Радиофизика и радиоастрономия. 2014, Т. 19, № 4, с. 317–323

УДК 520.8:519.226.3

Ю. В. КОРНИЕНКО, С. И. СКУРАТОВСКИЙ

Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины,
ул. Ак. Проскуры, 12, г. Харьков, 61085
E-mail: ss_snake@ukr.net

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ ТОЧЕЧНОГО ИСТОЧНИКА, НАБЛЮДАЕМОГО НА ФОНЕ ПРОТЯЖЕННОГО ИСТОЧНИКА

Сформулирована и решена задача определения зависимости от времени интенсивности точечного источника, наблюдаемого на фоне протяженного источника, постоянного во времени, но неизвестной яркости, при наличии атмосферного замытия. Для этого использован байесовский статистический подход. Получена система уравнений для оптимальной статистической оценки последовательности значений интенсивности в моменты наблюдения. Задача особенно актуальна при исследовании гравитационных миражей, возникающих при наблюдении квазара сквозь гравитационное поле далекой галактики.

Ключевые слова: гравитационное линзирование, байесовский статистический подход, оптимальная оценка

В наблюдательной астрономии, как в оптическом, так и в радиодиапазоне, часто встречается задача определения интенсивности точечного источника, наблюдаемого на фоне протяженного источника. В частности, с ней приходится встречаться при исследовании гравитационных миражей – картин, которые возникают на небе, когда электромагнитная волна от квазара проходит вблизи большой массы, обычно ядра удаленной галактики, [1–3]. Поскольку в таких случаях как правило имеют дело с объектами малой интенсивности и малых угловых размеров, приходится решать трудную комплексную задачу одновременного достижения высокого уровня углового разрешения и высокой точности измерения потока энергии. Существует много работ, в которых эта задача решалась эвристически с помощью тех или иных специальных приемов [4, 5]. Однако было бы желательно найти к ней хорошо обоснованный общий математический подход. Таким подходом, одновременно математически наиболее строгим и физически наиболее естественным, является известный со времен Лапласа [6], Гаусса [7] и Лежандра [8] байесовский статистический подход [9, 10]. Его значению в физике и смежных науках посвящен обстоятельный обзор [11], а применительно к обработке изображений, прежде всего в астрономии, он изложен в [12].

Настоящая статья посвящена применению этого подхода к задаче определения зависимости от времени потока электромагнитной энергии от квазара, наблюдаемого сквозь удаленную галактику.

1. Предварительные замечания

К постановке задач метрологической обработки изображений, получаемых в физических экспериментах или в астрономических наблюдениях, разные авторы подходят с разных позиций. Обычно встречаются четыре основных подхода: эмпирический подход, при котором подбирается некоторый алгоритм, приводящий к более или менее приемлемому результату [4, 5, 13]; подход с позиции теории нечетких множеств [14]; подход, основанный на идеях регуляризации [15–19] и, наконец, байесовский статистический подход. Наиболее естественным представляется статистический подход. Это хорошо понимают специалисты в тех областях науки, где приходится иметь дело с крупными ставками, например, в радиолокации. Однако в ряде других областей статистический подход еще не занял подобающего ему места, что послужило причиной появления работ [11] и [12].

Задачи, требующие статистического подхода, широко встречаются в астрономии, в частности, при исследовании гравитационных миражей. Но в работах этого направления использование байесовского статистического подхода можно встретить нечасто. Положительным примером может служить работа [20], в которой, однако, этот подход применяется не к первичной обработке изображений, когда решается задача извлечения метрологической информации из исходных изображений, а ко вторичной, когда на основе уже извлеченной метрологической информации производится проверка модели исследуемого объекта и определяются наиболее правдоподобные значения ее параметров. Работа [21] в сочетании с [20] призвана обратить внимание специалистов по гравитационным миражам на целесообразность использования статистического подхода при обработке результатов наблюдений. Она хорошо сочетается с работой [20], поскольку дает способ получить из результатов наблюдений ту самую кривую блеска, которая используется в работе [20] в качестве исходных данных.

2. Постановка задачи

Пусть истинная яркость исследуемого объекта как функция координат x, y, не возмущенная земной атмосферой и средствами наблюдения, в i-й момент времени имеет вид суммы:

$$B_i(x,y) = I_i\delta(x-x_0, y-y_0) + B_0(x,y), \qquad (1)$$

где первое слагаемое – яркость точечного источника X (I_i – его интенсивность), а второе – яркость протяженного источника Y; δ обозначает δ-функцию; x_0, y_0 – координаты источника X. Пусть также имеется опорный точечный источник A, расположенный за пределами источника Y, но достаточно близко к нему, чтобы ядро замытия было для него таким же, как и для исследуемого объекта. Его интенсивность мы примем за единицу. Проведена серия из m наблюдений, в результате которой получена последовательность изображений $J_1(x, y), J_2(x, y), ..., J_m(x, y)$. На каждом из них представлены исследуемый объект и опорный источник. Яркость протяженного источника от времени не зависит, поэтому на всех изображениях функция $B_0(x, y)$ одна и та же. Однако интенсивность точечного источника зависит от времени и при получении i-го изображения имеет значение I_i. Эти значения для i от 1 до m подлежат определению из полученной серии изображений.

При получении i-го изображения $J_i(x, y)$ ядро замытия имело вид $g_i(x-x', y-y')$ (который определяется по источнику A), поэтому $J_i(x, y)$, связано с $B_i(x, y)$, соотношением

$$J_i(x,y) = I_i g_i(x-x_0, y-y_0) +$$
$$+\int g_i(x-x', y-y')B_0(x',y')\mathrm{d}x'\mathrm{d}y' + \nu_i(x,y), \qquad (2)$$

где $\nu_i(x, y)$ – аддитивный пространственный шум, представляющий собой реализацию стационарного гауссова процесса с известной мощностью N_i и спектральной плотностью, постоянной в пределах доступной при данном светоприемнике полосы пространственных частот. Интеграл от каждой функции g_i равен единице.

Требуется найти наиболее вероятную совокупность значений $\mathbf{I} = (I_1, I_2, ..., I_m)$ в моменты наблюдения.

3. Возможность упростить задачу

Если бы яркость $B_0(x, y)$ и координаты источника были заранее известны, интенсивность I_i можно было бы легко найти (с точностью до погрешности шумового происхождения), проинтегрировав разность

$$R_i(x,y,x_0,y_0,P) =$$
$$= J_i(x,y) - \int g_i(x-x', y-y')B_0(x',y')\mathrm{d}S'$$

по надлежащим образом выбранной области S', за пределами которой функция $g_i(x-x', y-y')$ пренебрежимо мала. Если интенсивность опорного источника достаточно велика, погрешность ядра, обусловленная шумом, будет мала, и за ядро можно принять изображение источника A. Однако задача определения яркости B_0 по тем же наблюдениям осложняется присутствием источника X. Если бы в какие-то моменты времени его яркость обращалась в ноль, это помогло бы решить задачу, так как она свелась бы к восстановлению изображения источника Y подходящим восстанавливающим фильтром. В общем же случае потребуется решать более сложную задачу: найти совместную оптимальную статистическую оценку для интенсивностей I_i, координат источника $\mathbf{Z} = (x_0, y_0)$ и яркости $B_0(x, y)$.

Эту задачу можно упростить, если функцию $B_0(x, y)$ можно считать принадлежащей конечномерному функциональному пространству [21]. Пусть

$$B_0(x, y) = B(x, y, \mathbf{P}),$$

где B – известная функция, а $\mathbf{P} = (P_0, P_1, ..., P_n)$ – n-мерный вектор параметров, значения которых заранее не известны и подлежат статистической оценке по результату наблюдения $J = \{J_1(x, y), J_2(x, y), ..., J_m(x, y)\}$. Таким образом, статистической оценке по исходным изображениям подлежит $(m+n+2)$-мерный вектор $(\mathbf{I}, \mathbf{Z}, \mathbf{P})$, компонентами которого являются пара-

 ISSN 1027-9636. Радиофизика и радиоастрономия. Т. 19, № 4, 2014

метры $I_1, I_2, ..., I_m, x_0, y_0, P_1, P_2, ..., P_n$. Задана априорная плотность вероятности $\rho_{apr}(\mathbf{I}, \mathbf{Z}, \mathbf{P})$ для **I**, **Z** и **P**. Она составляет имеющуюся априорную информацию об исследуемом объекте.

4. Случай конечномерного функционального пространства

Поскольку яркость, зарегистрированная на i-м изображении, связана с истинной яркостью соотношением (2), а шум является стационарным, гауссовым и некоррелированным, логарифмическую функцию правдоподобия [10] с учетом сделанных ранее предположений можно записать в виде [21]

$$-L(\mathbf{I}, \mathbf{Z}, \mathbf{P}) = \sum_{i=1}^{m} \int \Big[J_i(x,y) - I_i g_i(x-x_0, y-y_0) -$$

$$-\int g(x-x', y-y')B(x', y', P)\mathrm{d}x'\mathrm{d}y' \Big]^2 \mathrm{d}x\mathrm{d}y / N_i. \tag{3}$$

Тогда для логарифма апостериорной плотности вероятности согласно формуле Байеса [10] имеет место равенство

$$\Phi(\mathbf{I}, \mathbf{Z}, \mathbf{P}) = -\ln \rho_{apo} =$$

$$= -\ln \rho_{apr}(\mathbf{I}, \mathbf{Z}, \mathbf{P}) - L(\mathbf{I}, \mathbf{Z}, \mathbf{P}) + C, \tag{4}$$

где C – константа, связанная с нормировкой вероятности на единицу и не имеющая отношения к дальнейшему. Оценивая **I**, **Z**, **P** по максимуму апостериорной плотности вероятности, мы должны найти такие значения **I**, **Z**, **P**, которые обеспечивают минимум функционала (4).

Если априорное распределение параметров очень широкое (т. е. имеется мало априорной информации о значениях искомых величин), его градиент в окрестности максимума второго слагаемого близок к нулю, и наиболее вероятные значения параметров близки к тем, которые обеспечивают максимум функции правдоподобия, т. е. минимум среднеквадратичного отклонения гипотетических значений яркости от реально полученных при наблюдении. Иначе говоря, оценка по максимуму апостериорной плотности вероятности мало отличается от оценки по максимуму правдоподобия. В общем же случае на оценку влияет и априорное распределение, смещая оценку в сторону значений, полученных в предшествующих исследованиях.

Приравнивая нулю градиент $\varphi(\mathbf{I}, \mathbf{Z}, \mathbf{P})$ в пространстве параметров **I**, **Z**, **P**, получим систему $m+n+2$ алгебраических уравнений для наиболее вероятных значений **I**, **Z**, **P**. Поскольку это приводит к громоздким выражениям, введем предварительно вспомогательные обозначения. Пусть

$$R_i(x, y, I_i, x_0, y_0, \mathbf{P}) = J_i(x,y) - I_i g_i(x-x_0, y-y_0) -$$
$$-\int g_i(x-x', y-y')B(x', y', \mathbf{P})\mathrm{d}x'\mathrm{d}y',$$

$$g_{xi}(\xi, \eta) = \frac{\partial g_i(\xi, \eta)}{\partial \xi}, \qquad g_{yi}(\xi, \eta) = \frac{\partial g_i(\xi, \eta)}{\partial \eta},$$

$$F_i(I_i, x_0, y_0, \mathbf{P}) =$$
$$= \int g_i(x-x_0, y-y_0) R_i(x, y, I_i, x_0, y_0, \mathbf{P})\mathrm{d}x\mathrm{d}y,$$

$$F_{x0}(\mathbf{I}, x_0, y_0, \mathbf{P}) =$$
$$= \sum_{i=1}^{m} I_i \int g_{xi}(x-x_0, y-y_0) R_i(x, y, I_i, x_0, y_0, \mathbf{P})\mathrm{d}x\mathrm{d}y,$$

$$F_{y0}(\mathbf{I}, x_0, y_0, \mathbf{P}) =$$
$$= \sum_{i=1}^{m} I_i \int g_{yi}(x-x_0, y-y_0) R_i(x, y, I_i, x_0, y_0, \mathbf{P})\mathrm{d}x\mathrm{d}y,$$

$$F_{pj}(\mathbf{I}, x_0, y_0, \mathbf{P}) = \sum_{i=1}^{m} \int\int g_i(x-x_0, y-y_0) \times$$
$$\times \frac{\partial}{\partial P_j} B(x', y', \mathbf{P})\mathrm{d}x'\mathrm{d}y' \cdot R_i(x, y, I_i, x_0, y_0, \mathbf{P})\mathrm{d}x\mathrm{d}y.$$

Тогда (3) можно переписать в виде

$$-L(\mathbf{I}, \mathbf{Z}, \mathbf{P}) = \sum_{i=1}^{m} \int R_i^2(x, y, I_i, x_0, y_0, \mathbf{P})\mathrm{d}x\mathrm{d}y.$$

В результате система уравнений для наиболее вероятных значений $I_1, I_2, ..., I_m, x_0, y_0, P_1, P_2, ..., P_n$ принимает вид

$$\frac{\partial}{\partial I_i} \ln \rho_{apr}(\mathbf{I}, \mathbf{Z}, \mathbf{P}) + \frac{F_i(I_i, x_0, y_0, \mathbf{P})}{N_i} = 0, \tag{5}$$

$i = 1, 2, ..., m,$

$$\frac{\partial}{\partial x_0} \ln \rho_{apr}(\mathbf{I}, \mathbf{Z}, \mathbf{P}) + \frac{F_{x0}(\mathbf{I}, x_0, y_0, \mathbf{P})}{N_i} = 0, \tag{6}$$

$$\frac{\partial}{\partial y_0}\ln\rho_{apr}(\mathbf{I},\,\mathbf{Z},\,\mathbf{P})+\frac{F_{y0}(\mathbf{I},x_0,y_0,\mathbf{P})}{N_i}=0, \qquad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial P_j}\ln\rho_{apr}(\mathbf{I},\,\mathbf{Z},\,\mathbf{P})+\frac{F_{pj}(\mathbf{I},x_0,y_0,\mathbf{P})}{N_i}=0, \qquad (8)$$

$j=1,\,2,\,...,\,n,$

Обычно априорные распределения для **I**, **Z** и **P** независимы друг от друга, поэтому

$$\rho_{apr}(\mathbf{I},\,\mathbf{Z},\,\mathbf{P})=\rho_{apr}(\mathbf{I})\rho_{apr}(\mathbf{Z})\rho_{apr}(\mathbf{P}),$$

и в (5) будет фигурировать только априорная плотность вероятности для **I**, в (6) и (7) – только для $x_0,\ y_0,$ а в (8) – только для **P**.

При небольшом числе параметров **P** эту систему легко решить методом Ньютона или каким-либо другим итерационным методом [22].

5. Замечания об априорном и апостериорном распределении параметров

Объекты, в которых проявляется эффект гравитационного линзирования, могут наблюдаться длительное время многими наблюдателями. Поэтому требуется определенная аккуратность, когда нужно объединить информацию, полученную в разных местах в разное время с помощью разных наблюдательных средств. Именно с этой точки зрения следует отвечать на вопрос о том, откуда брать априорное распределение для параметров объекта, подлежащих определению из результатов наблюдения.

Корректная обработка серии наблюдений приводит к апостериорному распределению вероятностей для определяемых параметров. Это распределение естественно использовать в качестве априорного при обработке новой серии наблюдений. Такой подход позволяет эффективно объединить результаты многих независимых наблюдений без необходимости обрабатывать всю накопленную наблюдательную информацию заново. Задача облегчается еще и тем обстоятельством, что апостериорное распределение результатов, усредненных по многим наблюдениям, обычно можно считать гауссовым (в силу центральной предельной теоремы [23]). Это конкретизирует и упрощает систему уравнений (5)–(8).

Вопрос об априорном распределении интенсивностей I_i – это вопрос о прогнозировании эволюции интенсивности квазара. Пока мы мало знаем о ее закономерностях, лучше всего считать априорное распределение интенсивности квазара в будущем настолько широким, что производной от априорной плотности вероятности можно пренебречь и ограничиться в (4) только вторым слагаемым.

Отдельным и самым трудным является вопрос, касающийся априорной информации о яркости галактики. Галактика состоит из отдельных звезд и описывается положением и звездной величиной каждой из них. Однако в действительности удаленная галактика никогда не разрешается на звезды, и ее яркость следует описывать непрерывной функцией. Правдоподобный вид этой функции можно было бы оценить, изучая обширную информацию о других галактиках. Если эта функция в интересующей нас малой области на небе меняется с координатами достаточно плавно, ее можно представить рядом Тейлора, ограничиваясь несколькими первыми членами и описывая их совместное распределение плотностью вероятности. Если к моменту обработки очередной серии наблюдений накоплено значительное количество информации о яркости галактики, распределение этих параметров, априорное по отношению к данной серии наблюдений, будет приближенно гауссовым и легко поддающимся учету при обработке.

6. Простейший случай линейной зависимости яркости галактики от координат

Чтобы показать смысл полученной системы уравнений (5)–(8) на конкретном примере, рассмотрим случай, когда характер функции $B(x,\,y,\,\mathbf{P})$ и радиус ядра атмосферного замытия $g(x,\,y)$ позволяют представить эту функцию рядом Тейлора, ограничиваясь только линейными членами:

$$B(x,\,y,\,\mathbf{P})=P_0+P_x x+P_y y. \qquad (9)$$

(Вектор **P** состоит из постоянной составляющей яркости фона P_0 и коэффициентов наклона P_x, P_y.) Для дальнейшего упрощения будем считать атмосферное ядро $g(x, y)$ четной функцией. Это предположение приближенно выполняется при достаточно продолжительных экспозициях.

В этом случае интегралы, входящие в (5)–(8), можно записать более конкретно:

$$\int g_i(x'-x, y'-y)B(x', y', \mathbf{P})\mathrm{d}x'\mathrm{d}y' = B(x, y, \mathbf{P}),$$

$$\int g_i(x-x_0, y-y_0)R_i(x, y, I_i, x_0, y_0, \mathbf{P})\mathrm{d}x\mathrm{d}y =$$

$$= A_i(x_0, y_0) - B_i I_i - (P_0 + P_x x_0 + P_y y_0),$$

где

$$A_i(x_0, y_0) = \int g_i(x-x_0, y-y_0)J_i(x, y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y,$$

$$B_i = \int [g_i(\xi, \eta)]^2 \, \mathrm{d}\xi\mathrm{d}\eta.$$

Предположим также, что существенной априорной информации о значениях определяемых параметров нет, априорные распределения имеют большую ширину, и производные от них практически равны нулю. Тогда систему уравнений (5)–(8) можно записать в виде

$$A_i(x_0, y_0) - B_i I_i - B(x_0, y_0, \mathbf{P}) = 0, \qquad (10)$$
$i = 1, 2, ..., m,$

$$\sum_i A_{xi}(x_0, y_0) - Q_{xi}P_x = 0, \qquad (11)$$

$$\sum_i A_{yi}(x_0, y_0) - Q_{yi}P_y = 0, \qquad (12)$$

$$\sum_i \int R_i(x, y, I_i, x_0, y_0, \mathbf{P})\mathrm{d}x\mathrm{d}y = 0, \qquad (13)$$

$$\sum_i \int R_i(x, y, I_i, x_0, y_0, \mathbf{P})x\mathrm{d}x\mathrm{d}y = 0, \qquad (14)$$

$$\sum_i \int R_i(x, y, I_i, x_0, y_0, \mathbf{P})y\mathrm{d}x\mathrm{d}y = 0, \qquad (15)$$

где

$$A_{xi}(x_0, y_0) = \int g_{xi}(x-x_0, y-y_0)J_i(x, y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y,$$

$$Q_{xi} = \int \xi g_{xi}(\xi, \eta)\mathrm{d}\xi\mathrm{d}\eta,$$

и аналогично для A_{yi}, Q_{yi}.

Эти уравнения имеют простой смысл, который мы рассмотрим в следующем разделе.

7. Смысл полученных уравнений

Рассмотрим эту систему уравнений более подробно. Из уравнений (10) сразу получается выражение для искомого I_i через результат *i*-го наблюдения и остальные параметры объекта:

$$I_i = [A_i(x_0, y_0, \mathbf{P}) - B(x_0, y_0, \mathbf{P})]/B_i.$$

В идеальном случае в отсутствие шума последнее слагаемое в (2) равно нулю, и в силу (1), (2) равенство (10) обращается в тождество. Таким образом, значение I_i, определяемое по формуле (10) (при известных значениях x_0, y_0, $\mathbf{P}$), совпадает с истинным значением I_i. В реальном случае ненулевого шума оно отличается от истинного на случайную погрешность, дисперсия которой пропорциональна мощности шума, входящего в (2).

Следующая пара уравнений, (11) и (12), в таком же смысле определяет координаты источника x_0 и y_0. В отсутствие шума левая часть уравнения (11) (для (12) аналогично) равна интегралу, который обращается в ноль при равенстве оценки x_0, y_0 истинному значению координат x_{00}, y_{00}:

$$\int g_i(x-x_0, y-y_0)g_{xi}(x-x_{00}, y-y_{00}) = 0,$$

поскольку g_i четная функция, а g_{xi} – нечетная.

Уравнение (13) показывает, что оптимальной оценкой для постоянной составляющей яркости фона P_0 является зарегистрированная яркость, усредненная по каждому кадру и по всей последовательности. Аналогичным образом уравнения (14), (15) определяют оптимальную оценку коэффициентов наклона P_x и P_y как яркость, усредненную с весом соответственно *x* и *y*.

Такой теоретический вывод хорошо согласуется с интуитивным представлением о рациональном усреднении результатов наблюдения. Однако его преимуществом является то, что он получен путем строгого решения адекватно поставленной математической задачи, а не умозрительно.

Понятно, что исследователя не всегда может устроить аппроксимация яркости фона линейной функцией (9) и в некоторых случаях придется учитывать члены более высокого порядка. Это может заметно усложнить систему уравнений (10)–(15) и сделать ее менее прозрачной, но ничего не меняет в принципиальном отношении.

Наконец, яркость фона не всегда можно успешно представить рядом Тейлора или какой-либо другой функцией с небольшим числом параметров. В этом случае к задаче следует подходить как к задаче оптимальной фильтрации изображений в бесконечномерном пространстве, т. е. ставить задачу совместной оценки яркости фона как функции координат и параметров точечного источника. Эта задача выходит за рамки настоящей работы, но может быть легко решена.

8. Заключение

Как уже было сказано, к задаче обработки результатов наблюдения квазара сквозь гравитационное поле удаленной галактики обычно применяется эмпирический подход. Во многих случаях он вполне может оказаться эффективным, но нет никакой гарантии, что полученные таким путем результаты будут достоверны всегда. Преимуществом подхода, изложенного здесь, является математически корректная постановка задачи и строгое ее решение, основанное на байесовском статистическом подходе и в этом смысле являющееся оптимальным. Рассмотренный в последних разделах частный случай одновременно демонстрирует возможности такой обработки и иллюстрирует правильность полученных результатов. Работа может оказаться полезной для астрономов, занимающихся исследованием гравитационных миражей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Блиох П. В., Минаков А. А.* Гравитационные линзы. – К.: Наукова думка, 1989. – 240 с.
2. *Walsh D., Carswell R. F., and Weymann R. J.* 0957+561 A, B: twin quasistellar objects or gravitational lens? // Nature. – 1979. – Vol. 279, No. 5712. – P. 381–384.
3. *Schneider P., Ehlers J., and Falco E.* Gravitational lenses. – Berlin-Heidelberg-New York: Springer-Verlag, 1992. – 345 p.
4. *Yee H. K. C.* High-resolution imaging of the gravitational lens system candidate 2237+030 // Astron. J. – 1988. – Vol. 95. – P. 1331–1401.
5. *Vakulik V. G., Schild R. E., Dudinov V. N., Minakov A. A., Nuritdinov S. N., Tsvetkova V. S., Zheleznyak A. P., Konichek V. V., Sinelnikov I. Ye, Burkhonov O. A., Artamonov B. P., and Bruevich V. V.* Color effects associated with the 1999 microlensing brightness peaks in gravitationally lensed quasar Q2237+0305 // Astron. Astrophys. – 2004. – Vol. 420, No. 2. – P. 447–457.
6. *Laplace P. S.* Mémoire sur la probabilité des causes par les événements. Oeuvres complites. – Paris: Gauthier-Villars, 1891. – Vol. 8. – P. 27–65.
7. *Gauss C. F.* Werke. – Göttingen, 1878. – Vol. 8. – S. 116–147.
8. *Legendre A. M.* Nouvelles methodes pour la determination des orbites des cometes, Second supplement. – Paris: De l'Imprimerie de Huzard-Courcier, 1820. – P. 79–80.
9. *Вальд А.* Статистические решающие функции / Позиционные игры. – М.: Наука, 1967. – С. 300–522.
10. *Де Гроот М.* Оптимальные статистические решения. – М.: Мир, 1974. – 491 с.
11. *Турчин В. Ф., Козлов В. П., Малкевич М. С.* Использование методов математической статистики для решения некорректных задач // Успехи физических наук. – 1970. – Т. 202, Вып. 3. – С. 345–386.
12. *Корниенко Ю. В.* Статистический подход к фильтрации и информативность изображения // Радиофизика и электроника: сб. науч. тр. – Харьков: Ин-т радиофизики и электроники НАН Украины. – 2005. – Т. 10, Спецвыпуск. – С. 652–676.
13. *Alard C. and Lupton R. H.* A method for optimal image subtraction // Astrophys. J. – 1998. – Vol. 503, No. 1 – P. 325–331.
14. *Pal S. K. and King R. A.* Image enhancement using smoothing with fuzzy sets // IEEE Trans. Syst. Man. Cyb. – 1981. – Vol. 11, No. 7. – P. 494–501.
15. *Тихонов А. Н., Арсенин В. Я.* Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1974. – 222 с.
16. *Koptelova E. A., E. V. Shimanovskaya, B. P. Artamonov, Belokurov V., Sazhin M. V., and Yagola A. G.* Reconstructing images of gravitational lenses with regularizing algorithms. In: Valls-Gabaud and Kneib J. P., editors. Gravitational lensing: a unique tool for cosmology. Proceedings of the meeting, 2003 Jan 5-11, Aussois, France. – ASP Conference Series. – 2003. – Vol. TBD, D.
17. *Koptelova E. A., Shimanovskaya E. V., Artamonov B. P., Sazhin M. V., and Yagola A. G.* Two-stage algorithm for reconstructing the images of the gravitational lens QSO 2237+0305 // Astron. Rep. – 2004. – Vol. 48, No. 10. – P. 826–833.
18. *Koptelova E. A., Shimanovskaya E. V., Artamonov B. P., Sazhin M. V., Yagola A. G., Bruevich V. V., and Burkhonov O. M.* Image reconstruction technique and optical monitoring of the QSO2237+0305 from Maidanak Observatory in 2002-2003 // Mon. Not. R. Astron. Soc. – 2005. – Vol. 356, Is. 1. – P. 323–330.
19. *Koptelova E. A., Artamonov B. P., Shimanovskaya E. V., Bruevich V. V., Gusev A. S., and Ezhova O. V.* The gravitational lens Q2237+0305: Reduction and analysis of the observational data // Astron. Rep. – 2007. – Vol. 51, Is. 10. – P. 797–807.
20. *Kochanek C. S.* Quantitative interpretation of quasar microlensing light curves // Astrophys. J. – 2004. – Vol. 605, Is. 1. – P. 58–77.
21. *Корниенко Ю. В.* Фильтрация изображений, принадлежащих конечномерному функциональному пространству // Радиофизика и электроника. – 2011. – Т. 2, № 2. – С. 48–54.
22. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. Глава 20. – М.: Наука, 1968. – С. 572–615.

23. *Гнеденко Б. В.* Курс теории вероятности. – М.: Наука, 1988. – 448 с.

Ю. В. Корнієнко, С. І. Скуратовський

Інститут радіофізики та електроніки
ім. О. Я. Усикова НАН України,
вул. Ак. Проскури, 12, м. Харків, 61085, Україна

ВИЗНАЧЕННЯ ІНТЕНСИВНОСТІ ТОЧКОВОГО ДЖЕРЕЛА, ЩО СПОСТЕРІГАЄТЬСЯ НА ФОНІ ПРОТЯЖНОГО ДЖЕРЕЛА

Сформульовано та розв'язано задачу визначення залежності від часу інтенсивності точкового джерела, що спостерігається на фоні протяжного джерела, незмінного у часі, втім невідомої яскравості, за наявністю атмосферного замиття. Для цього використано байєсівський статистичний підхід. Отримано систему рівнянь для оптимальної статистичної оцінки послідовності значень інтенсивності у моменти спостереження. Задача є особливо актуальною у дослідженні гравітаційних міражів, що виникають при спостереженні квазара крізь гравітаційне поле далекої галактики.

Yu. V. Kornienko and S. I. Skuratovskiy

O. Ya. Usikov Institute for Radiophysics and Electronics,
National Academy of Sciences of Ukraine,
12, Akad. Proskura St., Kharkiv, 61085, Ukraine

DETERMINING THE INTENSITY OF A POINT-LIKE SOURCE OBSERVED ON THE BACKGROUND OF AN EXTENDED SOURCE

The problem of determining the time dependence of intensity of a point-like source in case of atmospheric blur is formulated and solved by using the Bayesian statistical approach. A point-like source is supposed to be observed on the background of an extended source with constant in time though unknown brightness. The equation system for optimal statistical estimation of the sequence of intensity values in observation moments is obtained. The problem is particularly relevant for studying gravitational mirages which appear while observing a quasar through the gravitational field of a far galaxy.

Статья поступила в редакцию 21.07.2014