Радиофизика и радиоастрономия. 2013, Т. 18, № 4, с. 357–361

УДК 621.396.67

Л. Е. КОПИЛОВИЧ

Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины,
ул. Ак. Проскуры, 12, г. Харьков, 61085, Украина
E-mail: kopil@ire.kharkov.ua

АНТЕННЫЕ РЕШЕТКИ РАЗМЕРА 16×16 НА ОСНОВЕ АДАМАРОВСКИХ РАЗНОСТНЫХ МНОЖЕСТВ

Решается задача определения минимума уровня боковых лепестков антенной решетки с равноамплитудными элементами. Поиск оптимального решения проводится в классе адамаровских разностных множеств (H-множеств). В применяемом методе используется связь между H-множествами и совершенными бинарными массивами (perfect binary arrays). Приведены результаты для антенной решетки размера 16×16 *со 120 и 136 элементами.*

Ключевые слова: антенные решетки, разностные множества, совершенные бинарные массивы

1. Введение

Задача синтеза антенных решеток (АР) с низким уровнем боковых лепестков (БЛ) при фиксированном числе одинаковых элементов изучалась с помощью различных методов. Сложность ее решения возрастает в сзязи с увеличением размера решетки и числа ее элементов [1]. Один из регулярных методов решения этой задачи основан на использовании комбинатóрных конструкций – разностных множеств (РМ). Он был предложен в [2] для линейных АР и обобщен на двумерный случай в [3].

Целесообразность применения аппарата РМ для синтеза АР основана на том, что диаграмма направленности (ДН) решетки, антенные элементы в которой распределены по закону РМ, имеет одно и то же значение на сетке равноотстоящих пространственных точек, поэтому можно ожидать, что локальные экстремумы ее БЛ будут находиться вблизи середин расстояний между точками этой сетки. Использование РМ привлекательно еще и тем, что наличие одного такого множества задает обширный ансамбль множеств этого типа (так называемых эквивалентных РМ), что позволяет выбрать среди них множество, минимизирующее уровень БЛ.

В двумерном случае наиболее подходящим типом РМ для синтеза АР являются адамаровские РМ (H-множества) [4]. Особенностью H-множеств является то, что на каждой такой решетке можно построить несколько неэквивалентных множеств, каждое из которых определяет свой ансамбль эквивалентных множеств, что расширяет возможности для поиска решетки с минимальным уровнем БЛ. Так, на решетке 4×4 можно построить три вида неэквивалентных H-множеств, а на решетке 6×6 – семь видов [3]. Число таких множеств на решетках больших размеров пока не определено.

АР на основе H-множеств были предложены в [3], а метод их синтеза описан в монографии [5]. Более поздние результаты в этом направлении приведены в [6].

Поскольку эффективность поиска АР с минимальным уровнем БЛ может зависеть от того, насколько полно осуществляется обсчет H-множеств, реализуемых на решетке заданных размеров, важной задачей является нахождение их неэквивалентных разновидностей. Новый вид таких множеств был найден в [7]. Можно ожидать, что с увеличением размера решетки их число будет возрастать.

В настоящей работе задача минимизации уровня БЛ решается для АР размера 16×16, со 120 и 136 элементами, с использованием связи между H-множествами и совершенными бинарными массивами [8], что позволило найти новые неэквивалентные H-множества на этой решетке и улучшить результаты, полученные в [6].

2. *H*-множества и совершенные бинарные массивы

РМ имеет несколько равносильных определений, одно из которых в двумерном случае формулируется следующим образом [4]: множество $\{x_j, y_j\}$ из k элементов на решетке размера $v_x\times v_y$ является разностным, если выполняется равенство

$$\left|\sum_{j=1}^{k}\exp\left[i(x_j q_{xl}+y_j q_{ym})\right]\right|^2 = k-\Lambda \qquad (1)$$

во всех точках

$$q_{xl} = 2\pi l / v_x, \qquad q_{ym} = 2\pi m / v_y \tag{2}$$

$(l = 0, 1, ..., v_x - 1;\ m = 0, 1, ..., v_y - 1;\ (l + m > 0))$;

величина Λ находится из соотношения

$$k(k-1) = \Lambda(v_x v_y - 1).$$

Видно, что левая часть формулы (1) имеет вид ДН АР с одинаковыми элементами, а сама эта формула в нашей терминологии означает, что БЛ решетки, элементы которой размещены по закону РМ, имеют одинаковый уровень на равномерной сетке точек (2). Отметим, что для нормированной ДН уровень БЛ в этих точках равен $(k - \Lambda)/k^2 < 1/k$, что при больших k является весьма малой величиной.

В качестве РМ $\{x_j, y_j\}$ будем использовать H-множества с параметрами [4]

$$V = v_x v_y = 4u^2, \quad k = 2u^2 \pm u, \quad \Lambda = u^2 \pm u.$$

Они могут быть размещены на решетках с параметрами $(2u)\times(2u)$ и $(4u)\times u$, где $u = 2^n, 3 \cdot 2^n$. На решетке размера 16×16 такие множества состоят из 120 либо 136 элементов.

В [8] на примерах была показана связь между H-множеством и совершенным бинарным массивом (perfect binary array – PBA) на такой же решетке, состоящим из элементов +1 и –1, корреляционная функция которого при всех циклических сдвигах вдоль сторон решетки равна нулю [9]. А именно, PBA(s,t), где $s = v_x$, $t = v_y$, соответствует H-множеству, у которого в точках +1 находятся элементы, а в точках –1 их нет.

В [10, 11] была разработана техника получения PBA$(2s, 2t)$ из PBA(s,t). Она была упрощена в [5], где вводится вспомогательный бинарный массив – QPBA(s,t) (quasy-perfect binary array), определяемый как массив (b_{ij}) элементов +1 и –1, для которого соотношение

$$\sum_{i=0}^{s-u-1} \sum_{j=0}^{t-1} b_{ij} b_{(i+u)(j+w)} - \sum_{i=s-u}^{s-1} \sum_{j=0}^{t-1} b_{ij} b_{(i+u)(j+w)} = 0 \tag{3}$$

выполняется при всех $(u, w) \neq 0$ (индексы в (3) берутся по модулям длин сторон решетки). Схема построения PBA и QPBA на решетках с удвоенными длинами сторон описана в [5]. Отметим, что для нахождения PBA$(2s, 2t)$ надо знать PBA(s,t) и QPBA(s,t), а чтобы найти QPBA$(2s, 2t)$, достаточно иметь лишь QPBA(s,t). В [6] для нахождения H-множеств на решетке 16×16 использовались неэквивалентные H-множества на решетке 8×8, найденные в [7], и единственный известный пример QPBA$(8,8)$ из [10].

Для нахождения различных возможных вариантов QPBA$(8,8)$ в нашем случае можно воспользоваться системой уравнений (3) при $s = t = 4$. Поскольку величины b_{ij} в этой системе принимают лишь два значения, нетрудно найти все ее решения, т. е. все варианты QPBA$(4,4)$, а с помощью каждого из них – QPBA$(8,8)$ и построить H-множество на решетке размера 16×16. Таким способом можно получить новые H-множества и расширить базу для определения оптимального из них, по критерию минимума БЛ, для решетки, построенной с использованием этого метода.

3. Методика построения бинарных массивов больших размеров

Покажем на примере процедуру построения H-множества на решетке размера 16×16 с помощью бинарных массивов. Обозначим $C(s) =$ PBA(s,s), $E(s) =$ QPBA(s,s). Массив $C(8)$ получим из соответствующего H-множества на решетке размера 8×8, а для вычисления $E(8)$ сначала найдем $E(4)$, определяемое как решение системы (3) при $s = t = 4$, а затем поступим следующим образом [5]: введем $E^* = E(4)/\overline{E(4)}$, где $\overline{E}$ – дополнение к E (элементы +1 и –1 меняются местами); E^* преобразуем в F^*, в котором i-й столбец получается из i-го столбца в E циклическим сдвигом на i шагов вниз; наконец, верхнюю половину F^* обозначим $F(4)$. Так, например, получим (будем для простоты вместо +1 и –1 писать + и –):

$$E(4) = \begin{matrix} + & - & + & - \\ - & - & + & + \\ - & - & - & - \\ - & - & + & + \end{matrix} \rightarrow E^* = \begin{matrix} + & - & + & - \\ - & - & + & + \\ - & - & - & - \\ - & - & + & + \\ - & + & - & + \\ + & + & - & - \\ + & + & + & + \\ + & + & - & - \end{matrix} \rightarrow$$

$$\to F^{*}=\begin{matrix} + & + & + & - \\ - & - & - & + \\ - & - & + & - \\ - & - & + & - \\ - & - & - & + \\ + & + & + & - \\ + & + & - & + \\ + & + & - & + \end{matrix}\to F(4)=\begin{matrix} + & + & + & - \\ - & - & - & + \\ - & - & + & - \\ - & - & + & - \end{matrix}$$

Далее, образуем матрицу

$$B=\begin{pmatrix} E(4) & E(4) \\ F(4) & \overline{F(4)} \end{pmatrix},$$

а эту матрицу преобразуем в $E(8)$ следующим образом: первая строка верхней половины B переходит в первую строку $E(8),$ а первая строка ее нижней половины – во вторую строку $E(8),$ вторая строка верхней половины B – в третью строку $E(8),$ а вторая строка ее нижней половины – в четвертую строку $E(8)$ и т. д. В нашем примере получим:

$$B=\begin{matrix} + & - & + & - & + & - & + & - \\ - & - & + & + & - & - & + & + \\ - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & + & + & - & - & + & + \\ + & + & + & - & - & - & - & + \\ - & - & - & + & + & + & + & - \\ - & - & + & - & + & + & - & + \\ - & - & + & - & + & + & - & + \end{matrix}\to$$

$$\to E(8)=\begin{matrix} + & - & + & - & + & - & + & - \\ + & + & + & - & - & - & - & + \\ - & - & + & + & - & - & + & + \\ - & - & - & + & + & + & + & - \\ - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & + & - & + & + & - & + \\ - & - & + & + & - & - & + & + \\ - & - & + & - & + & + & - & + \end{matrix}$$

В качестве $C(8)$ возьмем H-множество из [7] (в виде РВА):

$$\begin{matrix} - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & + & + & + & + \\ - & - & + & + & - & - & + & + \\ - & - & + & - & + & + & - & + \\ - & + & - & + & - & + & - & + \\ - & + & - & + & + & - & + & - \\ - & + & + & - & - & + & + & - \\ - & + & + & + & + & - & - & - \end{matrix}$$

Введем матрицу размера $16\times16,$

$$A=\begin{pmatrix} C(8) & E(8) \\ C(8) & \overline{E(8)} \end{pmatrix}.$$

Записав A в явном виде, получим $C(16)$ поочередной перестановкой столбцов из ее левой и правой половин: первый столбец левой половины A переходит в первый столбец $C(16),$ первый столбец ее правой половины – во второй столбец $C(16),$ второй столбец левой половины A – в третий столбец и т. д. Для получения H-множества на решетке размера 16×16 остается лишь заменить в построенной $C(16)=\text{РВА}(16,16)$ плюсовые элементы на 1, а минусовые – на 0 (проверить, что найденное таким способом множество является разностным, можно по формуле (1), представив его в виде последовательностей координат его элементов).

4. Поиск АР с минимальным уровнем БЛ – метод и результаты

Метод поиска АР с низким уровнем БЛ в классе H-множеств описан в [5–7]. Вкратце он сводится к тому, что для каждого из известных неэквивалентных H-множеств просматривается весь ансамбль эквивалентных ему множеств (описание такого ансамбля приведено, например, в [7]) и находятся значения ДН АР размера $v\times v$ в точках, медианных относительно точек сетки (2). Вначале определяется и задается уровень БЛ, выше которого обсчет данного множества производить незачем, и, если уровень во всех точках обсчета оказывается ниже заданного, осуществляется переход к следующему этапу – вычислению значений ДН на знчительно более густой сетке, дабы не пропустить “всплесков” БЛ. В [6] путем последовательного сгущения сетки вдвое было выяснено, что 6-ти таких сгущений оказывается достаточно для получения стабильных значений минимума БЛ. Таким образом, размеры сторон измельченной ячейки получаются в 64 раза меньшими, чем у ячейки исходной сетки.

Методом, описанным в предыдущем разделе, был получен набор массивов QPBA(8,8), которые в сочетании с использованием 20 известных неэквивалентных H-множеств на решетке размера 8×8 [7] позволили получить новые неэквивалентные H-множества на решетке размера 16×16, на базе которых проводился поиск оптимальных АР. На рис. 1 приведена ДН 120-элементной АР, минимум уровня БЛ которой равен –16.59 дБ, и схема размещения ее элементов. Практически тот же уровень минимума БЛ (–16.60 дБ) и у найденной 136-элементной АР, размещение элементов которой показано на рис. 2. Эти результаты существенно лучше полученных в [6] (–15.71 и –15.17 дБ соответственно).

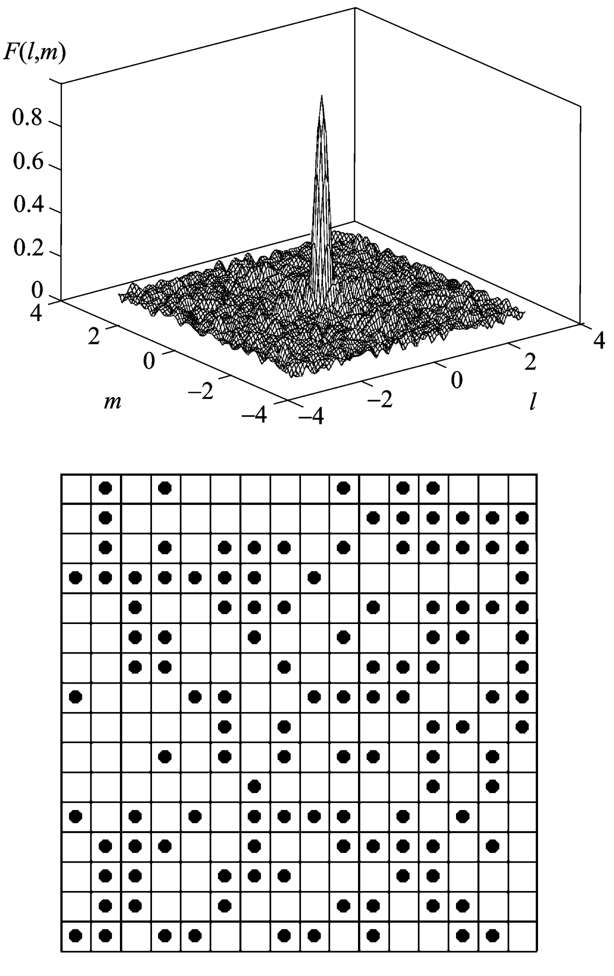

Рис. 1. *Диаграмма направленности 120-элементной оптимизированной АР и схема размещения ее элементов*

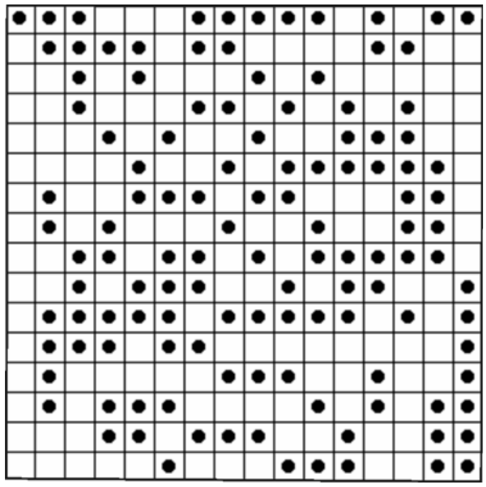

Рис. 2. *Схема размещения 136-элементной оптимизированной АР*

Отметим, что примерное равенство минимального уровня БЛ в обоих случаях можно рассматривать как косвенное подтверждение гипотезы о том, что наилучшие результаты для АР с одинаковыми элементами, по этому критерию, достигаются для решеток с половинным заполнением. Это предположение требует дополнительного исследования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kogan L.* Optimizing a large array configuration to minimize the sidelobes // IEEE Trans. Antennas Propag. – 2000. – Vol. 48, No. 7. – P. 1075–1078.
2. Пат. 4071848 США. Thinned aperiodic antenna arrays with improved sidelobe level control: Пат. 4071848 США. / D. G. Leeper (США); Опубл. 31.01.1978.
3. *Kopilovich L. E. and Sodin L. G.* Two-dimensional aperiodic antenna arrays with a low sidelobe level // IEE Proc. H. – 1991. – Vol. 138, No. 3. – P. 233–237.
4. *Turyn R. J.* Character sums and difference sets // Pac. J. Math. – 1965. – Vol. 15, No. 1. – P. 319–346.
5. *Kopilovich L. E. and Sodin L. G.* Multielement System Design in Astronomy and Radio Science // Astrophysics and Space Science Library. – 1991. – Vol. 268. – 190 p.
6. *Kopilovich L. E.* Square array antennas based on Hadamard difference sets // IEEE Trans. Antennas Propag. – 2008. – Vol. 56, No. 1. – P. 263–266.
7. *Kopilovich L. E.* Array antennas of size based on Hadamard difference sets // Радиофизика и радиоастрономия. – 2008. – Т. 13, № 2. – С. 210–215.
8. *Chan Y. K., Siu M. K, and Tong P.* Two-dimensional binary arrays with good autocorrelation // Inform. Control. – 1979. – Vol. 42, Is. 1. – P. 125–130.
9. *Calabro D. and Wolf J. K.* On the synthesis of two-dimensional arrays with desirable correlation properties // Inform. Control. – 1968. – Vol. 11, Iss. 5–6. – P. 537–560.

10. *Jedwab J. and Mitchell C.* Constructing new perfect binary arrays // Electron. Lett. – 1988. – Vol. 24, Is. 11. – P. 650–652.
11. *Wild P.* Infinite families of perfect binary arrays // Electron. Lett. – 1988. – Vol. 24, No. 14. – P. 845– 847.

Л. Ю. Копилович

Інститут радіофізики та електроніки ім. А. Я. Усикова НАН України,
вул. Ак. Проскури, 12, м. Харків, 61085, Україна

АНТЕННІ РЕШІТКИ РОЗМІРУ 16×16 НА ОСНОВІ АДАМАРОВСЬКИХ РІЗНИЦЕВИХ МНОЖИН

Розв'язується задача щодо знаходження мінімуму рівня бокових пелюсток антенної решітки з рівноамплитудними елементами. Пошук оптимального розв'язку виконується в класі адамаровських різницевих множин (*H*-множин). У застосовуваному методі використовується зв'язок між *H*-множинами і досконалими бінарними масивами (perfect binary arrays). Наводяться результати для антенної решітки розміру 16×16 зі 120 та 136 елементами.

L. E. Kopilovich

O. Ya.Usikov Institute for Radiophysics and Electronics, National Academy of Sciences of Ukraine,
12, Akad. Proskura St., Kharkiv, 61085, Ukraine

ARRAY ANTENNAS OF SIZE 16×16 BASED ON HADAMARD DIFFERENCE SETS

The problem of determination of the minimum of sidelobe level of an equiamplitude array antenna is studied. The search for the optimum solution over the class of the Hadamard difference sets (*H* sets) is carried out. The applied method makes use of connection between *H* sets and perfect binary arrays. The results for an array antenna of size 16×16 with 120 and 136 elements are given.

Статья поступила в редакцию 02.08.2013