Радиофизика и радиоастрономия. 2015, Т. 20, № 4, с. 332–339

РАСПРОСТРАНЕНИЕ, ДИФРАКЦИЯ И РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

УДК 537.874.6

PACS number: 41.20.Jb

М. Е. КАЛИБЕРДА [1], Л. Н. ЛИТВИНЕНКО [2], С. А. ПОГАРСКИЙ [1]

[1] Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина,
пл. Свободы, 4, г. Харьков, 61022, Украина
E-mail: Sergey.A.Pogarsky@univer.kharkov.ua

[2] Радиоастрономический институт НАН Украины,
ул. Краснознаменная, 4, г. Харьков, 61002, Украина

ОПЕРАТОРНЫЙ МЕТОД В ЗАДАЧЕ О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ПОЛУБЕСКОНЕЧНОЙ РЕШЕТКИ ТИПА ЖАЛЮЗИ И КОНЕЧНОЙ ЛЕНТОЧНОЙ РЕШЕТКИ

Рассмотрена задача о взаимодействии полубесконечной периодической решетки типа жалюзи и конечной ленточной решетки. Исследован случай H-поляризации. Решение задачи получено операторным методом. При этом использованы известные операторы отражения полубесконечной решетки типа жалюзи и плоской конечной решетки. Приведены зависимости отраженного поля в дальней зоне от полярного угла.

Ключевые слова: полубесконечная решетка типа жалюзи, конечная ленточная решетка, операторный метод

1. Введение

Задачи дифракции волн на полубесконечных решетках с различной геометрией рассеивателей представляют несомненный интерес. Важно, что модель полубесконечной структуры обладает существенной особенностью по сравнению с моделью бесконечной структуры, поскольку она позволяет описать поле, отраженное от края реальной конечной решетки. Существует большое количество работ, в которых решались подобные задачи различными методами [1–21]. Подробный обзор методов приведен в работе [19]. Однако не меньший интерес могут представлять задачи о взаимодействии полубесконечных решеток и конечных систем рассеивателей.

В настоящей работе рассмотрена задача о взаимодействии полубесконечной решетки типа жалюзи и конечной ленточной решетки. Решение получено операторным методом. При применении операторного метода были использованы операторы отражения полубесконечной и конечной решеток. Оператор отражения полубесконечной решетки типа жалюзи также был найден операторным методом [21], а конечной решетки – методом сингулярных интегральных уравнений [22].

2. Постановка задачи

Расположим полубесконечную периодическую решетку типа жалюзи в области $z \le -h_1$. Первая лента лежит в плоскости $z = -h_1$, и ее середина отстоит от оси Oz на величину Δ_1. Каждая следующая n-я лента полубесконечной решетки располагается в плоскости $z = -h_1 - h(n-1)$ так, чтобы y-координаты середин соседних лент отличались на величину Δ, $n \ge 1$. Период решетки равен l. Обозначим половину ширины лент как d. Расположим конечноэлементную ленточную решетку в плоскости $z = 0$. Геометрия структуры представлена на рис. 1 для случая, когда в плоскости $z = 0$ расположена одиночная лента ширины $2d_1$. Структура однородна вдоль оси Ox.

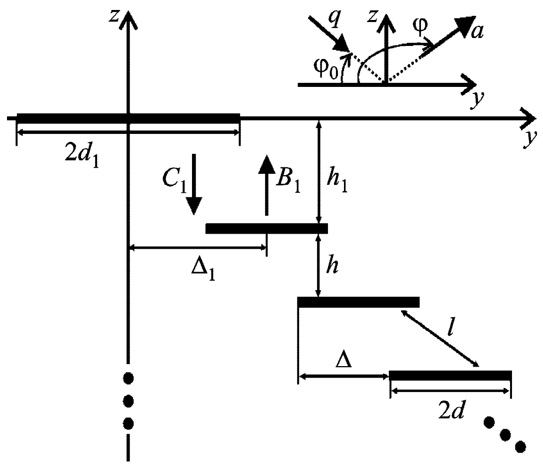

Рис. 1. Геометрия исследуемой структуры

Пусть на структуру из области $z > 0$ падает H-поляризованная волна со спектральной функцией $q(\zeta)$,

$$H_x^{inc}(y,z) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} q(\zeta)\exp\big(ik\zeta y - ik\gamma(\zeta)z\big)\mathrm{d}\zeta, \qquad (1)$$

где k – волновое число, $\gamma(\zeta) = \sqrt{1-\zeta^2}$, $\mathrm{Re}\gamma \ge 0$, $\mathrm{Im}\gamma \ge 0$. Отраженное поле (в области $z > 0$) и поле между конечной и полубесконечной решеткой (в области $-h_1 < z < 0$) представим в виде:

$$H_x^{refl}(y,z) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} a(\zeta)\exp\big(ik\zeta y + ik\gamma(\zeta)z\big)\mathrm{d}\zeta,$$

$z > 0;$

$$H_x(y,z) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} C(\zeta)\exp\big(ik\zeta y - ik\gamma(\zeta)z\big)\mathrm{d}\zeta +$$

$$+\int\limits_{-\infty}^{\infty} B(\zeta)\exp\big(ik\zeta(y-\Delta_1) + ik\gamma(\zeta)(z+h_1)\big)\mathrm{d}\zeta,$$

$-h_1 < z < 0;$

где $a(\zeta)$ – спектральная функция отраженного поля, а $C(\zeta)$ и $B(\zeta)$ – спектральные функции поля между конечной и полубесконечной решетками.

Обозначим оператор отражения полубесконечной решетки как R^1, операторы прохождения и отражения конечной решетки как t и r, а неизвестный оператор отражения всей структуры как R^2. Действие этих операторов на спектральную функцию падающего поля (1) описывается следующими формулами:

$$(\mathrm{R}^1 q)(\xi) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} R^1(\xi,\zeta)q(\zeta)\mathrm{d}\zeta,$$

$$(\mathrm{t}q)(\xi) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} t(\xi,\zeta)q(\zeta)\mathrm{d}\zeta,$$

$$(\mathrm{r}q)(\xi) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} r(\xi,\zeta)q(\zeta)\mathrm{d}\zeta,$$

$$a(\xi) = (\mathrm{R}^2 q)(\xi) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} R^2(\xi,\zeta)q(\zeta)\mathrm{d}\zeta, \qquad (2)$$

причем

$$\mathrm{t}q = q - \mathrm{r}q. \qquad (3)$$

3. Операторные уравнения

Спектральные функции отраженного поля и поля между конечной и полубесконечной решеткой связаны следующими операторными уравнениями:

$$a = \mathrm{r}q + \mathrm{t}\mathrm{s}_1^- \mathrm{e}_1 B_1. \qquad (4)$$

$$C_1 = \mathrm{t}q + \mathrm{r}s_1^- \mathrm{e}_1 B_1. \qquad (5)$$

$$B_1 = \mathrm{R}^1 \mathrm{s}_1^+ \mathrm{e}_1 C_1. \qquad (6)$$

Оператор e_1 определяет изменение амплитуд поля при смещении системы координат на величину h_1 вдоль направления распространения поля. Операторы $\mathrm{s}_1^\pm$ определяют изменение амплитуд поля при смещении системы координат на величину Δ_1 в положительном или отрицательном направлении оси Oy. Их действие на произвольную функцию $g(\xi)$ сводится к умножению на экспоненту:

$$(\mathrm{e}_1 g)(\xi) = \exp\big(ikh_1\gamma(\xi)\big)g(\xi),$$

$$(\mathrm{s}_1^\pm g)(\xi) = \exp(\pm ik\Delta_1\xi)g(\xi).$$

Подставив выражение для C_1 (5) в уравнение (6) и, воспользовавшись равенствами (3), (4), получим:

$$a = \mathrm{r}q + \mathrm{s}_1^- \mathrm{e}_1 B_1 - \mathrm{r}\mathrm{s}_1^- \mathrm{e}_1 B_1, \qquad (7)$$

$$B_1 = \mathrm{R}^1 \mathrm{s}_1^+ \mathrm{e}_1 q - \mathrm{R}^1 \mathrm{s}_1^+ \mathrm{e}_1 \mathrm{r}q + \mathrm{R}^1 \mathrm{s}_1^+ \mathrm{e}_1 \mathrm{r}\mathrm{s}_1^- \mathrm{e}_1 B_1. \qquad (8)$$

Ядро $R^1(\xi,\zeta)$ оператора R^1 может иметь особенности в точках, совпадающих с нулями функции $f(\xi,\zeta)=1-\exp\left(ik\left(\Delta(\zeta-\xi)+h\left(\gamma(\xi)+\gamma(\zeta)\right)\right)\right)$. Для каждого фиксированного значения ξ функция $f(\xi,\zeta)$ может иметь N_ξ нулей (по переменной ζ). Обозначим эти нули как $\zeta_m(\xi)$, $m=1,\ldots,N_\xi$. Но и для каждого фиксированного значения ζ функция $f(\xi,\zeta)$ может иметь N_ζ нулей (по переменной ξ). Обозначим эти нули как $\xi_m(\zeta)$, $m=1,\ldots,N_\zeta$. Появление особенностей связано с тем, что поле, отраженное полубесконечной решеткой, может быть представлено в виде суперпозиции полей с дискретным (плоские волны) и непрерывным (цилиндрическая волна) спектром. Постоянные распространения плоских волн соответствуют точкам, в которых ядро оператора R^1 имеет особенности.

Для устранения особенностей необходимо провести процедуру регуляризации, которая заключается в том, что к подынтегральной функции, содержащей особенности, прибавляется такая функция, что их сумма особенностей не имеет, и результирующий интеграл может быть вычислен с использованием квадратурных формул. Такой интеграл описывает поле с непрерывным спектром. Интеграл от добавленной функции вычисляется аналитически и представляется в виде ряда, который описывает поле с дискретным спектром. Чтобы сохранилось тождество, эта же функция и отнимается от исходного выражения.

Спектральная функция B_1 может быть найдена из выражения (8), в правой части которого только первое слагаемое $\mathrm{R}^1\mathrm{s}_1^+\mathrm{e}_1 q$ может содержать особенности, а два остальных являются регулярными. Вычтем из B_1 слагаемое, содержащее особенности. Введем оператор B,

$$\mathrm{B}q=B_1-\mathrm{R}^1\mathrm{s}_1^+\mathrm{e}_1 q, \tag{9}$$

который особенностей не имеет. Введем оператор R_2,

$$\mathrm{R}_2=\mathrm{R}^2-\mathrm{s}_1^-\mathrm{e}_1\mathrm{R}_1\mathrm{e}_1\mathrm{s}_1^+. \tag{10}$$

Выразив B_1 через $\mathrm{B}q$ из (9), подставив в (7) и воспользовавшись равенством (2), находим, что оператор R_2 также не имеет особенностей.

После преобразований (7), (8) с использованием (9) можно получить выражения для определения спектральной функции отраженного поля:

$$a=\mathrm{r}q+\mathrm{s}_1^-\mathrm{e}_1\mathrm{R}^1\mathrm{s}_1^+\mathrm{e}_1 q+\mathrm{s}_1^-\mathrm{e}_1\mathrm{B}q-\mathrm{r}\mathrm{s}_1^-\mathrm{e}_1\mathrm{B}q-\mathrm{r}\mathrm{s}_1^-\mathrm{e}_1\mathrm{F}_0\mathrm{R}_1\mathrm{s}_1^+\mathrm{e}_1 q, \tag{11}$$

$$\mathrm{B}=(\mathrm{I}-\mathrm{R}_1\mathrm{F}\mathrm{s}_1^+\mathrm{e}_1\mathrm{r}\mathrm{s}_1^-\mathrm{e}_1)^{-1}(\mathrm{R}_1\mathrm{F}\mathrm{s}_1^+\mathrm{e}_1\mathrm{r}\mathrm{s}_1^-\mathrm{e}_1\mathrm{F}_0\mathrm{R}_1\mathrm{s}_1^+\mathrm{e}_1 - \\ -\mathrm{R}_1\mathrm{F}\mathrm{s}_1^+\mathrm{e}_1\mathrm{r}), \tag{12}$$

где оператор

$$\mathrm{R}_1=\mathrm{R}^1-\mathrm{s}^-\mathrm{e}\mathrm{R}^1\mathrm{e}\mathrm{s}^+$$

особенностей не имеет, I – единичный оператор, а операторы F_0 и F – регуляризирующие. Их явный вид приведен в [21]. Действие операторов e, $\mathrm{s}^\pm$ на произвольную функцию $g(\xi)$ описывается выражениями:

$$(\mathrm{e}g)(\xi)=\exp\left(ikh\gamma(\xi)\right)g(\xi),$$

$$(\mathrm{s}^\pm g)(\xi)=\exp(\pm ik\Delta\xi)g(\xi).$$

Из (11), используя (2) и (10), можно получить выражение для определения регулярной части оператора отражения всей структуры:

$$\mathrm{R}_2=\mathrm{r}+\mathrm{s}_1^-\mathrm{e}_1\mathrm{B}-\mathrm{r}\mathrm{s}_1^-\mathrm{e}_1\mathrm{B}-\mathrm{r}\mathrm{s}_1^-\mathrm{e}_1\mathrm{F}_0\mathrm{R}_1\mathrm{s}_1^+\mathrm{e}_1,$$

где оператор B может быть определен из (12).

4. Выражения для отраженного поля

Запишем выражения для отраженного поля, пригодные для получения численных результатов. Ввиду того, что ядро оператора отражения всей структуры R^2 имеет особенности, для вычисления поля также необходимо проведение процедуры регуляризации. Используя (10), запишем ядро оператора R^2 в виде

$$R^2(\xi,\zeta)=\Big[f(\xi,\zeta)R_2(\xi,\zeta)+ \\ +\exp\left(ik\left(\Delta_1(\zeta-\xi)+h_1\left(\gamma(\xi)+\gamma(\zeta)\right)\right)\right)R_1(\xi,\zeta)\Big]\times \\ \times\left[f(\xi,\zeta)\right]^{-1} \tag{13}$$

и введем оператор R, ядро которого совпадает с выражением, стоящим в числителе в (13). Тогда отраженное поле может быть найдено по формуле

$$H_x^{refl}(y,z)=(\mathrm{G}\mathrm{F}_0\mathrm{R}q)(y,z), \tag{14}$$

где оператор G действует на произвольную функцию $g(\xi)$ следующим образом:

$$(\mathrm{G}g)(y,z)=\int\limits_{-\infty}^{\infty} g(\xi)\exp\left(ik\xi y+ik\gamma(\xi)z\right)\mathrm{d}\xi.$$

Выражение (14) пригодно для вычисления отраженного поля в любой точке пространства, однако оно содержит интеграл от быстро осциллирующей функции. В случае, когда точка наблюдения находится достаточно далеко от решетки, целесообразно использовать асимптотическое выражение, полученное методом перевала [23].

Пусть на решетку падает плоская волна под углом φ_0 к оси Oy. Тогда поле в дальней зоне, $k\rho\to\infty$, можно представить в виде суммы трех слагаемых:

$$H_x^{ref}(\varphi,\rho)\cong H_x^F(\varphi,\rho)+H_x^c(\varphi,\rho)+H_x^{erfc}(\varphi,\rho),$$
$$\rho\to\infty.$$

Здесь слагаемое

$$H_x^F(\varphi,\rho)=2\pi i\sum_{l=1}^{N}\varepsilon_l(\theta)R\left(\xi_l(\zeta_0),\zeta_0\right)\cos(\omega_l)\times$$
$$\times\lim_{\omega'\to\omega_l}\left(\frac{\omega'-\omega_l}{f(\sin\omega',\zeta_0)}\right)\exp\left(ik\rho\cos(\theta-\omega_l)\right)$$

представляет собой множество плоских волн и не убывает при $k\rho\to\infty$,

$$\varepsilon_l(\theta)=\begin{cases}0, & \theta<\omega_l;\\ 1, & \theta>\omega_l.\end{cases}$$

Множитель $\varepsilon_l(\theta)$ возникает ввиду того, что поле отраженной плоской волны отлично от нуля не во всем полупространстве $\varphi\in(0;\pi)$, а только в области $\theta>\omega_l$. Второе слагаемое

$$H_x^c(\varphi,\rho)=\frac{\exp\left(ik\rho-\dfrac{\pi i}{4}\right)}{\sqrt{k\rho}}\sqrt{\frac{\pi}{2}}\left[\frac{2R(\sin\theta,\zeta_0)}{f(\sin\theta,\zeta_0)}\cos\theta+\right.$$
$$\left.+\sum_{l=1}^{N}\frac{R(\sin\omega_l,\zeta_0)\cos(\omega_l)}{\sin\dfrac{\omega_l-\theta}{2}}\lim_{\omega'\to\omega_l}\left(\frac{\omega'-\omega_l}{f(\sin\omega',\zeta_0)}\right)\right]$$

описывает цилиндрическую волну, рассеянную краем решетки. Модуль этого слагаемого убывает как $1\big/\sqrt{k\rho}$ при $k\rho\to\infty$. Третье слагаемое

$$H_x^{erfc}(\varphi,\rho)=i\pi\exp\left(ik\rho-\frac{\pi i}{4}\right)\sum_{l=1}^{N}\operatorname{sgn}(\omega_l-\theta)\times$$
$$\times\exp\left(-2ik\rho\left(\sin\frac{\theta-\omega_l}{2}\right)^2\right)\times$$
$$\times R(\sin\omega_l,\zeta_0)\cos(\omega_l)\lim_{\omega'\to\omega_l}\left(\frac{\omega'-\omega_l}{f(\sin\omega',\zeta_0)}\right)\times$$
$$\times\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}-\sqrt{2}C(x)-\sqrt{2}iS(x)\right)$$

учитывает вклад полюсов имеет вид плоских волн и обеспечивает равномерную непрерывность поля при $\rho\to\infty$. Здесь N – число распространяющихся плоски волн, если $h\neq0$ (случай не плоской полубесконечной решетки), то $N=N_{\zeta_0}$; $x=2\sqrt{\dfrac{k\rho}{\pi}}\sin\left|\dfrac{\omega_l-\theta}{2}\right|$; $\omega_l=\arcsin\xi_l(\zeta_0)$ – угол, под которым распространяется отраженная плоская волна, отсчитываемый от оси Oz, $\zeta_0=\cos\varphi_0$; $\theta=\varphi-90^\circ$ – угол падения плоской волны, отсчитываемый от оси Oz; (ρ,φ) – координаты точки наблюдения в полярной системе координат; $C(x)=\int\limits_0^x\cos\left(\dfrac{\pi}{2}t^2\right)\mathrm{d}t$, $S(x)=\int\limits_0^x\sin\left(\dfrac{\pi}{2}t^2\right)\mathrm{d}t$ – интегралы Френеля.

5. Численные результаты

Используя представленный выше алгоритм, проведем исследование характеристик отраженного поля.

В плоскости $z=0$ разместим одиночную ленту ширины $2d_1$ так, чтобы ось Oy пересекала ее посередине (см. рис. 1). На рис. 2, *а*, *б* представлены зависимости функции $\left|H_x^c(\varphi,\rho)\right|$ от угла φ при различных значениях угла падения плоской волны единичной амплитуды φ_0 и смещения Δ_1. Параметры структуры: $k\rho=30$; $kd=kd_1=\pi/2$, $(d=d_1=\lambda/4)$; $k\Delta=\pi/2$; $kh=kh_1=1$, $(kl=1.86)$, – выбраны таким образом, что только одна плоская волна может распространяться от решетки. При $\Delta=\Delta_1$ графики зависимостей для полубесконечной решетки и исследуемой в работе решетки совпадают. При $\varphi_0=90^\circ$ и $k\Delta_1\le\pi/2$ в зависимостях наблюдается один максимум, при

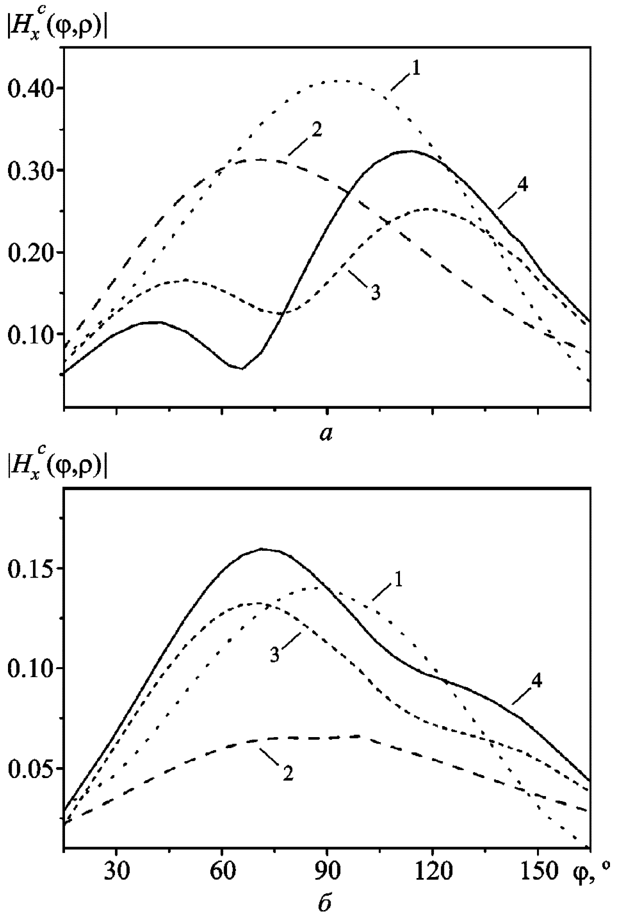

Рис. 2. Зависимости функции $\left|H_x^c(\varphi,\rho)\right|$ от угла φ при $k\rho=30$; $kd=kd_1=\pi/2$, $(d=d_1=\lambda/4)$; $k\Delta=\pi/2$; $kh=kh_1=1$, $(kl=1.86)$: *а* – $\varphi_0=90°$; *б* – $\varphi_0=154°$. Кривые 1 – $k\Delta_1=0$, кривые 2 – $k\Delta_1=\pi/2$, кривые 3 – $k\Delta_1=3\pi/4$, кривые 4 – $k\Delta_1=\pi$

$k\Delta_1 \ge 3\pi/4$ их уже два. Дальнейшее увеличение значения $k\Delta_1$ приводит к появлению дополнительных максимумов. Такое поведение характерно для диаграммы направленности решеток, состоящих из двух лент, при увеличении расстояния между лентами.

Величина $\left|H_x^F(\varphi,\rho)\right|$ не меняется при изменении $k\Delta_1$. Это связано с тем, что она определяет вклад только плоской волны в рассеянное поле, а модуль амплитуды плоской волны зависит исключительно от свойств полубесконечной решетки (см. (10), (13)). При $\varphi_0=90°$ величина $\left|H_x^F(\varphi,\rho)\right| \approx 0.37$, угол распространения отраженной плоской волны $\omega_1+90° \approx 155°$. При $\varphi_0=154°$ она составляет $\left|H_x^F(\varphi,\rho)\right| \approx 0.4$ и $\omega_1+90° \approx 90°$. Здесь угол $\varphi > \pi/2+\omega_1$.

На рис. 3 представлены зависимости функции $\left|H_x^c(\varphi,\rho)+H_x^{erfc}(\varphi,\rho)\right|$ от угла φ при $k\Delta_1=0$ для двух значений угла падения: $\varphi_0=90°$ (сплошная кривая 1) и $\varphi_0=154°$ (сплошная кривая 2). Параметры структуры выбраны такими же, как для расчета зависимостей на рис. 2. Для сравнения пунктирными кривыми показаны зависимости функции $\left|H_x^c(\varphi,\rho)\right|$ от φ. Графики зависимостей $\left|H_x^c(\varphi,\rho)\right|$ и $\left|H_x^c(\varphi,\rho)+H_x^{erfc}(\varphi,\rho)\right|$ приблизительно совпадают при $\left|\varphi-(90°+\omega_1)\right| \gg 0$, т. е. функция $\left|H_x^{erfc}(\varphi,\rho)\right|$ в этом случае мала. При значениях угла φ, приближающихся к $90°+\omega_1$, существенное влияние на график зависимости $\left|H_x^c(\varphi,\rho)+H_x^{erfc}(\varphi,\rho)\right|$ оказывает распространяющаяся плоская волна.

Выберем в качестве конечной решетку, состоящую из двух лент равной ширины. Половину ширины каждой ленты обозначим как d_1, расстояние между лентами – δ. Расположим систему координат так, чтобы ось Oz пересекала середину щели между лентами (см. рис. 4). На рис. 5 представлены зависимости функции $\left|H_x^c(\varphi,\rho)\right|$ от угла φ при $k\rho=30$; $kd_1=\pi/4$, $(d_1=\lambda/8)$; $k\delta=\pi/2$; $kd=\pi/2$; $k\Delta=\pi/2$; $kh=kh_1=1$. Параметры полубесконечной решетки выбраны такими же, как при получении графиков функций, изображенных на рис. 2 и рис. 3. Вид зависимостей на рис. 5 сходен с зависимостями, пред-

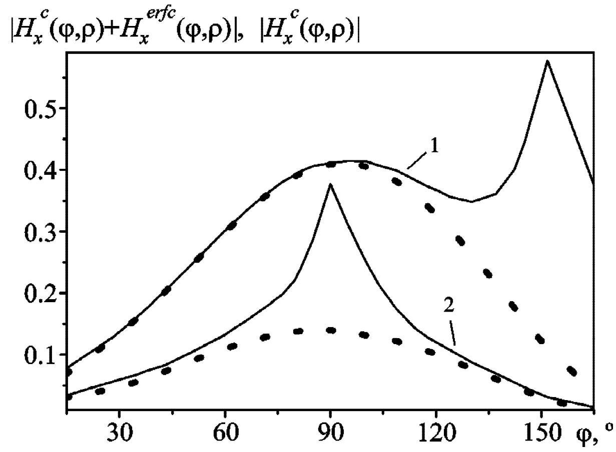

Рис. 3. Зависимости функций $\left|H_x^c(\varphi,\rho)+H_x^{erfc}(\varphi,\rho)\right|$ (сплошные кривые) и $\left|H_x^c(\varphi,\rho)\right|$ (пунктирные кривые) от угла φ при $k\Delta_1=0$; $k\rho=30$; $kd=kd_1=\pi/2$, $(d=d_1=\lambda/4)$; $k\Delta=\pi/2$; $kh=kh_1=1$, $(kl=1.86)$ для двух значений угла падения: $\varphi_0=90°$ (кривые 1) и $\varphi_0=154°$ (кривые 2)

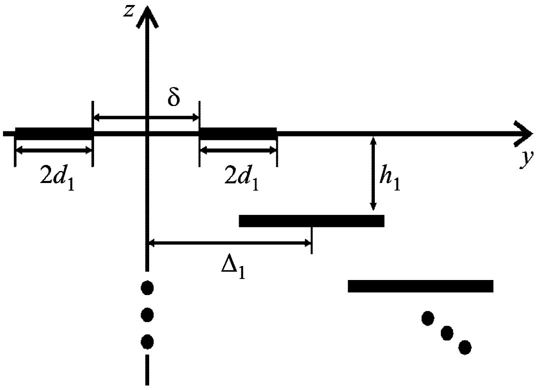

Рис. 4. Конечная решетка из двух лент и полубесконечная решетка

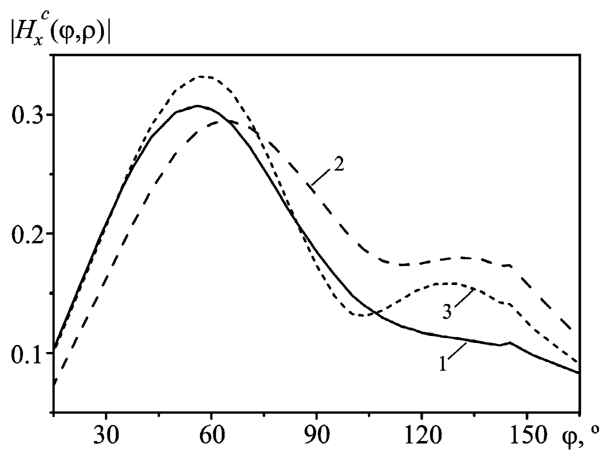

Рис. 5. Зависимости функции $\left|H_x^c(\varphi,\rho)\right|$ от угла φ при $k\rho = 30$; $kd_1 = \pi/4$, $(d_1 = \lambda/8)$; $k\delta = \pi/2$; $kd = \pi/2$; $k\Delta = \pi/2$; $kh = kh_1 = 1$. Кривая 1 – $k\Delta_1 = 0$, кривая 2 – $k\Delta_1 = \pi/2$, кривая 3 – $k\Delta_1 = 3\pi/4$

ставленными на рис. 2. Дополнительные максимумы на кривых появляются при меньших значениях параметра $k\Delta_1$, чем в случае, представленном на рис. 2.

6. Выводы

В работе построено решение задачи о взаимодействии полубесконечной периодической решетки типа жалюзи и конечной ленточной решетки. Получено операторное уравнение относительно оператора отражения системы, состоящей из конечной и полубесконечной решеток. Проведено численное исследование поля цилиндрической волны, рассеянное краем структуры. Предложенный подход может быть эффективным при решении задач антенной техники и для создания метаматериалов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Фельд. Я. Н.* О бесконечных системах линейных алгебраических уравнений, связанных с задачами о полубесконечных периодических структурах // Доклады АН СССР. – 1955. – Т. 102, № 2. – С. 257–260.
2. *Фельд Я. Н.* Дифракция электромагнитной волны на полубесконечной решетке // Радиотехника и электроника. – 1958. – Т. 3, № 7. – С. 882–889.
3. *Hills N. L. and Karp S. N.* Semi-Infinite Diffraction Gratings. I // Commun. Pure Appl. Math. – 1965. – Vol. 18, No. 1/2. – P. 203–233.
4. *Hills N. L.* Semi-Infinite Diffraction Gratings. II. Inward Resonance // Commun. Pure Appl. Math. – 1965. – Vol. 18, No. 3. – P. 385–395.
5. *Wasylkiwskyj W.* Mutual Coupling Effects in Semi-Infinite Arrays // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1973. – Vol. 21, No. 3. – P. 277–285. DOI: 10.1109/TAP.1973.1140507
6. *Nishimoto M. and Ikuno H.* Analysis of Electromagnetic Wave Diffraction by a Semi-Infinite Strip Grating and Evaluation of End-Effects // Progr. Electromagn. Res. (PIER) – 1999. – Vol. 23. – P. 39–58. DOI: 10.1163/156939399X01177
7. *Linton C. M. and Martin P. A.* Semi-Infinite Arrays of Isotropic Point-Scatterers. A Unified Approach // SIAM J. Appl. Math. – 2004. – Vol. 64. – P. 1035–1056. DOI: 10.1137/S0036139903427891
8. *Nepa P., Manara G., and Armogida A.* EM Scattering From the Edge of a Semi-Infinite Planar Strip Grating Using Approximate Boundary Conditions // IEEE Trans. Antennas Propag. – 2005. – Vol. 53, No. 1. – P. 82–90. DOI: 10.1109/TAP.2004.840523
9. *Linton C. M., Porter R., and Thompson I.* Scattering by a Semi-Infinite Periodic Array and the Excitation of Surface Waves // SIAM J. Appl. Math. – 2007. – Vol. 67, No. 5. – P. 1233–1258. DOI: 10.1137/060672662
10. *Caminita F., Nannetti M., and Maci S.* An Efficient Approach to the Solution of a Semi-Infinite Strip Grating Printed on Infinite Grounded Slab Excited by a Surface Wave // XXIX URSI General Assembly August 7-13, 2008. – Chicago, IL (USA). – 2008. – BPS 2.5.
11. *Capolino F. and Albani M.* Truncation Effects in a Semi-Infinite Periodic Array of Thin Strips: A Discrete Wiener-Hopf Formulation // Radio Sci. – 2009. – Vol. 44. – P. 1223–1234. DOI: 10.1029/2007RS003821
12. *Cho Y. H.* Arbitrarily Polarized Plane-Wave Diffraction from Semi-Infinite Periodic Grooves and Its Application to Finite Periodic Grooves // Progr. Electromagn. Res. M (PIER M) – 2011. – Vol. 18. – P. 43–54. DOI: 10.2528/PIERM11030111
13. *Литвиненко Л. М., Резник І. І., Литвиненко Д. Л.* Дифракція хвиль на напівнескінченних періодичних структурах // Доповіді АН УРСР. – 1991. – № 6. – С. 62–66.
14. *Lytvynenko L. M. and Prosvirnin S. L.* Wave Diffraction by Periodic Multilayer Structures. – Cambridge: Cambridge Scientific Publishers, 2012. – 158 p.
15. *Kaliberda M. E., Litvinenko L. N., and Pogarskii S. A.* Operator Method in the Analysis of Electromagnetic Wave Diffraction by Planar Screens // J. Commun. Technol. Electron. – 2009. – Vol.54, No. 9. – P. 975–981. DOI: 10.1134/S1064226909090010
16. *Kaliberda M. E., Lytvynenko L. N., and Pogarsky S. A.* Electrodynamic Characteristics of Multilayered System

of Plane Screens with a Slot // *Radio Physics and Radio Astronomy*. – 2011. – Vol. 2, Is. 4. – P. 339–344.
17. *Lytvynenko L. M., Kaliberda M. E., and Pogarsky S. A.* Solution of Waves Transformation Problem in Axially Symmetric Structures // Frequenz. – 2012. – Vol. 66, No. 1-2. – P. 17–25. DOI: 10.1515/FREQ.2012.012
18. *Vorobyov S. N. and Lytvynenko L. M.* Electromagnetic Wave Diffraction by Semi-Infinite Strip Grating // IEEE Trans. Antennas Propag. – 2011. – Vol. 59, No. 6. – P. 2169–2177. DOI: 10.1109/TAP.2011.2143655
19. *Kaliberda M. E., Lytvynenko L. N., and Pogarsky S. A.* Diffraction of *H*-polarized electromagnetic waves by a multi-element planar semi-infinite grating // *Telecommunications and Radio Engineering*. – 2015. – Vol. 74, No. 9. – P. 348–357. DOI: 10.1615/TelecomRadEng.v74.i9
20. *Kaliberda M. E. and Pogarsky S. A.* Operator method in a plane waveguide eigenmodes diffraction problem by finite and semiinfinite system of slots // Int. Conf. on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET) – Kharkiv (Ukraine). – 2012. – P. 130–133.
21. *Lytvynenko L. M., Kaliberda M. E., and Pogarsky S. A.* Wave Diffraction by Semi-Infinite Venetian Blind Type Grating // IEEE Trans. Antennas Propag. – 2013. – Vol. 61, No. 12. – P. 6120–6127. DOI: 10.1109/TAP.2013.2281510
22. *Nosich A. A. and Gandel Y. V.* Numerical Analysis of Quasioptical Multireflector Antennas in 2-D with the Method of Discrete Singularities: E-Wave Case // IEEE Trans. Antennas Propag. – 2007. – Vol. 55, No. 2. – P. 399–406. DOI: 10.1109/TAP.2006.889811
23. *Felsen L. B. and Marcuvitz N.* Radiation and Scattering of Waves. – Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1973. – 888 p.

REFERENCES

1. FEL'D, Y. N., 1955. On infinite systems of linear algebraic equations connected with problems on semi-infinite periodic structures. *Doklady AN USSR*. vol. 102, no 2, pp. 257–260 (in Russian).
2. FEL'D, Y. N., 1958. Electromagnetic wave diffraction by semi-infinite grating. *Radiotekhnika i Elektronika*. vol. 3, no. 7, pp. 882–889 (in Russian).
3. HILLS, N. L. and KARP, S. N., 1965. Semi-infinite diffraction gratings. I. *Commun. Pure Appl. Math*. vol. 18, no. 1/2, pp. 203–233.
4. HILLS, N. L., 1965. Semi-infinite diffraction gratings. II. Inward resonance. *Commun. Pure Appl. Math.* vol. 18, no. 3, pp. 385–395.
5. WASYLKIWSKYJ, W., 1973. Mutual coupling effects in semi-infinite arrays. *IEEE Trans. Antennas Propag*. vol. 21, no. 3, pp. 277–285. DOI: 10.1109/TAP.1973.1140507
6. NISHIMOTO, M. and IKUNO, H., 1999. Analysis of electromagnetic wave diffraction by a semi-infinite strip grating and evaluation of end-effects. *Progr. Electromagn. Res. (PIER)*. vol. 23. pp. 39–58. DOI: 10.1163/156939399X01177
7. LINTON, C. M. and MARTIN, P. A., 2004. Semi-infinite arrays of isotropic point-scatterers. A unified approach. *SIAM J. Appl. Math*. vol. 64, pp. 1035–1056. DOI: 10.1137/S0036139903427891
8. NEPA, P., MANARA, G. and ARMOGIDA, A., 2005. EM scattering from the edge of a semi-infinite planar strip grating using approximate boundary conditions. *IEEE Trans. Antennas Propag*. vol. 53, no. 1, pp. 82–90. DOI: 10.1109/TAP.2004.840523
9. LINTON, C. M., PORTER, R. and THOMPSON, I., 2007. Scattering by a semi-infinite periodic array and the excitation of surface waves. *SIAM J. Appl. Math.* vol. 67, no. 5, pp. 1233–1258. DOI: 10.1137/060672662
10. CAMINITA, F., NANNETTI, M. and MACI, S., 2008. An efficient approach to the solution of a semi-infinite strip grating printed on infinite grounded slab excited by a surface wave. *XXIX URSI General Assembly. Chicago, IL, August 7-13, 2008*, BPS 2.5.
11. CAPOLINO, F. and ALBANI, M., 2009. Truncation effects in a semi-infinite periodic array of thin strips: A discrete Wiener-Hopf formulation. *Radio Sci*. vol. 44, pp. 1223–1234. DOI: 10.1029/2007RS003821
12. CHO, Y. H., 2011. Arbitrarily polarized plane-wave diffraction from semi-infinite periodic grooves and its application to finite periodic grooves. *Progr. Electromagn. Res. M (PIER M)*. vol. 18, pp. 43–54. DOI: 10.2528/PIERM11030111
13. LYTVYNENKO, L. M., REZNIK, I. I. and LYTVYNENKO, D. L., 1991. Wave scattering by semi-infinite periodic structure. *Doklady AN Ukr. SSR*. no. 6, pp. 62–67 (in Russian).
14. LYTVYNENKO, L. M. and PROSVIRNIN, S. L., 2012, *Wave Diffraction by Periodic Multilayer Structures*. Cambridge: Cambridge Scientific Publishers.
15. KALIBERDA, M. E., LITVINENKO, L. N. and POGARSKII, S. A., 2009. Operator method in the analysis of electromagnetic wave diffraction by planar screens. *J. Commun. Technol. Electron*. vol. 54, no. 9, pp. 975–981. DOI: 10.1134/S1064226909090010
16. KALIBERDA, M. E., LYTVYNENKO, L. N. and POGARSKY, S. A., 2011. Electrodynamic characteristics of multilayered system of plane screens with a slot. *Radio Physics and Radio Astronomy*. vol. 2, no. 4. pp. 339–344.
17. LYTVYNENKO, L. M., KALIBERDA, M. E. and POGARSKY, S. A., 2012. Solution of waves transformation problem in axially symmetric structures. *Frequenz*. vol. 66, no. 1-2, pp. 17–25. DOI: 10.1515/FREQ.2012.012
18. VOROBYOV, S. N. and LYTVYNENKO, L. M., 2011. Electromagnetic wave diffraction by semi-infinite strip grating. *IEEE Trans. Antennas Propag*. vol. 59, no. 6, pp. 2169–2177. DOI: 10.1109/TAP.2011.2143655
19. KALIBERDA, M. E., LYTVYNENKO, L. N. and POGARSKY, S. A., 2015. Diffraction of *H*-polarized electromagnetic waves by a multi-element planar semi-infinite grating. *Telecommunications and Radio Engineering*. vol. 74, no. 9, pp. 348–357. DOI: 10.1615/TelecomRadEng.v74.i9
20. KALIBERDA M. E. and POGARSKY S. A., 2012. Operator method in a plane waveguide eigenmodes diffraction problem by finite and semiinfinite system of slots. In: *Int. Conf. on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET) Proceedings*. Kharkov, Ukraine, pp. 130–133.
21. LYTVYNENKO, L. M., KALIBERDA, M. E. and POGARSKY, S. A., 2013. Wave diffraction by semi-infinite venetian blind type grating. *IEEE Trans. Antennas Propag*. vol. 61, no. 12, pp. 6120–6127. DOI: 10.1109/TAP.2013.2281510

22. NOSICH, A. A. and GANDEL, Y. V., 2007. Numerical analysis of quasioptical multireflector antennas in 2-D with the method of discrete singularities: E-wave case. *IEEE Trans. Antennas Propag.* vol. 55, no. 2, pp. 399–406. DOI: 10.1109/TAP.2006.889811
23. FELSEN, L. B. and MARCUVITZ, N., 1973. *Radiation and Scattering of Waves*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

M. E. Kaliberda [1], L. M. Lytvynenko [2], and S. A. Pogarsky [1]

[1] V. Kazarin National University of Kharkiv,
4, Svoboda Sq., Kharkiv, 61022, Ukraine

[2] Institute of Radio Astronomy, National Academy of Sciences of Ukraine,
4, Chervonopraporna St., Kharkiv, 61002, Ukraine

OPERATOR METHOD IN THE INTERACTION PROBLEM OF THE SEMI-INFINITE VENETIAN BLIND-TYPE GRATING AND FINITE STRIP GRATING

The interaction problem of a semi-infinite venetian blind-type grating and finite strip grating is considered. The *H*-polarization case is studied. The problem solution is obtained by the operator method. The known reflection operators of the semi-infinite venetian blind-type grating and finite strip grating are used. The far field dependences are presented vs polar angle.

Key words: semi-infinite venetian blind-type grating, finite strip grating, operator method

М. Є. Каліберда [1], Л. М. Литвиненко [2], С. О. Погарський [1]

[1] Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, пл. Свободи, 4, м. Харків, 61022, Україна

[2] Радіоастрономічний інститут НАН України,
вул. Червонопрапорна, 4, м. Харків, 61002, Україна

ОПЕРАТОРНИЙ МЕТОД У ЗАДАЧІ ПРО ВЗАЄМОДІЮ НАПІВНЕСКІНЧЕННОЇ РЕШІТКИ ТИПУ ЖАЛЮЗІ ТА СКІНЧЕННОЇ РЕШІТКИ ЗІ СТРІЧОК

Розглянуто задачу про взаємодію напівнескінченної періодичної решітки типу жалюзі і скінченної решітки зі стрічок. Досліджено випадок *H*-поляризації. Розв'язок задачі отримано операторним методом. При цьому використано відомі оператори відбиття напівнескінченної решітки типу жалюзі і плоскої скінченної решітки. Наведено залежності відбитого поля у дальній зоні від полярного кута.

Ключові слова: напівнескінченна решітка типу жалюзі, скінченна решітка зі стрічок, операторний метод

Статья поступила в редакцию 24.09.2015