

ПОШИРЕННЯ, ДИФРАКЦІЯ І РОЗСІЯННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ

DOI: <https://doi.org/10.15407/rpra22.01.036>

УДК 537.874.6

М. Е. КАЛИБЕРДА^{1,2}, Л. Н. ЛИТВИНЕНКО^{1,2}, С. А. ПОГАРСКИЙ^{1,2}

PACS number: 07.05.Tr

¹ Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина,
пл. Свободы, 4, г. Харьков, 61022, Украина
E-mail: KaliberdaME@gmail.com; Sergey.A.Pogarsky@univer.kharkov.ua

² Радиоастрономический институт НАН Украины,
ул. Мистецтв, 4, г. Харьков, 61002, Украина

ОПЕРАТОРНЫЙ МЕТОД В СКАЛЯРНОЙ ЗАДАЧЕ ДИФРАКЦИИ НА АКСИАЛЬНО-СИММЕТРИЧНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЯХ В ЭКРАНЕ

Предмет и цель работы: *Рассматривается задача о дифракции скалярной волны на кольцевой щели в бесконечно тонком экране в случае граничных условий Дирихле и Неймана. Как двойственная к ней рассматривается также задача о дифракции на плоском кольце. Цель работы состоит в развитии операторного метода на аксиально-симметричные структуры, поля у которых имеют непрерывный пространственный спектр.*

Методы и методология: *Падающее и отраженное поля разложены в ряд Фурье по азимутальному углу и интеграл Фурье–Бесселя по радиусу. Задачу для каждой азимутальной гармоники можно рассматривать отдельно от всех остальных гармоник. Поле, рассеянное на щели, представлено в виде суперпозиции полей, рассеянных на диске и на отверстии. Решение задачи операторным методом предполагает использование операторов рассеяния отдельных элементов, составляющих сложную структуру. Предполагается, что интегральные операторы отражения круглого отверстия в экране и диска известны. Спектральная функция рассеянного поля ищется в виде суммы двух спектральных функций полей, отраженных диском и отверстием в плоскости. Данные спектральные функции находятся из связанных операторных уравнений. Операторные уравнения эквивалентны интегральным. Для их дискретизации бесконечный интервал интегрирования заменяется конечным и используется составная квадратурная формула Гаусса для интегралов с единичным весом. Отметим, что подынтегральные функции могут иметь корневую особенность.*

Результаты: *Получены операторные уравнения относительно спектральных функций поля, рассеянного на кольцевом отверстии в плоскости, в случае условий Дирихле и Неймана. Представлены диаграммы направленности рассеянного поля и зависимости коэффициента рассеяния от частоты.*

Заключение: *Предложен эффективный алгоритм исследования поля, рассеянного на кольцевой щели. Развитый подход может оказаться эффективным инструментом при решении ряда задач антенной техники и электроники сверхвысоких частот.*

Ключевые слова: *щель, бесконечно тонкое кольцо, интегральное уравнение, дифракция волн*

1. Введение

Аксиально-симметричные препятствия, такие как диск, кольцо и их комбинации, достаточно часто используются в качестве элементов различных антенных систем [1–3]. Известно несколько подходов к решению задач дифракции на подобных

структурах. В работе [4] задача о дифракции скалярной волны на кольце в случае условий Дирихле сведена к сингулярному интегральному уравнению с логарифмической особенностью ядра. В [5] получены схожие интегральные уравнения для концентрической системы колец. В [6] для исследования дифракции на диске, на щели в экране, на щели в круглом волноводе, на кольце получены парные интегральные уравнения, которые

сведены к сингулярным уравнениям. Численное решение получено при кусочно-постоянной аппроксимации искомых функций. В [7] рассмотрено решение задачи о дифракции плоской монохроматической электромагнитной волны на двумерно-периодической решетке микрополосковых отражателей в форме круга или кольца, расположенной на диэлектрической подложке. Получены парные сумматорные уравнения относительно фурье-образов магнитных токов на апертурах. После процедуры диагонализации применялся метод Галеркина с ортогональным базисом, учитывающим условие на ребре.

В настоящей работе рассматривается скалярная задача о дифракции на кольце и, как двойственная, задача о дифракции на кольцевой щели в экране. Используется развитый в [8, 9] подход. Решение задачи операторным методом предполагает применение операторов рассеяния отдельных элементов, составляющих сложную структуру. Рассеянное поле представляется в виде суперпозиции полей, рассеянных на диске и на отверстии в плоскости. Используется известное решение для диска [10].

2. Постановка задачи

Расположим бесконечно тонкое кольцо (рис. 1, *a*) или плоскость с кольцевой щелью (рис. 1, *б*) в плоскости $z = 0$ в системе координат, изображенной на рис. 1, *в*. Меньший радиус кольца (кольцевой щели) равен r_d , больший – r_p . Предположим, что плоская монохроматическая волна (с временной зависимостью $e^{-i\omega t}$) с амплитудой q падает из

области $z > 0$ под углом α к оси Oz , плоскость падения соответствует $\varphi = 0$. Полное поле в области $z > 0$ будем искать в виде суммы падающего и отраженного полей:

$$u = u_0 + u_r.$$

Падающее u_0 и отраженное u_r поля разложим в ряд Фурье по азимутальному углу и интеграл Фурье–Бесселя по радиусу:

$$u_0 = \sum_{m=-\infty}^{\infty} q i^m e^{im\varphi} J_m(kr \sin \alpha) e^{-ikz \cos \alpha}, \quad (1)$$

$$u_r = \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m e^{im\varphi} \int_0^{\infty} a^{(m)}(\xi) J_m(r\xi) e^{iz\gamma(\xi)} d\xi, \quad z > 0,$$

где (r, φ, z) – цилиндрические координаты; $J_m(x)$ – функция Бесселя первого рода; $\gamma(\xi) = \sqrt{k^2 - \xi^2}$, $\text{Re } \gamma \geq 0$, $\text{Im } \gamma \geq 0$, k – волновое число. Как известно, в силу принципа суперпозиции задачу для каждой азимутальной гармоники с номером m можно рассматривать отдельно. В дальнейшем ограничимся случаем кольцевой щели в плоскости. Рассеянное поле кольца можно получить, используя принцип двойственности.

Заметим, что поле, рассеянное на щели, можно представить в виде суперпозиции полей, рассеянных на диске, $r < r_d$, и на круглом отверстии в плоскости, $r < r_p$. Спектральную функцию (амплитуду Фурье) $a^{(m)}(\xi)$ для гармоники поля с номером m будем искать в виде суммы двух спектральных функций полей, отраженных диском $D(\xi)$ и экраном с отверстием $P(\xi)$:

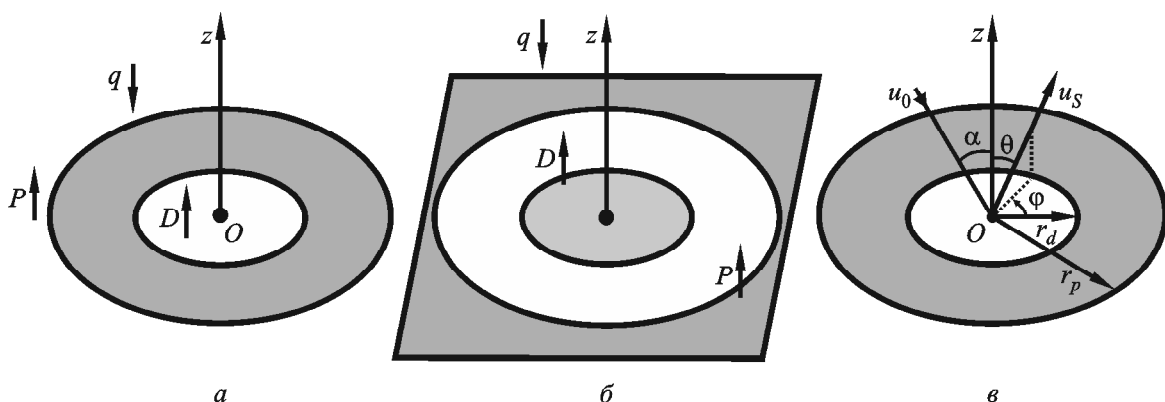


Рис. 1. Геометрия исследуемой структуры: *a* – круглое кольцо, *б* – кольцевая щель в плоскости, *в* – система координат и обозначения

$$a^{(m)}(\xi) = D(\xi) + P(\xi).$$

Индекс m у функций $D(\xi)$ и $P(\xi)$ опущен.

Обозначим R_d и R_p интегральные операторы отражения от одиночного диска и экрана с отверстием с ядрами $R_d(\xi, \zeta)$ и $R_p(\xi, \zeta)$. Их определение сводится к решению парных интегральных уравнений. Запишем уравнения лишь для диска. Для падающего поля в виде (1) они имеют следующий вид:

– для граничных условий Дирихле

$$\int_0^\infty \gamma(\xi) b(\xi) J_m(r\xi) d\xi = 0, \quad r > r_d, \quad (2)$$

$$\int_0^\infty b(\xi) J_m(r\xi) d\xi = -q J_m(kr \sin \alpha), \quad r < r_d; \quad (3)$$

– для условий Неймана

$$\int_0^\infty b(\xi) J_m(r\xi) d\xi = 0, \quad r > r_d, \quad (4)$$

$$\int_0^\infty \gamma(\xi) b(\xi) J_m(r\xi) d\xi = qk \cos \alpha J_m(kr \sin \alpha), \quad r < r_d; \quad (5)$$

где $b(\xi) = R_d(\xi, k \sin \alpha)q$, или в операторной форме $b = R_d q$.

Правая часть уравнений определяется падающим полем. Решение уравнений получено методом моментов [10].

Для отверстия в плоскости уравнения (4), (5) выполняются в случае условий Дирихле, а уравнения (2), (3) – в случае условий Неймана.

3. Операторные уравнения

Запишем операторные уравнения, связывающие спектральные функции рассеянного поля.

3.1. Условия Дирихле

Поле, отраженное диском (со спектральной функцией $D(\xi)$), можно представить в виде суперпозиции падающего поля, отраженного одиночным диском (в отсутствие плоскости с отверстием), $R_d q$ и поля плоскости с отверстием, отраженного диском, $R_p P$. Точно так же поле, отраженное плос-

костью с кольцевым отверстием (со спектральной функцией $P(\xi)$), можно представить в виде суперпозиции падающего поля, отраженного плоскостью с отверстием в отсутствие диска, $R_p q$ и поля диска, отраженного плоскостью с отверстием, $R_p D$. Поле диска имеет следующий вид:

$$u_{0,d} = \int_0^\infty D(\xi) J_m(r\xi) e^{iz\gamma(\xi)} d\xi, \quad z > 0. \quad (6)$$

Тогда для случая возбуждения отверстия в плоскости полем диска получаем аналогично (5)

$$\int_0^\infty \gamma(\xi) b(\xi) J_m(r\xi) d\xi = - \int_0^\infty \gamma(\xi) D(\xi) J_m(r\xi) d\xi, \quad r < r_p.$$

Таким образом, чтобы найти поле, переотраженное плоскостью с отверстием, необходимо применить оператор R_p к функции $(-D(\xi))$. В итоге, получаем операторные уравнения

$$D = R_d q + R_d P, \quad (7)$$

$$P = R_p q - R_p D. \quad (8)$$

Преобразуем уравнения (7), (8), исключив особенности у ядер, и учтем их поведение при $\xi \rightarrow 0$. Рассмотрим одиночную кольцевую щель в плоскости. В случае падения на нее поля в виде (1) азимутальную гармонику поля в области $z > 0$ целесообразно записать в виде

$$\begin{aligned} u &= q J_m(kr \sin \alpha) e^{-ikz \cos \alpha} + \\ &+ \int_0^\infty R_p(\xi, k \sin \alpha) q J_m(r\xi) e^{iz\gamma(\xi)} d\xi = \\ &= q J_m(kr \sin \alpha) e^{-ikz \cos \alpha} - q J_m(kr \sin \alpha) e^{ikz \cos \alpha} + \\ &+ \int_0^\infty \tilde{R}_p(\xi, k \sin \alpha) q J_m(r\xi) e^{iz\gamma(\xi)} d\xi. \end{aligned}$$

Здесь введен новый оператор \tilde{R}_p с ядром $\tilde{R}_p(\xi, \zeta) = R_p(\xi, \zeta) + \delta(\xi - \zeta)$. Причем функцию $\tilde{R}_p(\xi, \zeta)$ можно найти из парных интегральных уравнений (4), (5), положив $\zeta = k \sin \alpha$ и заменив r_d на r_p . При падении на отверстие в экране поля в виде (6) полное поле в области $z > 0$, используя граничные условия Дирихле на плоскости, целесообразно записать в виде

$$u = u_{0,d} + \left(-u_{0,d} + \int_0^\infty (\tilde{R}_p(-D))(\xi) J_m(r\xi) e^{iz\gamma(\xi)} d\xi \right).$$

В скобках записано выражение, которое описывает рассеянное поле. Тогда уравнение (8) преобразуется к виду

$$P = \tilde{R}_p q - q - \tilde{R}_p D - D. \quad (9)$$

Учитывая условие на ребре и поведение спектральных функций рассеянного поля при $\xi \rightarrow 0$, окончательно запишем операторные уравнения (7), (9) в виде

$$D_1 = \hat{R}_d \left(\frac{\xi}{\gamma(\xi)} P_1 \right), \quad (10)$$

$$P_1 = \gamma \hat{R}_p q - \gamma \hat{R}_p \left(\frac{\xi}{\gamma(\xi)} D_1 \right) - D_1, \quad (11)$$

где $D_1(\xi) = \frac{\gamma(\xi)}{\xi} D(\xi)$, $P_1(\xi) = \frac{\gamma(\xi)}{\xi} (P(\xi) + q\delta(\xi - k \sin \alpha))$. Операторы \hat{R}_d и $\gamma \hat{R}_p$ имеют ядра $\frac{\gamma(\xi)}{\xi} R_d(\xi, \zeta)$, $\frac{\gamma(\xi)}{\xi} \tilde{R}_p(\xi, \zeta)$. Заметим, что ядро $\frac{\gamma(\xi)}{\xi} \tilde{R}_p(\xi, \zeta) \rightarrow 0$ при $\xi \rightarrow k$, в то время как, вообще говоря, $\frac{\gamma(\xi)}{\xi} R_d(\xi, \zeta) \rightarrow 0$ при $\xi \rightarrow k$.

3.2. Условия Неймана

Используя те же рассуждения, что и в случае условий Дирихле, можем формально записать следующие операторные уравнения:

$$D = R_d q - R_d P, \quad (12)$$

$$P = R_p q + R_p D. \quad (13)$$

Учитывая поведение поля у ребра и поведение спектральных функций при $\xi \rightarrow 0$, из (12), (13) окончательно получаем операторные уравнения

$$D_1 = -\hat{R}_d \left(\frac{\xi}{\gamma(\xi)} P_1 \right), \quad (14)$$

$$P_1 = \hat{R}_p q + \hat{R}_p (\zeta D_1) - \gamma D_1. \quad (15)$$

Здесь $D_1(\xi) = \frac{1}{\xi} D(\xi)$, $P_1(\xi) = \frac{\gamma(\xi)}{\xi} (P(\xi) - q\delta(\xi - k \sin \alpha))$. Операторы \hat{R}_d и \hat{R}_p имеют ядра $\frac{1}{\xi} R_d(\xi, \zeta)$, $\frac{\gamma(\xi)}{\xi} \tilde{R}_p(\xi, \zeta)$, где $\tilde{R}_p(\xi, \zeta) = R_p(\xi, \zeta) - \delta(\xi - \zeta)$. Функция $\tilde{R}_p(\xi, \zeta)$ есть решение парных интегральных уравнений (2), (3) при $\zeta = k \sin \alpha$ и при $r_d = r_p$.

Операторные уравнения в форме (10), (11) и (14), (15) эквивалентны интегральным и пригодны для численного решения. Для их дискретизации бесконечный интервал интегрирования заменялся конечным и была использована составная квадратурная формула Гаусса для интегралов с единичным весом. Отметим, что подынтегральные функции в (10), (11), (14) могут иметь корневую особенность вида $1/\gamma(\xi)$. Для исключения особенности из подынтегральной функции вычиталось такое слагаемое, чтобы их разность особенностей не имела. Интеграл от самого слагаемого вычислялся аналитически:

$$\int_0^A \frac{f(\xi)}{\gamma(\xi)} d\xi = \int_0^A \frac{f(\xi) - f(k)}{\gamma(\xi)} d\xi + f(k) \left(\frac{\pi}{2} + i \ln \frac{k}{A + \sqrt{A^2 - k^2}} \right),$$

где $A > k$, $f(\xi)$ – одна из подынтегральных функций в уравнениях (10), (11), (14).

4. Численные результаты

Используя решения уравнений (10), (11) и (14), (15), проведем исследование рассеянных полей. Так как задачи о дифракции на кольцевой щели в экране и на кольце являются двойственными, приведем результаты для бесконечно тонкого круглого кольца. Достоверность полученных результатов в случае условий Дирихле подтверждалась проверкой выполнения граничного интегрального уравнения

$$\int_0^\infty a^{(m)}(\xi) J_m(r\xi) d\xi = -J_m(kr \sin \alpha), \quad r_d < r < r_p.$$

На рис. 2 представлена зависимость коэффициента рассеяния кольца от волнового числа $r_d = 2r_p$. Коэффициент рассеяния равен отноше-

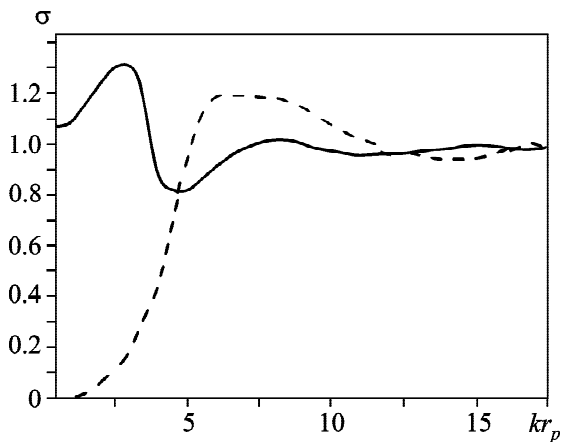


Рис. 2. Зависимость коэффициента рассеяния кольца от волнового числа при $r_d = 2r_p$, $\alpha = 0^\circ$: сплошная кривая – для условий Дирихле, пунктирная кривая – для условий Неймана

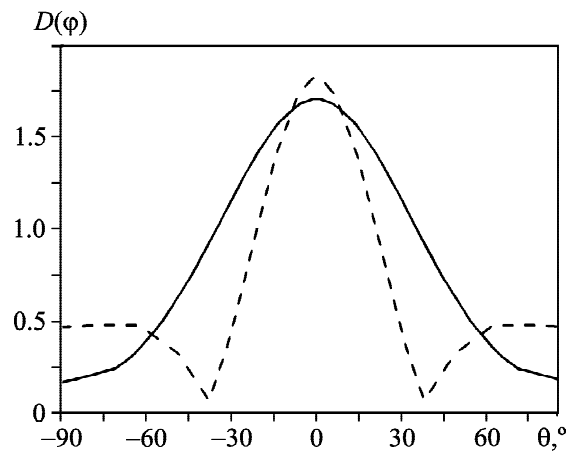


Рис. 3. Нормированные диаграммы направленности при $r_d = 2r_p$, $\alpha = 0^\circ$: сплошная кривая – для $kr_d = 3$, пунктирная кривая – для $kr_d = 5$

нию сечения рассеяния к площади кольца, где сечение рассеяния можно вычислить по формуле

$$Q = \frac{4\pi}{\cos \alpha} \sum_{m=0}^{\infty} \int_0^k (2 - \delta_{0,m}) |a^{(m)}(\xi)| \frac{\sqrt{k^2 - \xi^2}}{\xi^2} d\xi,$$

$$\delta_{0,m} = \begin{cases} 0, & m \neq 0, \\ 1, & m = 0. \end{cases}$$

При длинах волн намного больших поперечных размеров кольца коэффициент рассеяния в случае условий Неймана приближается к 0. При длинах волн меньших поперечных разме-

ров кольца, коэффициент рассеяния приближается к 1 как в случае условий Дирихле, так и в случае условий Неймана. Схожее поведение коэффициента рассеяния наблюдается и у круглого диска [10]. На рис. 3 и рис. 4а, б представлены диаграммы направленности отраженного поля для двух значений волнового числа $kr_p = 3$ и $kr_p = 5$. Диаграммы нормированы на амплитуду падающей волны. Графики на рис. 3 построены для значения угла падения плоской волны $\alpha = 0^\circ$, а графики на рис. 4 – для $\alpha = 45^\circ$ и двух значений азимутального угла $\varphi = 0^\circ$ и $\varphi = 90^\circ$. В случае падения под углом $\alpha = 45^\circ$ учитывалось

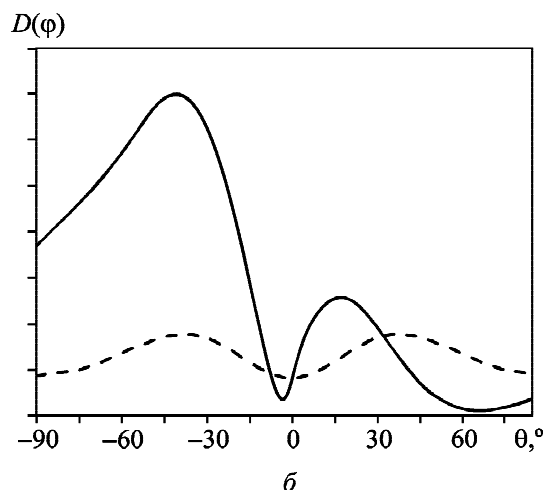
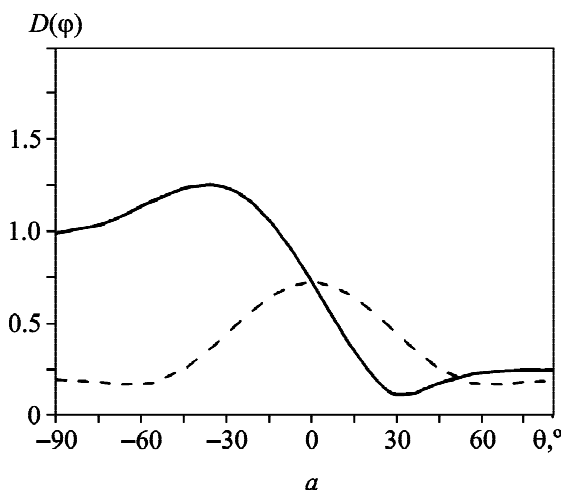


Рис. 4. Нормированные диаграммы направленности при $r_d = 2r_p$, $\alpha = 45^\circ$, $\varphi = 0^\circ$ (сплошная кривая), $\varphi = 90^\circ$ (пунктирная кривая): а – $kr_d = 3$, б – $kr_d = 5$

8 азимутальных гармоник. Кривая для $kr_p = 3$ построена вблизи минимума коэффициента рассеяния (см. рис. 2), а кривая для $kr_p = 5$ – вблизи максимума. С ростом волнового числа увеличивается максимум главного лепестка и уменьшается его ширина.

5. Выводы

В работе с использованием операторного метода построено решение задачи дифракции скалярной волны на плоском кольце и кольцевой щели в экране. Неоднородность представлялась в виде объединения диска и круглого отверстия в плоскости. Разработанный подход может оказаться эффективным инструментом при решении ряда задач антенной техники и электроники сверхвысоких частот.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ji Y. and Fujita M. Design and Analysis of a Folded Fresnel Zone Plate Antenna. *Int. J. Infrared Milli. Waves*. 1994. Vol. 15, No. 8. P. 1385–1406. DOI: 10.1007/BF02096066
2. Black N. and Wiltse J. C. Millimeter-Wave Characteristics of Phase-Correcting Fresnel Zone Plates. *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.* 1987. Vol. 35, No. 12. P. 1122–1129. DOI: 10.1109/TMTT.1987.1133826
3. Bliznyuk N. Yu., Nosich A. I., and Khizhnyak A. N. Accurate computation of a circular-disk printed antenna axially symmetrically excited by an electric dipole. *Microw. Opt. Technol. Lett.* 2000. Vol. 25, No. 3. P. 211–216. DOI: 10.1002/(SICI)1098-2760(20000505)25:3<211::AID-MOP15>3.0.CO;2-D
4. Dikmen F., Karachuha E., and Tuchkin Y. A. Scalar Wave Diffraction by a Perfectly Soft Infinitely Thin Circular Ring. *Turk. J. Elec. Engin.* 2001. Vol. 9, No. 2. P. 199–219.
5. Dikmen F. and Tuchkin Y. A. Analytical Regularization Method for Electromagnetic Wave Diffraction by Axially Symmetrical Thin Annular Strips. *Turk. J. Elec. Eng. Comp. Sci.* 2009. Vol. 17, No. 2. P. 107–124. DOI: 10.3906/elk-0811-10
6. Агафонова М. А. Методы интегральных уравнений в задачах дифракции на полосе и щели. *T-comm – Телекоммуникации и транспорт*. 2013. № 11. С. 21–24.
7. Казьмин И. А., Лерер А. М., Шевченко В. Н. Дифракция электромагнитной волны на двумерно периодической решетке из круглых и кольцевых отверстий. *Радиотехника и электроника*. 2008. Т. 53, № 2. С. 191–197.
8. Воробьев С. Н., Литвиненко Л. Н., Просвирнин С. Л. Операторный метод в задаче дифракции электромагнитных волн на полубесконечных ленточных ре-

- шетках. *Радиофизика и радиоастрономия*. 2005. Т. 10, № 3. С. 273–283.
9. Калиберда М. Е., Литвиненко Л. Н., Погарский С. А. Операторный метод в задаче дифракции электромагнитных волн на плоских экранах. *Радиотехника и электроника*. 2009. Т. 54, № 9. С. 1029–1035.
10. Литвиненко Л. Н., Просвирнин С. Л., Хижняк А. Н. Полуобращение оператора с использованием метода моментов в задачах дифракции волн на структурах из тонких дисков. Препринт № 19. Радиоастрономический институт АН УССР. 1988. 31 с.

REFERENCES

1. Ji, Y. and FUJITA, M., 1994. Design and Analysis of a Folded Fresnel Zone Plate Antenna. *Int. J. Infrared Milli. Waves*. vol. 15, no. 8, pp.1385–1406. DOI: 10.1007/BF02096066
2. BLACK, N. and WILTSE, J. C., 1987. Millimeter-Wave Characteristics of Phase-Correcting Fresnel Zone Plates. *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.* vol. 35, no. 12, pp. 1122–1129. DOI: 10.1109/TMTT.1987.1133826
3. BLIZNYUK, N. YU., NOSICH, A. I. and KHIZHNYAK, A. N., 2000. Accurate Computation of a Circular-Disk Printed Antenna Axisymmetrically Excited by an Electric Dipole. *Microw. Opt. Technol. Lett.* vol. 25, no. 3. pp. 211–216. DOI: 10.1002/(SICI)1098-2760(20000505)25:3<211::AID-MOP15>3.0.CO;2-D
4. DIKMEN, F., KARACHUHA, E. and TUCHKIN, Y. A., 2001. Scalar Wave Diffraction by a Perfectly Soft Infinitely Thin Circular Ring. *Turk. J. Elec. Engin.* vol. 9, no. 2, pp. 199–219.
5. DIKMEN, F. and TUCHKIN, Y. A., 2009. Analytical Regularization Method for Electromagnetic Wave Diffraction by Axially Symmetrical Thin Annular Strips. *Turk. J. Elec. Eng. Comp. Sci.* vol. 17, no. 2, pp. 107–124. DOI: 10.3906/elk-0811-10
6. AGAFONOVA, M. A., 2013. Methods of Integral Equations in Problems of Diffraction on Strip and Slots. *T-comm*. no. 11, pp. 21–24 (in Russian).
7. KAZ'MIN, I. A., LERER, A. M. and SHEVCHENKO, V. N., 2008. Electromagnetic-Wave Diffraction by a 2D Periodic Grating of Circular and Ring Slots. *J. Commun. Technol. Electron.* vol. 53, no. 2, pp. 177–183. DOI: 10.1134/S1064226908020071
8. VOROBYOV, S. N., LYTVYNENKO, L. M. and PROSVIRNIN, S. L., 2005. Operator Method in Electromagnetic Wave Diffraction by Semi-Infinite Strip Gratings. *Radio Phys. Radio Astron.* vol. 10, no. 3, pp. 273–283 (in Russian).
9. KALIBERDA, M. E., LITVINENKO, L. N. and POGARSKII, S. A., 2009. Operator Method in the Analysis of Electromagnetic Wave Diffraction by Planar Screens. *J. Commun. Technol. Electron.* vol. 54, no. 9, pp. 975–981. DOI: 10.1134/S1064226909090010
10. LYTVYNENKO, L. M., PROSVIRNIN, S. L. and KHIZHNYAK, A. N., 1988. *Semiinversion of the Operator with the Using of Method of Moments in the Scattering Problems by the Structures Consisting of the Thin Disks*. Preprint No. 19. Institute of Radio Astronomy, Academy of Sciences Ukr SSR. 31 p. (in Russian).

М. Е. Kaliberda^{1,2}, Л. М. Lytvynenko^{1,2}, and S. A. Pogarsky^{1,2}

¹V. N. Kazarin Kharkiv National University,
4, Svoboda Sq., Kharkiv, 61022, Ukraine

²Institute of Radio Astronomy, National Academy
of Sciences of Ukraine,
4, Mystetstv St., Kharkiv, 61002, Ukraine

OPERATOR METHOD IN THE SCALAR WAVE DIFFRACTION BY AXIALLY-SYMMETRIC DISCONTINUITIES IN THE SCREEN

Purpose: The scalar wave diffraction by the annular slot in an infinitely thin screen is considered in case of Dirichlet and Neumann boundary conditions. Diffraction problem by a flat ring is also considered as a dual one. The purpose of this paper is the development of the operator method to the axially-symmetric structures with the fields with continuous spectrum.

Design/methodology/approach: The incident and reflected fields are represented as Fourier series with respect to the azimuthal angle and as Fourier–Bessel integral with respect to the radius. The problem for every individual harmonic can be considered separately from other ones. The slot scattered field is represented as a superposition of fields scattered by the disc and slot. To solve the problem with the operator method one should use scattering operators of individual elements which make a whole structure. It is supposed that integral reflection operators of a circular slot and disc are known. Spectral function of the scattered field is sought as a sum of two spectral functions of fields scattered by the disc and by the slot in the screen. These functions are obtained from the connected operator equations. The operator equations are equivalent to the integral ones. For their discretization, the infinite interval of integration is exchanged by the bounded one, and Gaussian quadrature rule is used for the integrals with a unit weight-function. The integrands may have a root-type singularity.

Findings: The operator equations are obtained with respect to the spectral functions of the field scattered by the annular slot in the screen in case of Dirichlet and Neumann conditions. The directional patterns of a scattered field and dependences of scattering coefficient vs. frequency are represented, too.

Conclusions: The effective algorithm for studying the field scattered by the annular slot is proposed. The developed approach can be useful in solving of a number of problems of antennas and microwave electronics.

Key words: slot, infinitely thin ring, integral equation, wave diffraction

М. С. Калиберда^{1,2}, Л. М. Литвиненко^{1,2}, С. О. Погарський^{1,2}

¹Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна,
м. Свободи, 4, м. Харків, 61022, Україна

²Радіоастрономічний інститут НАН України,
вул. Мистецтв, 4, м. Харків, 61002, Україна

ОПЕРАТОРНИЙ МЕТОД У СКАЛЯРНІЙ ЗАДАЧІ ДИФРАКЦІЇ НА АКсіАЛЬНО-СИМЕТРИЧНИХ НЕОДНОРІДНОСТЯХ В ЕКРАНІ

Предмет і мета роботи: Розглядається задача про дифракцію скалярної хвилі на кільцевій щілині в нескінченно тонкому екрані у випадку граничних умов Діріхле і Неймана. Як двоїста до неї розглядається також задача про дифракцію на плоскому кільці. Мета роботи полягає в розвитку операторного методу на аксіально-симетричні структури, поля в яких мають неперервний просторовий спектр.

Методи та методологія: Падаюче і відбите поля розкладені в ряд Фур'є за азимутальним кутом і інтеграл Фур'є–Бесселя за радіусом. Задачу для кожної азимутальної гармоніки можна розглядати окремо від усіх інших гармонік. Поле, розсіяне на щілині, представлено у вигляді суперпозиції полів, розсіяних на диску і на отворі. Розв'язок задачі операторним методом передбачає використання операторів розсіювання окремих елементів, що складають складну структуру. Вважається, що інтегральні оператори відбиття круглого отвору в екрані і диска відомі. Спектральну функцію розсіяного поля шукаємо у вигляді суми двох спектральних функцій полів, відбитих диском і отвором у площині. Ці спектральні функції знаходяться зі зв'язаних операторних рівнянь. Операторні рівняння еквівалентні інтегральним. Для їх дискретизації нескінченний інтервал інтегрування замінюється скінченним і використовується складена квадратурна формула Гауса для інтегралів з однічною вагою. Відзначимо, що підінтегральні функції можуть мати кореневу особливість.

Результати: Отримано операторні рівняння відносно спектральних функцій поля, розсіяного на кільцевому отворі в площині, у випадку умов Діріхле і Неймана. Представлено діаграми спрямованості розсіяного поля і залежності коефіцієнта розсіювання від частоти.

Висновок: Запропоновано ефективний алгоритм дослідження поля, розсіяного на кільцевій щілині. Розвинений підхід може виявитися ефективним інструментом у розв'язанні низки задач антенної техніки і електроніки надвисоких частот.

Ключові слова: щілина, нескінченно тонке кільце, інтегральне рівняння, дифракція хвиль

Статья поступила в редакцию 10.01.2018