Радиофизика и радиоастрономия. 2014, Т. 19, № 1, с. 57–80

УДК 537.87:01.7

С. Л. БЕРДНИК, Д. Ю. ПЕНКИН, В. А. КАТРИЧ,
Ю. М. ПЕНКИН, М. В. НЕСТЕРЕНКО

Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина,
пл. Свободы, 4, г. Харьков, 61022, Украина
E–mail: beserbox@gmail.com

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОНЦЕПЦИИ ПОВЕРХНОСТНОГО ИМПЕДАНСА В ЗАДАЧАХ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ (75 ЛЕТ СПУСТЯ)

Представлены результаты аналитического обзора литературных источников по вопросу использования импедансного подхода в решении краевых задач электродинамики за 75-летний период после формулировки М. А. Леонтовичем импедансных граничных условий для электромагнитного поля на поверхности проводящего тела. За этот период импедансный подход был обобщен на широкий круг электродинамических задач, в которых его использование позволило значительно расширить пределы математического моделирования, адекватно учитывающего физические свойства реальных граничных поверхностей. Поэтому методологически важно систематизировать опыт многих авторов по применению такого подхода. Проанализированы пределы и условия корректного применения импедансного граничного условия и представлены типы металлодиэлектрических структур, для которых в настоящее время известны методы теоретического определения значений поверхностных импедансов. Уделено внимание характеристикам поверхностей структур пленочного типа и электрически тонких импедансных вибраторов.

Ключевые слова: импедансный подход, граничные условия импедансного типа, поверхностный импеданс, эффективный импеданс, импедансная поверхность

Содержание

1. Введение

Выдающийся советский физик Михаил Александрович Леонтович (7.03.1903 г. – 30.03.1981 г.), академик АН СССР (с 1946 г.), в период с 1934 по 1941 гг. работал в Лаборатории колебаний Физического института АН СССР [1]. Его более молодой коллега по институту Рытов Сергей Михайлович (3.07.1908 г. – 22.10.1996 г.), член-корреспондент АН СССР (с 1968 г. [1]), в своем очерке “В лаборатории колебаний”, который сохранился в архивах научно-популярного журнала РАН “Природа”, вспоминает следующие факты.

“В 1939 г. он поставил передо мной другую задачу: найти волновое электромагнитное поле вблизи границы хорошего проводника, т. е. построить хотя бы приближенную, но общую теорию сильного скин-эффекта. Эта задача имела некоторую предысторию, о которой я тогда ничего не знал.

Вероятно, в 1938 г. Леонтович сформулировал свои широко известные ныне граничные условия для волнового электромагнитного поля на поверхностях хороших проводников. Смысл и ценность этих условий заключаются в том, что они позволяют решать дифракционные задачи о поле вне хорошо проводящих тел, не рассматривая поля внутри них. Это существенно упрощает решение. Хотя правильность условий была несомненна, сам Леонтович не был полностью удовлетворен. Ведь оставались открытыми вопросы о точности получаемых решений, о допустимой кривизне поверхности тел и т. п. Другими словами, он хотел иметь обоснование своих граничных условий и оценку их точности. Однако, ставя передо мной вопрос о теории скин-эффекта, он не сказал мне ни слова о граничных условиях, видимо, желая, как я теперь понимаю, испытать мою догадливость. Я построил теорию для общего случая произвольной падающей на тело волны и для поверхности тела, обладающей двойной кривизной. При уменьшении толщины скин-слоя, конечно, получались для внешнего поля граничные условия Леонтовича, но именно это я и проглядел, т. е. экзамена на догадливость не выдержал. Поэтому, одобрив работу, он высказал и порицание: Как же вы не заметили, что из ваших результатов вытекают приближенные граничные условия?"

Из приведенной цитаты становится понятным, что именно 1938-й следует считать истинным годом рождения импедансных граничных условий Леонтовича, а также – почему работа С. М. Рытова [2], поступившая в редколлегию ЖЭТФ 19 декабря 1939 г., обосновывала с позиций теории скин-эффекта точность импедансных граничных условий, которые будут официально опубликованы М. А. Леонтовичем только в 1948 г. [3, 4]. Воля обстоятельств, связанных с событиями второй мировой войны, и требовательность Леонтовича к качественному уровню своих научных статей привели не только к путанице с хронологической "рокировкой" указанных публикаций.

В статье [5], посвященной 80-летнему юбилею М. А. Леонтовича, читаем: "В течение почти десяти лет эти граничные условия использовались во многих работах по высокочастотной электродинамике со ссылками на М. А. Леонтовича как автора условий, но без ссылок на конкретную работу, потому что он, указав эти условия в 1938–1939 гг., опубликовал такую работу только в 1948 г. Даже сам М. А. Леонтович до этой публикации писал о своих граничных условиях, ссылаясь на чужие работы, в которых авторы пользовались этим подходом, указывая на то, что он был предложен М. А. Леонтовичем". Можно полагать, что заложницей сложившейся ситуации стала и изданная (практически одновременно с работой [2]) в 1940 г. монография [5] Александра Николаевича Щукина (22.07.1900 г. – 11.06.1990 г.), академика АН СССР (с 1953 г. [1]), который в это время возглавлял кафедру Военно-морской академии СССР (г. Ленинград). Поскольку эта монография была известной в научных кругах и являлась более доступной, чем журнальные публикации, достаточно продолжительный период (по крайней мере, с 1940 по 1948 гг.) при использовании импедансных граничных условий была принятой практика ссылаться именно на эту книгу, называя их условиями Щукина–Леонтовича. В современной литературе импедансные условия разные авторы называют либо "условиями Леонтовича", либо "условиями Щукина–Леонтовича" согласно традициям, сложившимся в различных научных школах.

В последующие годы многими исследователями импедансный подход обобщался на все более широкий круг электродинамических задач, что и определило необходимость систематизации результатов, полученных в этом направлении. В 1961 г. М. А. Миллером и В. И. Талановым была опубликована первая статья обзорного характера [6], а в 1990 г. А. С. Ильинским и Г. Я. Слепяном второй обзор [7], в которых был представлен детальный анализ известных на моменты написания работ результатов. Однако множество публикаций, появившихся в научной литературе за последние десятилетия, вновь сделало актуальным проведение такого анализа. Настоящая статья является обзорной по вопросу дальнейшего развития концепции импедансного граничного условия в задачах электродинамики. Поскольку в прошлом 2013 г. исполнилось 110 лет со дня рождения М. А. Леонтовича, а его импедансному условию – 75 лет, авторы посвящают работу этим юбилейным датам.

2. Импедансные граничные условия и пределы их корректного применения

Импедансное условие Леонтовича на граничной поверхности S обычно записывают в следующем (уже ставшим традиционным) виде:

$$[\vec{n},\vec{E}]\big|_S = -\zeta\left[\vec{n},[\vec{n},\vec{H}]\right]\Big|_S, \qquad (1)$$

где $\vec{E}$ и $\vec{H}$ – векторы напряженностей электрического и магнитного гармонических полей; $\vec{n}$ – нормаль к импедансной поверхности, направленная внутрь импедансной области; коэффициент ζ – поверхностный импеданс.

Нетрудно убедиться, что формула (1) является инвариантной к выбору вида временной зависимости полей $e^{\pm i\omega t}$ и при требовании $\zeta = 0$ на идеально проводящей поверхности переходит к известному граничному условию (равенству нулю тангенциальных составляющих электрического поля):

$$[\vec{n},\vec{E}]\big|_S = 0. \qquad (2)$$

Следует заметить, что граничное условие (1) является приближенным в том смысле, что решение электродинамической задачи с его использованием представляет собой первый член асимптотического разложения точного решения [2] по степеням малого параметра

$$\bar{\zeta} = \left|\zeta/\zeta_0\right| \ll 1,$$

который называют также импедансом, нормированным на $\zeta_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ – характеристический импеданс внешнего пространства, заполненного средой с диэлектрической и магнитной проницаемостями ε_0 и μ_0 соответственно.

То обстоятельство, что в граничном условии (1) фигурируют тангенциальные составляющие электромагнитного поля, приводит к необходимости ограничений и на геометрию поверхности *S*. Оказывается, что условие (1) имеет место для плоской границы раздела сред или такой границы, радиусы кривизны которой много больше длины падающей волны. Более общими условиями, учитывающими кривизну поверхности раздела *S*, являются условия вида [4, 8]:

$$E_{\tau 1} = \zeta\left(1 + \frac{\chi_1 - \chi_2}{2ik_2}\right)H_{\tau 2}\Big|_S,$$
$$E_{\tau 2} = -\zeta\left(1 + \frac{\chi_2 - \chi_1}{2ik_2}\right)H_{\tau 1}\Big|_S, \qquad (3)$$

где χ_1 и χ_2 – главные гауссовы кривизны поверхности *S*; k_2 – волновое число; E_τ и H_τ – тангенциальные составляющие электромагнитных полей на этой поверхности, расположенные в соответствующих плоскостях.

В трактовке энциклопедических изданий [9] поверхностный импеданс электромагнитного поля есть соотношение, определяющее связь между тангенциальными компонентами комплексных амплитуд гармонического электрического и магнитного полей на некоторой поверхности *S*. Если значение импеданса не зависит от угла падения и поляризации падающей волны, то импеданс называют сторонним [6]. Если его значение не зависит от угла падения волны, но зависит от ее поляризации и пространственной ориентации *S*, поверхностный импеданс является двумерным тензором второго ранга. При этом компоненты тензора остаются по сути сторонними импедансами. То есть в общем случае аналогично работе [10] вводится понятие анизотропного поверхностного импеданса в виде матрицы:

$$\hat{\zeta} = \begin{Vmatrix} \zeta_{11} & \zeta_{12} \\ \zeta_{21} & \zeta_{22} \end{Vmatrix}, \qquad (4)$$

где $\zeta_{jk} = R_{jk} + iX_{jk}$; j и k – индексы, принимающие значения 1, 2. Здесь требуется выполнение ряда неравенств:

$$R_{11} \ge 0, \qquad R_{22} \ge 0, \qquad 4R_{11}R_{22} \ge \left|\zeta_{12} + \zeta_{21}^*\right|^2,$$

где ζ_{21}^* – комплексно сопряженная величина составляющей ζ_{21}. Эти неравенства обеспечивают отсутствие на импедансной поверхности источников дополнительной энергии, точнее, потоков энергии через поверхность внутрь рассматриваемой области. Разумеется, что при этом в формулировках условий (1) и (3) постоянное значение (или скалярная функция) импеданса ζ должны быть заменены на тензор $\hat{\zeta}$ (4). Полезно подчеркнуть, что поверхность *S*, на которой требуется выполнение импедансного граничного условия, вообще говоря, не обязана совпадать с реальной граничной поверхностью импедансной области и может рассматриваться как условная граничная поверхность.

В спектральном анализе сложных структур и сред возникает необходимость введения парциального импеданса, значение которого в общем случае зависит как от частоты, так и от номера пространственных гармоник представления электромагнитного поля. Такой тип импедансных задач не будет детально анализироваться в представленном обзоре, поскольку требует отдельного рассмотрения. В данном разделе дадим характеристики возможных вариантов формулировки импедансных условий и уровней точности решения задач, которые они обеспечивают.

Опираясь на результаты работы [2], можно утверждать, что граничное условие (1) применимо при выполнении следующих требований: глубина проникновения в импедансную область и длина волны в ней малы по сравнению с длиной волны в окружающем пространстве, по сравнению с расстояниями от источников поля и по сравнению с радиусами кривизны граничной поверхности *S*. Изменения материальных параметров среды импедансной области на длине волны (или на длине, равной глубине проникновения) малы. При этом в общем случае точность формулы (1) была оценена как $\sim \overline{\zeta}^2$, поскольку в ней используется только первый член из полученного решения в виде асимптотического ряда по нормированному импедансу $\overline{\zeta}$. Аналогичную оценку М. А. Леонтович получил в [4] другим способом, сравнивая коэффициент отражения плоской волны, найденный в импедансном приближении, с точным решением Френеля. Однако следует заметить, как отдельно указано в статье [2], что для определенного класса моделей распространения электромагнитных волн поправки к (1) начинаются не с квадратичного, а с кубического члена $\left(\sim \overline{\zeta}^3\right)$ по малому параметру $\overline{\zeta}$.

Несмотря на то, что в работах [2, 4] оценки точности применения условия (1) были сделаны на основании теории скин-эффекта для поверхностей проводящих тел, они однозначно распространяются и на более общий случай импедансных областей [6]. Смысл в том, что все перечисленные выше требования могут быть интегрированы в одно (чисто физического характера): поле в импедансной области должно иметь структуру плоской волны, распространяющейся в направлении нормали к границе *S*. Отметим, что это требование (в рамках учитываемых приближений) почти всегда выполняется для электрически тонких импедансных структур, в том числе покрытий пленочного типа.

Представленное требование к прошедшему в импедансную область электромагнитному полю достаточно наглядно позволяет понять то, что оно не может быть строго выполнено для режимов возбуждения импедансной поверхности волнами, падающими на нее под малыми углами и под углом Брюстера. В первом случае отраженные и преломленные лучи являются скользящими вблизи поверхности, во втором – отраженный и преломленный луч обязаны быть взаимно перпендикулярными. В обоих случаях направления преломленных лучей принципиально не совпадают с направлением нормали к граничной поверхности. Поэтому принято различать три отдельных случая формулировки импедансных условий (см. раздел 3), когда импеданс второй среды берется равным найденному импедансу при падении волны по нормали (условие Леонтовича), под углом Брюстера и по касательной к поверхности раздела. По-видимому, впервые для случая отражения электромагнитных волн от поверхности реального грунта при углах, близких к углу скользящего падения, условие (1) было уточнено и использовано в монографии [11]. Следует отметить, что в дальнейшем подобные ситуации исследовались в рамках спектральных методов и для ряда других сред (включая неоднородную плазму). Результаты анализа различных вариантов приближенных граничных условий импедансного типа в случае применения парциальных импедансов представлены, например, в монографиях [12–15].

Разумеется, обоснование точности импедансного граничного условия в виде (1) еще не является полным ответом на вопрос: с какой точностью можно вычислять конкретные характеристики волновых полей при его использовании для произвольных углов падения плоской волны на границу раздела сред? Общие выводы наглядно демонстрируют результаты работы [16], а именно: для волны перпендикулярной (относительно плоскости граничной поверхности) поляризации наименьшую погрешность (по отношению к точным значениям) во всем диапазоне углов падения волны дает вычисление коэффициентов отражения на основе приближенных граничных условий Леонтовича; для волны параллельной поляризации более предпочтительным является задание поверхностного импеданса при угле Брюстера. Заметим, что основанием для сравнительных расчетов в работе [16] являлись точные формулы, полученные в монографии [17].

При обсуждении точности граничного условия (1) до сих пор имелось в виду то, что из возможного представления поверхностного импеданса $\overline{\zeta}$ в виде степенного ряда нами учитывается только его линейное слагаемое. Однако именно это упрощение, во-первых, вынуждает нас ограничиваться только малыми значениями $\overline{\zeta}$, а во-вторых, не обеспечивает нужную точность решения задачи дифракции при падении волны под углом Брюстера или по касательной к поверхности раздела. Поэтому возникла необходимость сделать следующий шаг в развитии импедансного подхода – сформулировать граничное условие (1) с учетом членов более высоких порядков в представлении поверхностного импеданса. Такой шаг был сделан в работе [18], где было сформулировано обобщенное импедансное приближение в виде:

$$\vec{E}_\tau + \zeta\left[\vec{H}_\tau, \vec{n}\right] + \frac{1}{2}\zeta^3 n^2 \times$$

$$\times\left(N_1 + \sum_{s=1}^{\infty}(\zeta n)^{2s}\frac{(2s-1)!!}{2^s(s+1)!}N_{2s+1}\right)\vec{H}_\tau = 0. \qquad (5)$$

Здесь серия матриц $N_m (m = 2s+1)$ определена выражением

$$N_m = \begin{Vmatrix} 0 & 1 \\ m & 0 \end{Vmatrix},$$

а $n = k/k_0$ – безразмерный параметр рефракции, где k и k_0 – волновые числа в среде импедансной области и внешнего пространства соответственно. Уравнение (5) для линейного слагаемого совпадает с граничным условием (1), но имеет качественно иной характер: в матричной связи между тангенциальными компонентами векторов $\vec{E}_\tau$ и $\vec{H}_\tau$ в явном виде появляется фактор рефракции n, который в задаче отражения оказывается однозначно связанным с углом падения волны.

Таким образом, приближенное условие Леонтовича (1), справедливое при малом нормированном поверхностном импедансе $\bar{\zeta}$, обобщено в виде (5) для случая произвольных значений $\bar{\zeta}$, что позволяет существенно расширить диапазон применимости импедансного подхода. Найденное точное граничное условие (5) разложено в ряд по нечетным степеням параметра $\bar{\zeta}$. При этом условие Леонтовича, линейное по $\bar{\zeta}$, отличается от точного в главном порядке лишь членами $\sim\bar{\zeta}^3$. То есть при описании волновых полей в приближении условия (1) корректными оказываются не только линейные члены, но и члены $\sim\bar{\zeta}^2$. Тем самым точность условия (1) оказывается выше, чем можно было полагать ранее на основании результатов работы [2].

3. Поверхностные импедансы металлодиэлектрических структур

Ключевым этапом применения импедансного граничного условия (1) является задача определения значения поверхностного импеданса для конкретной среды или пространственной структуры. В этом разделе последовательно рассмотрим металлодиэлектрические структуры, для которых в настоящее время установлены теоретические оценки значений стороннего поверхностного импеданса. Но предварительно рассмотрим наглядный пример – задачу падения плоской электромагнитной волны на плоскую границу раздела двух сред [8, 11, 17] – который отображает общую методику получения формул для поверхностного импеданса.

Пусть плоскость $(x, y, z = 0)$ в прямоугольной системе координат является границей раздела двух сред с параметрами $(\varepsilon_1, \mu_1, \sigma_1)$ и $(\varepsilon_2, \mu_2, \sigma_2)$ соответственно, причем проводимость второй среды $\sigma_2 \gg 1$. Пусть на границу раздела из первой области падает плоская электромагнитная волна, электрический вектор которой направлен вдоль оси Ox. Введем в средах "приведенные" электромагнитные поля следующим образом:

$$\tilde{\vec{E}}_1 = \sqrt{\varepsilon_1'}\vec{E}_1 \quad \text{и} \quad \tilde{\vec{H}}_1 = \sqrt{\mu_1}\vec{H}_1,$$

$$\tilde{\vec{E}}_2 = \sqrt{\varepsilon_2'}\vec{E}_2 \quad \text{и} \quad \tilde{\vec{H}}_2 = \sqrt{\mu_2}\vec{H}_2,$$

где $\left\{\vec{E}_1, \vec{H}_1\right\}$ и $\left\{\vec{E}_2, \vec{H}_2\right\}$ – истинные поля, величины $\varepsilon_1' = \varepsilon_1 + i\sigma_1/\omega$ и $\varepsilon_2' = \varepsilon_2 + i\sigma_2/\omega$ – комплексные диэлектрические проницаемости сред, а ω – круговая частота. Здесь периодическая зависимость полей от времени t сохранена, как и в [8], в виде $e^{-i\omega t}$.

Падающую под углом θ_1 (отсчитываемым от нормали к границе раздела) плоскую волну можно представить в виде: $\tilde{\vec{E}}_1 = \left(\tilde{E}_1, 0, 0\right)$, где $\tilde{E}_1 = E_0 e^{ik_1(y\sin\theta_1 - z\cos\theta_1)}$. Легко проверить, что в случае плоской волны

$$\tilde{\vec{H}}_1 = \frac{1}{ik_1}\operatorname{rot}\tilde{\vec{E}}_1 = \frac{1}{k_1}\left[\vec{k}_1, \tilde{\vec{E}}_1\right],$$

так что $\vec{k}_1 = (0, \sin\theta_1, -\cos\theta_1)$, $k_1 = \omega\sqrt{\varepsilon_1'\mu_1}$, $\left|\tilde{\vec{E}}_1\right| = \left|\tilde{\vec{H}}_1\right|$.

Во второй среде возбуждается плоская волна той же поляризации, а плотность поверхностного тока равна нулю. Тогда

$$\tilde{\vec{E}}_2 = \left(\tilde{E}_2, 0, 0\right) \text{ и } \tilde{\vec{H}}_2 = \frac{1}{k_2}\left[\vec{k}_2, \tilde{\vec{E}}_2\right],$$

где $\vec{k}_2 = (0, \sin\theta_2, -\cos\theta_2)$, $k_2 = \omega\sqrt{\varepsilon_2'\mu_2}$, $\left|\tilde{\vec{E}}_2\right| = \left|\tilde{\vec{H}}_2\right|$.

Касательные составляющие электромагнитного поля во второй среде будут соответственно равны: $\tilde{E}_{2\tau} = \tilde{E}_{2x} = \tilde{E}_2$ и $\tilde{H}_{2\tau} = \tilde{H}_{2y} = \tilde{H}_2\cos\theta_2$, где

θ_2 – угол распространения волны в этой среде. Отсюда сразу можно определить отношение касательных составляющих электромагнитного поля во второй среде как

$$\frac{\tilde{E}_{2x}}{\tilde{H}_{2y}} = \frac{\tilde{E}_2}{\tilde{H}_2 \cos\theta_2} = \frac{1}{\cos\theta_2}. \tag{6}$$

Для определения $\cos\theta_2$ используем закон Снеллиуса: $\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = n = \sqrt{\frac{\varepsilon_2'\mu_2}{\varepsilon_1'\mu_1}}$, где n – показатель преломления при переходе из первой среды во вторую. Так как

$\sigma_2 \gg 1$, то $|\varepsilon_2'| \gg 1$ и $n \gg 1$,

поэтому

$$\cos\theta_2 = \sqrt{1-\sin^2\theta_2} = \sqrt{1-\frac{1}{n^2}\sin^2\theta_1}. \tag{7}$$

Как и в случае $\theta_1 \approx 0$, так и в общем случае выполнения соотношения $\left|\frac{\sin\theta_1}{n}\right| \ll 1$ в (7) получаем $\cos\theta_2 \approx 1$ и переходим к классическому условию Леонтовича. То есть согласно (6) $\tilde{E}_{2x}/\tilde{H}_{2y} \approx 1$, и, возвращаясь к истинным полям, находим, что

$$\frac{\tilde{E}_{2x}}{\tilde{H}_{2y}} = \sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2'}}.$$

Далее, используя непрерывность касательных составляющих электрического и магнитного поля при условии отсутствия поверхностных токов и учитывая граничное условие (1) для полей только в первой среде,

$$E_{1x} = \zeta H_{1y}, \tag{8}$$

можно получить формулу для расчета поверхностного импеданса второй среды:

$$\zeta = \sqrt{\mu_2/\varepsilon_2'}. \tag{9}$$

Следует заметить, что поскольку величина ζ определяется квадратным корнем из комплексной величины, здесь следует выбирать ветвь корня, для которой мнимая часть $\operatorname{Im}\zeta < 0.$ Такой выбор соответствует тому, что $\operatorname{Im}\sqrt{\varepsilon_2'} > 0,$ что обеспечивает затухание волн, распространяющихся во второй среде. Если рассмотреть случай другой поляризации падающей волны, то получим соотношение:

$$E_{1y} = -\zeta H_{1x},$$

которое при необходимости дополнительно может быть использовано для определения поверхностного импеданса (или компонент его тензора).

Полагая в выражении (7) угол $\theta_1 \approx \pi/2$, получаем для произвольного значения n: $\cos\theta_2 = \sqrt{1-\frac{1}{n^2}\sin^2\theta_1} = \sqrt{1-\frac{1}{n^2}}$. Используя далее этот результат в (6), нетрудно определить значение поверхностного импеданса для режима “скользящих” волн. Полагая в (7) угол $\theta_1 = \operatorname{arctg}(n^2)$ и действуя аналогичным образом, можно определить импеданс для волны, падающей под углом Брюстера. Далее в разделе будут представлены импедансы структур, найденные при условии нормального падения волны возбуждения на плоскую границу раздела сред из внешнего свободного полупространства. Заметим также, что формула (9) может быть использована для определения эффективного значения импеданса, если предварительно были найдены эффективные материальные параметры сложной среды, заполняющей вторую область.

3.1. Реальные металлы

Для металлов при наличии переменных электромагнитных полей характерна малость расстояния, на которое поле проникает в металл, по сравнению с λ – длиной волны в свободном пространстве. В ВЧ и СВЧ диапазонах для сверхпроводников и нормальных металлов оно составляет около $10^{-2} \div 10$ мкм. Малая глубина проникновения означает, что изменение компонент электромагнитного поля внутри металла в направлении нормали к поверхности велико по сравнению с его изменением в тангенциальных направлениях, поэтому значения производных компонент электрического и магнитного полей по нормали к поверхности намного больше значений их тангенциальных производных. Глубину проникновения поля в металл d можно определить с помощью выражения [19]:

$$d = (\lambda/2\pi)\sqrt{f/\sigma_2}, \tag{10}$$

ISSN 1027-9636. Радиофизика и радиоастрономия. Т. 19, № 1, 2014

где f – частота в герцах.

Так как явление концентрации электромагнитного поля вблизи поверхности тела называется скин-эффектом, то можно утверждать, что импедансные граничные условия (1) имеют место при сильном скин-эффекте, когда толщина скин-слоя d мала (как указывалось выше) по сравнению со значениями всех величин, имеющих размерность длины и характеризующих электродинамическую структуру. Прежде всего, $d \ll \lambda/(2\pi)$ и $d \ll R$, где R – расстояние от рассматриваемой точки импедансной поверхности до источника. Толщина скин-слоя также должна быть мала как по сравнению с размерами тела во всех направлениях, $d \ll l$, так и по сравнению с радиусами кривизны его поверхности, $d \le D$.

В общем случае для временной зависимости полей $e^{i\omega t}$ вводится комплексная глубина проникновения поля в металл [7, 20]:

$$\tilde{d} = \frac{1}{H_{\tau 1}\big|_{z=0}} \int\limits_0^{\infty} H_{\tau 1}(z)\mathrm{d}z = \delta_1 - i\delta_2,$$

где Oz – ось, направленная внутрь металла по нормали к его поверхности. Величины δ_1 и δ_2 называют резистивной и индуктивной глубиной скин-слоя. В этом случае поверхностный импеданс

$$\zeta = R + iX = \omega\mu_0\delta_2 + i\omega\mu_0\delta_1. \qquad (11)$$

В выражении (11) $\omega = 2\pi f$ – угловая частота, μ_0 – магнитная проницаемость вакуума, R – поверхностное сопротивление, а X – поверхностный реактанс.

Проанализируем случай, когда металл при комнатных температурах помещен в переменное электромагнитное поле. Формирование тока в окрестности какой-либо точки внутри металла здесь будет обусловлено, во-первых, тем, что электроны ускоряются под действием электрического поля $\vec{E}$, и, во-вторых, тем, что в результате столкновений электронов с решеткой их путь между двумя последовательными соударениями ограничен длиной свободного пробега l. При становлении тока должны учитываться поля, существующие на длине l. Так как характерной особенностью всех металлов при комнатных температурах является то, что длина свободного пробега l электронов намного меньше глубины скин-слоя, то в процессе становления тока в любой точке поле $\vec{E}$ можно считать постоянным. Плотность тока $\vec{j}$ в этом случае будет определяться только величиной поля в рассматриваемой точке. Заметим, что при перечисленных условиях скин-эффект называют классическим скин-эффектом. Для нахождения локальной связи между величинами $\vec{j}$ и $\vec{E}$ в этом случае применяют простую модель свободных электронов и получают [20]

$$\vec{j} = \sigma_2\vec{E}\big/(1 + i\omega\tau), \qquad (12)$$

где $\tau = l/v_\Phi$, v_Φ – скорость Ферми.

При выполнении условия $\omega\tau \ll 1$, когда эффектами релаксации можно пренебречь, формула (12) переходит в традиционный закон Ома, $\vec{j} = \sigma_2\vec{E}$, и для изотропного однородного металла определяются соотношения для классического поверхностного импеданса $\zeta_{\text{кл}}$ и классической глубины проникновения $\delta_{\text{кл}}$ [21]:

$$\zeta_{\text{кл}} = (1+i)\sqrt{\omega\mu_0/2\sigma_2}, \qquad (13)$$

$$\delta_{\text{кл}} = \sqrt{2/(\omega\mu_0\sigma_2)} = 2\delta_1, \qquad (14)$$

из которых видно, что существенным признаком классического скин-эффекта является равенство поверхностного сопротивления и реактанса $R_{\text{кл}} = X_{\text{кл}} = \sqrt{\omega\mu_0/2\sigma}$.

Если длина свободного пробега электронов l сравнима или больше глубины проникновения, то формирование тока в окрестности какой-либо точки металла будет определяться процессами столкновения в области, где электрическое поле заметно отличается от поля в рассматриваемой точке. Плотность тока $\vec{j}$ в этом случае будет зависеть от полей в окрестности этой точки с радиусом l. Ситуация, при которой $l \approx \delta_{\text{кл}}$ и даже $l \gg \delta_{\text{кл}}$, оказывается типичной для чистых металлов при низких температурах и определяет аномальный скин-эффект. Действительно, при понижении температуры средняя длина свободного пробега растет пропорционально σ_2, а $\delta_{\text{кл}}$ уменьшается пропорционально $\sigma_2^{-1/2}$. Поэтому с возрастанием σ_2 отношение $l/\delta_{\text{кл}} \sim \sigma_2^{3/2}$ может изменяться от значений, намного меньших единицы, до значений, намного ее превосходящих. Например, для чистой меди ($l \sim 5\cdot10^{-2}$ мкм) при температуре 300 K на частоте 10^{10} Гц величина $l/\delta_{\text{кл}} = 3\cdot10^{-2}$. При гелиевых температурах значение σ_2 для чистой меди может увеличиться в 10^5 раз [22], при этом отношение $l/\delta_{\text{кл}}$ может достигать значений около 10^6. Разумеется, что при таких длинах свободных пробегов теория классического скин-эффекта уже не применима и требуется более общее рассмотрение.

Строгая теория аномального скин-эффекта на основе модели свободных электронов была развита Рейтером и Зондхеймером в работе [23]. В ней полагается, что при отсутствии внешнего возмущения электроны в какой-либо точке металла распределены в пространстве импульсов внутри сферы радиуса mv_{Φ}, где m – масса электрона. Если в результате каких-либо причин сфера будет деформироваться, то это приведет к наличию суммарного импульса электронов, что и определит ток в металле. При аномальном скин-эффекте длина свободного пробега l сравнима с глубиной проникновения поля или больше ее, поэтому на ток в точке будут влиять поля других областей, где находились электроны до попадания в рассматриваемое место. Для учета этого влияния внутри металла вводится эффективное поле $\vec{E}_{\text{эф}}$, которое будет фигурировать в выражении для плотности тока, подобном (12). По сути это близко к учету в задачах дифракции вторичных полей, обусловленных наведенными токами на рассеивателе.

Однако возникает вопрос: как корректно рассчитать $\vec{j}$ в какой-либо точке, если она лежит от границы (решетки) металла на расстоянии, меньшем l? Здесь оказывается необходимым дополнить задачу граничными условиями отражения электронов на поверхности металла. Одним из предположений является то, что при столкновении с границей раздела электроны полностью теряют информацию о поле, в котором они находились до столкновения, и отражаются равновероятно во всех направлениях. Такое отражение определяют как диффузное. При этом в отсутствие внешних воздействий вне металла поле $\vec{E}=0$. Другим предположением является то, что при соударении электрона с поверхностью отражение может быть зеркальным. В этом случае электрон, двигающийся к плоской границе и приходящий в результате столкновения с границей в точку наблюдения, можно рассматривать как двигающийся из свободного пространства в зеркально симметричном относительно плоскости раздела поле. То есть поле вне металлической поверхности полагается зеркально симметричным полю внутри металла. Рассматривая промежуточный случай по отношению к указанным режимам, когда часть электронов p отражается зеркально, а оставшаяся часть $(1-p)$ диффузно, вводят коэффициент зеркальности p, который равен нулю для диффузного отражения или единице для зеркального.

В результате достаточно сложного решения общей задачи [20] получают итоговые выражения для импедансов в режиме зеркального отражения электронов $\zeta_{\text{з}}$ и в диффузном режиме $\zeta_{\text{д}}$:

$$\zeta_{\text{з}} = \frac{2i\omega\mu_0 l}{\pi}\int_0^{\infty}\frac{\mathrm{d}t}{t^2+i\alpha k(t)}, \tag{15}$$

$$\zeta_{\text{д}} = \frac{i\omega\mu_0 l\pi}{\int_0^{\infty}\ln\left(1+i\alpha k(t)/t^2\right)\mathrm{d}t}, \tag{16}$$

где

$$k(t) = \frac{2}{t^3}\left[(1+t^2)\operatorname{arctg}t - t\right] \text{ и}$$

$$\alpha = \frac{3}{4}\mu_0\omega\left(\frac{l}{\sigma_2}\right)^2\sigma_2^3 = \frac{3}{2}\left(\frac{l}{\delta_{\text{кл}}}\right)^2. \tag{17}$$

Хотя выражения (15) и (16) кажутся различными, при вычислении их как функций σ_2 получаются похожие зависимости. Для малых значений α (при малой длине свободного пробега электронов) как в случае диффузного, так и зеркального отражения $\zeta \sim \sigma_2^{-1/2}$, $R = X$, что соответствует классическому скин-эффекту (13). При больших значениях α (в крайне аномальном пределе) величины $\zeta_{\text{з(д)}}$ стремятся к пределам:

$$\zeta_{\text{з(д)}\infty} = k_{\text{з(д)}}\left(\frac{\sqrt{3}}{4\pi}\right)^{1/3}\left(\frac{l}{\sigma_2}\right)^{1/3}\left(\frac{\omega\mu_0}{2}\right)^{2/3}(1+i\sqrt{3}), \tag{18}$$

где коэффициенты $k_{\text{з}} = 8/9$, $k_{\text{д}} = 1$. Как видно, предельные значения ζ_∞ для диффузного и зеркального отражений отличаются только коэффициентами, а между поверхностным сопротивлением и реактансом существует связь

$$X_\infty = \sqrt{3}R_\infty. \tag{19}$$

Разумеется, точные значения импедансов (15) и (16) при аномальном скин-эффекте можно получить только путем численного интегрирования. Однако в работе [24] Чамберсом были получены простые интерполяционные формулы, которые позволяют быстро рассчитать величины $R_{з(д)}$ и $X_{з(д)}$ для промежуточной области между классическим и аномальным пределами:

$$R = R_{\infty}(1 + F_R \alpha^{-G}), \qquad X = X_{\infty}(1 + F_X \alpha^{-G}), \qquad (20)$$

где
$F_R = 1.157$, $F_X = 0.473$ и $G = 0.2757$ при $p = 0$;
$F_R = 1.376$, $F_X = 0.416$ и $G = 0.3592$ при $p = 1$.

Отметим, что значения величин R и X, вычисленные по интерполяционным формулам (20), совпадают со значениями, найденными численными методами из выражений (15) и (16) с точностью до 0.1 % для значений $\alpha > 1.2$ [20].

Следует указать, что хотя при аномальном скин-эффекте поверхностный импеданс согласно (18) слабо зависит от значения параметра p, в случае произвольного p Хартман и Люттинджер в [25] получили решение для крайне аномальной области в виде:

$$\zeta_{\infty}(p) = \frac{2\zeta_{д\infty}\left[1 - \cos\left((2/3)\arccos p\right)\right]}{1 - p},$$

которое может быть использовано при высокоточных расчетах.

Отдельный фундаментальный интерес для реальных металлов представляет собой поверхностный импеданс сверхпроводников. Известно, что электрическое сопротивление многих чистых металлов, сплавов и соединений в случае постоянного тока резко исчезает при некоторой критической температуре $T_к$. Значения $T_к$ всех известных сверхпроводников находятся в области низких температур. Наиболее высокая критическая температура для чистых металлов – у ниобия (9.3 K), а для соединений – Nb_3Ge (22.3 K). Идеальная проводимость – полное отсутствие сопротивления постоянному току – считалась единственным фундаментальным свойством сверхпроводников, и при рассмотрении их электродинамических свойств проводимость на постоянном токе σ устремлялась к бесконечности. Мейснер и Оксенфельд [26] обнаружили, что магнитный поток выталкивается из проводника при переходе его в сверхпроводящее состояние. Этот эффект не следует непосредственно из идеальной проводимости и представляет другое важное фундаментальное свойство сверхпроводников. Надо отметить также, что поверхностное сопротивление сверхпроводников в переменном поле, в отличие от сопротивления при постоянном токе, не равно нулю, так как в этом случае могут индуцироваться переходы между соседними квазичастичными возбуждениями, которые имеются в сверхпроводнике при температурах $T > 0$.

Феноменологические теории сверхпроводимости (обзор которых представлен, например, в [20]) используются при описании ряда свойств сверхпроводников. Однако во многих случаях они дают приближенное описание, и часто с их помощью невозможно описать, даже качественно, особенности поведения того или иного параметра. В связи с этим большое значение имеет создание Бардиным, Купером, Шриффером микроскопической теории сверхпроводимости – теории БКШ [27]. В этой теории используется установленный Купером факт [28], что сколь угодно слабое притяжение между двумя электронами может привести к образованию связанного состояния, энергия которого меньше суммы энергий отдельных электронов.

Физически притяжение связано с поляризацией решетки ионов одним из электронов, что приводит к притяжению второго электрона. Если притяжение достаточно, чтобы превысить отталкивающее кулоновское взаимодействие, то это приводит к образованию связанных пар электронов – куперовских пар. Пары электронов не существуют независимо друг от друга, а образуют конденсат, обеспечивающий единое квантовое состояние сверхпроводника. Если куперовские пары испытывают воздействие внешних сил (например, электрического поля), то, ускоряясь, они приобретают импульс, одинаковый для всех пар, и создают незатухающий электрический ток. Приобретая импульс, пары увеличивают свою кинетическую энергию. Однако увеличение энергии без ее отдачи кристаллической решетке не может идти беспредельно, и при определенной конечной энергии (энергии связи) происходит разрушение куперовской пары.

Электродинамика сверхпроводников, основанная на микроскопической теории [27], позволяет получить для температурного интервала $0 < T < T_к$ выражения для импедансов в режиме зеркального отражения электронов $\zeta_{\text{с.з}}$ и в диффузном режиме $\zeta_{\text{с.д}}$:

$$\zeta_{\text{с.з}} = \frac{2i\omega\mu_0}{\pi}\int_0^\infty \frac{\mathrm{d}k}{k^2 + \mu_0\tilde{Q}(k,\omega)}, \tag{21}$$

$$\zeta_{\text{с.д}} = \frac{i\omega\mu_0\pi}{\int_0^\infty \ln\left(1+\mu_0\tilde{Q}(k,\omega)/k^2\right)\mathrm{d}t}. \tag{22}$$

При этом основной задачей является определение интегрального ядра $\tilde{Q}(k,\omega)$. Наиболее строгое теоретическое исследование ядра $\tilde{Q}(k,\omega)$ провел Халбриттер на основе функционального формализма функций Грина, выделяя соотношения для $R_{\text{с}}$ и $X_{\text{с}}$ в виде реальной и мнимой частей выражений (21) и (22). Полученные им формулы в [29] довольно громоздки и не приводятся здесь в явном виде. Однако следует отметить, что интегральное ядро было представлено суммой трех частей, из которых первые две части действительны и лишь третья имеет как действительную, так и мнимую части и, следовательно, определяет потери. Заметим также, что поскольку в большинстве внешних задач реальными частями импедансов $\zeta_{\text{с.з}}$ и $\zeta_{\text{с.д}}$ можно пренебречь (в связи с их малостью), для расчетов могут быть использованы более удобные формулы реактанса $X_{\text{с}}$, полученные в [20].

На основе обобщения теоретических данных о поверхностном импедансе сверхпроводников в монографии [30] был исследован ряд физических моделей различных сверхпроводящих структур, в том числе “сверхпроводник–подложка” и “сверхпроводник–подложка–сверхпроводник”, для которых были получены формулы сторонних импедансов.

3.2. Шероховатые и гофрированные металлические экраны

В пункте 2.1 был рассмотрен поверхностный импеданс реальных металлов и сверхпроводников с абсолютно гладкими поверхностями, на которых предполагалось выполнение граничных условий Леонтовича (1). Однако на поверхностях твердых материальных тел обязательно присутствуют шероховатости, т. е. несовершенства, связанные с отклонением формы поверхности от плоскости. Неровности могут быть обусловлены как корпускулярным строением материи, так и дефектами, возникающими в результате технологии изготовления поверхностей, и имеют различный характер.

При исследовании влияния шероховатости на поверхностный импеданс использовались различные подходы. В ряде работ (например, [31]) увеличение поверхностного сопротивления и реактанса связывалось с пропорциональным увеличением фактической площади шероховатой поверхности по сравнению с площадью плоской. Однако такая методика справедлива только при наличии пологих неровностей, характерные размеры которых значительно превосходят глубину проникновения.

Наиболее общим методом рассмотрения шероховатых поверхностей является статистический (например, [32]), при котором реальная поверхность рассматривается как реализация некоторой случайной функции или случайной (статистической) поверхности. Малые отклонения формы границы от плоскости описываются набором случайных функций $h(\vec{\rho})$, значения которых дают отклонение границы от плоскости $z=0$ в точке ρ ($\vec{\rho}$ – двумерный вектор в плоскости $z=0$). Такой метод часто применяется при определении рассеивающих свойств шероховатых поверхностей, когда на них падает электромагнитное излучение. Решение дифракционной задачи здесь основывается на том, что математическое описание среднего поля над статистически неровной поверхностью эквивалентно описанию поля над детерминированной поверхностью с эффективными граничными условиями, которые определяются статистическими характеристиками случайных неровностей. В этом случае вводится эффективный поверхностный импеданс рассеяния [32]. Следует подчеркнуть, что в обычном понимании импеданс является характеристикой металлических поверхностей, определяемой реальными потерями и запасаемой энергией в металле [7, 20], в то время как импеданс рассеяния описывает рассеивающие свойства поверхности и характеризует убыль энергии когерентной составляющей поля из-за преобразования ее в рассеянную составляющую. В этом случае процессы рассеяния определяются дифракционными эффектами и зависят от соотношения между длиной волны и размерами неровностей. Этот тип влияния шероховатостей может быть существен, например, в направляющих системах при достаточно большой их длине, когда вследствие рассеяния происходит преобразование энергии основной моды в неосновные.

Разумеется, что при произвольной форме шероховатостей импедансные граничные условия в каждой точке поверхности не выполняются и тоже можно говорить только о некотором $\zeta_{эф} = R_{эф} + iX_{эф}$ эффективном поверхностном импедансе такой поверхности. Обычно полагают, что характерные размеры неровностей (средняя высота h, средний горизонтальный размер d) намного меньше длины волны в свободном пространстве и намного меньше тех расстояний, на которых изменяется поле падающей волны. Иначе говоря, предполагается справедливость импедансных граничных условий на воображаемой плоской поверхности, которая соответствует шероховатой и определяется формой рассматриваемого объекта в данном месте. В частном случае, когда шероховатость изотропна и средние размеры и радиусы кривизны ее элементов намного больше глубины проникновения, значение импеданса можно определить в следующем виде [20]:

$$R_{эф} = kR, \qquad X_{эф} = kX,$$

где $k = \dfrac{1}{\Delta S_0 \left| H_{0\tau} \right|^2} \int\limits_{\Delta S} \left| H_\tau \right|^2 \mathrm{d}s,$ ΔS_0 – участок плоской поверхности, соответствующий участку шероховатой поверхности $\Delta S.$ Параметр k назван коэффициентом шероховатости [33]. Он показывает, насколько увеличиваются поверхностное сопротивление и реактанс шероховатой поверхности по отношению к плоской. Общая методика определения параметра k приведена в монографии [20], где получены формулы в явном виде для некоторых типов шероховатых поверхностей.

В фундаментальной монографии [32] импедансный подход развит для практически важных задач распространения волн различных частотных диапазонов над пересеченной местностью или над взволнованной поверхностью моря. При этом рассеяние волн на малых пологих неровностях исследовано в приближении модифицированной теории возмущений, а на крупных неровностях – в приближении физической оптики с учетом затенений. С помощью комбинации этих методов рассмотрено рассеяние волн на поверхностях с широким спектром масштабов случайных неровностей. Тем не менее поскольку эти приложения выходят за рамки тематики обзора, конкретные результаты этой работы по определению эффективных импедансов для различных моделей статистически неровных поверхностей и их дальнейшее применение в работах других авторов здесь анализироваться не будут.

Для случая прямоугольных периодически расположенных выемок (гофры) в проводящем экране эффективный поверхностный импеданс поверхности может быть определен иным способом, основывающимся на электродинамических методах анализа дифракционных решеток. Здесь при требовании мелкости гофры вводят эквивалентные граничные условия в следующем виде [34]: $E_z = \zeta_{эф} H_x,$ $E_x = 0$ для поперечных относительно оси Oz канавок и $E_z = 0,$ $E_x = \zeta_{эф} H_z$ для продольных относительно оси Oz канавок. При этом ось Oy полагалась направленной вертикально к гофрированной поверхности. Тогда, согласно [34]

$$\zeta_{эф} = i\zeta_0 (2g/L)\,\mathrm{tg}\,kc,$$

где геометрические параметры гофры: g – ширина канавки, c – высота канавки, а L – период гофры.

Следует заметить, что формулы для импедансов реальных металлов и гофрированных поверхностей нередко используются при моделировании волноводных устройств, где введение в состав элементов управления СВЧ мощностью импедансных боковых стенок позволяет наряду с улучшением эксплуатационных характеристик расширить и функциональные возможности устройств (например, [7, 19, 35–38]).

3.3. Слоистые диэлектрические структуры

Из общего числа возможных слоистых магнитодиэлектрических структур, в которых материальные параметры среды являются кусочно-постоянными функциями одной координаты, выделяют диэлектрические, поскольку в подавляющем большинстве приложений наполнителями слоев являются немагнитные материалы. Как указывалось ранее, для анализа распространения электромагнитных волн вне таких структур (например, над подстилающей поверхностью) может быть введен эффективный поверхностный импеданс, подобно (6). Изначально такая постановка задачи была вызвана интересом к моделированию распространения радиоволн над реальными слоистыми грунтами. Поэтому в ряде случаев оказывается методически целесообразным разделение слоистых диэлектриков на естественные (природные) и искусственные (изготавливаемые) структуры.

Заметим, что для естественных структур в последние десятилетия интенсивно развивается метод радиоимпедансного зондирования, с помощью которого информацию о строении и физических свойствах неоднородных структур получают посредством интерпретационных моделей для частотных зависимостей поверхностного импеданса, взятых из экспериментальных измерений. Это касается как исследований строения приповерхностного слоя земной коры (например, [39]), так и биоимпедансного анализа состава тела человека (например, [40]).

Что касается искусственных структур, здесь рассмотрим наиболее интересные с точки зрения практических приложений многослойные плоскопараллельные системы. Многослойные интерференционные структуры (МИС) представляют собой набор слоев различных материалов (диэлектриков) с малыми (порядка и менее длины волны излучения) толщинами. В основе их действия лежат интерференционные эффекты, происходящие внутри системы при многократном переотражении волны на границах раздела слоев с различными волновыми параметрами. Материал отдельных слоев, их число, порядок следования и толщины выбираются в зависимости от того, какую спектральную характеристику должна иметь система в целом.

Наибольшее распространение МИС получили в оптике. Однако в последнее время они все чаще находят применение в микроволновой радиофизике для создания согласующих устройств, фильтров, поглотителей волновой энергии, режекторных (подавляющих) и других элементов волноводных линий. Важным качеством МИС как волноводных элементов является то, что на плоской границе раздела сред с различными диэлектрическими проницаемостями не происходит преобразования моды волны. Это особенно важно в миллиметровом диапазоне длин волн, так как с увеличением частоты и уменьшением размеров волновода возрастают дифракционные потери, связанные с искажением фронта волны на неоднородностях волноводного тракта и преобразованием в быстрозатухающие высшие моды – источник потерь энергии основной волны.

Известно, что, обеспечивая условия для изменения фазы волны на границах раздела диэлектриков, МИС являются эффективными фазовращающими устройствами: фазы отраженной от системы диэлектриков и прошедшей волн легко регулируются числом слоев и изменением их взаимного расположения. Поэтому слоистые диэлектрические структуры могут применяться в качестве зеркал (отражателей), полосовых и одночастотных фильтров, согласователей, поглощающих материалов, делителей мощности, разнообразных резонансных элементов с высокой добротностью. Следует отметить, что для миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов изготовление обычных диафрагменно-штыревых импеданс-трансформаторов весьма затруднительно. В то же время изготовление слоистых диэлектриков отличается простотой и высокой точностью совпадения реальных характеристик с расчетными.

Когда область, которую занимает слоистая структура, совпадает с полупространством $-\infty < z < 0$, $(-\infty < x,\ y < +\infty)$, в декартовой системе координат, а свойства самой структуры могут изменяться только вдоль оси z (и не зависят от координат x и y), электромагнитное поле с зависимостью общего вида от радиус-вектора $\vec{R}(x, y, z)$ удобно рассматривать как дискретную или континуальную суперпозицию пространственных волн вида [17]:

$$\vec{E}(\vec{R}) = \vec{E}(\vec{k},\ z)e^{i\vec{k}\vec{r}}, \qquad \vec{H}(\vec{R}) = \vec{H}(\vec{k},\ z)e^{i\vec{k}\vec{r}},$$

где $\vec{k} = (k_x,\ k_y,\ 0)$ – спектральный параметр, $\vec{E}(\vec{k},\ z)$ и $\vec{H}(\vec{k},\ z)$ – векторные амплитуды при выборе временной зависимости $e^{-i\omega t}$, а радиус-вектор $\vec{r} = (x,\ y,\ 0)$. Это подобно представлению поля рядом неоднородных плоских волн. В этом случае импедансное граничное условие (1) переходит в соотношение

$$\vec{E}_\tau(\vec{k},\ z) = \hat{\zeta}(\vec{k})\left[\vec{z}_0,\ \vec{H}_\tau(\vec{k},\ z)\right], \qquad (23)$$

которое устанавливает связь между касательными компонентами векторных амплитуд на плоскости $z = 0$. Точнее, в (23) фигурируют предельные значения этих компонент при $z \to -0$ или $z \to +0$, которые в силу граничного условия непрерывности касательных составляющих поля совпадают. Через $\vec{z}_0$ здесь обозначен орт оси Oz, которая для определенности считается направленной вертикально вверх, а нелокальный импеданс $\hat{\zeta}(\vec{k})$ представляет собой диадную функцию спектрального параметра $\vec{k}$, которая в полной мере описывает взаимодействие электромагнитного поля со средой в нижнем полупространстве. В литературе принято определение $\hat{\zeta}(\vec{k})$ как частотно зависимого импеданса.

В частном случае изотропной слоистой среды тензор $\hat{\zeta}(\vec{k})$ выражается через две скалярные величины, которые имеют смысл скалярного импеданса соответственно для волн вертикальной и горизонтальной поляризации. Эти скалярные импедансы для кусочно-однородной среды оказывается возможным найти аналитически с помощью рекуррентных формул [17]. Здесь в качестве примера представим результат решения такой задачи для слоя толщиной h_d магнитодиэлектрика с материальными параметрами ε, μ, расположенного на идеально проводящем экране, при возбуждении слоя падающей по нормали монохроматической плоской волной $(e^{i\omega t})$:

$$\bar{\zeta} = i\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\,\mathrm{tg}\left(kh_d\sqrt{\varepsilon\mu}\right). \qquad (24)$$

Эта формула использовалась для расчета значений импеданса в работах [41, 42].

Для произвольно анизотропной слоистой среды диада $\hat{\zeta}(\vec{k})$ будет определяться четверкой скалярных величин. В общем случае ее можно построить только численно путем решения матричного уравнения Риккати [43]. Однако в случае анизотропной среды в виде совокупности однородных плоских слоев одноосных магнитодиэлектриков решение для импеданса $\hat{\zeta}(\vec{k})$ удается получить аналитически [44]. При этом значения проницаемостей и ориентация оптической оси в каждом слое, а также толщины слоев и общее их количество могут быть произвольными. Метод работы [44] состоит в последовательном вычислении для каждого слоя, начиная с самого нижнего, диады нелокального импеданса верхней границы слоя по известной диаде импеданса его нижней границы. Импедансы, полученные подобным способом для некоторых частных случаев слоистых диэлектрических структур, использовались, например, при моделировании СВЧ устройств в работах [43, 45].

Следует заметить, что применение постоянного поверхностного импеданса типа (24) обычно ограничивают условием, связанным с обеспечением в слоистой диэлектрической структуре одномодового режима распространения волн (в том числе и поверхностных). Для более общих условий, разумеется, необходимо применять частотно зависимый импеданс типа (23). Однако в некоторых случаях, даже при многомодовом режиме слоистой структуры, оказывается корректным использование постоянного поверхностного импеданса. Так, в работе [46] показано, что для слоя диэлектрика на металлическом экране при его возбуждении вертикально ориентированным электрическим диполем при параметрах слоя, которые позволяют распространяться нескольким типам волн, амплитуды отраженного поля могут быть корректно определены с помощью постоянного импеданса (24). Объясняется это тем, что из возможных для распространения внутри слоя двух или трех типов волн в рассмотренных случаях будет эффективно возбуждаться только высший из них, обеспечивая, таким образом, режим условной одномодовости.

Особо укажем на возможность рассмотрения в качестве одного из слоев диэлектрической структуры – плазменного слоя, планарного объема с холодными ионизированными нейтральными газами и плазмами. Известно [47], что для таких веществ могут быть введены эквивалентные диэлектрическая проницаемость $\varepsilon_{\text{эф}}$ и проводимость $\sigma_{\text{эф}}$, определяемые соотношениями: $\varepsilon_{\text{эф}} = \varepsilon_0\left[1-\omega_p^2/(\omega^2+\nu^2)\right]$ и $\sigma_{\text{эф}} = \varepsilon_0\nu\omega_p^2/(\omega^2+\nu^2)$, где ω_p – угловая плазменная частота $\left(\omega_p^2 = n_e e^2/\varepsilon_0 m_e\right)$. В указанных соотношениях ε_0 – диэлектрическая проницаемость вакуума, e – абсолютная величина заряда электрона, m_e – масса электрона, n_e – концентрация электронов и ν – частота электронно-нейтральных столкновений.

Характеристика слоистых диэлектрических структур будет неполной, если мы не укажем на возможности использования в математическом моделировании диэлектрических решеток наряду с известными строгими методами [48–50], развитыми для периодических структур, и приближенного импедансного подхода. В качестве примера приведем работы [51, 52], в которых при помощи импедансных граничных условий были исследованы характеристики как плоских, так и цилиндрических решеток. Здесь будет уместным подчеркнуть, что, зная точное решение, при необходимости всегда можно перейти к импедансному приближению, но не для всяких параметров периодических структур импедансное приближение будет описывать особенности точного решения электродинамической задачи.

Особое значение для антенных приложений имеют тонкие (однослойные) структуры пленочного типа, которые требуют отдельного рассмотрения.

3.4. Тонкие диэлектрические частотно-селективные и киральные слои

Плоские металлодиэлектрические структуры (FSS) в настоящее время активно используются при создании СВЧ схем и антенн, высокодобротных фильтров и резонаторов, волноведущих структур и т. д. Электродинамическую теорию для частотно-селективных поверхностей на основе металлических экранов в настоящее время уже можно считать сформировавшейся. Так, например, в монографиях [53, 54] определены значения эффективных коэффициентов прохождения для целого ряда таких поверхностей, с помощью которых могут быть найдены значения эффективного поверхностного импеданса. Однако для двоякопериодических структур эти исследования продолжаются. Так, в работе [55] были исследованы частотно-избирательные свойства многоэлементного экрана с волноводными каналами прямоугольного сечения, в работах [56, 57] – резонансные свойства двухмерно-периодического перфорированного экрана с двумя запредельными круглыми отверстиями различного диаметра в периодической ячейке, в [58] – характеристики дифракционной решетки из металлических лент, периодически перфорированных прямоугольными отверстиями. Отдельно следует выделить исследования так называемых высокоимпедансных поверхностей.

Рассмотрим нормальное отражение плоской электромагнитной волны от идеально проводящей плоскости, на которой векторы напряженностей электрических полей падающей и отраженной волн будут иметь равные, но противоположные по знаку значения. Это следует из граничного условия (2), выполняемого на металлической плоскости. При этом плоскость, называемая “электрической”, имеет значение коэффициента отражения, равное –1, а значение поверхностного импеданса $\zeta = E_{1x}/H_{1y} = 0$, например, на основании (8). “Магнитной” плоскость будет тогда, когда на ней будет обеспечено равенство нулю суммарного тангенциального магнитного поля. В этом случае коэффициент отражения равен 1, а значение поверхностного импеданса становится предельно велико. Поэтому такие поверхности характеризуются как высокоимпедансные. Оказывается, что свойства “магнитной” поверхности (не встречающиеся в природе) можно обеспечить только для искусственных структур в узком диапазоне частот. Такая структура в работе [59] реализована с помощью решетки диполей, расположенных вблизи проводящего экрана. В [60] показана возможность ее реализации у плоских микрополосковых решеток из непрерывных волнообразных лент в окрестности их резонансных частот. Заметим, что высокоимпедансные поверхности являются перспективными для использования в антенной технике, поскольку поле точечного источника электрического типа, отраженное от “магнитной” плоскости, суммируется с первичным полем, а не гасится, как в случае металлической плоскости.

Для двоякопериодических диэлектрических структур [61] также возникли новые задачи по исследованию возможностей их применения при разнообразных геометриях ячеек и решетки, материальных параметрах ячеек и металлических включениях. Механизм появления частотной избирательности в диэлектрических частотно-селективных структурах принципиально отличается от механизма в обычных металлических частотно-селективных поверхностях. Тонкие металлические экраны, разделенные слоем однородного диэлектрика (обычно толщиной порядка четверти длины волны), могут функционировать в качестве фильтров только для основной волны. При этом для редких решеток или на достаточно высоких частотах в диэлектрических пластинах могут возбуждаться высшие моды. Избирательность диэлектрических частотно-селективных поверхностей основывается на поведении высших мод, возбуждаемых в пластине, когда эти моды интерферируют с основной модой. На высоких частотах характеристики таких структур существенно зависят от угла падения волны. Однако на частотах, значительно меньших, чем частота отсечки, диэлектрическая структура ведет себя как однородный анизотропный материал для основной моды [62]. В этом случае свойства такого искусственного слоя могут быть описаны с помощью тензора эффективной диэлектрической проницаемости (а следовательно и в терминах эффективного поверхностного импеданса). Подобное можно утверждать и для случая рассеяния плоской волны на двухпериодическом гиротропном слое [63].

Среди плоских структур, которые активно исследуются в настоящее время, следует выделить также тонкие киральные (хиральные) слои – структуры, обладающие свойством киральности или энантиоморфизм. Киральность обозначает свойство объекта не совмещаться со своим отображением в плоском зеркале при каком-либо перемещении и вращении. Среда, обладающая киральными свойствами в СВЧ диапазоне, может быть только искусственной. Киральные включения на СВЧ – это искусственные проводящие одно-, двух- или трехмерные микроэлементы зеркально асимметричной формы, размеры которых значительно меньше длины электромагнитной волны возбуждения [64–69]. Киральная среда обладает пространственной дисперсией, поэтому зеркально асимметричные микроэлементы должны периодически размещаться на расстояниях, соизмеримых с длиной волны. Ориентация геометрических осей микроэлементов должна быть хаотической, поэтому на макроскопическом уровне киральная среда является биизотропной. Если же все киральные микроэлементы ориентированы в одном направлении, то структура становится анизотропной.

В качестве киральных элементов могут использоваться трехмерные (право- и левовинтовые металлические спирали [70, 71], сферические частицы со спиральной проводимостью [72], разомкнутые кольца с выступающими концами [73] и др.) и двумерные микроскопические объекты (полосковые элементы в виде буквы S и ее зеркального эквивалента [74–76], плоские n-заходные спирали, ленты Мебиуса [77] и др.). Модель называется планарной, если в ней киральные элементы представляют собой проводящие микроскопические полоски зеркально асимметричной формы, которые равномерно располагаются на поверхности диэлектрической или ферритовой подложки. С точки зрения технической реализации киральной структуры планарная модель является более предпочтительной, однако степень ее киральности меньше, чем у трехмерной киральной структуры. Увеличение киральности структуры в целом может быть достигнуто при создании многослойных киральных метаструктур, на границах раздела слоев которых расположены полосковые киральные микроэлементы. Электродинамические свойства однослойных решеток на основе киральных полосковых элементов достаточно подробно исследованы в работах [74–76, 78, 79].

Заметим, что физически-киральные среды СВЧ могут быть описаны с помощью трех материальных параметров. Наряду с относительными диэлектрической ε и магнитной μ проницаемостями вводится параметр физической киральности χ, который входит в материальные уравнения для киральной среды следующим образом:

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E} \mp i\chi\vec{H}, \qquad \vec{B} = \mu\vec{H} \pm i\chi\vec{E}, \tag{25}$$

где $\vec{D}$ и $\vec{B}$ – векторы электрической и магнитной индукции. Верхние знаки (“+” или “–”) в соотношениях (25) соответствуют физически-киральной среде на основе правых зеркальных форм киральных элементов, нижние знаки – среде на основе левых зеркальных форм (материальные уравнения (25) представлены в системе СГС). В работе [69] показано, что физически-киральная среда, являясь гиротропной, может быть описана материальными уравнениями, содержащими тензорные проницаемости $\hat{\varepsilon}$ и $\hat{\mu}$:

$$\vec{D} = \hat{\varepsilon}^{(\pm)}\vec{E}, \qquad \vec{B} = \hat{\mu}^{(\pm)}\vec{H},$$

$$\hat{\varepsilon}^{(\pm)} = \begin{bmatrix} \varepsilon & \pm i\chi_E & 0 \\ \mp i\chi_E & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon \end{bmatrix} \quad \text{и} \tag{26}$$

$$\hat{\mu}^{(\pm)} = \begin{bmatrix} \mu & \mp i\chi_H & 0 \\ \pm i\chi_H & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu \end{bmatrix},$$

где $\chi_E = \chi/\eta$, $\chi_H = \chi\eta$, $\eta = \sqrt{\mu/\varepsilon}$. Верхние знаки соответствуют киральной среде на основе спиралей с правой закруткой, а нижние знаки – киральной среде на основе левовинтовых спиралей. Параметр киральности χ входит в недиагональные элементы тензоров бигиротропной среды. Ось гиротропии здесь направлена вдоль оси Oz. Определители матриц в (26) равны: $\mathrm{Det}\hat{\varepsilon}^{(\pm)} = \varepsilon(\varepsilon^2 - \chi_E^2)$ и $\mathrm{Det}\hat{\mu}^{(\pm)} = \mu\left(\mu^2 - \chi_H^2\right)$, т. е. зависят от параметра физической киральности среды.

Параметр физической киральности среды в общем случае определяется размерностью, формой микрочастиц и их концентрацией в среде, т. е. учитывает резонансные свойства самого кирального элемента. Это приводит к тому, что физически-киральную среду (структуру) необходимо создавать для конкретного, достаточно узкого, диапазона падающих волн вблизи резонансной частоты используемого кирального элемента. Это крайне усложняет и теоретическое, и экспериментальное исследование параметра киральности для реализованных на практике сред. Строго говоря, описание волновых процессов в ограниченной киральной среде представляет в настоящее время трудноразрешимую задачу. Как следствие, возникает необходимость в разработке приближенных алгоритмов и методик расчета характеристик и параметров ограниченных киральных структур. В настоящей работе не ставится задача анализа отдельных типов геометрически-киральных структур, состоящих из большого количества слоев, каждый из которых представляет собой упорядоченную киральную композицию из микропластин двух различных материалов.

Для тонких по отношению к длине волны физически-киральных слоев используют приближенные граничные условия импедансного типа двух классов: двухсторонние (киральный слой расположен между двумя произвольными, но не идеально проводящими средами) и односторонние (киральный слой расположен на идеально проводящем экране). До недавнего времени были известны только односторонние граничные условия импедансного типа для тонкого кирального слоя с плоской формой границы, расположенного на идеально проводящей плоскости [68]. Однако эти условия не учитывали явление кроссполяризации. В работе [69] рассмотрен вывод аналогичных приближенных граничных условий, уже учитывающих кроссполяризацию поля. В статье [80] представлен наиболее общий алгоритм получения граничных условий импедансного типа (в виде квадратурных формул) для тонких киральных слоев с координатной формой поверхности, описываемой в произвольной системе обобщенных ортогональных криволинейных координат. Следует отметить, что параметр киральности, фигурирующий в формулах (26) и в формулах, приведенных в работе [80], для реализованных на практике структур может быть предварительно определен экспериментально [81]. Для этого в патенте [81] предлагается косвенный способ измерения параметра киральности плоскопараллельного образца искусственной среды с использованием сканирующего СВЧ излучения (заданной длинны волны) при известных значениях относительных диэлектрической и магнитной проницаемостей этой среды. Параметр киральности вычисляется как отношение угла поворота плоскости поляризации СВЧ излучения к модулю волнового числа этого излучения.

4. Поверхностный импеданс электрически тонких вибраторов

На практике поверхности излучающих (или рассеивающих) вибраторных антенн могут иметь характеристики, подобные характеристикам некоторых рассмотренных выше импедансных поверхностей. То есть отличаться от идеально проводящей поверхности, что позволяет характеризовать вибраторы как импедансные.

В настоящее время в радиотехнических и радиоэлектронных комплексах различного назначения широко используются линейные импедансные вибраторы как в качестве самостоятельных приемо-передающих структур, так и элементов антенных систем и устройств антенно-фидерного тракта. Их массовое и разнофункциональное применение явилось объективной предпосылкой для развития теоретических методов анализа электродинамических характеристик систем на основе импедансных вибраторов. Специфика этих методов обусловлена тем, что продольные размеры вибраторов сравнимы с длиной рабочей волны в окружающем пространстве, что исключает возможность использования для их анализа асимптотических длинноволновых или коротковолновых (квазиоптических) приближений. Для реализации возможностей физически корректного математического моделирования реальных вибраторных структур без повышения сложности постановки общей электродинамической задачи успешно используется импедансная концепция (например, монография [82] и работы из ее списка источников).

Для определения электродинамических характеристик электрически тонких импедансных вибраторов необходимо иметь предварительные формулы для численной оценки значений их поверхностного импеданса. С этой целью, следуя работе [82], рассмотрим вспомогательную задачу об аксиально-симметричном возбуждении сходящейся цилиндрической волной бесконечного двухслойного цилиндра внешнего радиуса r и внутреннего радиуса r_i. Введем цилиндрическую систему координат (ρ, φ, z) с осью Oz, направленной вдоль оси цилиндра. Тогда, в силу симметрии, электромагнитное поле имеет лишь компоненты E_z и H_φ, зависящие только от координаты ρ. В области $\rho \in [r_i, r]$ среда имеет проницаемости ε, μ, а при $\rho \le r_i$ – проницаемости ε_i, μ_i.

Из решения уравнений Максвелла при условии $\rho = r$, согласно (1), определяется искомый нормированный поверхностный импеданс $\bar{\zeta} = E_z / H_\varphi$, который выражается через функции Бесселя $I_{0,1}$ и Неймана $N_{0,1}$ соответствующих порядков следующим образом:

$$\begin{Bmatrix} iE_z \\ H_\varphi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} I_0\left(k\sqrt{\varepsilon\mu}r\right) + N_0\left(k\sqrt{\varepsilon\mu}r\right) \\ I_1\left(k\sqrt{\varepsilon\mu}r\right) + N_1\left(k\sqrt{\varepsilon\mu}r\right) \end{Bmatrix} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \times$$

$$\times\left[\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} N_1\left(k\sqrt{\varepsilon\mu}r_i\right) I_0\left(k\sqrt{\varepsilon_i\mu_i}r_i\right) - \right.$$

$$\left. - \sqrt{\frac{\varepsilon_i}{\mu_i}} N_0\left(k\sqrt{\varepsilon\mu}r_i\right) I_1\left(k\sqrt{\varepsilon_i\mu_i}r_i\right)\right] \times$$

$$\times\left[\sqrt{\frac{\varepsilon_i}{\mu_i}} I_0\left(k\sqrt{\varepsilon\mu}r_i\right) I_1\left(k\sqrt{\varepsilon_i\mu_i}r_i\right) - \right.$$

$$\left. - \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} I_1\left(k\sqrt{\varepsilon\mu}r_i\right) I_0\left(k\sqrt{\varepsilon_i\mu_i}r_i\right)\right]^{-1}. \qquad (27)$$

Полагая $r_i = 0$ и $|\varepsilon| \gg 1$ $\left(\varepsilon = \varepsilon' + 4\pi\sigma/(i\omega)\right)$, получаем известную формулу для учета скин-эффекта цилиндрического проводника [83]:

$$\bar{\zeta} = \frac{k'}{120\pi\sigma} \frac{I_0(k'r)}{I_1(k'r)}, \qquad (28)$$

где $k' = (1-i)/\Delta^0$, $\Delta^0 = \omega \Big/ \left(k\sqrt{2\pi\sigma\omega\mu}\right)$ – толщина скин-слоя, σ – проводимость металла. Заметим, что здесь выражение для Δ^0 совпадает с точностью до обозначений с формулой (10), а соответственно и с выражением (14).

Для гофрированного $(L_1 \sim L_2)$ или ребристого $(L_1 \ll L_2)$ проводника (здесь L_1 – толщина гребня с $\bar{\zeta} = 0$, L_2 – ширина впадины с $\bar{\zeta} \ne 0$) с периодом ячеек $(L_1 + L_2) \ll \lambda / \sqrt{\varepsilon\mu}$ и при $|\varepsilon_i| \gg 1$ можно усреднить значения импедансов по периоду ячейки. Тогда с учетом (27) имеем

$$\bar{\zeta} = -i\frac{L_2}{L_1 + L_2}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \times$$

$$\times \frac{I_0\left(k\sqrt{\varepsilon\mu}r\right) N_0\left(k\sqrt{\varepsilon\mu}r_i\right) - I_0\left(k\sqrt{\varepsilon\mu}r_i\right) N_0\left(k\sqrt{\varepsilon\mu}r\right)}{I_1\left(k\sqrt{\varepsilon\mu}r\right) N_0\left(k\sqrt{\varepsilon\mu}r_i\right) - I_0\left(k\sqrt{\varepsilon\mu}r_i\right) N_1\left(k\sqrt{\varepsilon\mu}r\right)}, \qquad (29)$$

что справедливо и для проводников с изолирующим покрытием из магнитодиэлектрика $(L_1 = 0)$, а также для металлических цилиндров $(r_i = 0)$ с поперечными диэлектрическими вставками $(L_2 \ll L_1)$.

Особый практический интерес представляет случай тонких вибраторов, $\left|\left(k\sqrt{\varepsilon\mu}r\right)^2 \ln\left(k\sqrt{\varepsilon\mu}r_i\right)\right| \ll 1$, когда поверхностный импеданс не зависит от способа возбуждения проводника, а соответствующие граничные условия становятся сторонними [6]. Тогда согласно (27)–(29) получаем следующие выражения для импедансов различных вибраторов в “тонкопроволочном” приближении.

Для сплошного металлического цилиндра радиуса $r \gg \Delta^0$ $(\bar{\zeta} = 0$ для случая идеальной проводимости, когда $\sigma \to \infty)$

$$\bar{\zeta} = \frac{1+i}{120\pi\sigma\Delta^0}. \qquad (30)$$

Выражение (30) согласуется с формулой (13), что косвенно подтверждает возможность использования (в рамках данного приближения) соотношений для поверхностных импедансов, представленных выше для плоской поверхности, и для вибраторов, причем не только в случае классического скин-эффекта (13), но и для случая аномального скин-эффекта (15)–(19), а также режима сверхпроводников (21), (22).

Для диэлектрического металлизированного цилиндра с покрытием из металла толщиной $h_0 \ll \Delta^0$

$$\bar{\zeta} = \frac{1}{120\pi\sigma h_0 + ikr(\varepsilon - 1)/2}. \tag{31}$$

Для трубчатого металлического цилиндра радиуса $r \gg \Delta^0$ (для вибратора нанорадиуса [84]: $h_0 = r,\ \ r \ll \Delta^0$) при подстановке $\varepsilon = 1$ в (31)

$$\bar{\zeta} = \frac{1}{120\pi\sigma h_0}. \tag{32}$$

Для диэлектрического цилиндра при подстановке $h_0 = 0$ в (31)

$$\bar{\zeta} = -i\frac{2}{kr(\varepsilon - 1)}. \tag{33}$$

Для металлодиэлектрического цилиндра

$$\bar{\zeta} = -i\frac{L_2}{L_1 + L_2}\frac{2}{kr\varepsilon}. \tag{34}$$

Для магнитодиэлектрического металлизированного цилиндра с внутренним проводящим цилиндром

$$\bar{\zeta} = \frac{1}{120\pi\sigma h_0 - i/\left(kr\mu\ln(r/r_i)\right)}, \tag{35}$$

откуда при $r = r_i$ следует (32).

Для металлического цилиндра с покрытием из магнитодиэлектрика толщиной $r - r_i$ или ребристого цилиндра при подстановке $h_0 = 0$ в (35)

$$\bar{\zeta} = ikr\mu\ln(r/r_i). \tag{36}$$

Для вибраторов со спиральной проводимостью (которые в паре при противоположных направлениях намотки спирали составляют киральный объект [66]) в частном случае однозаходной металлической спирали радиуса $r(kr \ll 1)$ с углом намотки ψ поверхностный импеданс может быть найден по формуле:

$$\bar{\zeta} = (i/2)kr\,\mathrm{ctg}^2\psi. \tag{37}$$

Заметим, что отношения (30)–(37) получены в рамках общей импедансной концепции в системе СГС и справедливы для тонких цилиндров как бесконечной, так и конечной протяженности, расположенных в свободном пространстве. Для вибратора в материальной среде с параметрами ε_1 и μ_1 необходимо во всех формулах ввести множитель $\sqrt{\mu_1/\varepsilon_1}$.

Отдельно следует выделить возможность расчета поверхностного сопротивления углеродной нанотрубки ρ_S [84–86]. Например, в случае расположения однослойной трубки целиком в диэлектрике с диэлектрической проницаемостью ε и магнитной проницаемостью $\mu = 1$ его можно определить с помощью следующего соотношения:

$$\rho_S = i\pi^2 a\hbar^2(\omega - i\nu)\big/(2e^2 v_\Phi), \tag{38}$$

где a – радиус нанотрубки, v_Φ – скорость Ферми (для углеродной нанотрубки $v_\Phi \approx 9.71\cdot10^5$ м/с), ω – циклическая частота, ν – релаксационная частота (для углеродной нанотрубки $\nu = 3.33\cdot10^4$ Гц), e – заряд электрона, $\hbar$ – постоянная Планка. Далее, учитывая соотношение $\sigma = 1/\rho_S$, поверхностный импеданс можно найти с помощью формулы (32).

Следует отметить, что многочисленные задачи, исследованные в монографии [82] и представленные в ее литературных источниках, раскрывают перспективы дальнейшего использования импедансных вибраторов в качестве базовых элементов новых современных антенно-волноводных устройств и приборов, работающих в диапазонах от метровых до миллиметровых длин волн, для различных областей применения.

5. Выводы

Целью работы являлась систематизация результатов использования концепции импедансного граничного условия в задачах электродинамики на основании аналитического обзора литературных источников. В обзоре проанализированы пределы и условия корректного применения импедансного граничного условия, включая требования к геометрии граничных поверхностей, на которых оно выполняется. Представлены типы структур, для которых в настоящее время известны методы теоретического определения значений сторонних поверхностных импедансов. Для большинства рассмотренных случаев в обзоре приведены формулы для расчетов значений поверхностных импедансов (кроме тех, где формулы слишком громоздки и содержат большое количество различных структурных параметров, требующих отдельного описания). При этом уделено внимание структурам пленочного типа, которые являются наиболее перспективными для создания на их основе технологичных управляющих элементов в устройствах СВЧ и КВЧ диапазонов длин волн. Достаточно полно представлены также результаты для сторонних поверхностных импедансов, которые могут характеризовать электрически тонкие вибраторы.

Анализ литературы позволил выявить тенденции в дальнейшем развитии импедансного подхода и очертить круг задач, решение которых необходимо в рамках этого развития. Будет уместным начать с общих задач методологического плана. Во-первых, при необходимости формулировка точного граничного условия (5) может быть расширена до представления, учитывающего кривизну поверхности раздела S с учетом соотношений (3). Во-вторых, условие (5) может быть обобщено и на случай, когда поверхностный импеданс является не константой, а скалярной функцией координат. В-третьих, (5) может быть использовано в формулировке условия для анизотропного поверхностного импеданса, когда он представляется двумерным тензором второго ранга (4). По крайней мере все три варианта дальнейшего обобщения формулировки условия (5), при всей ожидаемой сложности, для сторонних импедансов кажутся принципиально реализуемыми. Заметим, что в третьем случае представление импеданса в виде ряда (5) может быть применимо ко всем (или выборочно к конкретным) компонентам тензора поверхностного импеданса.

Важным для развития теории импедансного подхода является также обобщение импедансного условия для задач спектрального анализа, когда компоненты электромагнитного поля определяются в виде рядов частотно-пространственных гармоник и импеданс “рассыпается” на парциальные составляющие, являясь величиной, зависящей как от частоты, так и от номера пространственной гармоники базисного представления поля [7, 12–15, 35, 36]. Отсутствие в рамках такого анализа возможности использования разных частотно-пространственных базисов для представления полей в сопряженных областях пока не позволяет объединить его с концепцией стороннего импеданса единой методикой. В основном по этой же причине требует всестороннего осмысления и применение граничного условия для поверхностного импеданса, заданного в виде фрактальных координатных зависимостей [87].

Актуальными являются применения импедансного подхода в исследованиях новых радиофизических приложений.

1. В настоящее время в отдельное направление выделяются исследования магнитоэлектрических материалов и мультиферроиков, у которых проявляется взаимосвязь магнитных и электрических свойств. Наличие у таких веществ магнитоэлектрического эффекта (свойства поляризоваться в магнитном поле и намагничиваться в электрическом) открывает целый ряд новых областей для их практического использования. В обширном обзоре [88] рассмотрены основные виды магнитоэлектрических взаимодействий, их механизмы и условия возникновения. При этом особое внимание уделяется средам, магнитоэлектрические свойства которых проявляются при комнатных температурах, поскольку именно такие материалы являются наиболее перспективными для практических приложений (например, материалы на основе феррита висмута, пленки ферритов гранатов и т. д.). Однако оказывается, что наибольшие магнитоэлектрические эффекты могут быть реализованы в случае композитных многослойных структур. Так, в композитах пьезоэлектрик–ферромагнетик магнитоэлектрический эффект достигает значений $1 \div 10$ Вт/(см$\cdot$Э), что почти на три порядка превосходит показатели лучших образцов однофазных мультифферοиков. Разумеется, что такая многослойная структура может быть описана, как указывалось выше, с помощью импедансного подхода. При этом значение ее эффективного поверхностного импеданса может варьироваться воздействием внешних электрических и магнитных полей.

2. В случае необходимости учета непрерывно изменяющихся значений материальных параметров слоя магнитодиэлектрика ε и μ также может быть успешно использован импедансный подход. Во-первых, непрерывные функции ε и μ могут быть аппроксимированы кусочно-постоянными зависимостями. Другими словами, рассматриваемый слой со сложной средой заполнения может быть формально заменен его простым (в случае одномерных зависимостей) или обобщенным мультислойным представлением. Во-вторых, может быть использован общий способ решения задач распространения и линейной трансформации электромагнитных волн в анизотропных и гиротропных средах с тензорным диэлектри-

ческим и магнитным откликом, развитый в работе [89]. В качестве примера таких сред (см. источники в [89]) можно указать магнитоактивную плазму, оптически активные кристаллы (в том числе магнитоупорядоченные) и жидкие кристаллы, магнитные полупроводники, искусственные метаматериалы, намагниченный вакуум и др. Второй способ основывается на выделении уравнения для волнового импеданса в предположении того, что значения импеданса $\overline{\zeta} = \pm 1$ соответствуют волнам, распространяющимся вдоль и против рассматриваемой координатной оси. В общем случае это нелинейное дифференциальное уравнение первого порядка определяется как замкнутое эволюционное уравнение для волнового импеданса, имеющее в качестве начальных условий импедансные граничные условия на краях слоя. Таким образом, исходная краевая задача для среды в слое разбивается на две эволюционные задачи (для волнового импеданса и компонент электромагнитного поля), которые можно решать последовательно. Применение этого способа является достаточно простым для однородных и плавно неоднородных сред, где нормальные волны с различной поляризацией не взаимодействуют между собой. В сложных средах между волнами появляется связь. В этом случае распределение электромагнитного поля описывается векторными уравнениями, соответственно вместо скалярного волнового импеданса возникает матричный оператор. Однако и для компонент матрицы волнового импеданса оказывается возможным построить систему эволюционных уравнений. Интегрирование этих уравнений позволяет находить коэффициенты отражения, поглощения и прохождения плоской монохроматической волны, а затем по распределению волнового импеданса внутри среды восстанавливать распределение волнового поля для произвольной зависимости компонент диэлектрической или магнитной проницаемости от координат. Следует отметить, что даже в матричной формулировке рассматриваемый подход является частной формой более общего метода, известного в математической литературе как метод инвариантного погружения [90].

3. В случае использования пассивных металлических элементов, периодически расположенных в слое диэлектрика, структуры традиционно называют частотно-селективными поверхностями. Обычно они представляют собой тонкий слой из периодически расположенных металлических элементов на диэлектрической подложке или апертур в металлическом экране. Часто такие тонкие пласты уложены один на другой и разделены слоями диэлектрического материала. Много усилий было затрачено на исследования дифракционных свойств таких структур и разработку эффективных математических моделей. Опыт исследований частотно-селективных поверхностей на протяжении десятилетий обобщен в монографиях [91, 92]. Не приводя здесь сравнительный анализ разных методов моделирования тех или иных структур, подчеркнем, что в процессе решения задачи в любом случае необходимо определить амплитудные и энергетические коэффициенты отраженных и прошедших волн, состояния их фаз и поляризаций. Другими словами, из общего решения задачи всегда существует возможность найти для структуры на основании соотношения (23) нелокальный импеданс $\hat{\zeta}(\vec{k})$ и исследовать ее в рамках импедансного подхода.

Рассматривая перспективы развития импедансного подхода, следует также указать, что односторонние граничные условия импедансного типа не являются единственным видом эквивалентных граничных условий. В электродинамике используются и двухсторонние граничные условия типа Вайнштейна–Сивова [93], связывающие поля по обе стороны тонких резистивных, сверхпроводящих и других полупрозрачных пленок. Однако по физической сути двухсторонние условия также можно отнести к реализации импедансной концепции. Поэтому работы этого направления, появляющиеся в литературе, следует считать актуальными и с точки зрения развития общей теории импедансного подхода.

Разумеется, материалы обзора не претендуют на полное справочное издание, охватывающее все результаты и аспекты развития концепции граничных условий импедансного типа в задачах электродинамики за последнее 75 лет. Но даже представление основных из них является достаточным доказательством плодотворности эвристической идеи М. А. Леонтовича. Авторы надеются, что приведенные в статье сведения будут полезны для специалистов в области теоретической и прикладной электродинамики, а также для аспирантов, молодых ученых и студентов, только осваивающих радиофизические и радиотехнические специальности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Большая советская энциклопедия: В 30 т. – М.: Советская энциклопедия, 1969–1978.
2. *Рытов С. М.* Расчет скин-эффекта методом возмущений // ЖЭТФ. – 1940. – Т. 10, Вып. 2. – С. 180–190.
3. *Леонтович М. А.* О приближенных граничных условиях для электро-магнитного поля на поверхности хорошо проводящих тел // Исследования по распространению радиоволн. Сборник второй. – М.–Л.: Изд-во АН СССР, 1948. – С. 5–12.
4. *Леонтович М. А.* Теоретическая физика. Избранные труды. – М.: Наука, 1985. – С. 351–355.
5. *Щукин А. Н.* Распространение радиоволн. – М.: Связьиздат, 1940. – 399 с.
6. *Миллер М. А., Таланов В. И.* Использование понятия поверхностного импеданса в теории поверхностных электромагнитных полей (обзор) // Изв. вузов. Радиофизика. – 1961. – Т. 4, № 5. – С. 795–830.
7. *Ильинский А. С., Слепян Г. Я.* Импедансные граничные условия и их применение для расчета поглощения электромагнитных волн в проводящих средах // Радиотехника и электроника. – 1990. – Т. 35, № 6. – С. 1121–1135.
8. *Ильинский А. С., Кравцов В. В., Свешников А. Г.* Математические модели электродинамики. – М.: Высшая школа, 1991. – 224 с.
9. Физическая энциклопедия: В 5 т. – М.: Советская энциклопедия, 1983.
10. *Фельд Я. Н.* Основные уравнения, теорема единственности и граничные задачи электродинамики // I-я Всесоюзн. школа-семинар по дифракции и распространению волн: тексты лекций. – Москва–Харьков: ВИРТА. – 1968. – С. 93–109.
11. *Фейнберг Е. Л.* Распространение радиоволн вдоль земной поверхности. 2-е изд. – М.: Наука, Физматлит, 1999. – 496 с.
12. *Senior T. B. A. and Volakis J. L.* Approximate boundary conditions in electromagnetics. – London: IEE, 1995. – 351 p.
13. *Hoppe D. J. and Rahmat–Samii Y.* Impedance boundary conditions in electromagnetics. – Washington, D. C.: Taylor and Fransic Publ., 1995. – 176 p.
14. *Yuferev S. V. and Ida N.* Surface impedance boundary conditions. A comprehensive approach. – Boca Raton: CRC Press, 2009. – 410 p.
15. *Tretyakov S.* Analytical Modeling in Applied Electromagnetics. – Norwood, MA: Artech House, 2003. – 272 p.
16. *Белькович И. В., Жексенов М. А., Козлов Д. А.* Сравнение вариантов импедансных граничных условий при падении плоской электромагнитной волны на диэлектрическое полупространство // Журнал радиоэлектроники. – 2011. – № 7. – и. н. 042110014/0047.
17. *Бреховских Л. М.* Волны в слоистых средах. – М.: Наука, 1973. – 343 с.
18. *Альшиц В. И., Любимов В. Н.* Обобщение приближения Леонтовича для электромагнитных полей на границе диэлектрик металл // УФН. – 2009. – Т. 179, № 8. – С. 865–871.
19. *Вайнштейн Л. А.* Электромагнитные волны. – М.: Радио и связь, 1988. – 440 с.
20. *Менде Ф. Ф., Спицын А. И.* Поверхностный импеданс сверхпроводников. – Киев: Наукова думка, 1985. – 240 с.
21. *Рамо С., Уиннери Дж.* Поля и волны в современной радиотехнике. – М.–Л.: ОГИЗ, 1948. – 631с.
22. *Александров Б. Я., Рыбальченко Л. Ф., Дукин В. В.* Очистка меди зонной плавкой // Изв. АН СССР, Сер. Металлы. – 1970. – № 4. – С. 68–75.
23. *Reuter G. E. H. and Sondheimer E. H.* The theory of anomalous skin effect in metals// Proc. Roy. Soc. London, Ser. A. – 1948. – Vol. 195, No. 1042. – P. 336–364.
24. *Chambers R. S.* The anomalous skin effect // Proc. Roy. Soc. London, Ser. A. – 1952. – Vol. 215, No. 1123. – P. 281–292.
25. *Hartmann L. E. and Luttsnger J. M.* Exact solution of the integral equations for the anomalous skin effect and cyclotron resonance sn metal // Phys. Rev. – 1966. – Vol. 151, No. 2. – P. 430–433.
26. *Meissner W. and Ochsenfeld R.* Ein neuer Effekt bei Eintritt der Supraleitfaig-keit // Naturwissenschaften B. – 1933. – Vol. 33, No. 44. – S. 787–788.
27. *Bardeen J., Cooper L. N., and Schieffer J. R.* Theory of superconductivity // Phys. Rev. – 1957. – Vol. 108, No. 5. – P. 1175–1204.
28. *Cooper L. N.* Bound electron pairs in a degenerate Fermi gas // Phys.Rev. – 1956. – Vol. 108, No. 4. – P. 1189–1190.
29. *Halbritter J.* Zur oberflächenimpdanz von supraleitern [Dissertation]. Karlsruhe (Deutschland): Universität Karlsruhe, 1969. – 72 s.
30. *Кравченко В. Ф.* Электродинамика сверхпроводящих структур. Теория, алгоритмы и методы вычислений. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 280 с.
31. *Allison J. and Benson F. A.* Surface roughness and attenuation of precision-drawn, chemically polished, electropolished, electroplated and electroformed waveguides // Proc. IEE. – 1955. – Vol. 102, No. 1. – P. 251–259.
32. *Басс Ф. Г., Фукс И. М.* Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. – М.: Наука, 1972. – 424 с.
33. *Менде Ф. Ф., Спицын А. И., Терещенко Н. А., Руднев О. Е.* Измерение абсолютной величины реактивного поверхностного сопротивления и глубины проникновения поля в сверхпроводящий свинец // ЖТФ. – 1977. – Т. 47, Вып. 9. – С. 1916–1923.
34. *Неганов В. А., Нефедов Е. И., Яровой Г. П.* Современные методы проектирования линий передачи и резонаторов сверх- и крайневысоких частот. – М.: Педагогика–Пресс, 1998. – 328 с.
35. *Ильинский А. С., Слепян Г. Я.* Колебания и волны в электродинамических системах с потерями. – М.: Изд-во МГУ, 1983. – 231 с.
36. *Ilyinsky A. S., Slepyan G. Ya., and Slepyan A. Ya.* Propagation, scattering and dissipation of electromagnetic waves. – Stevenage, England: Peregrinus on behalf of the Institution of Electrical Engineers, 1993. – 279 p.
37. *Карпович В. А., Родионова В. Н., Слепян Г. Я.* Высокодобротные гребенчатые резонаторы миллиметровых волн // Радиотехника и электроника. – 2002. – Т. 47, № 5. – С. 570–574.
38. *Казанский В. Б., Туз В. Р., Хардиков В. В.* Каскадное соединение аксиально-симметричных неоднородных резонаторов с импедансными стенками // Радиофизика и радиоастрономия. – 2006. – Т. 11, № 2. – С. 159–168.

39. *Ефремов В. Н.* Картирование и мониторинг состояния сильнольдистых грунтов радиоимпедансным зондированием // Наука и образование. – 2009. – № 4 (56). – С. 81–85.
40. *Heymsfield S. B., Lohman T. G., Wang Z., Going S. B.,* editors. Human body composition (2nd ed.). – Champaign, IL: Human Kinetics, 2005. – 533 p.
41. *Yoshitomi K.* Radiation from a Slot in an Impedance Surface // IEEE Trans. Antennas Propag. – 2001. – Vol. 49, No. 10. – P. 1370–1376.
42. *Mikhail V. Nesterenko, Victor A. Katrich, Yuriy M. Penkin, and Sergey L. Berdnik.* Analytical and Hybrid Methods in the Theory of Slot-Hole Coupling of Electrodynamic Volumes. – New York: Springer Science+Business Media, 2008. – 146 p.
43. *Tichener J. B. and Willis S. R.* The reflection electromagnetic waves form stratified anisotropic media // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1991. – Vol. 39, No. 1. – P. 35–40.
44. *Багацкая О. В., Шульга С. Н.* Импедансный подход к решению задачи об отражении плоской электромагнитной волны от многослойной пластины из одноосного магнитодиэлектрика // Вісник ХНУ ім. В. Н. Каразіна, серія “Радіофізика та електроніка”. – 2001. – Вип. 1, № 513. – С. 25–31.
45. *Лерер А. М.* Применение граничных условий импедансного типа к расчету дисковых диэлектрических резонаторов // Радиотехника и электроника. – 1991. – Т. 36, № 10. – С. 1923–1930.
46. *Penkin D., Yarovoy A., and Janssen G.* Surface impedance model for nano-scale device communications over an interface // Proc. of the IEEE 19th Symposium on Communications and Vehicular Technology in the Benelux (SCVT). – Eindhoven (Netherlands). – 2012. – P. 1–5.
47. *Кинг Р., Смит Г.* Антенны в материальных средах: В 2-х книгах. Кн. 1. Пер. с англ. – М.: Мир, 1984. – 824 с.
48. *Шестопалов В. П., Литвиненко Л. Н., Масалов С. А., Сологуб В. Г.* Дифракция волн на решетках. – Харьков: Изд-во Харьк. ун-та, 1973. – 287 с.
49. *Литвиненко Л. Н., Просвирнин С. Л.* Спектральные операторы рассеяния в задачах дифракции волн на плоских экранах. – Киев: Наук. думка, 1984. – 240с.
50. *Шестопалов В. П., Кириленко А. А., Масалов С. А., Сиренко Ю. К.* Резонансное рассеяние волн. Т. 1. Дифракционные решетки. – Киев: Наук. думка, 1986. – 232 с.
51. *Лерер А. М., Ячменов А. А.* Математическое моделирование диэлектрических решеток при помощи импедансных граничных условий // Радиотехника и электроника. – 2004. – Т. 49, № 4. – С. 445–449.
52. *Лерер А. М., Махно В. В., Ячменов А. А.* Математическое моделирование распространения собственных волн в цилиндрических решетках при помощи импедансных граничных условий // Радиотехника и электроника. – 2006. – Т. 51, № 1. – С. 46–53.
53. Electromagnetic Theory of Grating. R. Petit, editor. – Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 1980. – 283 p.
54. Frequency Selective Surfaces. T. K. Wu, editor. – New York: John Wiley, 2000. – 331 p.
55. *Грибовский А. В., Просвирнин С. Л.* Частотно-избирательные свойства многоэлементного экрана с волноводными каналами прямоугольного сечения // Радиофизика и электроника. – Харьков: Ин-т радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины. – 2004. – Т. 9, № 2. – С. 341–346.
56. *Кириленко А. А., Перов А. О., Сенкевич С. Л.* Резонансные свойства перфорированного экрана с двумя запредельными круглыми отверстиями различного диаметра в периодической ячейке // Радиофизика и радиоастрономия. – 2009. – Т. 14, № 1. – С. 45–57.
57. *Кириленко А. А., Перов А. О.* О природе резонансных свойств двухмерно-периодического экрана с запредельными отверстиями // Радиофизика и электроника. – Харьков: Ин-т радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины. – 2007. – Т. 12, № 3. – С. 489–497.
58. *Кириленко А. А., Мосьпан Л. П.* Отражательная решетка из перфорированных лент как частотно-селективная поверхность // Радиофизика и радиоастрономия. – 2011. – Т. 16, № 1. – С. 90–97.
59. *Belov P. A. and Tretyakov S. A.* Resonant reflection from dipole arrays located very near to conducting planes // J. Electromagn. Waves Appl. – 2002. – Vol. 16, No. 1. – P. 129–143.
60. *Младенов П. Л., Просвирнин С. Л.* Микрополосковая двухпериодическая решетка из непрерывных криволинейных металлических лент как высокоимпедансная поверхность // Радиофизика и радиоастрономия. – 2003. – Т. 8, № 4. – С. 375–382.
61. *Сидорчук Н. В., Ячин В. В.* Рассеяние электромагнитных волн двоякопереодическим магнитодиэлектричеким слоем // Радиофизика и радиоастрономия. – 2005. – Т. 10, № 1. – С. 50–61.
62. *Сидорчук Н. В., Ячин В. В., Просвирнин С. Л.* Длинноволновое приближение в задаче распространения электромагнитных волн в двупериодическом магнитодиэлектрическом слое // Радиофизика и электроника. – Харьков: Ин-т радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины. – 2002. – Т. 7, Спец. вып. – С. 208–212.
63. *Ячин В. В., Зиненко Т. Л., Киселев В. К.* Квазистатическое приближение для рассеяния плоской волны на двухпериодическом гиротропном слое // Радиофизика и радиоастрономия. – 2009. – Т. 14, № 2. – С. 174–182.
64. *Шевченко В. В.* Киральные электромагнитные объекты и среды // Соросовский образовательный журнал. – 1998. – № 2. – С. 109–114.
65. *Lindell I. V., Sihvola A. H., Tretyakov S. A., and Viitanen A. J.* Electromagnetic waves in chiral and bi-isotropic media. – London: Artech House, 1994. – 291 p.
66. *Каценеленбаум Б. З., Коршунова Е. Н., Сивов А. Н., Шатров А. Д.* Киральные электродинамические объекты // УФН. – 1997. – Т. 167, № 11. – С. 1201–1212.
67. *Lakhtakia A., Varadan V. K., and Varadan V. V.* Time-harmonic electromagnetic fields in chiral media. Lecture Notes in Physics. – Berlin, Heidelberg, Boston: Springer-Verlag, 1989. – 121 p.
68. *Третьяков С. А.* Электродинамика сложных сред: киральные, биизотропные и некоторые бианизотропные материалы // Радиотехника и электроника. – 1994. – Т. 39, № 10. – С. 1457–1470.
69. *Неганов В. А., Осипов О. В.* Отражающие, волноведущие и излучающие структуры с киральными элементами – М.: Радио и связь, 2006. – 280 с.
70. *Lakhtakia A., Varadan V. V., and Varadan V. K.* Scattering and absorption characteristics of lossy dielectric, chiral, nonspherical objects // Appl. Opt. – 1985. – Vol. 24, No. 23. – P. 4146–4154.

71. *Lakhtakia A., Varadan V. V., and Varadan V. K.* Field equations, Huygens's principle, integral equations, and theorems for radiation and scattering of electromagnetic waves in isotropic chiral media // J. Opt. Soc. Am. – 1988. – Vol. 5, No. 2. – P. 175–184.
72. *Шевченко В. В.* Дифракция на малой киральной частице // Радиотехника и электроника. – 1995. – Т. 40, № 12. – С. 1777–1788.
73. *Tretyakov S. A. and Mariotte F.* Maxwell Garnett modeling of uniaxial chiral composites with bianisotropic inclusions // J. Electromagn. Waves Appl. – 1995. – Vol. 9, No. 7/8 – P. 1011–1025.
74. *Просвирнин С. Л.* Преобразование поляризации при отражении волн микрополосковой решеткой из элементов сложной формы // Радиотехника и электроника. – 1999. – Т. 44, № 6. – С. 681–686.
75. *Prosvirnin S. L.* Analysis of electromagnetic wave scattering by plane periodical array of chiral strip elements // Proc. of 7-th International Conference on Complex Media "Bianisotropic-98", 3-6 June 1998. – Braunschweig (Germany). – 1998. – P. 185–188.
76. *Arnaut L. R.* Mutual coupling in arrays of planar chiral structures. In: A. Priou, A. Sihvola, S. Tretyakov, A. Vinogradov, editors. Advances in Complex Electromagnetic Materials. – Dordrecht–Boston–London: Kluwer Academic Publ. – 1997. – Vol. 28. – P. 293–309.
77. *Jaggard D., Engheta N., Kowarz M. W., Pelet P., Liu J. C., and Kim Y.* Periodic chiral structures // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1989. – Vol. 37, No. 11. – P. 1447–1452.
78. *Васильева Т. Д., Просвирнин С. Л.* Дифракция электромагнитных волн на плоской решетке из киральных полосковых элементов сложной формы // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. – 1998. – Т. 1, № 4. – С. 5–9.
79. *Prosvirnin S. L. and Zheludev N. I.* Polarization effects in the diffraction of light by a planar chiral structure // Phys. Rev. E. – 2005. – Vol. 71, Is. 3. – id. 37603.
80. *Осипов О. В., Панферова Т. А.* Приближенные граничные условия для тонких киральных слоев с криволинейной формой поверхности // Радиотехника и электроника. – 2010. – Т. 53, № 5. – С. 568–570.
81. Пат. 2418292 Россия, МПК G 01 N 23/02. Способ определения параметра киральности искусственных кираль ных сред: Пат. 2418292 Россия, МПК G 01 N 23/02 / А. Н. Волобуев, О. В. Осипов, Т. А. Панферова; Заявл. 22.03.2010; Опубл. 10.05.2011. – 6 с.
82. *Mikhail V. Nesterenko, Victor A. Katrich, Yuriy M. Penkin, Victor M. Dakhov, and Sergey L. Berdnik.* Thin Impedance Vibrators. Theory and Applications. – New York: Springer Science+Business Media, 2011. – 223 p.
83. *King R. W. P. and Wu T.* The imperfectly conducting cylindrical transmitting antenna // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1966. – Vol. 14, Is. 5. – P. 524–534.
84. *Hanson G. W.* Radiation efficiency of nano-radius dipole antennas in the microwave and far-infrared regimes // IEEE Antennas. Propag. Mag. – 2008. – Vol. 50, Is. 3. – P. 66–77.
85. *Hanson G. W.* Fundamental Transmitting Properties of Carbon Nanotube Antennas // IEEE Trans. Antennas Propag. – 2005. – Vol. 53, Is. 11. – P. 3426–3435.
86. *Slepyan G. Ya., Shuba M. V., Maksimenko S. A., and Lakhtakia A.* Theory of optical scattering by achiral carbon nanotubes, and their potential as optical nanoantennas // Phys. Rev. B. – 2006. – Vol. 73, Is. 19. – id. 195416.
87. *Потапов А. А.* Фракталы в радиофизике и радиолокации: Топология выборки. – М.: Университетская книга, 2005. – 848 с.
88. *Пятаков А. П., Звездин А. К.* Магнитоэлектрические материалы и мультиферроики // УФН. – 2012. – Т. 182, № 6. – С. 593–620.
89. *Шалашов А. Г., Господчиков Е. Д.* Импедансный метод решения задач распространения электромагнитных волн в анизотропных и гиротропных средах // УФН. – 2011. – Т. 181, № 2. – С. 151–172.
90. *Кляцкин В. И.* Метод погружения в теории распространения волн. – М.: Наука, 1986. – 256 с.
91. *Vardaxoglou J. C.* Frequency Selective Surfaces: Analysis and Design. – Research Studies Press, 1997. – 284 p.
92. *Munk B. A.* Frequency Selective Surfaces: Theory and Design. – New York: John Wiley, 2000. – 410 p.
93. *Нефедов Е. И., Сивов А. Н.* Электродинамика периодических структур. – М.: Наука, 1977. – 208 с.

С. Л. Бердник, Д. Ю. Пєнкін, В. О. Катрич, Ю. М. Пєнкін, М. В. Нестеренко

Харківський національний університет
імені В. Н. Каразіна,
м. Свободи, 4, м. Харків, 61022, Україна

ВИКОРИСТАННЯ КОНЦЕПЦІЇ ПОВЕРХНЕВОГО ІМПЕДАНСУ В ЗАДАЧАХ ЕЛЕКТРОДИНАМІКИ (75 РОКІВ ПОТОМУ)

Надаються результати аналітичного огляду літературних джерел щодо питання використання імпедансного підходу в розв'язанні крайових задач електродинаміки за 75-річний період після формулювання М. А. Леонтовичем імпедансних граничних умов для електромагнітного поля на поверхні провідного тіла. За цей період імпедансний підхід був узагальнений на широке коло електродинамічних задач, у яких його використання дозволило значно розширити межі математичного моделювання, що адекватно враховує фізичні властивості реальних граничних поверхонь. Тому методологічно важливо систематизувати досвід багатьох авторів щодо застосування такого підходу. Проаналізовано межі й умови коректного застосування імпедансної граничної умови та надано типи металодіелектричних структур, для яких наразі відомі методи теоретичного визначення значень поверхневих імпедансів. Надано уваги характеристикам поверхонь структур плівкового типу та електрично тонких імпедансних вібраторів.

S. L. Berdnik, D. Yu. Penkin, V. A. Katrich, Yu. M. Penkin, and M. V. Nesterenko

V. Kazarin National University of Kharkiv,
4, Svoboda Sq., Kharkiv, 61022, Ukraine

USING THE CONCEPT OF SURFACE IMPEDANCE IN PROBLEMS OF ELECTRODYNAMICS (75 YEARS LATER)

An analytical review of literature related to application of the impedance approach in solving electrodynamic boundary value problems for 75 years since 1938, when M. A. Leontovich had formulated the impedance boundary conditions for electromagnetic fields on a conductive body surface, is here presented. During this period, the impedance approach has been extended to a wide range of electrodynamic problems, where its usage allows to greatly extend the scope of mathematical modelling, which adequately takes into account physical properties of real boundary surfaces. Therefore, it should be important to systematize the experience of many authors concerning this approach. The limits and conditions for correct usage of the impedance boundary conditions are analyzed, too. Metal-dielectric structures with known theoretical values of surface impedance are also presented. Special attention is paid to the characteristics of film structures and thin impedance vibrators.

Статья поступила в редакцию 05.12.2013