# РАСПРОСТРАНЕНИЕ, ДИФРАКЦИЯ И РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

УЛК 537.774.6

### Н. В. СИДОРЧУК, С. Л. ПРОСВИРНИН

Радиоастрономический институт НАН Украины, ул. Краснознаменная, 4, г. Харьков, 61002, Украина E-mail: ryazan@rian.kharkov.ua, prosvirn@rian.kharkov.ua

# ПОВЫШЕНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ ИЗЛУЧЕНИЯ В ТРЕХМЕРНОЙ ФОТОННОЙ СТРУКТУРЕ С ДЕФЕКТНОЙ МОДОЙ

Исследуется резонансное увеличение коэффициента прохождения плоской электромагнитной волны через многослойный трехмерный полностью диэлектрический фотонный кристалл, в котором для получения высокой плотности моды специально создан дефектный слой с включениями активной среды. Проведено сравнение значений коэффициента прохождения для структур с разными толщинами дефектного слоя и с разными значениями мнимой части диэлектрической проницаемости активной среды.

Ключевые слова: трехмерная периодическая структура, запрещенная зона, дефектный слой, резонанс прохождения

## 1. Введение

Как известно, излучение — это процесс перехода квантовой системы из возбужденного в некоторое стабильное состояние с меньшей энергией под влиянием индуцирующих фотонов, которые имеют такую же энергию, как энергия перехода. Если N(t) — это число источников излучения в возбужденном состоянии в момент времени t, то величина N(t) убывает в соответствии с уравнением  $dN(t)/dt = -\alpha N(t)$ , где  $\alpha$  — это интенсивность излучения.

Согласно золотому правилу Ферми интенсивность излучения зависит от двух факторов, а именно: от внутренней квантовой структуры источника излучения и от электромагнитного поля [1]. В соответствии с законом Парселла интенсивность излучения представляет собой величину, которая пропорциональна плотности оптического электромагнитного поля на частоте квантового перехода, называемой в фотонике плотностью моды.

Интенсивность излучения может изменяться в зависимости от граничных условий для электромагнитного поля вблизи возбужденного атома

или молекулы. В настоящее время известно, что влияние окружающих структур на излучение атомов представляет собой, по сути, классический эффект [2]. Вклад структуры состоит в изменении плотности электромагнитной моды. Поэтому для того чтобы получить максимальную интенсивность излучения возбужденной системы, необходимо обеспечить благоприятное распределение электрического поля с хорошим пространственным перекрытием с излучающей средой и максимизировать его интенсивность именно в активной зоне.

Таким образом, когда оптимизируется взаимодействие между светом и веществом в приборах, важно не только контролировать пространственное распределение электромагнитного поля в активных элементах, находящихся в возбуженном состоянии, но также настроить систему в резонанс для увеличения интенсивности поля.

Исключительно перспективными и интересными объектами для работы с большими плотностями электромагнитной энергии становятся сегодня периодические структуры фотоники с неоднородностями, которые поддерживают дефектные моды в частотных полосах непрозрачности. Интенсивность излучения активной среды, поме-

© Н. В. Сидорчук, С. Л. Просвирнин, 2015

щенной в дефекте периодической структуры, может многократно увеличиваться. Большинство результатов исследования излучения в фотонных кристаллах относится к случаю одномерных сло-истых и безграничных периодических структур (см., например, аналитическое изучение в [3] и результаты численного моделирования в [4]).

Наша цель состоит в исследовании резонансного возрастания коэффициента прохождения плоской электромагнитной волны через многослойный трехмерный фотонный кристалл, в котором для получения высокой плотности моды специально создан дефектный слой с включениями активной среды.

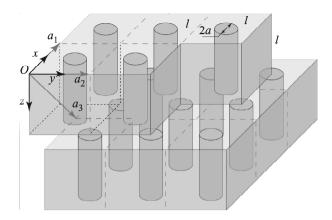
# 2. Трехмерная периодическая структура

В качестве базисного элемента искусственной периодической структуры мы выбрали диэлектрический круговой цилиндр с радиусом а и длиной l. Эти цилиндрические элементы погружены в диэлектрическую вмещающую среду, и их оси ориентированы параллельно оси Oz. Относительная диэлектрическая проницаемость цилиндрических элементов и вмещающей среды имеет значение  $\varepsilon_c$  и  $\varepsilon_h$  соответственно. Обозначим  $\vec{a}_i$ , где  $j = \{1, 2, 3\}$ , векторы основных трансляций, описывающие элементарную ячейку в периодической решетке [5]. Под решеткой понимается система точек, в которых находятся элементы структуры. Решетка определяется векторами основных трансляций таким образом, что размещение базисных цилиндрических элементов в структуре выглядит одинаково из точки  $\vec{r}$  и из каждой точки  $\vec{r}'$ , сдвинутой на вектор, кратный целому числу векторов  $\vec{a}_i$  [6],

$$\vec{r}' = \vec{r} + n_1 \vec{a}_1 + n_2 \vec{a}_2 + n_3 \vec{a}_3$$
.

Здесь  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $n_3$  — произвольные целые числа. Мы предполагаем, что  $\vec{a}_j$  — это вектор примитивной трансляции, т. е. у решетки нет ячейки меньшего объема, чем  $\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2 \times \vec{a}_3$ , которая могла бы быть ее периодической ячейкой.

Теперь построим фотонную структуру как искусственный кристалл, который состоит из цилиндрических базисных элементов и имеет периодическую структуру, показанную на рис. 1. Базисные элементы размещены в соответствии со следующим выбором трансляционных векторов:  $\vec{a}_1 = l\vec{e}_x$ ,  $\vec{a}_2 = l\vec{e}_y$  и  $\vec{a}_3 = (l/2)\vec{e}_x + (l/2)\vec{e}_y + l\vec{e}_z$ .



**Рис. 1.** Двухслойный фрагмент рассматриваемой полностью диэлектрической периодической структуры

Структура может быть построена из кубических блоков, объединенных в слои. Эти блоки отмечены штриховыми и пунктирными линиями. Наименьшая периодическая ячейка структуры — это параллелепипед, построенный на векторах примитивных трансляций.

# 3. Спектр пропускания неактивной многослойной структуры

Исследуем спектральные свойства многослойной регулярной структуры и структуры с дефектом при нормальном падении плоской электромагнитной волны. Вследствие симметрии структуры прохождение и отражение не зависят от поляризации нормально падающей волны.

Мы рассматриваем семислойный фотонный кристалл, который схематически показан на рис. 2. Дефект вводится в кристалл путем изменения его среднего слоя. В случае регулярной структуры этот средний слой не отличается от других слоев фотонного кристалла. Однако, если этот слой играет роль дефектного, он может иметь толщину h, не равную l, и диэлектрическую проницаемость  $\varepsilon_d = \varepsilon_d' - i\varepsilon_d''$  цилиндрических элементов, отличающуюся от  $\varepsilon_c$ . На рис. 2 представлена структура, в которой средний слой составлен из цилиндрических элементов с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_d$ , отличающейся от  $\varepsilon_c$ , а вмещающая среда такая же, как у всего остального фотонного кристалла.

Для численного моделирования прохождения электромагнитной волны через структуру использован строгий численный метод. Основой метода являются объемные интегральные уравнения мак-

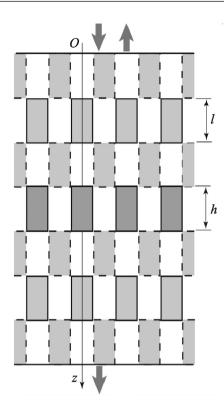


Рис. 2. Рассматриваемая структура с дефектом

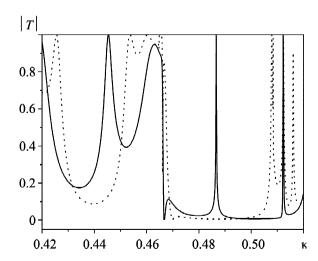
роскопической электродинамики для решения задач дифракции электромагнитных волн на многослойных магнитодиэлектрических периодических в двух направлениях структурах [7]. Электромагнитное поле в некоторой точке представляется суммой полей падающей волны, электрических и магнитных зарядов и токов, наведенных в структуре падающей волной. Эти представления для поля превращаются в интегральные уравнения, если точка наблюдения находится внутри рассеивающей структуры. Метод не накладывает какие-либо существенные ограничения на форму периодической ячейки и значения диэлектрической проницаемости материалов, из которых состоит структура. Диэлектрическая проницаемость может быть комплексной величиной с мнимой частью как положительной, так и отрицательной.

Мы предполагаем, что a/l=0.25, диэлектрическая проницаемость основной вмещающей среды и диэлектрика цилиндрических элементов имеет значение  $\varepsilon_h=2.1$  (кварц) и  $\varepsilon_c=12.8$  (кремний) соответственно. Значения диэлектрической проницаемости соответствуют ближнему инфракрасному диапазону длин волн. Введем безразмерный параметр  $l/\lambda$ , пропорциональный частоте. Зависимость абсолютной величины коэффициен-

та прохождения регулярной структуры и структуры с дефектом от безразмерной нормированной частоты  $\kappa = l/\lambda$  показана на рис. 3. В дальнейшем эту нормированную частоту для кратности будем называть просто частотой. Дефект вносится изменением диэлектрической проницаемости цилиндрических элементов  $\varepsilon_d = 2.72$  (эпоксидный компаунд). На частотах ниже 0.42 коэффициент прохождения такой же, как у однородного слоя с некоторой эффективной диэлектрической проницаемостью. На этих частотах зоны непрозрачности (запрещенные зоны) отсутствуют. Регулярная структура имеет первые две запрещенные зоны на частотах примерно от 0.425 до 0.455 и от 0.468 до 0.507 соответственно.

В случае структуры с дефектом мы видим некоторое расширение запрещенных зон и, что является наиболее важным, резкие максимумы пропускания в пределах запрещенных зон регулярной структуры. Исследуем детально пики пропускания, относящиеся к полосам частот первой и второй запрещенных зон. Максимум прохождения в пределах первой запрещенной зоны наблюдается на частоте около  $\kappa_1 = 0.445$ . В пределах второй запрещенной зоны имеется два узких максимума прохождения на частотах  $\kappa_2 = 0.487$  и  $\kappa_3 = 0.512$ .

В табл. 1 представлены данные о вариации резонансных частот полного прохождения в зави-



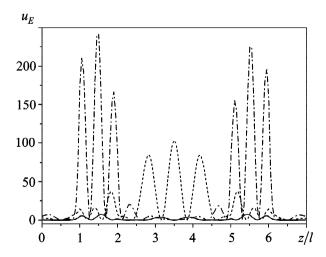
**Рис. 3.** Зависимость абсолютной величины коэффициента прохождения T неактивной структуры от нормированной частоты в случае регулярной структуры (пунктирная линия, h=l,  $\epsilon_d=\epsilon_c$ ) и структуры с дефектным средним слоем (сплошная линия, h=l,  $\epsilon_d=2.72$ ) при a/l=0.25,  $\epsilon_h=2.1$ ,  $\epsilon_c=12.8$ 

Таблица 1. Вариации резонансных частот полного прохождения в зависимости от малых изменений толщины дефектного слоя структуры

h/l	$\kappa_{l}$	$\kappa_2$	κ <sub>3</sub>
0.969	0.4465	0.4885	0.5122
0.988	0.4458	0.4874	0.5122
1.000	0.4454	0.4866	0.5122
1.006	0.4451	0.4862	0.5123

симости от малых изменений толщины дефектного слоя структуры. Как легко видеть, резонансные частоты  $\kappa_1$  и  $\kappa_3$  более стабильны, чем  $\kappa_2$ . Этот факт является следствием различия в пространственных распределениях резонансных электромагнитных полей.

На рис. 4 представлены распределения интенсивности электрического поля вдоль линии, являющейся осью одного из цилиндров дефектного слоя, по всей толщине фотонного кристалла на трех резонансных частотах полного прохождения ( $\kappa_1$ ,  $\kappa_2$  и  $\kappa_3$ ). Амплитуда падающей волны предполагается равной единице. Во втором резонансе распределение интенсивности имеет максимальное значение внутри дефектного слоя и ближайших соседних слоев. В слу-



**Рис. 4.** Распределение интенсивности электрического поля  $u_E$  вдоль оси цилиндра дефектного слоя неактивной структуры на частоте  $\kappa_1=0.4454$  (сплошная линия), на частоте второго пика пропускания  $\kappa_2=0.48661$  (штриховая линия) и на частоте  $\kappa_3=0.5122$  (штрих-пунктирная линия) для структуры с дефектным средним слоем при h=l, a/l=0.25,  $\varepsilon_h=2.1$ ,  $\varepsilon_c=12.8$ ,  $\varepsilon_d=2.72$ . Падающая волна имеет единичную амплитуду

чаях первого и третьего резонансов максимумы распределений находятся вне середины фотонного кристалла. Интенсивность рассчитывается с помощью метода на основе интегральных уравнений макроскопической электродинамики для точек, расположенных внутри рассеивающей структуры.

Таким образом, резонансное электромагнитное колебание на частоте  $\kappa_2$  является перспективным для увеличения интенсивности излучения при использовании активного материала для изготовления цилиндров дефектного слоя.

# 4. Спектр пропускания активной структуры

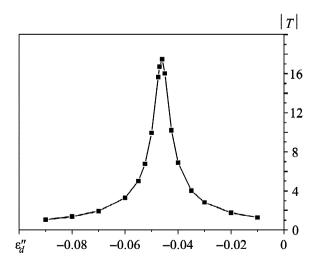
При проведении вычислений будем полагать зависимость полей от времени в виде  $\exp(i\omega t)$ . Для описания возбужденной активной среды используется комплексная диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon_d = \varepsilon_d' - i\varepsilon_d''$  с положительной мнимой частью,  $\varepsilon_d'' < 0$ . Эффекты насыщения игнорируются, т. е. мы предполагаем, что мнимая часть диэлектрической проницаемости активной среды может иметь некоторое заданное постоянное значение.

В этом исследовании мы используем параметры активного материала, который представляет собой эпоксидный компаунд с взвешенными в нем полупроводниковыми квантовыми точками. Этот материал часто применяется в экспериментальных исследованиях по созданию усилителей и лазеров в плазмонике [8]. Реальная часть проницаемости активной среды является почти постоянной,  $\varepsilon'_{d} = 2.72$ , поскольку в ней доминирует проницаемость эпоксидного компаунда. Мнимая часть зависит от частоты. Эту частотную зависимость можно аппроксимировать лоренцевой кривой. Поскольку исследование выполняется в монохроматическом приближении, мы полагаем, что на некоторой определенной частоте значение  $\varepsilon''_d$  будет постоянным. Значение диэлектрической проницаемости активного материала соответствует ближнему инфракрасному диапазону длин волн.

В рассматриваемом случае мы предполагаем, что цилиндрические элементы дефектного слоя состоят из активного материала. Все другие среды фотонной структуры представляют собой диэлектрики, не имеющие диссипативных свойств

и дисперсии. С использованием такого приближенного подхода найдена зависимость резонансного коэффициента прохождения активной структуры от величины  $\varepsilon_d''$  (см. рис. 5). Амплитуда падающей волны выбрана равной единице. Имеется некоторый уровень возбуждения активного вещества (накачки), при котором происходит эффективное взаимодействие электромагнитного поля с активной средой дефектного слоя структуры. Соответствующее значение  $\varepsilon_d''$  близко к –0.05. При дальнейшем увеличении мнимой части диэлектрической проницаемости электромагнитное поле хуже проникает в активную среду, вследствие чего ослабевает его взаимодействие с этой средой и уменьшается коэффициент прохождения. Частотные зависимости для дефектной структуры с активной средой имеют характер, аналогичный зависимости на рис. 3 (сплошная линия). Отличие заключается в более высоких значениях коэффициента прохождения на частоте резонанса, которые приведены на рис. 5. Значение диэлектрической проницаемости выбранной активной среды, находящейся в возбужденном состоянии,  $\varepsilon_d = 2.72 + i0.05$  далее рассматривается как близкое к оптимальному значению, которое необходимо для настройки структуры на максимальное резонансное усиление падающей электромагнитной волны.

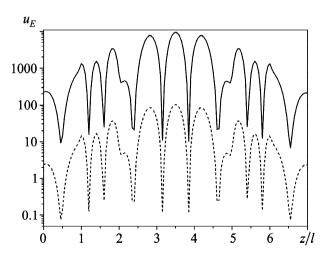
Распределение интенсивности резонансного электрического поля для случая структуры с



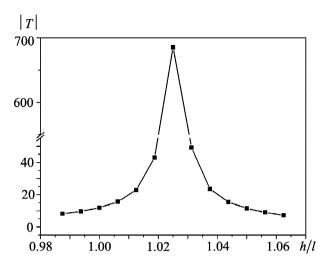
**Рис. 5.** Абсолютная величина коэффициента прохождения T активной структуры в зависимости от  $\varepsilon_d''$  на частоте  $\kappa_2=0.4866$ , при h=l,  $\varepsilon_d=2.72-i\varepsilon_d''$ , a/l=0.25,  $\varepsilon_h=2.1$ ,  $\varepsilon_c=12.8$ 

активным дефектным слоем в возбужденном состоянии показано на рис. 6. Для сравнения на рисунке представлено также распределение интенсивности без накачки. Из этих данных следует, что возбуждение активного материала не изменяет качественно распределение интенсивности в резонансных условиях. Максимум распределения находится внутри возбужденного дефектного слоя структуры. Однако интенсивность электрического поля оказывается значительно больше, чем в случае, когда накачки нет. Таким образом, введение активной среды в дефектный слой рассматриваемой фотонной структуры не разрушает резонанс пропускания в зоне непрозрачности. Этот факт имеет большое значение для приложений, относящихся к усилению входного электромагнитного излучения.

Исследуем влияние толщины дефектного слоя на резонансное пропускание активной структуры. Для численного моделирования применяется описанная выше приближенная модель, в которой не учитываются эффекты насыщения. Результаты представлены на рис. 7. Небольшое увеличение толщины дефектного слоя приводит к многократному возрастанию коэффициента прохождения активной структуры. Значительное возрастание усиления происходит благодаря точной настройке на резонансный режим.



**Рис. 6.** Распределение интенсивности электрического поля  $u_E$  вдоль оси цилиндра дефектного слоя активной (сплошная линия,  $\varepsilon_d'' = -0.05$ ) и, для сравнения, неактивной (пунктирная линия,  $\varepsilon_d'' = 0$ ) структуры на резонансной частоте  $\kappa_2 = 0.48661$  в случае, когда дефектным является средний слой, h = l,  $\varepsilon_d = 2.72 - i \varepsilon_d''$ , a/l = 0.25,  $\varepsilon_h = 2.1$ ,  $\varepsilon_c = 12.8$ . Падающая волна имеет единичную амплитуду



**Рис.** 7. Максимальный коэффициент прохождения активной структуры в зависимости от толщины h дефектного слоя вблизи частоты  $\kappa_2=0.4866$  при  $\epsilon_d=2.72+i0.05$ , a/l=0.25,  $\epsilon_h=2.1$ ,  $\epsilon_c=12.8$ 

### 5. Выводы

Коэффициент прохождения многослойного трехмерного полностью диэлектрического фотонного кристалла, в котором нарушена периодичность путем изменения толщины или диэлектрической проницаемости одного слоя, в полосах частот непрозрачности имеет резкие резонансные максимумы полного пропускания в результате возбуждения дефектных мод. Среди дефектных мод существуют такие моды, у которых максимальная интенсивность электрического поля наблюдается именно в дефектном слое. Если дефект создан введением в слой активного материала в возбужденном состоянии, эти моды обеспечивают эффективное резонансное взаимодействие электромагнитного поля с активной средой. В результате происходит существенное резонансное увеличение коэффициента прохождения плоской электромагнитной волны через активный фотонный кристалл.

Авторы благодарят за финансовую поддержку Украинский научно-технологический центр и Национальную академию наук Украины (совместный проект 5958).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Barnes W. L.* Topical review. Fluorescence near interfaces: the role of photonic mode density // J. Mod. Opt. – 1998. – Vol. 45, No. 4. – P. 661–699.

- 2. *Dowling J. P. and Bowden C. M.* Atomic emission rates in inhomogeneous media with applications to photonic band structures // Phys. Rev. A. 1992. Vol. 46, No. 1. P. 612 622. DOI: 10.1103/PhysRevA.46.612
- 3. *Bendickson J. M. and Dowling J. P.* Analytic expressions for the electromagnetic mode density in finite, one-dimensional, photonic band-gap structures // Phys. Rev. E. 1996. Vol. 53, No. 4. P. 4107–4121. DOI: 10.1109/QELS.1996.865760
- 4. Sukhoivanov I. A. and Guryev I. V. Photonic Crystals. Berlin–Heidelberg: Springer, 2009. 242 p.
- Lourtioz J.-M., Benisty H., Berger V., Gerard J.-M., Maystre D., and Tchelnokov A. Photonic Crystals: Towards Nanoscale Photonic Devices. – Berlin–Heidelberg: Springer, 2008. – 514 p.
- Киттель Ч. Введение в физику твердого тела. М.: Наука, 1978. – 791 с.
- Сидорчук Н. В. Резонансное рассеяние волн плоскими периодическими структурами, расположенными между двумя однородными средами // Радиофизика и радиоастрономия. – 2008. – Т. 13, № 4. – С. 250–262.
- 8. Savelev R. S., Shadrivov I. V., Belov P. A., Rosanov N. N., Fedorov S. V., Sukhorukov A. A., and Kivshar Y. S. Loss compensation in metal-dielectric layered metamaterials // Phys. Rev. B. 2013. Vol. 87, Is. 11. id.115139. DOI: 10.1103/PhysRevB.87.115139

#### REFERENCES

- 1. BARNES, W. L., 1998. Topical review. Fluorescence near interfaces: the role of photonic mode density. *J. Mod. Opt.*, vol. 45, no. 4, pp. 661–699.
- DOWLING J. P. and BOWDEN C. M., 1992. Atomic emission rates in inhomogeneous media with applications to photonic band structures. *Phys. Rev. A.*, vol. 46, no. 1, pp. 612–622. DOI: 10.1103/PhysRevA.46.612
- 3. BENDICKSON J. M. and DOWLING J. P., 1996. Analytic expressions for the electromagnetic mode density in finite, one-dimensional, photonic band-gap structures. *Phys. Rev. E.*, vol. 53, no. 4, pp. 4107–4121. DOI: 10.1109/QELS.1996.865760
- 4. SUKHOIVANOV I. A. and GURYEV I. V., 2009. *Photonic Crystals*. Berlin-Heidelberg: Springer.
- LOURTIOZ J.-M., BENISTY H., BERGER V., GERARD J.-M., MAYSTRE D., and TCHELNOKOV A., 2008. Photonic Crystals: Towards Nanoscale Photonic Devices. Berlin-Heidelberg: Springer
- KITTEL C., 1978. Introduction to Solid State Physics. Moskow: Nauka (in Russia).
- 7. SYDORCHUK N. V., 2008. Resonant Wave Scattering by Plane Periodic Structures Bounded by Two Homogenious Media. *Radiofizika i Radioastronomia*, vol. 13, no. 4, pp. 250–262 (in Russia).
- 8. SAVELEV R. S., SHADRIVOV I. V., BELOV P. A., RO-SANOV N. N., FEDOROV S. V., SUKHORUKOV A. A., and KIVSHAR Y. S., 2013. Loss compensation in metal-dielectric layered metamaterials. *Phys. Rev. B.*, vol. 87, no. 11, id. 115139. DOI: 10.1103/PhysRevB.87.115139

N. V. Sydorchuk and S. L. Prosvirnin

Institute of Radio Astronomy, National Academy of Sciences of Ukraine, 4, Chervonopraporna St., Kharkiv, 61002, Ukraine

RADIATION INTENSITY INCREASING IN A DEFECT MODE BASED THREE-DIMENSIONAL PHOTONIC STRUCTURE

The resonant enhancement of a plane electromagnetic wave transmission through a multi-layered three-dimensional all-dielectric photonic crystal, in which a defect layer with active medium inclusions is designed specifically to obtain a high-density mode, has been investigated. A comparison of the transmission coefficients for the structures with different defect layer thicknesses and different imaginary parts of the active medium dielectric constant is performed.

*Key words*: three-dimensional periodic structure, band gap, defect layer, transmission resonance

Н. В. Сидорчук, С. Л. Просвірнін

Радіоастрономічний інститут НАН України, вул. Червонопрапорна, 4, м. Харків, 61002, Україна

#### ПІДВИЩЕННЯ ІНТЕНСИВНОСТІ ВИПРОМІНЮВАННЯ В ТРИВИМІРНІЙ ФОТОННІЙ СТРУКТУРІ З ДЕФЕКТНОЮ МОДОЮ

Досліджується резонансне підвищення коефіцієнта проходження плоскої електромагнітної хвилі через багатошаровий тривимірний повністю діелектричний фотонний кристал, в якому для отримання високої щільності моди спеціально створено дефектний шар із включеннями активного середовища. Виконано порівняння значень коефіцієнта проходження для структур з різними товщинами дефектного шару і з різними значеннями уявної частини діелектричної проникності активного середовища.

Ключові слова: тривимірна періодична структура, заборонена зона, дефектний шар, резонанс проходження

Статья поступила в редакцию 22.04.2015