

# РАСПРОСТРАНЕНИЕ, ДИФРАКЦИЯ И РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

---

УДК 621.372.852

С. Л. БЕРДНИК, В. А. КАТРИЧ, В. И. КИЙКО,  
М. В. НЕСТЕРЕНКО

Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина,  
пл. Свободы, 4, г. Харьков, 61022, Украина  
E-mail: beserbox@gmail.com

## РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН СИСТЕМОЙ ВИБРАТОРОВ С ПЕРЕМЕННЫМ ИМПЕДАНСОМ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ВОЛНОВОДЕ

---

*В общей постановке сформулирована задача возбуждения электромагнитных волн системой материальных тел конечных размеров, находящихся в произвольном электродинамическом объеме. С использованием концепции распределенного импеданса задача сведена к двумерным интегральным уравнениям относительно поверхностных электрических токов на материальных телах. Сделан физически корректный переход от полученных интегральных уравнений к системе одномерных уравнений для токов в тонких импедансных вибраторах, в общем случае с нерегулярными по длине электрофизическими и геометрическими параметрами. Обобщенным методом наведенных электродвижущих сил найдено решение этих уравнений для системы из двух вибраторов с переменным поверхностным импедансом в прямоугольном волноводе. Представлены результаты численных и экспериментальных исследований электродинамических характеристик рассматриваемой структуры.*

*Ключевые слова:* электромагнитные волны, импедансный вибратор, прямоугольный волновод, переменный поверхностный импеданс

### 1. Введение

В настоящее время тонкие проводники, частично перегораживающие прямоугольный волновод (резонансные вибраторы), а также их системы широко применяются на практике как функциональные конструктивные элементы различных резонансных устройств антенно-волноводной техники СВЧ и КВЧ диапазонов. Это, например, структурные составляющие коаксиально-волноводных переходов, волноводных фильтров (в том числе с использованием запердельных режимов работы волноводов), дополнительные согласующие и настроечные элементы, возбудители щелевых излучателей, зонды измерительных модулей и т. д. [1–11].

Наличие у вибраторов распределенного по их длине поверхностного импеданса существенно расширяет возможности формирования их элект-

родинамических характеристик как в неограниченном пространстве [12–20], так и в прямоугольном волноводе [20–27]. Особое место занимают вибраторы с переменным поверхностным импедансом, которые могут находиться в свободном пространстве [28–33] или в некотором электродинамическом объеме, например, в прямоугольном волноводе [34, 35]. Как показано в [28–35], наличие у вибратора переменного по его длине поверхностного импеданса дает дополнительные возможности для управления электродинамическими характеристиками антенн фиксированных геометрических размеров. Однако исследования, результаты которых опубликованы в работах [28–32, 34], посвящены изучению параметров одиночных вибраторов в свободном пространстве, возбуждаемых в центре сосредоточенной электродвижущей силой (ЭДС), а в прямоугольном волноводе рассмотрен лишь случай переменного импеданса действительного типа,

меняющегося скачком по длине ленточного вибратора.

В [33, 35] представлены решения задач о рассеянии плоской волны и волны типа  $H_{10}$  одиночными вибраторами с переменным импедансом в свободном пространстве и в прямоугольном волноводе соответственно. Целью настоящей статьи является исследование электродинамических характеристик системы вибраторов в прямоугольном волноводе с постоянным и переменным по их длине распределенным поверхностным импедансом при условии распространения в волноводе волны основного типа.

## 2. Постановка задачи и исходные интегральные уравнения

Сформулируем в наиболее общем виде задачу о возбуждении (рассеянии, излучении) электромагнитных полей материальными телами конечных размеров, расположенными в произвольном электродинамическом объеме. Пусть имеется некоторый объем  $V$ , ограниченный идеально проводящей (или импедансной, или частично импедансной  $S_z$ ) поверхностью  $S$ , участки которой могут быть удалены на бесконечность. Диэлектрическая и магнитная проницаемости среды, заполняющей объем  $V$ , обозначим соответственно  $\epsilon_1^v$ ,  $\mu_1^v$ . Пусть в объеме  $V$  находятся материальные тела, заключенные в локальных объемах  $V_m$  ( $m = 1, 2, \dots, M$ ), которые ограничены гладкими замкнутыми поверхностями  $S_m$ . Тела характеризуются однородными материальными параметрами: диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_m$ , магнитной проницаемостью  $\mu_m$  и проводимостью  $\sigma_m$  (рис. 1).

Отметим, что поле сторонних источников может быть задано как поле падающей на тела электромагнитной волны (задача о рассеянии) либо как поля приложенных к телам ЭДС, отличных от нуля лишь в некоторых областях объемов  $V_m$  (задача об излучении), или, в общем случае, как комбинация этих полей. Будем считать, что внутри объема  $V$  существует электромагнитное поле заданных сторонних источников  $\{\vec{E}_0(\vec{r}), \vec{H}_0(\vec{r})\}$ , зависящее от времени  $t$  как  $e^{i\omega t}$  ( $\vec{r}$  – радиус-вектор точки наблюдения,  $\omega = 2\pi f$  – круговая частота,  $f$  – частота, измеряемая в Герцах). Требуется найти полные электромагнитные поля  $\{\vec{E}(\vec{r}), \vec{H}(\vec{r})\}$  в объеме  $V$ ,

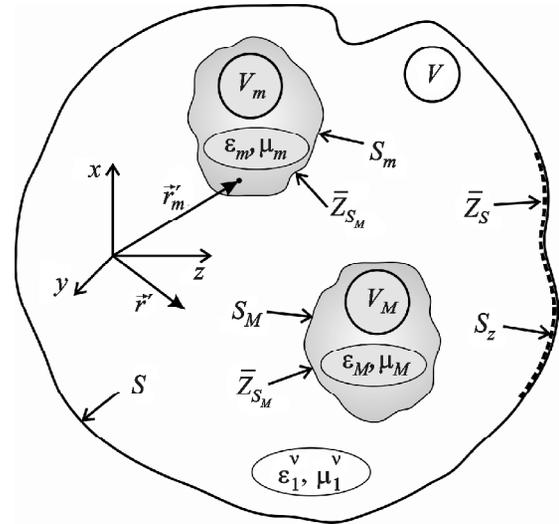


Рис. 1. Геометрия задачи и принятые обозначения

удовлетворяющие уравнениям Максвелла и граничным условиям на поверхностях  $S_m$  и  $S$ .

При решении задач подобного типа полные электромагнитные поля в объеме  $V$  оказывается целесообразным выразить через тангенциальные составляющие полей на поверхностях  $S_m$ . В гауссовой системе единиц CGS они могут быть представлены в виде интегральных уравнений Кирхгофа–Котлера [36]:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_0(\vec{r}) + \frac{1}{4\pi k \epsilon_1^v} (\text{grad div} + k_1^2) \times \sum_{m=1}^M \int_{S_m} \hat{G}^e(\vec{r}, \vec{r}'_m) [\vec{n}_m, \vec{H}(\vec{r}'_m)] d\vec{r}'_m - \frac{1}{4\pi} \text{rot} \sum_{m=1}^M \int_{S_m} \hat{G}^m(\vec{r}, \vec{r}'_m) [\vec{n}_m, \vec{E}(\vec{r}'_m)] d\vec{r}'_m, \quad (1)$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = \vec{H}_0(\vec{r}) + \frac{1}{4\pi k \mu_1^v} (\text{grad div} + k_1^2) \times \sum_{m=1}^M \int_{S_m} \hat{G}^m(\vec{r}, \vec{r}'_m) [\vec{n}_m, \vec{E}(\vec{r}'_m)] d\vec{r}'_m + \frac{1}{4\pi} \text{rot} \sum_{m=1}^M \int_{S_m} \hat{G}^e(\vec{r}, \vec{r}'_m) [\vec{n}_m, \vec{H}(\vec{r}'_m)] d\vec{r}'_m.$$

Здесь  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число,  $\lambda$  – длина волны в свободном пространстве;  $k_1 = k\sqrt{\epsilon_1^v \mu_1^v}$  – вол-

новое число в заполняющей объем среде;  $\vec{r}'_m$  – радиус-векторы точек источников, расположенных на поверхностях  $S_m$ ;  $\vec{n}_m$  – орты внешних нормалей к этим поверхностям;  $\hat{G}^e(\vec{r}, \vec{r}'_m)$  и  $\hat{G}^m(\vec{r}, \vec{r}'_m)$  – тензорные функции Грина электрического и магнитного типов для векторных потенциалов Герца, удовлетворяющие векторному уравнению Гельмгольца при выполнении соответствующих граничных условий на поверхности  $S$ . Отметим, что для участков поверхности  $S$ , удаленных на бесконечность, граничные условия для  $\hat{G}^{e,m}(\vec{r}, \vec{r}'_m)$  переходят в условие излучения Зоммерфельда.

Представление (1) используется при решении электродинамических задач и в тех случаях, когда для определения полей на поверхностях материальных тел привлекаются какие-либо дополнительные физические соображения. Так, например, для хорошо проводящих тел ( $\sigma_m \rightarrow \infty$ ) наведенный в них ток концентрируется у поверхности. Тогда, пренебрегая толщиной скин-слоя, можно воспользоваться приближенным импедансным граничным условием Леонтовича–Щукина

$$[\vec{n}, \vec{E}(\vec{r})] = \vec{Z}_S(\vec{r})[\vec{n}, [\vec{n}, \vec{H}(\vec{r})]], \quad (2)$$

где  $\vec{Z}_S(\vec{r}) = \vec{R}_S(\vec{r}) + i\vec{X}_S(\vec{r}) = Z_S(\vec{r})/Z_0$  – распределенный комплексный поверхностный импеданс (нормированный на волновое сопротивление свободного пространства  $Z_0 = 120\pi$  Ом), значение которого в общем случае может изменяться от точки к точке на поверхности тела. Следует отметить, что граничное условие (2) является приближенным в том смысле, что решение электродинамической задачи с его использованием представляет собой первый член асимптотического разложения точного решения по степеням малого параметра  $|\vec{Z}_S(\vec{r})| \ll 1$  [37]. Другими словами, в решении отбрасываются члены, пропорциональные  $|\vec{Z}_S(\vec{r})|^2$ ,  $|\vec{Z}_S(\vec{r})|^3$  и т. д.

Импедансное граничное условие (2) позволяет в интегральных уравнениях (1) осуществить переход от неизвестных полей к новым неизвестным – плотностям поверхностных токов. Не теряя общности, произведем в системе уравнений (1) этот переход для случая, когда в объеме  $V$  расположено два материальных тела. Помещая точку наблюдения на поверхности  $S_1$  и  $S_2$  импедансных тел (далее индексы для токов 1, 2), получаем следующую систему интегральных уравнений:

$$\begin{aligned} Z_{S1}(\vec{r}_1)\vec{J}_1(\vec{r}_1) = & \vec{E}_0(\vec{r}) + \frac{1}{i\omega\epsilon_1^v}(\text{graddiv} + k_1^2) \times \\ & \times \left\{ \int_{S_1} \hat{G}^e(\vec{r}, \vec{r}'_1)\vec{J}_1(\vec{r}'_1)d\vec{r}'_1 + \int_{S_2} \hat{G}^e(\vec{r}, \vec{r}'_2)\vec{J}_2(\vec{r}'_2)d\vec{r}'_2 \right\} + \\ & + \frac{1}{4\pi} \text{rot} \left\{ \int_{S_1} \hat{G}^m(\vec{r}, \vec{r}'_1)Z_{S1}(\vec{r}'_1)[\vec{n}_1, \vec{J}_1(\vec{r}'_1)]d\vec{r}'_1 + \right. \\ & \left. + \int_{S_2} \hat{G}^m(\vec{r}, \vec{r}'_2)Z_{S2}(\vec{r}'_2)[\vec{n}_2, \vec{J}_2(\vec{r}'_2)]d\vec{r}'_2 \right\}, \quad (3a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_{S2}(\vec{r}_2)\vec{J}_2(\vec{r}_2) = & \vec{E}_0(\vec{r}) + \frac{1}{i\omega\epsilon_1^v}(\text{graddiv} + k_1^2) \times \\ & \times \left\{ \int_{S_2} \hat{G}^e(\vec{r}, \vec{r}'_2)\vec{J}_2(\vec{r}'_2)d\vec{r}'_2 + \int_{S_1} \hat{G}^e(\vec{r}, \vec{r}'_1)\vec{J}_1(\vec{r}'_1)d\vec{r}'_1 \right\} + \\ & + \frac{1}{4\pi} \text{rot} \left\{ \int_{S_2} \hat{G}^m(\vec{r}, \vec{r}'_2)Z_{S2}(\vec{r}'_2)[\vec{n}_2, \vec{J}_2(\vec{r}'_2)]d\vec{r}'_2 + \right. \\ & \left. + \int_{S_1} \hat{G}^m(\vec{r}, \vec{r}'_1)Z_{S1}(\vec{r}'_1)[\vec{n}_1, \vec{J}_1(\vec{r}'_1)]d\vec{r}'_1 \right\}, \quad (3б) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{H}_0(\vec{r}) = & \\ = & -\frac{k}{\omega} \text{rot} \left\{ \int_{S_1} \hat{G}^e(\vec{r}, \vec{r}'_1)\vec{J}_1(\vec{r}'_1)d\vec{r}'_1 + \int_{S_2} \hat{G}^e(\vec{r}, \vec{r}'_2)\vec{J}_2(\vec{r}'_2)d\vec{r}'_2 \right\} + \\ & + \frac{1}{i\omega\epsilon_1^v}(\text{graddiv} + k_1^2) \times \\ & \times \left\{ \int_{S_1} \hat{G}^m(\vec{r}, \vec{r}'_1)Z_{S1}(\vec{r}'_1)[\vec{n}_1, \vec{J}_1(\vec{r}'_1)]d\vec{r}'_1 + \right. \\ & \left. + \int_{S_2} \hat{G}^m(\vec{r}, \vec{r}'_2)Z_{S2}(\vec{r}'_2)[\vec{n}_2, \vec{J}_2(\vec{r}'_2)]d\vec{r}'_2 \right\}, \quad (3в) \end{aligned}$$

относительно плотностей поверхностных токов  $\vec{J}_{1,2}(\vec{r}_{1,2}) = (c/4\pi)[\vec{n}_{1,2}, \vec{H}(\vec{r}_{1,2})]$  на поверхностях  $S_{1,2}$ , где  $c \approx 2.998 \cdot 10^{10}$  см/с – скорость света в вакууме.

### 3. Интегральные уравнения для электрических токов в тонких вибраторах

При непосредственном решении системы уравнений (3) для материальных тел со сложной формой поверхности возникают известные математические трудности. Однако для импедансных цилиндров, периметры поперечных сечений которых малы по сравнению с их длинами и длиной волны в окружающем пространстве (тонкие вибраторы), решение системы уравнений значительно упрощается. Кроме того, при этом удается распространить граничное условие (2) на цилиндрические поверхности вибраторов с произвольным распределением комплексного импеданса вне зависимости от структуры возбуждающего поля и электрофизических характеристик материалов, из которых они изготовлены [37]. В [37] приведены также формулы для конкретных реализаций поверхностного импеданса вибраторов.

Преобразуем систему уравнений (3) применительно к тонким вибраторам, представляющим собой ограниченные круговые цилиндрические провода с радиусами  $r_{1,2}$  и длинами  $2L_{1,2}$ , для которых выполняются следующие соотношения:

$$\frac{r_{1,2}}{2L_{1,2}} \ll 1, \quad \frac{r_{1,2}}{\lambda_1} \ll 1, \quad (4)$$

где  $\lambda_1$  – длина волны в среде. Эти неравенства позволяют считать, что наведенные в вибраторах электрические токи можно представить следующим образом:

$$\vec{J}_{1(2)}(\vec{r}_{1(2)}) = \vec{e}_{s_{1(2)}} J_{1(2)}(s_{1(2)}) \Psi_{1(2)}(\rho_{1(2)}, \varphi_{1(2)}), \quad (5)$$

где  $\vec{e}_{s_{1(2)}}$  – единичные векторы, направленные вдоль осей вибраторов;  $s_{1(2)}$  – локальные координаты, связанные с осями вибраторов;  $\Psi_{1(2)}(\rho_{1(2)}, \varphi_{1(2)})$  – функции, зависящие от поперечных ( $\perp_{1(2)}$ ) полярных координат  $\rho_{1(2)}$ ,  $\varphi_{1(2)}$ . Функции  $\Psi_{1(2)}(\rho_{1(2)}, \varphi_{1(2)})$  удовлетворяют условиям нормировки  $\int \Psi_{1(2)}(\rho_{1(2)}, \varphi_{1(2)}) \rho_{1(2)} d\rho_{1(2)} d\varphi_{1(2)} = 1$ , а искомые токи  $J_{1(2)}(s_{1(2)})$  подчиняются краевым условиям

$$J_{1(2)}(\pm L_{1(2)}) = 0. \quad (6)$$

Принимая все это во внимание и проецируя уравнения (3а) и (3б) на оси вибраторов с учетом того, что согласно (4)  $[\vec{n}_{1(2)}, \vec{J}_{1(2)}(\vec{r}_{1(2)})] \ll 1$ , получаем систему интегральных уравнений относительно токов в вибраторах с учетом их взаимодействия между собой:

$$\left( \frac{d^2}{ds_1^2} + k_1^2 \right) \times \left\{ \int_{-L_1}^{L_1} J_1(s'_1) G_{s_1}(s_1, s'_1) ds'_1 + \int_{-L_2}^{L_2} J_2(s'_2) G_{s_2}(s_1, s'_2) ds'_2 \right\} = -i\omega \epsilon_1^v \left[ E_{0s_1}(s_1) - z_{i1}(s_1) J_1(s_1) \right], \quad (7a)$$

$$\left( \frac{d^2}{ds_2^2} + k_1^2 \right) \times \left\{ \int_{-L_2}^{L_2} J_2(s'_2) G_{s_2}(s_2, s'_2) ds'_2 + \int_{-L_1}^{L_1} J_1(s'_1) G_{s_1}(s_2, s'_1) ds'_1 \right\} = -i\omega \epsilon_1^v \left[ E_{0s_2}(s_2) - z_{i2}(s_2) J_2(s_2) \right]. \quad (7б)$$

Здесь  $z_{i1(2)}(s_{1(2)})$  – внутренние погонные импедансы вибраторов, Ом/м, ( $Z_{s_{1(2)}}(\vec{r}_{1(2)}) = 2\pi r_{1(2)} z_{i1(2)}(\vec{r}_{1(2)})$ );  $E_{0s_{1(2)}}(s_{1(2)})$  – проекции полей сторонних источников на оси вибраторов;  $s_1 = -L_1$  и  $s_2 = -L_2$  – координаты концов зеркальных изображений вибраторов относительно нижней широкой стенки волновода;  $G_{s_{1,2}}(s_{1,2}, s'_{1,2})$  – соответствующие компоненты тензоров функции Грина рассматриваемого объема. Отметим, что в представленных уравнениях не конкретизировался вид функций Грина. Поэтому уравнения (7) являются справедливыми для любых электродинамических объемов при условии, что для этих объемов известны или могут быть построены соответствующие функции Грина.

### 4. Система из двух вибраторов в прямоугольном волноводе

Пусть в полом ( $\epsilon_1^v = \mu_1^v = 1$ ) бесконечном прямоугольном волноводе с идеально проводящими стенками и поперечным сечением размером  $a \times b$  расположены несимметричные тонкие вибраторы

(монополи) с радиусами  $r_{1,2}$  и длинами  $L_{1,2}$  с переменными поверхностными импедансами, а из области  $z = -\infty$  распространяется волна основного типа  $H_{10}$  (рис. 2).

Решение системы уравнений (7) будем искать обобщенным методом наведенных ЭДС [20], используя в качестве аппроксимирующих выражений для токов функции  $J_{1(2)}(s_{1(2)}) = J_{1(2)}^0 f_{1(2)}(s_{1(2)})$ , где  $J_{1(2)}^0$  рассматриваются как неизвестные амплитуды токов,  $f_{1(2)}(s_{1(2)})$  – заданные функции распределения токов, которые могут быть получены из решения уравнения для тока в одиночном вибраторе методом усреднения [20, 24]. Для рассматриваемой структуры при ее возбуждении волной основного типа  $H_{10}$  имеем

$$f_1(s_1) = \cos(\tilde{k}_1 s_1) - \cos(\tilde{k}_1 L_1), \quad (8)$$

$$f_2(s_2) = \cos(\tilde{k}_2 s_2) - \cos(\tilde{k}_2 L_2),$$

где  $\tilde{k}_{1(2)} = k - \frac{i2\pi z_{il(2)}^{av}}{Z_0 \Omega_{1(2)}}$ ,  $z_{il(2)}^{av} = \frac{1}{2L_{1(2)}} \times \int_{L_{1(2)}} z_{il(2)}(s_{1(2)}) ds_{1(2)}$  – средние значения внутренних импедансов по длине вибраторов [33],  $\Omega_{1(2)} = 2 \ln(2L_{1(2)}/r_{1(2)})$ .

Следуя обобщенному методу наведенных ЭДС, умножим уравнение (7а) на функцию  $f_1(s_1)$ , а уравнение (7б) на функцию  $f_2(s_2)$  и проинтегрируем по длинам вибраторов. В результате получим систему линейных алгебраических уравнений, решением которой являются амплитуды токов  $J_{1,2}^0$ :

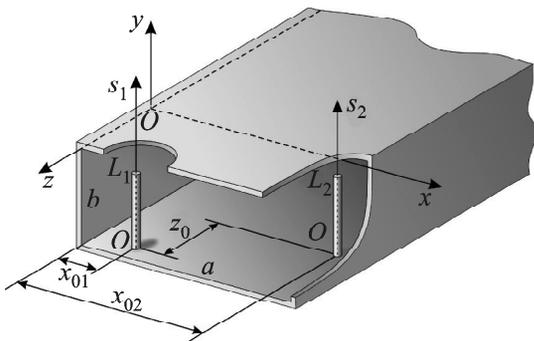


Рис. 2. Система из двух вибраторов в прямоугольном волноводе

$$J_1^0 (Z_{11} + F_1^{\bar{Z}}) + J_2^0 Z_{12} = -\frac{i\omega}{2k} E_1, \quad (9)$$

$$J_2^0 (Z_{22} + F_2^{\bar{Z}}) + J_1^0 Z_{21} = -\frac{i\omega}{2k} E_2.$$

Здесь

$$Z_{11(22)} = \frac{4\pi}{ab} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_n (k^2 - k_y^2) \tilde{k}_{1(2)}^2}{kk_z (\tilde{k}_{1(2)}^2 - k_y^2)^2} e^{-k_z r_{1(2)}} \sin^2(k_x x_{01(02)}) \times \left[ \sin(\tilde{k}_{1(2)} L_{1(2)}) \cos(k_y L_{1(2)}) - (\tilde{k}_{1(2)}/k_y) \cos(\tilde{k}_{1(2)} L_{1(2)}) \sin(k_y L_{1(2)}) \right]^2, \quad (10)$$

$$Z_{12(21)} = \frac{4\pi}{ab} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_n (k^2 - k_y^2) \tilde{k}_1 \tilde{k}_2 e^{-k_z r_{2(1)}}}{kk_z (\tilde{k}_1^2 - k_y^2) (\tilde{k}_2^2 - k_y^2)} \sin(k_x x_{01}) \sin(k_x x_{02}) \times \left[ \sin(\tilde{k}_1 L_1) \cos(k_y L_1) - (\tilde{k}_1/k_y) \cos(\tilde{k}_1 L_1) \sin(k_y L_1) \right] \times \left[ \sin(\tilde{k}_2 L_2) \cos(k_y L_2) - (\tilde{k}_2/k_y) \cos(\tilde{k}_2 L_2) \sin(k_y L_2) \right];$$

$$E_{1(2)} = 2H_0 \frac{k}{k_g \tilde{k}_{1(2)}} \sin\left(\frac{\pi}{a} x_{01(02)}\right) f(\tilde{k}_{1(2)} L_{1(2)}),$$

$$f(\tilde{k}_{1(2)} L_{1(2)}) = \sin(\tilde{k}_{1(2)} L_{1(2)}) - \tilde{k}_{1(2)} L_{1(2)} \cos(\tilde{k}_{1(2)} L_{1(2)}),$$

$$F_{1(2)}^{\bar{Z}} = -\frac{i}{r_{1(2)}} \int_0^{L_{1(2)}} f_{1(2)}(s_{1(2)}) \bar{Z}_{S1(2)}(s_{1(2)}) ds_{1(2)}. \quad (11)$$

В формулах (10), (11) приняты обозначения:  $\varepsilon_n = \begin{cases} 1, n=0, \\ 2, n \neq 0, \end{cases}$   $k_x = \frac{m\pi}{a}$ ,  $k_y = \frac{n\pi}{b}$ ,  $k_z = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k^2}$ ,  $m$  и  $n$  – целые числа;  $k_g = 2\pi/\lambda_g = \sqrt{k^2 - (\pi/a)^2}$ ,  $\lambda_g$  – длина волны в волноводе;  $\bar{Z}_{S1(2)}(s_{1(2)}) = \bar{R}_{S1(2)} + i\bar{X}_{S1(2)}\phi(s_{1(2)})$  – комплексный распределенный поверхностный импеданс,  $\phi(s_{1(2)})$  – заданные функции;  $H_0$  – амплитуда  $H_{10}$ -волны.

Аналитическое решение системы уравнений (9) имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
 J_1^0 &= -\frac{i\omega}{2k} \frac{E_1(Z_{22} + F_2^z) - E_2 Z_{12}}{(Z_{11} + F_1^z)(Z_{22} + F_2^z) - Z_{21} Z_{12}} = \\
 &= -\frac{i\omega}{2k} \tilde{J}_1^0, \\
 J_2^0 &= -\frac{i\omega}{2k} \frac{E_2(Z_{11} + F_1^z) - E_1 Z_{21}}{(Z_{11} + F_1^z)(Z_{22} + F_2^z) - Z_{21} Z_{12}} = \\
 &= -\frac{i\omega}{2k} \tilde{J}_2^0.
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

Используя формулы (8) и (12), получаем итоговые выражения для токов в вибраторах:

$$J_{1(2)}(s_{1(2)}) = -\frac{i\omega}{2k} \tilde{J}_{1(2)}^0 \left( \cos(\tilde{k}_{1(2)} s_{1(2)}) - \cos(\tilde{k}_{1(2)} L_{1(2)}) \right).$$

Энергетические характеристики рассматриваемой структуры ( $S_{11}$  и  $S_{12}$  – коэффициенты отражения и прохождения по полю,  $(1+|S_{11}|)/(1-|S_{11}|)$  – коэффициент стоячей волны по напряжению (КСВН)) будут определяться как

$$\begin{aligned}
 S_{11} &= -\frac{4\pi i}{abk k_g} \left\{ \frac{k^2}{\tilde{k}_1} \tilde{J}_1^0 \sin\left(\frac{\pi x_{01}}{a}\right) f(\tilde{k}_1 L_1) e^{-ik_g z_0} + \right. \\
 &+ \left. \frac{k^2}{\tilde{k}_2} \tilde{J}_2^0 \sin\left(\frac{\pi x_{02}}{a}\right) f(\tilde{k}_2 L_2) \right\} e^{2ik_g z}, \\
 S_{12} &= 1 + \frac{4\pi i}{abk k_g} \left\{ \frac{k^2}{\tilde{k}_1} \tilde{J}_1^0 \sin\left(\frac{\pi x_{01}}{a}\right) f(\tilde{k}_1 L_1) e^{ik_g z_0} + \right. \\
 &+ \left. \frac{k^2}{\tilde{k}_2} \tilde{J}_2^0 \sin\left(\frac{\pi x_{02}}{a}\right) f(\tilde{k}_2 L_2) \right\}.
 \end{aligned}$$

## 5. Численные и экспериментальные результаты

Рассмотрим следующие функции распределения импеданса вдоль вибраторов:  $\phi_0(s_{1(2)}) = 1$  – постоянное распределение импеданса,  $\phi_1(s_{1(2)}) = 2[1 - (s_{1(2)}/L_{1(2)})]$  – линейно спадающее к концу вибратора распределение и  $\phi_2(s_{1(2)}) = 2(s_{1(2)}/L_{1(2)})$  – линейно возрастающее распределение, имеющие одинаковое среднее значение по длине вибратора  $\overline{\phi_{0,1,2}(s_{1(2)})} = 1$ . В случае посто-

янного значения импеданса вдоль монополя согласно (11) получаем выражение:

$$\begin{aligned}
 F_{1(2)}^{\bar{Z}0} &= -\frac{2i(\bar{R}_{S1(2)} + i\bar{X}_{S1(2)})}{\tilde{k}_{1(2)}^2 L_{1(2)} r_{1(2)}} \times \\
 &\times \left[ \left( \frac{\tilde{k}_{1(2)} L_{1(2)}}{2} \right)^2 (2 + \cos(2\tilde{k}_{1(2)} L_{1(2)})) - \right. \\
 &- \left. \frac{3}{8} \tilde{k}_{1(2)} L_{1(2)} \sin(2\tilde{k}_{1(2)} L_{1(2)}) \right] = \\
 &= \tilde{F}_{1(2)}^{\bar{Z}} (\bar{R}_{S1(2)} + i\bar{X}_{S1(2)}) \Phi_{1(2)}.
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

Для двух других рассматриваемых законов изменения импеданса имеем выражения:

$$\begin{aligned}
 F_{1(2)}^{\bar{Z}1} &= \tilde{F}_{1(2)}^{\bar{Z}} \left\{ \bar{R}_{S1(2)} \Phi_{1(2)} + i\bar{X}_{S1(2)} \times \right. \\
 &\times \left[ \left( \frac{\tilde{k}_{1(2)} L_{1(2)}}{2} \right)^2 (2 + \cos(2\tilde{k}_{1(2)} L_{1(2)})) - \right. \\
 &- \left. \left. \frac{7}{4} \sin^2(\tilde{k}_{1(2)} L_{1(2)}) - 2(\cos(\tilde{k}_{1(2)} L_{1(2)}) - 1) \right] \right\}, \\
 F_{1(2)}^{\bar{Z}2} &= \tilde{F}_{1(2)}^{\bar{Z}} \left\{ \bar{R}_{S1(2)} \Phi_{1(2)} + i\bar{X}_{S1(2)} \times \right. \\
 &\times \left[ \left( \frac{\tilde{k}_{1(2)} L_{1(2)}}{2} \right)^2 (2 + \cos(2\tilde{k}_{1(2)} L_{1(2)})) + \frac{7}{4} \sin^2(\tilde{k}_{1(2)} L_{1(2)}) - \right. \\
 &- \left. \left. \frac{3}{4} \tilde{k}_{1(2)} L_{1(2)} \sin(2\tilde{k}_{1(2)} L_{1(2)}) + 2(\cos(\tilde{k}_{1(2)} L_{1(2)}) - 1) \right] \right\}.
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

Как следует из (13)–(15), при различных распределениях импеданса формулы для  $F_{1(2)}^{\bar{Z}0,1,2}$  отличаются друг от друга, несмотря на равные средние значения по длине вибратора самих функций  $\phi_{0,1,2}(s_{1(2)})$ . Этот факт говорит о том, что, хотя для всех трех рассматриваемых распределений импеданса функциональные зависимости  $f_{1(2)}(s_{1(2)}) = \cos(\tilde{k}_{1(2)} s_{1(2)}) - \cos(\tilde{k}_{1(2)} L_{1(2)})$  в формулах для тока одинаковы, амплитуды тока и соответственно энергетические характеристики вибраторов в волноводе будут существенно отличаться.

На рис. 3 представлены зависимости модуля коэффициента отражения от длины волны  $|S_{11}| = f(\lambda)$  одиночных монополей в прямоугольном волноводе, которые будут использоваться в дальнейших расчетах (параметры монополей приведены в табл. 1). Зависимости на рис. 3 и остальных рисунках построены для следующих размеров волновода и вибраторов:  $a = 58.0$  мм,  $b = 25.0$  мм,  $r_{1,2} = 2.0$  мм,  $L_{1,2} = 15.0$  мм ( $(r_{1,2}/2L_{1,2}) = 0.07$ ,  $(r_{1,2}/\lambda) = 0.02 \div 0.03$ ). Отметим, что такой выбор длин вибраторов обусловлен снижением вероятности электрического пробоя при больших мощностях.

Как видно из графиков, наличие у вибраторов распределенного поверхностного импеданса оп-

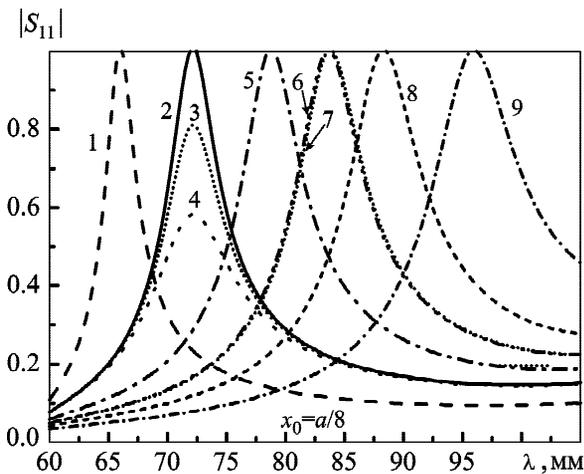


Рис. 3. Зависимости  $|S_{11}|$  от длины волны для одиночных монополей: 1 –  $\bar{X}_S = -0.03/(kr)$ , 2 –  $\bar{X}_S = 0$ , 3 –  $\bar{X}_S = 0.01$ , 4 –  $\bar{X}_S = 0.03$ , 5 –  $\bar{X}_S = kr \ln(4.0)\phi_2(s)$ , 6 –  $\bar{X}_S = kr \ln(4.0)$ , 7 –  $\bar{X}_S = kr \ln(2.7)\phi_1(s)$ , 8 –  $\bar{X}_S = kr \ln(4.0)\phi_1(s)$ , 9 –  $\bar{X}_S = kr \ln(8.0)\phi_1(s)$

ределенной величины и типа ( $\bar{R}_S > 0$  – активный импеданс (например, диэлектрический цилиндр с металлическим покрытием толщиной меньше скин-слоя),  $\bar{X}_S > 0$  – индуктивный импеданс (металлический цилиндр с покрытием из магнитодиэлектрика или гофрированный металлический цилиндр),  $\bar{X}_S < 0$  – емкостной импеданс (слоистый металлодиэлектрический цилиндр)), а также заданного закона распределения импеданса вдоль монополя позволяют настраивать его в резонанс ( $|S_{11}|_{\max}$ ,  $\arg S_{11} = 0$ ) на различных длинах волн одномодового режима работы волновода. При этом импеданс емкостного типа уменьшает, а импеданс индуктивного типа увеличивает резонансную длину волны  $\lambda_{res}$  вибраторов (при равных их длинах), а активный импеданс  $\bar{R}_S$  понижает значение  $|S_{11}|_{\max}$ , но практически не влияет на  $\lambda_{res}$  (кривые 3, 4). В дальнейшем при расчетах будем полагать  $\bar{R}_S = 0.0001$ . Относительная полоса заграждения  $\Delta\lambda/\lambda_{res}$  по уровню половинной мощности ( $0.707|S_{11}|_{\max}$ ) лежит в пределах  $4 \div 8\%$ .

Введение второго идентичного монополя, расположенного на расстоянии  $\lambda_G^{res}/4$  от первого (оси обоих находятся в плоскости поперечного сечения волновода симметрично относительно его продольной оси), существенно увеличивает значение  $\Delta\lambda/\lambda_{res}$  – до 15% в длинноволновой части диапазона и до 50% в коротковолновой части, – одновременно уменьшая общую резонансную длину волны системы вибраторов (рис. 4).

Расположение монополей в плоскости  $xOy$  на других расстояниях друг от друга приводит

Таблица 1. Резонансные длины волн вибраторов

| $\bar{X}_S$            | $\lambda_{res}$ , мм | $ \bar{X}_S ^2 _{\lambda=\lambda_{res}}$ | $\lambda_G^{res} = \frac{2\pi}{\sqrt{k_{res}^2 - (\pi/a)^2}}$ , мм | $\frac{\lambda_G^{res}}{4}$ , мм | $\frac{\lambda_G^{res}}{2}$ , мм | $\frac{3\lambda_G^{res}}{4}$ , мм |
|------------------------|----------------------|--|--|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------------------|
| $-\frac{0.03}{kr}$     | 66                   | 0.025                                    | 80   | 20                               | 40                               | 60                                |
| 0                      | 72                   | 0  | 92   | 23                               | 46                               | 69                                |
| $kr \ln(4.0)\phi_2(s)$ | 80                   | 0.047                                    | 108  | 27                               | 54                               | 81                                |
| $kr \ln(4.0)$          | 84                   | 0.043                                    | 120  | 30                               | 60                               | 90                                |
| $kr \ln(2.7)\phi_1(s)$ |                      | 0.022                                    |  |                                  |                                  |                                   |
| $kr \ln(4.0)\phi_1(s)$ | 88                   | 0.039                                    | 136  | 34                               | 68                               | 102                               |
| $kr \ln(8.0)\phi_1(s)$ | 96                   | 0.074                                    | 170  | 42.5                             | 85                               | 127.5                             |

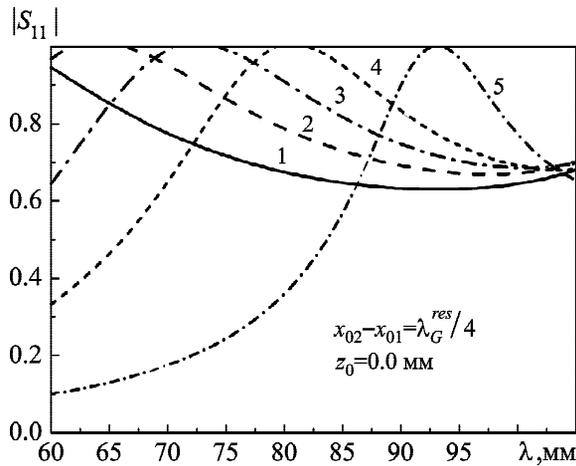


Рис. 4. Зависимости  $|S_{11}|$  от длины волны для системы монополей: 1 -  $\bar{X}_{S1,2} = 0$ , 2 -  $\bar{X}_{S1,2} = kr_{1,2} \ln(4.0)\phi_2(s_{1,2})$ , 3 -  $\bar{X}_{S1,2} = kr_{1,2} \ln(4.0)$ , 4 -  $\bar{X}_{S1,2} = kr_{1,2} \ln(4.0)\phi_1(s_{1,2})$ , 5 -  $\bar{X}_{S1,2} = kr_{1,2} \ln(8.0)\phi_1(s_{1,2})$

к появлению второго резонанса отражения и резонанса прохождения (рис. 5). При этом для симметричного случая ( $x_{01} = a - x_{02}$ , рис. 5, а) ширина резонансных кривых отражения больше, чем для асимметричного ( $x_{01} \neq a - x_{02}$ , рис. 5, б). Эта же закономерность наблюдается и для резонанса прохождения у монополей с возрастающим к их краю поверхностным импедансом, в то время как для вибраторов с постоянным и увеличивающимся к основанию импедансами кривые становятся шире при асимметричном их расположении.

Различные комбинации величины, типа и законов изменения импеданса вдоль вибраторов приводят к существенным изменениям положения резонансов отражения и прохождения в рабочем диапазоне длин волн (рис. 6). Здесь необходимо отметить, что при одинаковом типе импеданса монополей, резонирующих на одной длине волны, имеет место один резонанс отражения (кривая 3).

Если резонансные длины волн вибраторов находятся в разных концах рабочего диапазона, то там же имеют место резонансы отражения, причем в длинноволновой части в случае асимметричного расположения монополей кривые зависимостей модуля коэффициента прохождения от длины волны  $|S_{12}| = f(\lambda)$  значительно уже, чем в случае симметричного расположения (рис. 7). Такой вид кривых объясняется различной зави-

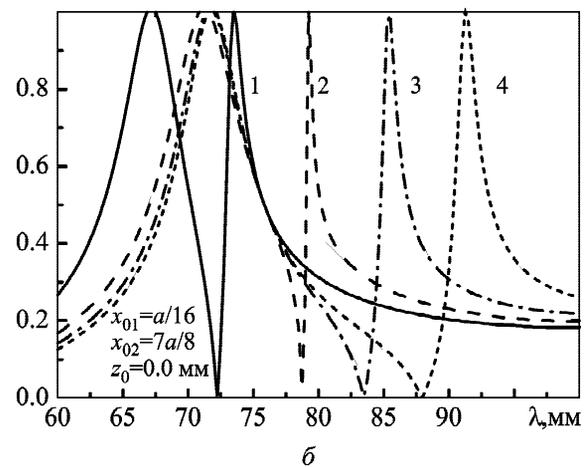
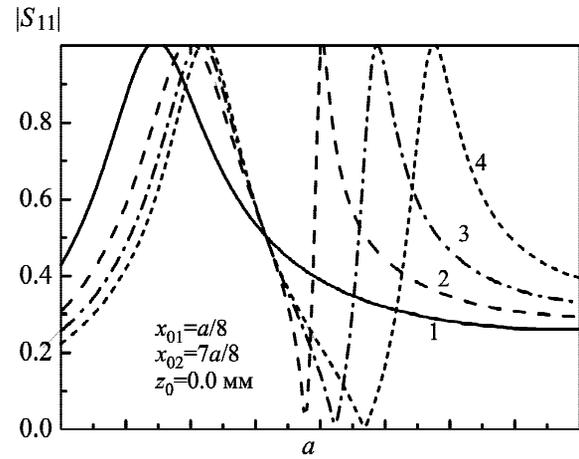
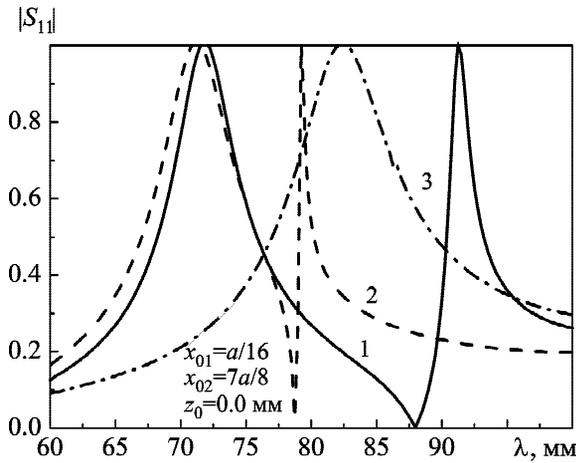


Рис. 5. Зависимости  $|S_{11}|$  от длины волны для системы монополей, расположенных симметрично относительно оси волновода (а) и асимметрично (б) при  $\bar{X}_{S2} = 0$ : 1 -  $\bar{X}_{S1} = 0$ , 2 -  $\bar{X}_{S1} = kr_1 \ln(4.0)\phi_2(s_1)$ , 3 -  $\bar{X}_{S1} = kr_1 \ln(4.0)$ , 4 -  $\bar{X}_{S1} = kr_1 \ln(4.0)\phi_1(s_1)$

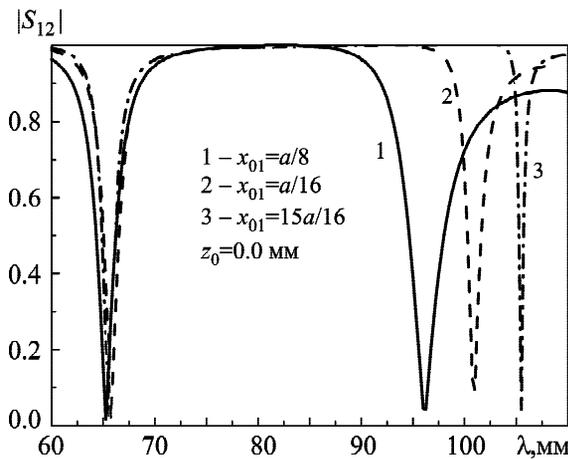
симостью импедансов индуктивного и емкостного типов от длины волны.

Смещение одного из вибраторов вдоль продольной оси волновода на расстояния  $n\lambda_G^{\text{res}}/4$ , где  $n = 1, 3, \dots$ , позволяет существенно увеличивать крутизну резонансных кривых, если сравнивать со случаем одиночного монополя или системы монополей, расположенных в плоскости  $xOy$ , и тем значительнее, чем больше  $n$  (рис. 8). При этом по обе стороны от резонанса отражения имеют место два резонанса прохождения.

Как видно из сопоставления расчетных и экспериментальных результатов (образцы монополей показаны на рис. 9), степень их совпадения достаточно удовлетворительная (рис. 10).



**Рис. 6.** Зависимости  $|S_{11}|$  от длины волны для системы монополей: 1 -  $\bar{X}_{S1} = kr_1 \ln(4.0)\phi_1(s_1)$ ,  $\bar{X}_{S2} = 0$ ; 2 -  $\bar{X}_{S1} = kr_1 \ln(4.0)\phi_2(s_1)$ ,  $\bar{X}_{S2} = 0$ ; 3 -  $\bar{X}_{S1} = kr_1 \ln(4.0)$ ,  $\bar{X}_{S2} = kr_2 \ln(2.7)\phi_1(s_2)$

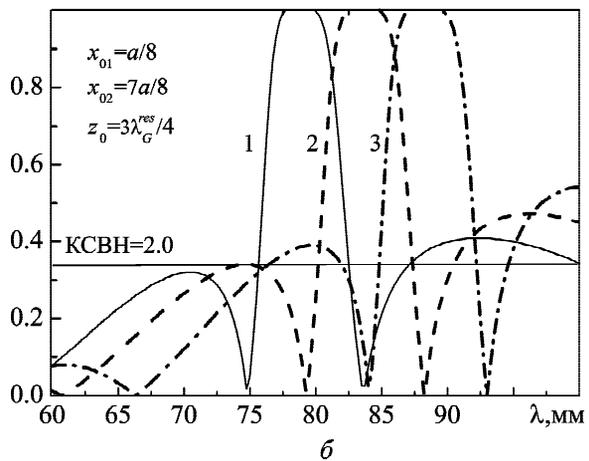
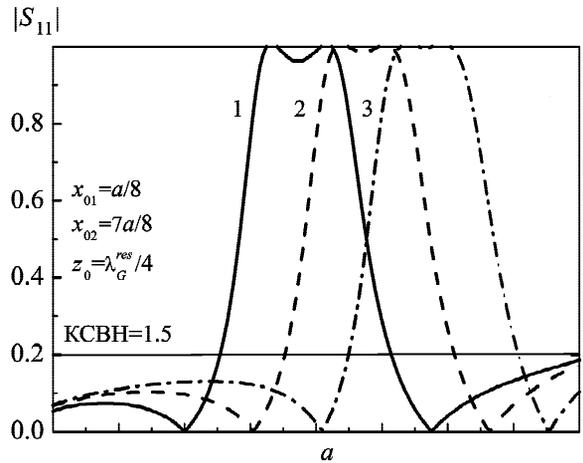


**Рис. 7.** Зависимости  $|S_{11}|$  от длины волны для системы монополей при  $\bar{X}_{S1} = kr_1 \ln(8.0)\phi_1(s_1)$ ,  $\bar{X}_{S2} = -0.03/(kr_2)$

## 6. Выводы

1. Наличие у одиночных вибраторов с фиксированными геометрическими размерами распределенного поверхностного импеданса позволяет настраивать их в резонанс на любой заданной длине волны рабочего диапазона прямоугольного волновода.

2. Различные комбинации величины, типа и законов изменения импеданса вдоль вибраторов, а также их взаимного расположения приводят к существенным изменениям положения резонансов отражения и прохождения всей структуры в целом в одномодовом диапазоне волновода.

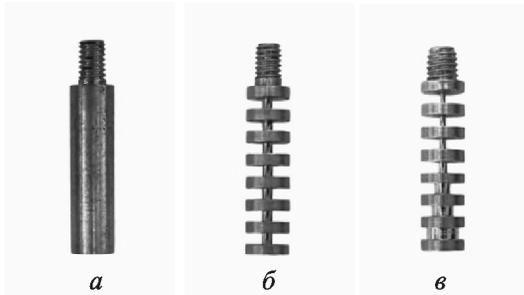


**Рис. 8.** Зависимости  $|S_{11}|$  от длины волны для системы монополей при смещении одного вибратора вдоль оси волновода на расстояние  $\lambda_G^{res}/4$  (а) и  $3\lambda_G^{res}/4$  (б): 1 -  $\bar{X}_{S1,2} = kr_{1,2} \ln(4.0)\phi_2(s_{1,2})$ , 2 -  $\bar{X}_{S1,2} = kr_{1,2} \ln(4.0)$ , 3 -  $\bar{X}_{S1,2} = kr_{1,2} \ln(4.0)\phi_1(s_{1,2})$

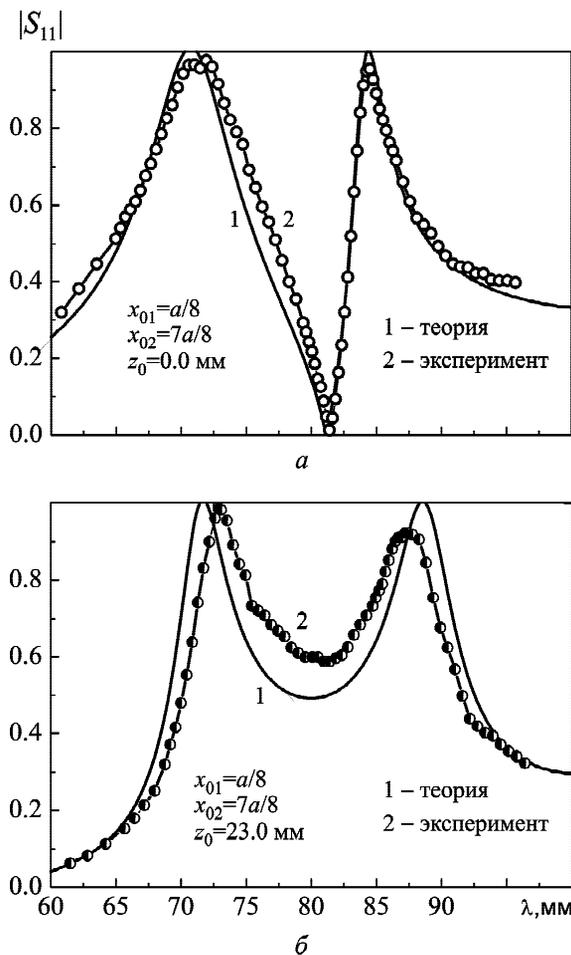
3. Поверхностный импеданс индуктивного типа, особенно с возрастающим к основанию монополя распределением, позволяет использовать вибраторы и их многоэлементные системы в качестве резонансных элементов в низкопрофильных волноводах, например с размерами  $a \times b = 58.0 \times 12.5$  мм.

4. Сравнение результатов расчета с экспериментальными данными для системы из двух импедансных монополей в прямоугольном волноводе подтверждает адекватность предложенной математической модели реальному физическому процессу.

5. Представленные результаты исследований могут быть полезны при разработке и конструировании разнообразных антенно-волноводных



**Рис. 9.** Экспериментальные образцы монополей: *a* – сплошной латунный цилиндр с радиусом  $r = 2.0$  мм; *б* – гофрированный латунный цилиндр с внешним радиусом  $r = 2.0$  мм, внутренним радиусом  $r_i = 0.5$  мм и толщиной ячейки 2.0 мм; *в* – гофрированный латунный цилиндр с внешним радиусом  $r = 2.0$  мм и изменяющимся внутренним радиусом  $r_i(s) = r \exp[-\ln(r/r_i)\phi_1(s)]$



**Рис. 10.** Теоретические и экспериментальные зависимости  $|S_{11}|$  от длины волны для системы монополей: *a* –  $\bar{X}_{S1} = kr_1 \ln(4.0)$ ,  $\bar{X}_{S2} = 0$ ; *б* –  $\bar{X}_{S1} = kr_1 \ln(4.0)\phi_1(s_1)$ ,  $\bar{X}_{S2} = 0$

устройств, составной частью которых являются тонкие резонансные вибраторы и их системы.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Al-Hakkak M. J.* Experimental investigation of the input-impedance characteristics of an antenna in a rectangular waveguide // *Electron. Lett.* – 1969. – Vol. 5, Is. 21. – P. 513–514.
2. *Craven G. F. and Mok C. K.* The design of evanescent mode waveguide bandpass filters for a prescribed insertion loss characteristic // *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* – 1971. – Vol. 19, Is 3. – P. 295–308.
3. *Eisenhart R. L. and Khan P. J.* Theoretical and experimental analysis of a waveguide mounting structure // *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* – 1971. – Vol. 19, Is. 8. – P. 706–719.
4. *Петленко В. А., Нестеренко М. В.* Распределение тока и резонанс стержневых проводников в прямоугольном волноводе // *Изв. Вузов. Радиофизика.* – 1984. – Т. 27, № 3. – С. 356–362.
5. *Lopuch S. L. and Ishii T. K.* Field distribution of two conducting posts in a waveguide // *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* – 1984. – Vol. 32, Is. 1. – P. 29–33.
6. *Williamson A. G.* Variable-length cylindrical post in a rectangular waveguide // *IEE Proc. H.* – 1986. – Vol. 133, No. 1. – P. 1–9.
7. *Hashemi-Yeganeh S. and Birtcher C. R.* Numerical and experimental studies of current distributions on thin metallic posts inside rectangular waveguides. // *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* – 1994. – Vol. 42, Is. 6. – P. 1063–1068.
8. *Roelvink J. and Williamson A. G.* Reactance of hollow, solid, and hemispherical-cap cylindrical posts in rectangular waveguide // *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* – 2005. – Vol. 53, Is. 10. – P. 3156–3160.
9. *Kirilenko A., Kulik D., Mospan L., and Rud' L.* Two notched band two post waveguide // *Proc. of 12th Int. Math. Methods Electromagn. Theory Conf.* – Odesa (Ukraine). – 2008. – P. 164–166.
10. *Tomassoni C. and Sorrentino R.* A new class pseudoelliptic waveguide filters using dual-post resonators // *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* – 2013. – Vol. 61, Is. 6. – P. 2332–2339.
11. *Моспан Л. П., Приклотин С. А., Стешенко С. О., Кириленко А. А.* Спектральные характеристики прямоугольной волноводной секции с двумя разновысокими прямоугольными штырями // *Радиофизика и радиоастрономия.* – 2013. – Т. 18, № 4. – С. 349–356.
12. *Cassedy E. S. and Fainberg J.* Back scattering cross sections of cylindrical wires of finite conductivity // *IEEE Trans. Antennas Propag.* – 1960. – Vol. 8, No. 1. – P. 1–7.
13. *King R. W. P. and Wu T. T.* The imperfectly conducting cylindrical transmitting antenna // *IEEE Trans. Antennas Propag.* – 1966. – Vol. 14, No. 5. – P. 524–534.
14. *Глушковский Э. А., Левин Б. М., Рабинович Е. Я.* Интегральное уравнение для тока в тонком импедансном

- вibratorе // Радиотехника. – 1967. – Т. 22, № 12. – С. 18–23.
15. *Lamensdorf D.*, An experimental investigation of dielectric-coated antennas // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1967. – Vol. 15, No. 6. – P. 767–771.
16. *Inagaki N., Kukino O., and Sekiguchi T.* Integral equation analysis of cylindrical antennas characterized by arbitrary surface impedance // IEICE Trans. Commun. – 1972. – Vol. 55-B, No. 6. – P. 683–690.
17. *Bretones A. R., Martin R. G., and Garcia I. S.* Time-domain analysis of magnetic-coated wire antennas // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1995. – Vol. 43, No. 6. – P. 591–596.
18. *Нестеренко М. В.* Излучение электромагнитных волн тонкими импедансными вибраторами в однородной изотропной среде с потерями // Радиофизика и радиоастрономия. – 2003. – Т. 8, № 2. – С. 207–216.
19. *Hanson G. W.* Radiation efficiency of nano-radius dipole antennas in the microwave and far-infrared regimes // IEEE Antennas Propag. Mag. – 2008. – Vol. 50, No. 3. – P. 66–77.
20. *Nesterenko M. V., Katrich V. A., Penkin Yu. M., Dakhov V. M., and Berdник S. L.* Thin Impedance Vibrators. Theory and Applications. – New York: Springer Science+Business Media, 2011. – 223 p.
21. *Левин Л.* Теория волноводов. Методы решения волно-водных задач (пер. с англ.). – М.: Радио и связь, 1981. – 312 с.
22. *Гарб Х. Л., Фридберг П. Ш., Яковер И. М.* Рассеяние электромагнитных волн тонкой импедансной пленкой в прямоугольном волноводе // Радиотехника и электроника. – 1982. – Т. 27, № 4. – С. 690–695.
23. *Яковер И. М.* Рассеяние  $H_{10}$ -волны тонким резонансным импедансным стержнем в прямоугольном волноводе // Литовский физ. сб. – 1983. – Т. 23, № 1. – С. 34–40.
24. *Горобец Н. Н., Нестеренко М. В., Петленко В. А., Хижняк Н. А.* Тонкий импедансный вибратор в прямоугольном волноводе // Радиотехника. – 1984. – Т. 39, № 1. – С. 65–68.
25. *Нестеренко М. В., Петленко В. А.* Распределение тока и резонансные частоты тонких импедансных вибраторов в прямоугольном волноводе // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 1988. – Т. 31, № 2. – С. 80–82.
26. *Горобец Н. Н., Нестеренко М. В., Петленко В. А.* Резонансные характеристики тонких импедансных вибраторов в запердельном прямоугольном волноводе // Радиотехника. – 1990. – Т. 45, № 3. – С. 57–59.
27. *Нестеренко М. В., Белогуров Е. Ю., Катрич В. А., Кийко В. И.* Рассеяние волны типа  $H_{10}$  тонким импедансным вибратором с переменным радиусом в прямоугольном волноводе // Вісн. Харків. нац. ун-ту. Радиофизика та електроніка. – 2008. – № 806. – С. 14–17.
28. *Wu T. T. and King R. W. P.* The cylindrical antenna with nonreflecting resistive loading // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1965. – Vol. 13, No. 3. – P. 369–373.
29. *Глушковский Э. А., Израйлит А. Б., Левин Б. М., Рабинович Е. Я.* Линейные антенны с переменным поверхностным импедансом // Антенны. Вып. 2. – М.: Связь, 1967. – С. 154–165.
30. *Shen L.-C.* An experimental study of the antenna with non-reflecting resistive loading // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1967. – Vol. 15, No. 5. – P. 606–611.
31. *Taylor C. D.* Cylindrical transmitting antenna: tapered resistivity and multiple impedance loadings // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1968. – Vol. 16, No. 2. – P. 176–179.
32. *Rao B. L. J., Ferris J. E., and Zimmerman W. E.* Broadband characteristics of cylindrical antennas with exponentially tapered capacitive loading // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1969. – Vol. 17, No. 2. – P. 145–151.
33. *Нестеренко М. В.* Рассеяние электромагнитных волн тонкими вибраторами с переменным поверхностным импедансом // Радиофизика и радиоастрономия. – 2005. – Т. 10, № 4. – С. 408–417.
34. *Гарб Х. Л., Фридберг П. Ш., Яковер И. М.* Дифракция  $H_{10}$ -волны на тонкой резистивной пленке со скачкообразным изменением поверхностного импеданса в прямоугольном волноводе // Радиотехника и электроника. – 1985. – Т. 30, № 1. – С. 41–48.
35. *Нестеренко М. В., Белогуров Е. Ю.* Рассеяние волны типа  $H_{10}$  тонким вибратором с переменным импедансом в прямоугольном волноводе // Радиоэлектроника и информатика. – 2006. – № 1(32). – С. 8–12.
36. *Хижняк Н. А.* Интегральные уравнения макроскопической электродинамики. – К.: Наукова думка, 1986. – 280 с.
37. *Бердник С. Л., Пенкин Д. Ю., Катрич В. А., Пенкин Ю. М., Нестеренко М. В.* Использование концепции поверхностного импеданса в задачах электродинамики (75 лет спустя) // Радиофизика и радиоастрономия. – 2014. – Т. 19, № 1. – С. 57–80.

С. Л. Бердник, В. О. Катрич, В. І. Кийко,  
М. В. Нестеренко

Харківський національний університет  
імені В. Н. Каразіна,  
м. Свободи, 4, м. Харків, 61022, Україна

#### РОЗСПОВАННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ СИСТЕМОЮ ВІБРАТОРІВ ЗІ ЗМІННИМ ІМПЕДАНСОМ У ПРЯМОКУТНОМУ ХВИЛЕВОДІ

У загальній інтерпретації сформульовано задачу збудження електромагнітних хвиль системою матеріальних тіл скінченних розмірів, що перебувають у довільному електродинамічному об'ємі. З використанням концепції розподіленого імпедансу задачу зведено до двовимірних інтегральних рівнянь щодо поверхневих електричних струмів на матеріальних тілах. Виконано фізично коректний перехід від отриманих інтегральних рівнянь до системи одномірних рівнянь для струмів у тонких імпедансних вибраторах, у загальному випадку з нерегулярними вздовж них електрофізичними й геометричними параметрами. Узагальненим методом наведених електрорушійних сил знайдено розв'язок цих рівнянь для системи із двох вибраторів зі змінним поверхневим імпедансом у прямокутному хвилеводі. Наведено результати числових та експериментальних досліджень електродинамічних характеристик розглянутої структури.

*S. L. Berdnik, V. A. Katrich, V. I. Kiyko,  
and M. V. Nesterenko*

V. Kazarin National University of Kharkiv,  
4, Svoboda Sq., Kharkiv, 61022, Ukraine

ELECTROMAGNETIC WAVE SCATTERING  
BY A SYSTEM OF VIBRATORS HAVING VARIABLE  
IMPEDANCE IN A RECTANGULAR WAVEGUIDE

A problem of electromagnetic wave excitation by finite-dimensional material bodies located in an arbitrary electrodynamic volume was formulated. The problem was reduced to solution of two-dimensional integral equations for electrical surface

currents on the material bodies, using the concept of distributed impedance. Physically correct transition from the resulting integral equations to a system of one-dimensional equations for the currents in thin impedance vibrators, which electrophysical and geometrical parameters are generally irregular over their length, was made. The solution of these equations for the system of two vibrators having varying surface impedance in a rectangular waveguide was found by the generalized method of induced electromotive forces. The results of numerical and experimental studies of electrodynamic characteristics of the structure under consideration are presented.

*Статья поступила в редакцию 11.11.2014*