

УДК 524.354

А. В. ДОНЕЦ

PACS numbers: 98.58.Db,  
98.58.Ec, 98.58.MjРадиоастрономический институт НАН Украины,  
ул. Краснознаменная, 4, г. Харьков, 61002, Украина  
E-mail: a.karnaushenko@gmail.com

## К ТЕОРИИ НЕЦЕНТРАЛЬНОГО ВЗРЫВА В СФЕРИЧЕСКИ СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ СРЕДЕ

*Найдено аналитическое решение для сферически стратифицированной среды на основании полученного ранее точного решения уравнения Компанейца для ударного фронта в плоскостростной среде с плотностью, изменяющейся по закону гиперболического тангенса. Найденное решение позволяет полностью построить ударный фронт и исследовать его эволюцию для различных значений независимых параметров (перепад плотности, положение точки взрыва, масштаб неоднородности), варьируя которые можно моделировать реальные условия, получая информацию о свойствах среды и об эволюции остатков сверхновых.*

*Ключевые слова:* остатки сверхновых, молекулярные облака, уравнение Компанейца для ударного фронта

### 1. Введение

В связи с возможностью наблюдения не только в радио и оптическом, но также в рентгеновском и гамма участках спектра интерес к остаткам сверхновых (ОСН) значительно возрос за последние годы. ОСН активно исследуются в радио [1], рентгеновском (см., например, обзор Дж. Винка, посвященный перспективам рентгеновских исследований ОСН, [2]) и гамма [3] диапазонах. ОСН исследуются также с помощью таких методов наблюдений, как глобальная интерферометрия [4] и гравитационное линзирование [5].

Излучение в ОСН в разных диапазонах длин волн связано с различными механизмами. Так, рентгеновское излучение возникает как за счет синхротронного излучения и обратного Комптоновского рассеяния, так и за счет нагрева плазмы ударным фронтом (УФ). Если среда достаточно плотная, то при взаимодействии ОСН с молекулярным облаком в процессе распада и рождения пи-мезонов в протон-протонных столкновениях возникает жесткое гамма-излучение, которое представляет особый интерес в связи с проблемой происхождения космических лучей [6].

Значительное число остатков ( $\approx 10\%$ ) наблюдается в молекулярных облаках. Взаимодействие ОСН с молекулярным облаком проявляет себя не только во влиянии на форму остатка и на свойства межзвездной среды (МЗС) (см. монографию Лозинской [7], а также переизданный недавно учебник Бочкарева [8]), но и в высокочастотном мазерном излучении гидроксила на частоте

1720 МГц. Линия на этом переходе в ОСН впервые наблюдалась Фрейлом, Госсом и Слышем [9] с помощью глобальной интерферометрии. Она, как было показано Элитцуром, возникает лишь в узком интервале параметров, который реализуется в области взаимодействия молекулярного облака и фронта ударной волны остатка, и позволяет таким образом получить достоверную информацию о них [10, 11].

Исследование морфологии ОСН важно для понимания их эволюции и физических процессов в них происходящих. В этой связи важную роль играют точные решения уравнения Компанейца (УК) для УФ в неоднородной среде [12]. Решение УК для среды с плоской стратификацией удобно использовать в случае, когда масштаб молекулярного облака значительно превышает размер остатка, находящегося на его границе, и неоднородность можно считать одномерной. Если масштаб молекулярного облака или неоднородности МЗС сравним с размером остатка, более адекватно рассматривать среду со сферической стратификацией.

Впервые решение УК для нецентрального взрыва в среде со сферической стратификацией было исследовано Кориканским [13], который нашел решения в случае степенного распределения плотности по радиусу. В работе [14] Контровичем и Пименовым было найдено преобразование для перехода от случая плоской стратификации к сферической. При известном решении для среды с плоской стратификацией оно позволяет построить решение для среды со сферической стратификацией с определенным законом изме-

нения плотности. При этом экспоненциальные распределения плотности переходят в степенные. С помощью этого преобразования было исследовано распространение УФ при огибании особенности плотности применительно к солнечной короне [15] и к взрыву гиперновой [16].

Существуют и другие подходы к задаче о взрыве в неоднородной среде, например, в [17] переходная область с большим градиентом заменяется скачком плотности, что позволяет произвести аналитические исследования. Чрезвычайно плодотворным является секторное приближение, применимое также при несимметричном взрыве (см. подробную библиографию в обзоре [18], а также ссылки на литературу в работах [19, 20]).

В настоящей работе на основании полученного недавно точного решения УК для сильного взрыва при изменении плотности по закону гиперболического тангенса в плоско стратифицированной среде [19, 20] построено точное решение уравнения Кориканского для среды со сферической стратификацией. Решение содержит три независимых параметра. Закон изменения плотности для УФ, для которого ниже будет приведено это решение, близок к квадратичной гиперболе, хотя имеются определенные отличия.

## 2. Уравнение Компанейца для УФ и переход от плоской к сферической стратификации

Уравнение Компанейца для УФ в среде с плоской стратификацией имеет вид

$$\left(\frac{\partial r}{\partial y}\right)^2 - \frac{1}{\varphi(z)} \left[ \left(\frac{\partial r}{\partial z}\right)^2 + 1 \right] = 0, \quad (1)$$

где  $\varphi(z) = \rho(z)/\rho_0$  – закон изменения плотности,  $r = r(z, y)$  описывает УФ в цилиндрических координатах [12]. Будем рассматривать безразмерные величины  $r, z$  и  $y$ , отнесенные к  $z_*$  (масштаб неоднородности) [19, 20]:  $z/z_* \rightarrow z, r/z_* \rightarrow r, y/z_* \rightarrow y$ .

В среде со сферической стратификацией уравнение для УФ ( $\chi = \chi(R, y) = \theta$  – функция, описывающая УФ (рис. 1)) принимает форму

$$\left(\frac{\partial \chi}{\partial y}\right)^2 - \frac{1}{\psi(R)} \left[ \left(\frac{\partial \chi}{\partial R}\right)^2 + \frac{1}{R^2} \right] = 0, \quad (2)$$

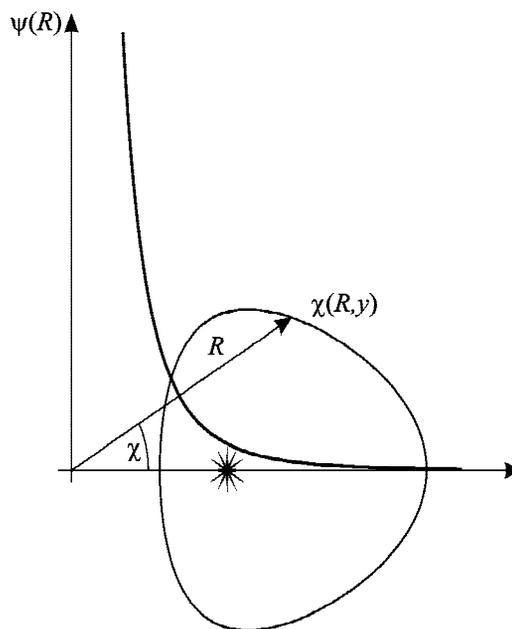


Рис. 1. Пример распределения плотности и формы УФ в среде со сферической стратификацией. Звездочкой обозначено положение точки взрыва ( $R = R_0, \chi = 0$ ), который происходит в момент времени Компанейца  $y = 0$

где  $\psi(R) \equiv \rho(R)/\rho_0$  – закон изменения плотности;  $R$  и  $\theta$  – полярные координаты;  $R = R_0, \theta = 0$  и  $y = 0$  – координаты точки взрыва и момент взрыва [13, 14].

В уравнения (1), (2) введено “время” Компанейца  $y$  [13]:

$$y = \int_0^t dt \sqrt{\frac{E_0 \lambda (\Gamma^2 - 1)}{2 \rho_0 V(t)}},$$

где  $E_0$  – энергия взрыва, произошедшего в момент времени  $t = 0$  в среде с плотностью  $\rho_0$  в точке взрыва;  $V(t)$  – объем, занимаемый УФ;  $\Gamma$  – показатель адиабаты;  $\lambda \approx 2 \div 3$  – безразмерный коэффициент, показывающий во сколько раз плотность энергии около фронта больше чем средняя плотность энергии по объему.

В [19, 20] было получено полное аналитическое решение УК для плотности среды, изменяющейся по закону гиперболического тангенса

$$\varphi(z) = a - b \operatorname{th} z. \quad (3)$$

Решение содержит в себе многочисленные частные случаи распределения плотности, рассмотренные ранее (см. ссылки в [19, 20]). Полученное решение позволило построить УФ во всех обла-

стях и исследовать его эволюцию для различных значений положения точки взрыва  $z_0$ , перепада плотностей  $\gamma = \sqrt{(a-b)/(a+b)}$  и масштаба неоднородности  $z_*$ . Детальное исследование движения лидирующих точек УФ показало, что при спадании плотности МЗС до нуля УФ прорывается на бесконечность за конечное время [19]. При малой, но отличной от нуля плотности МЗС прорыва на бесконечность не происходит, однако УФ имеет выраженную фазу ускорения, которая сменяется фазой замедления (торможения) [19, 20]. Полученное полное решение позволило также вычислить объем, занимаемый УФ, и перейти от времени Компанейца  $u$  к реальному времени  $t$ . Это решение будет использовано в дальнейшем при переходе к решению для среды со сферической стратификацией.

Для перехода к сферической стратификации воспользуемся полученным в работе Конторовича и Пименова [14] преобразованием, которое позволяет перейти от известного решения для среды с плоской стратификацией к решению для нецентрального взрыва в среде со сферической стратификацией:

$$z = z_0 \ln \frac{R}{R_0}, \quad r = z_0 \chi, \quad (4)$$

где  $R_0$  соответствует положению точки взрыва в среде со сферической стратификацией.

Соответственно, преобразованный закон изменения плотности имеет вид

$$\psi(R) = \varphi \left( z_0 \ln \frac{R}{R_0} \right) \frac{z_0^2}{R^2}.$$

При этом экспоненциальные распределения плотности в случае плоскослоистой среды,

$$\varphi(z) = \exp\{-az\},$$

переходят в степенные для среды со сферической стратификацией [14]:

$$\psi(R) = \frac{z_0^2}{R^2} \exp\left(-\alpha z_0 \ln \frac{R}{R_0}\right) = z_0 R_0^{\alpha z_0} R^{-(\alpha z_0 + 2)}.$$

Применяя преобразование (4) к закону изменения плотности (3), находим закон изменения плотности, для которого ниже будет получено ре-

шение уравнения (2) для среды со сферической стратификацией (рис. 2):

$$\psi(R) = \frac{z_0^2}{R^2} \left( a - b \left( \left( \frac{R}{R_0} \right)^{2z_0} - 1 \right) \left( \left( \frac{R}{R_0} \right)^{2z_0} + 1 \right)^{-1} \right). \quad (5)$$

При  $R \rightarrow \infty$  зависимость плотности от координат имеет вид

$$\psi(R) \propto \frac{z_0^2}{R^2} \left( 1 - \frac{b}{a} \right).$$

То есть на больших расстояниях плотность асимптотически ведет себя  $\propto 1/R^2$ . Заметим, что в данном случае не допускается выход плотности

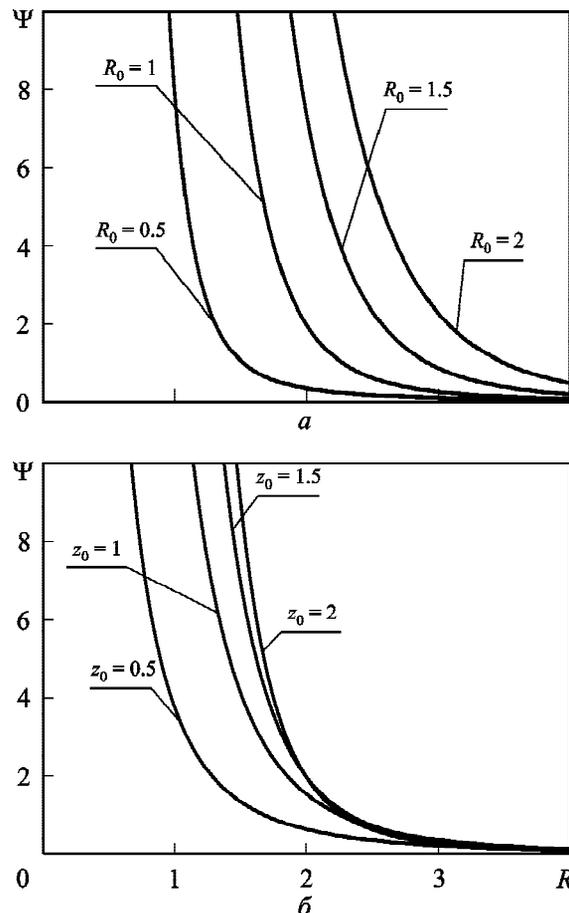


Рис. 2. Распределение плотности в среде со сферической стратификацией для различных значений положения точки взрыва ( $R_0$ ) в среде со сферической стратификацией (а) и положения точки взрыва ( $z_0$ ) в среде с плоской стратификацией (б)

ти на постоянное значение в отличие от случая, построенного на экспоненциальном решении Силича и Фомина, который был рассмотрен Конторовичем и Шелягом [16]. Действительно, в последнем случае при переходе от плоской среды

$$\varphi(z) = \beta e^{\alpha z} + C,$$

к сферической плотность имеет вид

$$\psi(R) = \frac{\beta z_0^2}{R_0^{\alpha z_0}} R^{(\alpha z_0 - 2)} + C z_0^2 \frac{1}{R^2}.$$

Для  $\alpha z_0 = 2$  ( $z_0 = 1$ ) при  $R \rightarrow \infty$  реализуется выход на отличную от нуля плотность

$$\psi(R) = \frac{\beta}{R_0^2} + \frac{C}{R^2}.$$

Такое поведение распределения плотности объясняется тем, что  $R^2$  в знаменателе первого слагаемого компенсируется множителем в числителе, происходящим от неограниченно возрастающего экспоненциального множителя для среды с плоской стратификацией. В случае гиперболического тангенса, значения которого изменяются в ограниченных пределах ( $-1 < \text{thx} < 1$ ), такая компенсация знаменателя, растущего как  $R^2$ , невозможна, и плотность (5) неограниченно убывает при  $R \rightarrow \infty$ .

### 3. Решение УК для УФ в среде со сферической стратификацией

Общий интеграл уравнения (1) получается построением огибающей частных решений, полученных методом разделения переменных (более подробное решение уравнения см. в [19, 20]). Интегрируя с учетом того, что на малых временах УФ является сферой, и применяя преобразование (4), находим выражения для УФ в сферических координатах в параметрическом виде. Полученные выражения можно записать компактно, используя обозначения:

$$T_{\pm} = \frac{C_{\pm} + h(R)}{C_{\pm} - h(R)}, \quad D_{\pm} = \frac{C_{\pm} + h(R_0)}{C_{\pm} - h(R_0)},$$

$$h(R) = \sqrt{\xi^2 \left( a - b \left( \left( \frac{R}{R_0} \right)^{2z_0} - 1 \right) \left( \left( \frac{R}{R_0} \right)^{2z_0} + 1 \right)^{-1} \right) - 1},$$

$$C_{\pm} = \sqrt{\xi^2 (a \pm b) - 1}.$$

Тогда в области УФ, движущейся в сторону уменьшения плотности, выражения для формы УФ будут иметь вид:

$$\chi(R, \xi) = \frac{1}{2} \ln \left[ \left( T_- D_-^{-1} \right)^{\frac{1}{c_-}} \left( T_+^{-1} D_+ \right)^{\frac{1}{c_+}} \right],$$

$$y(R, \xi) = \frac{\xi}{2} \ln \left[ \left( T_- D_-^{-1} \right)^{\frac{a-b}{c_-}} \left( T_+^{-1} D_+ \right)^{\frac{a-b}{c_+}} \right].$$

В области УФ, движущегося в сторону увеличения плотности,

$$\chi(R, \xi) = \frac{1}{2} \ln \left[ \left( T_-^{-1} D_- \right)^{\frac{1}{c_-}} \left( T_+ D_+^{-1} \right)^{\frac{1}{c_+}} \right],$$

$$y(R, \xi) = \frac{\xi}{2} \ln \left[ \left( T_-^{-1} D_- \right)^{\frac{a-b}{c_-}} \left( T_+ D_+^{-1} \right)^{\frac{a-b}{c_+}} \right].$$

В промежуточной области УФ решение находится из условия сшивки на верхней и нижней границах этой области с решениями в областях, прилегающих к лидирующим точкам (рис. 3):

$$\chi(R, \xi) = \frac{1}{2} \ln \left[ \left( T_- D_- \right)^{\frac{1}{c_-}} \left( T_+ D_+ \right)^{\frac{1}{c_+}} \right],$$

$$y(R, \xi) = \frac{\xi}{2} \ln \left[ \left( T_- D_- \right)^{\frac{a-b}{c_-}} \left( T_+ D_+ \right)^{\frac{a-b}{c_+}} \right].$$

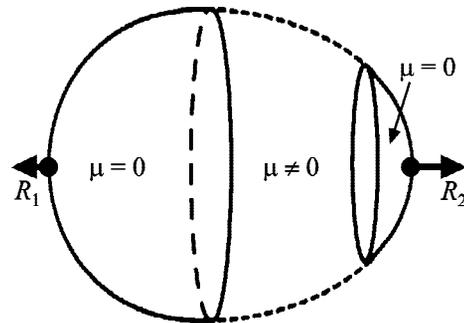


Рис. 3. УФ: пунктирная линия соответствует промежуточной области, сплошная – областям, прилегающим к лидирующим точкам, движущимся в сторону убывания ( $R_2$ ) и нарастания ( $R_1$ ) плотности. Сшивка решений осуществляется на границах области с  $\mu \neq 0$

Поскольку коэффициенты  $C_{\pm}$  не содержат переменных, к которым применяется преобразование (4), т. е. не зависят от закона изменения плотности, окончательные выражения похожи по форме записи на решения, полученные в [19–20] для плоскостистой среды.

#### 4. УФ в среде со сферической стратификацией и его эволюция

Полученные аналитические выражения позволяют с помощью несложных численных процедур построить УФ во всех областях (рис. 4). Фронт строится по той же схеме, что была использова-

на ранее в [19, 20]. По заданным значениям  $\xi$  и  $R$  находится соответствующее им значение времени Компанейца  $y$ . Обращая это соотношение, получаем вспомогательную функцию  $\xi(y, R)$ . Подставляя ее в выражение, описывающее УФ, получаем соответствующие значения  $\chi$  и находим искомую форму УФ.

Видно, что при выбранных параметрах ( $R_0 = 2.0$ ,  $z_0 = 1.0$ ,  $\gamma = 0.06$ ) на начальных временах УФ расширяется практически равномерно, как и в случае плоскостистой среды. На более поздних временах УФ заметно тормозится при движении в область повышения плотности, продолжая расширяться в сторону уменьшения плотности. При этом, в отличие от среды с плоской стратификацией, отсутствует выраженная фаза ускорения фронта (ср. с [19, 20]).

#### 5. Заключение

ОСН – удобные астрономические объекты для исследований не только потому, что они позволяют изучить механизмы взрыва сверхновой и эволюцию звезды-предка, но и в связи с многочисленными процессами в них происходящими. Расширяясь в ходе своей эволюции, остаток оказывает значительное влияние на МЗС, изменяя параметры плотности, температуры, концентрации и состояние ионизации вещества [7, 8]. В том случае, если ОСН физически связан с нейтронной звездой, образовавшейся при взрыве сверхновой, параметры остатка, такие как возраст, расстояние, плотность окружающей среды, могут быть использованы и для изучения самой нейтронной звезды. Сравнительное изучение изолированных и связанных с остатками нейтронных звезд важно для более полного понимания коллапсирующих сверхновых [21]. Изучение ОСН в неоднородной среде тесно связано с проблемой происхождения космических лучей, так как, по современным представлениям, именно ОСН являются основным источником галактических космических лучей [3]. Предполагается также, что интенсивно исследуемые в последнее время ОСН со смешанной морфологией (термально-композитные ОСН) [22] могли сформироваться в результате проникновения УФ расширяющегося остатка в среду более плотную, чем окружающее молекулярное облако. В ОСН этого типа за счет рентгеновского излучения из центра остатка в результате дис-

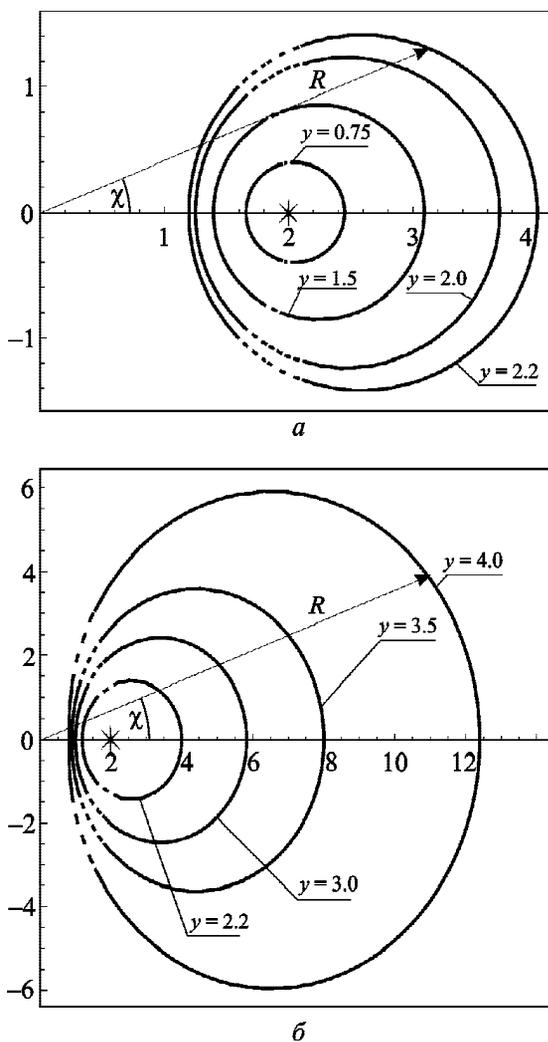


Рис. 4. Форма УФ в среде со сферической стратификацией в полярных координатах для разных значений времени Компанейца  $y$  при  $R_0 = 2.0$ ,  $z_0 = 1.0$ ,  $\gamma = 0.06$ :  $a$  – малые времена,  $b$  – большие времена. Пунктирной линией обозначена промежуточная область УФ, звездочкой – положение точки взрыва

социации молекул воды создается необходимая концентрация гидроксила, а в области взаимодействия молекулярного облака и УФ остатка возникают подходящие условия для возникновения мазерного излучения [10, 11].

Точные решения УК для УФ в неоднородной среде со сферической стратификацией, аналогичные полученному в данной работе, являются необходимым этапом описания эволюции ОСН, взаимодействующих с неоднородностями МЗС, такими как молекулярные облака. В частности, они необходимы при исследовании излучения ОСН в радио и рентгеновском диапазонах, где диффузионное распространение релятивистских электронов, вместе с потерями на излучение определяющее форму и спектры ОСН [23], рассматривается эволюционно и требует учета эволюции УФ.

Применение решения УК для УФ в сферически стратифицированной среде не ограничивается только МЗС. Так, в связи с проблемой темной материи заметим, что моделирование распределения темной материи в скоплениях галактик приводит к закону изменения плотности  $\rho = \rho_0 (1 + R/R_a)^{-3}$  со степенной асимптотикой  $\rho \propto R^{-3}$  [24]. Тут необходимо отметить, что масштаб скоплений галактик ( $\sim 10$  Мпк) значительно превышает средние размеры ОСН (от 1–2 до нескольких десятков парсек, в зависимости от возраста остатка). Полученный закон распределения темной материи основан на феноменологическом подходе и хорошо согласуется с наблюдательными данными. Оценочные значения плотности распределения газа находятся из измеренных профилей рентгеновской яркости и подставляются в уравнение гидростатического равновесия для получения профилей темной материи. Так как форма УФ должна отражать поведение закона изменения плотности, то в этом случае в качестве асимптотики найденного решения (для больших  $R$ ) можно использовать точное решение Кориканского [14] для нецентрального взрыва со степенным законом изменения плотности в среде со сферической стратификацией:  $\rho(r) = \rho_0 (R/R_0)^{-\alpha}$ , где  $R_0$  – положение точки взрыва,  $\alpha = 3$  (рис. 5). При этом форма УФ будет близка к кардиоиду. В этом случае лидирующая точка ударного фронта будет двигаться (в сторону убывания плотности) равномерно [25]. В случае большего показателя степени  $\alpha$  УФ будет замедляться, при меньшем – ускоряться.

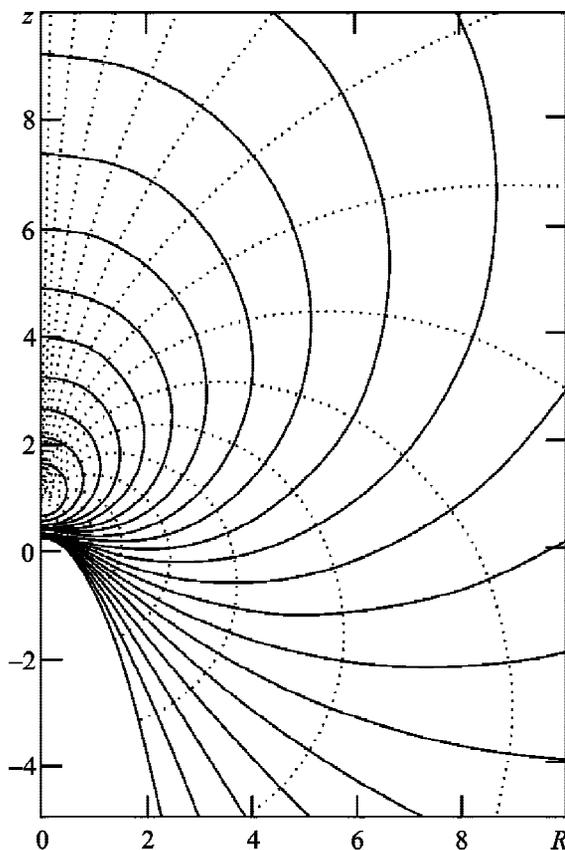


Рис. 5. Форма УФ для решения Кориканского для степенного закона с индексом  $\alpha = 3$  в различные моменты времени Компанейца  $y$ . Сплошные линии показывают УФ в различные моменты времени Компанейца, штрихованные – движение точек УФ. Рисунок взят из оригинальной работы Кориканского [13]

Автор выражает благодарность В. М. Конторовичу и Е. Ю. Банниковой за ценные замечания и обсуждение результатов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Galvin T. J. and Filipovic M. D. 20 cm VLA Radio-Continuum Study of M31 - Images and Point Source Catalogues DR2: Extraction of a supernova remnant sample // Serbian Astronomical Journal. – 2014. – Vol. 189. – P. 15–24.
2. Vink J. Supernova remnants: the X-ray perspective // Astron. Astrophys. Rev. – 2012. – Vol. 20, Is. 1. – id. 49. DOI: 10.1007/s00159-011-0049-1
3. Tang X. and Chevalier R. A. Gamma-Ray Emission from Supernova Remnant Interactions with Molecular Clumps // Astrophys. J. Lett. – 2014. – Vol. 784, No. 2. – id. L35. Doi: 10.1088/2041-8205/784/2/L35
4. Ingallinera A., Trigilio C., Umata G., Leto P., Agliozzo C., and Buemi C. Study of the extended radio emission of two supernova remnants and four planetary nebulae as-

- sociated with MIPS GAL bubbles // *Mon. Not. R. Astron. Soc.* – 2014. – Vol. 445, Is. 4. – P. 4507–4517. DOI: 10.1093/mnras/stu2081
5. Patel B., McCully C., Jha S. W., Rodney S. A., Jones D. O., Graur O., Merten J., Zitrin A., Riess A. G., Matheson T., Sako M., Holoien T. W.-S., Postman M., Coe D., Bartelmann M., Balestra I., Benítez N., Bouwens R., Bradley L., Broadhurst T., Cenko S. B., Donahue M., Filippenko A. V., Ford H., Garnavich P., Grillo C., Infante L., Jouvel S., Kelson D., Koekemoer A., Lahav O., Lemze D., Maoz D., Medezinski E., Melchior P., Meneghetti M., Molino A., Moustakas J., Moustakas L. A., Nonino M., Rosati P., Seitz S., Strolger L. G., Umetsu K., and Zheng W. Three Gravitationally Lensed Supernovae Behind CLASH Galaxy Clusters // *Astrophys. J.* – 2014. – Vol. 786, No. 1. – id. 9. DOI: 10.1088/0004-637X/786/1/9
  6. Aharonian F., Akhperjanian A. G., Aye K.-M., Bazer-Bachi A. R., Beilicke M., Benbow W., Berge D., Berghaus P., Bernlöhr K., Bolz O., Boisson C., Borgmeier C., Breitling F., Brown A. M., Bussons Gordo J., Chadwick P. M., Chitnis V. R., Chounet L.-M., Cornils R., Costamante L., Degrange B., Djannati-Ataï A., Drury L. O’C., Ergin T., Espigat P., Feinstein F., Fleury P., Fontaine G., Funk S., Gallant Y. A., Giebels B., Gilllesen S., Goret P., Guy J., Hadjichristidis C., Hauser M., Heinzlmann G., Henri G., Hermann G., Hinton J. A., Hofmann W., Holleran M., Horns D., de Jager O. C., Jung I., Khélifi B., Komin Nu., Konopelko A., Latham I. J., Le Gallou R., Lemoine M., Lemièrre A., Leroy N., Lohse T., Marcowith A., Master-son C., McComb T. J. L., de Naurois M., Nolan S. J., Noutsos A., Orford K. J., Osborne J. L., Ouchrif M., Panter M., Pelletier G., Pita S., Pohl M., Pühlhofer G., Punch M., Raubenheimer B. C., Raue M., Raux J., Rayner S. M., Redondo I., Reimer A., Reimer O., Ripken J., Rivoal M., Rob L., Rolland L., Rowell G., Sahakian V., Saugé L., Schlenker S., Schlickeiser R., Schuster C., Schwanke U., Siewert M., Sol H., Steenkamp R., Stegmann C., Tavernet J.-P., Théoret C. G., Tluczykont M., van der Walt D. J., Vasileiadis G., Vincent P., Visser B., Völk H. J., and Wagner S. J. High-energy particle acceleration in the shell of a supernova remnant // *Nature.* – 2004. – Vol. 432, Is. 7013. – P. 75–77. DOI: 10.1038/nature02960
  7. Лозинская Т. А. Сверхновые звезды и звездный ветер: Взаимодействие с газом Галактики. – М.: Наука, 1986. – 404 с.
  8. Бочкарев Н. Г. Основы физики межзвездной среды. – М.: Либроком, 2010. – 352 с.
  9. Frail D. A., Goss W. M., and Slysh V. I. Shock-excited maser emission from the supernova remnant W28 // *Astrophys. J.* – 1994. – Vol. 424, No. 2. – P. L111–L113. DOI: 10.1086/187287
  10. Elitzur M. Inversion of the OH 1720-MHz Line // *Astrophys. J.* – 1976. – Vol. 203. – P. 124–131. DOI: 10.1086/154054
  11. Elitzur M. Astronomical masers // *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* – 1992. – Vol. 30. – P. 75–112. DOI: 10.1146/annurev.aa.30.090192.000451
  12. Компанец А. С. Точечный взрыв в неоднородной атмосфере // Доклады АН СССР. – 1960. – Т. 130, № 5. – С. 1001–1004.
  13. Korycansky D. G. An off-center point explosion in a radially stratified medium - Kompaneets approximation // *Astrophys. J.* – 1992. – Vol. 398, No. 1. – P. 184–189. DOI: 10.1086/171847
  14. Конторович В. М., Пименов С. Ф. Точное решение уравнения Компанейца для сильного взрыва в среде с квадратичным законом убывания плотности // Изв. Вузов. Радиофизика. – 1998. – Т. XLI, № 6. – С. 683–698.
  15. Kontorovich V. M. and Pimenov S. F. Investigation of shock wave dynamics in an inhomogeneous solar atmosphere // *Sol. Phys.* – 1997. – Vol. 172, Is. 1-2. – P. 93–101. DOI: 10.1023/A:1004997513672
  16. Конторович В. М., Шеляг С. И. Огибание особенности плотности ударной волной, порожденной сильным взрывом (применительно к остаткам “гиперновых” звезд) // Письма в ЖЭТФ. – 2002. – Т. 76, № 3. – С. 147–150.
  17. Hnatyk B. and Telezhinsky I. Nonspherical radiative supernova remnants // *Kinematics and Physics of Celestial Bodies.* – 2007. – Vol. 23, No. 6. – P. 367–380.
  18. Bisnovatyi-Kogan G. S. and Silich S. A. Shock wave propagation in the nonuniform interstellar medium // *Rev. Mod. Phys.* – 1995. – Vol. 67, Is. 3. – P. 661–712. DOI: 10.1103/RevModPhys.67.661
  19. E. Yu. Bannikova, A. V. Karnaushenko, V. M. Kontorovich, and V. M. Shulga. A new exact solution of Kompaneets equation for shock front // *Astron. Rep.* – 2012. – Vol. 56, No. 7. – P. 496–503. DOI: 10.1134/S1063772912060017
  20. Карнаушенко А. В. Решение уравнения Компанейца для ударного фронта в среде с плотностью, изменяющейся по закону гиперболического тангенса, (промежуточная область и эволюция в реальном времени) // Радиофизика и радиоастрономия. – 2012. – Т. 17, № 4. – С. 311–319.
  21. Kutukcu P. and Ankar A. Temporal evolution of isolated pulsars; Age-Tau problem // *Int. J. Mod. Phys. D.* – 2014. – Vol. 23, Is. 10. – id. 1450083. DOI: 10.1142/S0218271814500837
  22. Yusef-Zadeh F., Wardle M., Rho J., and Sakano M. OH (1720 MHz) masers and mixed morphology supernova remnants // *Astrophys. J.* – 2003. – Vol. 585, No. 1. – P. 319–323. Doi: 10.1086/345932
  23. Bannikova E. Yu., Karnaushenko A. V., and Kontorovich V. M. Frequency dependence of radio images of jet knots and supernova remnants // *Proceedings of Contributed Papers. 14th Young Scientists’ Conference – Kyiv (Ukraine)* – 2007. – P. 36–39.
  24. Yinon A. and Yoel R. Dark matter profiles in clusters of galaxies: a phenomenological approach // *New Astron.* – 2003. – Vol. 8, Is. 6. – P. 517–528. DOI: 10.1016/S1384-1076(03)00043-5
  25. Kontorovich V. M. and Pimenov S. F. Strong point explosion in a layered medium // *Доповіді НАН України.* – 1996. – №.1. – С. 54–56.

## REFERENCES

1. GALVIN, T. J. and FILIPOVIC, M. D., 2014. 20 cm VLA Radio-Continuum Study of M31 - Images and Point Source Catalogues DR2: Extraction of a supernova remnant sample. *Serbian Astronomical Journal.* vol. 189, pp. 15–24.

2. VINK, J., 2012. Supernova remnants: the X-ray perspective. *Astron. Astrophys. Rev.* vol. 20, is. 1, id. 49. DOI: 10.1007/s00159-011-0049-1
3. TANG, X. and CHEVALIER, R. A., 2014. Gamma-Ray Emission from Supernova Remnant Interactions with Molecular Clumps. *Astrophys. J. Lett.* vol. 784, no. 2, id. L35. Doi: 10.1088/2041-8205/784/2/L35
4. INGALLINERA, A., TRIGILIO, C., UMANA, G., LETO, P., AGLIOZZO, C. and BUEMI, C., 2014. Study of the extended radio emission of two supernova remnants and four planetary nebulae associated with MIPSGAL bubbles. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* vol. 445, is. 4, pp. 4507–4517. DOI: 10.1093/mnras/stu2081
5. PATEL, B., MCCULLY, C., JHA, S. W., RODNEY, S. A., JONES, D. O., GRAUR, O., MERTEN, J., ZITRIN, A., RIESS, A. G., MATHESON, T., SAKO, M., HOLOIEN, T. W.-S., POSTMAN, M., COE, D., BARTELMANN, M., BALESTRA, I., BENÍTEZ, N., BOWEN, R., BRADLEY, L., BROADHURST, T., CENKO, S. B., DONAHUE, M., FILIPPENKO, A. V., FORD, H., GARNAVICH, P., GRILLO, C., INFANTE, L., JOUVEL, S., KELSON, D., KOEKEMOER, A., LAHAV, O., LEMZE, D., MAOZ, D., MEDEZINSKI, E., MELCHIOR, P., MENEGHETTI, M., MOLINO, A., MOUSTAKAS, J., MOUSTAKAS, L. A., NONINO, M., ROSATI, P., SEITZ, S., STOLGER, L. G., UMETSU, K. and ZHENG, W., 2014. Three Gravitationally Lensed Supernovae Behind CLASH Galaxy Clusters. *Astrophys. J.* vol. 786, no. 1, id. 9. DOI: 10.1088/0004-637X/786/1/9
6. AHARONIAN, F., AKHPERJANIAN, A. G., AYE, K.-M., BAZER-BACHI, A. R., BEILICKE, M., BENBOW, W., BERGE, D., BERGHAUS, P., BERNLÖHR, K., BOLZ, O., BOISSON, C., BORGMEIER, C., BREITLING, F., BROWN, A. M., BUSSONS GORDO, J., CHADWICK, P. M., CHITNIS, V. R., CHOUNET, L.-M., CORNILS, R., COSTAMANTE, L., DEGRANGE, B., DJANNATI-ATAÏ, A., DRURY, L. O' C., ERGIN, T., ESPIGAT, P., FEINSTEIN, F., FLEURY, P., FONTAINE, G., FUNK, S., GALLANT, Y. A., GIEBELS, B., GILLESSEN, S., GORET, P., GUY, J., HADJICHRISTIDIS, C., HAUSER, M., HEINZELMANN, G., HENRI, G., HERMANN, G., HINTON, J. A., HOFMANN, W., HOLLERAN, M., HORNS, D., DE JAGER, O. C., JUNG, I., KHÉLIFI, B., KOMIN, Nu., KONOPELKO, A., LATHAM, I. J., LE GALLOU, R., LEMOINE, M., LEMIERE, A., LEROY, N., LOHSE, T., MARCOWITH, A., MASTERSON, C., MCCOMB, T. J. L., DE NAUROIS, M., NOLAN, S. J., NOUTSOS, A., ORFORD, K. J., OSBORNE, J. L., OUCHRIF, M., PANTER, M., PELLETIER, G., PITA, S., POHL, M., PÜHLHOFER, G., PUNCH, M., RAUBENHEIMER, B. C., RAUE, M., RAUX, J., RAYNER, S. M., REDONDO, I., REIMER, A., REIMER, O., RIPKEN, J., RIVOAL, M., ROB, L., ROLLAND, L., ROWELL, G., SAHAKIAN, V., SAUGÉ, L., SCHLENKER, S., SCHLICKEISER, R., SCHUSTER, C., SCHWANKE, U., SIEWERT, M., SOL, H., STEENKAMP, R., STEGMANN, C., TAVERNET, J.-P., THÉORET, C. G., TLUCZYKONT, M., VAN DER WALT, D. J., VASILEIADIS, G., VINCENT, P., VISSER, B., VÖLK, H. J. and WAGNER, S. J., 2004. High-energy particle acceleration in the shell of a supernova remnant. *Nature.* vol. 432, is. 7013, pp. 75–77. DOI: 10.1038/nature02960
7. LOZINSKAYA, T. A., 1986. *Supernovae and stellar wind: interaction with galactic gas.* Moscow: Nauka Publ. (in Russian).
8. BOCHKAREV, N. G., 2010. *Basic Physics of the Interstellar Matter.* Moscow: Librocom Publ. (in Russian).
9. FRAIL, D. A., GOSS, W. M. and SLYSH, V. I., 1994. Shock-excited maser emission from the supernova remnant W28. *Astrophys. J.* vol. 424, no. 2, pp. L111–L113. DOI: 10.1086/187287
10. ELITZUR, M., 1976. Inversion of the OH 1720-MHz Line. *Astrophys. J.* vol. 203, pp. 124–131. DOI: 10.1086/154054
11. ELITZUR, M., 1992. Astronomical masers. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* vol. 30, pp. 75–112. DOI: 10.1146/annurev.aa.30.090192.000451
12. KOMPANEETS, A. S., 1960. A point explosion in an inhomogeneous atmosphere. *Dokl. Akad. Nauk SSSR.* vol. 130, no. 5, pp. 1001–1004 (in Russian).
13. KORYCANSKY, D. G., 1992. An off-center point explosion in a radially stratified medium - Kompaneets approximation. *Astrophys. J.* vol. 398, no. 1, pp. 184–189. DOI: 10.1086/171847
14. KONTOROVICH, V. M. and PIMENOV, S. F., 1998. Strict solution of Kompaneets equation for a strong point explosion in a medium with quadratic density decrease. *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Radiofiz.* vol. XLI, no. 6, pp. 683–698 (in Russian)
15. KONTOROVICH, V. M. and PIMENOV, S. F., 1997. Investigation of shock wave dynamics in an inhomogeneous solar atmosphere. *Sol. Phys.* vol. 172, is. 1-2, pp. 93–101. DOI: 10.1023/A:1004997513672
16. KONTOROVICH, V. M. and SHELYAG, S. I., 2002. Rounding especially density shock wave generated by a strong explosion (in relation to the remains of “hypernova” stars). *Pis'ma v ZhETF.* vol. 76, no. 3, pp. 147–150 (in Russian)
17. HNATYK, B. and TELEZHINSKY, I., 2007. Nonspherical radiative supernova remnants. *Kinematics and Physics of Celestial Bodies.* vol. 23, no. 6, pp. 367–380 (in Russian)
18. BISNOVATYI-KOGAN, G. S. and SILICH, S. A., 1995. Shock wave propagation in the nonuniform interstellar medium. *Rev. Mod. Phys.* vol. 67, is. 3, pp. 661–712. DOI: 10.1103/RevModPhys.67.661
19. BANNIKOVA, E. Yu., KARNAUSHENKO, A. V., KONTOROVICH, V. M. and SHULGA, V. M., 2012. A new exact solution of of Kompaneets equation for shock front. *Astron. Rep.* vol. 56, no. 7, pp. 496–503. DOI: 10.1134/S1063772912060017
20. KARNAUSHENKO, A. V., 2012. Solution of Kompaneets equation for shock front in the inhomogeneous medium with density changing in a form of the hyperbolic tangent (intermediate region and real time). *Radiofizika i Radioastronomia.* vol. 17, no. 4, pp. 311–319 (in Russian)
21. KUTUKCU, P. and ANKAY, A., 2014. Temporal evolution of isolated pulsars; Age-Tau problem. *Int. J. Mod. Phys. D.* vol. 23, is. 10, id.1450083. DOI: 10.1142/S0218271814500837

22. YUSEF-ZADEH, F., WARDLE, M., RHO, J. and SAKANO, M., 2003. OH (1720 MHz) masers and mixed morphology supernova remnants. *Astrophys. J.* vol. 585, no. 1, pp. 319–323. Doi: 10.1086/345932
23. BANNIKOVA E. Yu., KARNAUSHENKO A. V. and KONTOROVICH, V. M., 2007. Frequency dependence of radio images of jet knots and supernova remnants // *Proceedings of Contributed Papers. 14th Young Scientists' Conference.* Kyiv, Ukraine, pp. 36–39.
24. YINON, A. and YOEL, R., 2003. Dark matter profiles in clusters of galaxies: a phenomenological approach. *New Astron.* vol. 8, is. 6, pp. 517–528. DOI: 10.1016/S1384-1076(03)00043-5
25. KONTOROVICH, V. M. and PIMENOV, S. F., 1996. Strong point explosion in a layered medium // *Dopov. Nats. Acad. Nauk Ukr.* no. 1, pp. 54–56.

G. V. Donets

Institute of Radio Astronomy, National Academy of Sciences of Ukraine,  
4, Chervonopraporna St., Kharkiv, 61002, Ukraine

#### ON THE THEORY OF THE OF-CENTRAL EXPLOSION IN A SPHERICALLY STRATIFIED MEDIUM

An analytical solution for a spherically stratified medium is constructed on the strength of an earlier obtained exact solution of Kompaneets equation for the shock front in a planar stratified medium with the density changing as the hyperbolic tangent. The solution obtained allows to build entirely the shock front and explore its evolution for different values of independent

parameters (density gradient, explosion point position, scale of inhomogeneity) which varying can permit simulation of real conditions while obtaining information on medium properties and supernova remnant evolution.

*Key words:* supernova remnants, molecular clouds, Kompaneets equation for the shock front

G. V. Донець

Радіоастрономічний інститут НАН України,  
вул. Червонопрапорна, 4, м. Харків, 61002, Україна

#### ДО ТЕОРІЇ НЕЦЕНТРАЛЬНОГО ВИБУХУ У СФЕРИЧНО СТРАТИФІКОВАНОМУ СЕРЕДОВИЩІ

Отримано аналітичний розв'язок для сферично стратифікованою середовища на основі отриманого раніше точного розв'язку рівняння Компанійця для ударного фронту в плоскошаруватому середовищі зі щільністю, що змінюється за законом гіперболічного тангенса. Отриманий розв'язок дозволяє цілком побудувати ударний фронт і дослідити його еволюцію для різних значень незалежних параметрів (перепад щільності, положення точки вибуху, масштаб неоднорідності), варіюючи котрі можна моделювати реальні умови, отримуючи інформацію про властивості середовища та еволюцію залишків наднових.

*Ключові слова:* залишки наднових, молекулярні хмари, рівняння Компанійця для ударного фронту

*Статья поступила в редакцию 30.06.2015*