1 = 89^\circ$ ,  $\gamma_2 = 150^\circ$ ,  $\theta_0 = \gamma_2$ ;  $ka_1 = 6.28$ : *а* –  $kr_0 = 0.47$ ; *б* –  $kr_0 = 1.0$ ; *в* –  $kr_0 = 3.62$ ; *г* –  $kr_0 = 5.87$

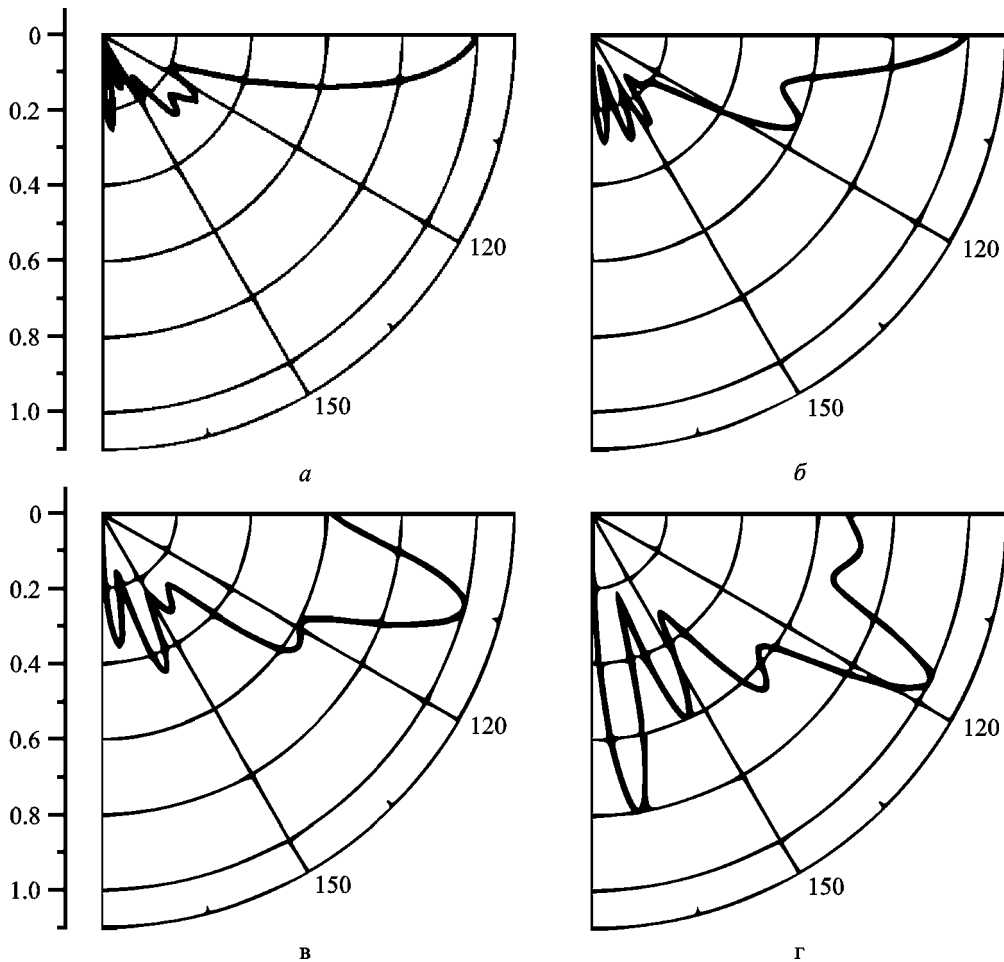


Рис. 4. Вплив кута розхилу монополя на нормовані діаграми спрямованості при  $\gamma_1 = 89^\circ$ ;  $ka_1 = 18.84$ ,  $kr_0 = 0.2$ :  
 а –  $\gamma_2 = 110^\circ$ ; б –  $\gamma_2 = 120^\circ$ ; в –  $\gamma_2 = 130^\circ$ ; г –  $\gamma_2 = 140^\circ$

ваності направлені вздовж поверхні площини. Зі звуженням монополя ( $\gamma_2 = 130^\circ, 140^\circ$ ) спостерігаємо ріст інтенсивності поля в області тіні, що пов'язано зі зростанням дифракційних ефектів на краю монополя (див. рис. 4, в, г). Крім того, з ростом параметра  $\gamma_2$  (звуження кінчної каверни) бачимо, що головна пелюстка діаграми повертається у напрямкові твірної монополя.

## 6. Висновки

Отримано строгий розв'язок осесиметричної задачі дифракції поля кругового витка магнітного струму на кінчному монополі. Показано, що при розміщенні джерела біля вершини ( $kr_0 < 1$ ),  $TEM$ -мода джерела дає основний вклад у формуванні діаграми спрямованості, а з наближенням джерела до краю кінчного монополя зростає вплив вищих  $TM$ -мод. Встановлено, що для широких мо-

нополів ( $\gamma_2 < 120^\circ$ ) основне випромінювання зосереджене вздовж електропровідної площини. При звуженні монополя головна пелюстка діаграми спрямованості повертається до твірної скінченно-го плеча біконуса.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Cheng W. and Shen Z. Design of a compact and broadband conical monopole antenna // Proc. of IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium, APSURSI'09. – Charleston, SC (USA). – 2009. – P. 1–4, doi: 10.1109/APS.2009.5172.305.
2. Vsetula P. and Raida Z. Broadband monopole antenna with convex conical reflector for 802.11a standard // Microwave Opt. Technol. Lett. – 2013. – Vol. 55, No. 6. – P. 1243–1247.
3. Papas C. H. and King R. W. Radiation from Wide-Angle Conical Antennas Fed by a Coaxial Line // Proc. IRE. – 1951. – Vol. 39, No. 1. – P. 49–51.
4. Bevensee R. M. Handbook of conical antennas and scatterers. – New-York: Gordon and Breach Science Publishers, 1973. – 173 p.

5. Bolle D. M. and Morganstern M. D. Monopole and Conic Antennas on Spherical Vehicles // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1969. – Vol. 17, No. 4. – P. 477–484.
6. Куриляк Д. Б., Шарабура О. М. Електромагнітне збудження біконуса, сформованого із напівнескінченної та скінченної зі зрізаною вершиною конічних поверхонь // Радиофизика и радиоастрономия. – 2013. – Т. 18, № 2. – С. 138–146.
7. Куриляк Д. Б., Назарчук З. Т. Аналітико-числові методи в теорії дифракції хвиль на конічних і клиноподібних поверхнях. – Київ: Наук. думка, 2006. – 280 с.

Д. Б. Куриляк, А. М. Шарабура

Физико-механический институт им. Г. В. Карпенко  
НАН Украины,  
ул. Научная, 5, г. Львов, 79060, Украина

#### ОСЕСИММЕТРИЧНОЕ ПОЛЕ ИЗЛУЧЕНИЯ КОНИЧЕСКОГО МОНОПОЛЯ

Получено строгое решение осесимметричной задачи дифракции  $TM$ -волны на открытом конце биконуса, одно плечо которого есть полубесконечный конус, а второе – конечный конус. Биконус облучается полем витка магнитного тока. Для получения решения использован метод аналитической регуляризации. Выполнен предельный переход от биконуса с произвольными значениями угловых параметров к моно-

полю – конечному полному конусу над плоскостью. Исследовано влияние геометрических параметров монополя и источника возбуждения на диаграммы направленности. В частных случаях полученные результаты сравниваются с известными.

D. B. Kuryliak and O. M. Sharabura

Karpenko Physico-Mechanical Institute, National Academy  
of Sciences of Ukraine,  
5, Naukova St., Lviv, 79060, Ukraine

#### AXIALLY-SYMMETRIC RADIATION FIELD OF CONICAL MONOPOLE

The rigorous solution of the problem of axially-symmetric  $TM$ -wave diffraction by the open end of the biconical scatterer, whose one arm is a semi-infinite cone and the other – a finite cone, is obtained. The bicone is irradiated by the ring magnetic current field. The analytical regularization technique is applied to obtain the problem solution. The limiting transition from the biconical scatterer with arbitrary values of angular parameters to the monopole antenna (a finite hollow cone above the plane) is performed. The influence of the monopole's geometrics and the source location on the far-field patterns is investigated. In particular cases, the results are compared with the known data.

Стаття надійшла до редакції 24.07.2013