

# ПРИКЛАДНІ АСПЕКТИ РАДІОАСТРОНОМІЇ, РАДІОФІЗИКИ ТА ЕЛЕКТРОНІКИ

DOI: <https://doi.org/10.15407/rpra24.04.300>

УДК 621.396.96

В. Г. ГАЛУШКО

PACS number: 84.40.Xb

Радіоастрономічний інститут НАН України,  
ул. Мыстєцв, 4, г. Харьков, 61002, Украина  
E-mail: galushko@rian.kharkov.ua

## АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ СГЛАЖИВАЮЩИХ ОКОН ДЛЯ УМЕНЬШЕНИЯ БОКОВЫХ ЛЕПЕСТКОВ ПРИ СЖАТИИ ЛЧМ-ИМПУЛЬСОВ

Предмет и цель работы: *Анализ структуры выходного сигнала оптимального фильтра сжатия ЛЧМ-импульсов с целью выяснения причин несоответствия уровня боковых лепестков, получаемого при использовании стандартных сглаживающих окон, литературным данным.*

Методы и методология: *Для расчета структуры отклика оптимального фильтра со сглаживающим окном общего вида используются стандартные методы математической физики и статистической теории обработки сигналов.*

Результаты: *Приведены выражения для оценки максимального количества нулей и максимумов реакции оптимального фильтра сжатия ЛЧМ-импульсов, а также разности между соседними и “одноименными” (с одинаковыми номерами) нулями и максимумами в зависимости от базы сигнала. Получены формулы для оценки потерь в отношении сигнал/шум из-за применения сглаживающих функций. Подробно рассмотрен случай применения оконных функций в виде набора косинусных гармоник ряда Фурье, которым описывается достаточно большое количество стандартных окон. Получено аналитическое выражение для выходного сигнала фильтра сжатия ЛЧМ-импульсов с использованием таких окон, приведена формула для оценки потерь в отношении сигнал/шум. Проведен сравнительный анализ эффективности применения окон Хэмминга и Блэкмана в зависимости от базы сигнала  $V$ . Показано, что при значениях  $V \leq 80$  более эффективным является использование окна Хэмминга. При больших значениях  $V$  более эффективным становится окно Блэкмана. С ростом  $V$  эффективность обоих окон возрастает, асимптотически приближаясь к приводимым в литературе показателям. Эмпирическим путем подобраны коэффициенты оконных функций, состоящих из трех косинусных гармоник ряда Фурье, что позволило уменьшить уровень боковых лепестков, по сравнению с применением окна Хэмминга, приблизительно на 0.34 дБ при  $V = 21$  и на более чем 1 дБ при  $V = 7$ .*

Заключение: *Полученные результаты позволяют сделать вывод, что при небольших базах сигнала задачу оптимизации параметров оконных функций нужно решать отдельно для каждого конкретного значения  $V$ . Добиться предельно низкого уровня боковых лепестков при этом, скорее всего, не удастся, но определенное улучшение характеристик фильтра сжатия ЛЧМ-импульсов вполне возможно.*

Ключевые слова: *ЛЧМ-импульс, фильтр сжатия импульсов, оконная функция, уровень боковых лепестков*

### 1. Введение

Как известно [1], выбор параметров сигналов импульсных локаторов является определенным компромиссом между необходимостью обеспечения, с одной стороны, как можно более высокого разрешения по дальности, что требует применения достаточно коротких импульсов, а с другой – максимальной дальности обнаружения, которая определяется энергетическим потенциалом радара и может быть увеличена либо за счет удлине-

ния зондирующих сигналов, либо за счет повышения импульсной мощности локатора. Поскольку пиковая мощность радара ограничена чисто техническими возможностями, единственным способом удовлетворить этим противоречивым требованиям является использование сложных сигналов с большой базой  $B = \Delta f \tau_p \gg 1$ , где  $\Delta f$  – ширина спектра сигнала, а  $\tau_p$  – его длительность [2]. В этом случае локатор излучает достаточно длинный импульс, фаза или частота которого изменяется во времени по определен-

ному закону для получения ширины спектра сигнала  $\Delta f$ , необходимой для обеспечения заданного пространственного разрешения [3]. Отраженный от цели сигнал обрабатывается с помощью оптимального фильтра сжатия импульсов, формирующего на выходе немодулированный сигнал с амплитудой, пропорциональной энергии излученного импульса, и длительностью, равной примерно  $1/\Delta f$ .

Среди большого разнообразия сложных радиолокационных сигналов [4, 5] наиболее широкое применение нашли импульсы с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ), что обусловлено сравнительной простотой реализации алгоритмов их генерации и оптимальной обработки, а также рядом других полезных свойств [1, 5], например, слабой чувствительностью (толерантностью) к доплеровскому смещению частоты [3]. Наиболее существенным недостатком применения ЛЧМ-импульсов в радиолокации является наличие в выходном сигнале фильтра сжатия достаточно больших боковых лепестков. Например, уровень первого бокового лепестка достигает примерно  $-13$  дБ относительно главного максимума [1]. Этот эффект может приводить к маскированию слабо отражающих целей на фоне мощных отражений от других целей или местных объектов или же к ложному обнаружению. Поэтому одной из основных проблем является подавление боковых лепестков, для чего используются разнообразные сглаживающие окна во временной или частотной области [1, 6]. Платой за снижение уровня боковых лепестков является расширение основного максимума и уменьшение отношения сигнал/шум. Следует отметить, что подавляющее большинство применяемых оконных функций, достаточно полный список которых можно найти, например, в работах [7–9], было разработано для оценки спектральной амплитуды узкополосных сигналов, и эффективность их использования для подавления боковых лепестков ЛЧМ-импульсов вызывает определенные вопросы, особенно при сравнительно небольших базах  $B$ . Так, например, результаты исследований [5, 10–12] свидетельствуют, что для  $B < 50$  уровень боковых лепестков при применении окна Хэмминга существенно выше значения  $-42.8$  дБ, анонсируемого в литературе [7, 12].

Некоторые авторы [1, 13, 14] полагают, что такая разница между заявленным и реальным

уровнем боковых лепестков обусловлена существенным отличием формы спектра ЛЧМ-импульса от прямоугольной, которое усиливается с уменьшением базы сигнала  $B$ , и предлагают разные алгоритмы для ее корректировки. Однако существенно улучшить характеристики фильтра сжатия таким образом не удалось. Возможно, это связано с тем, что такой подход, в принципе, очень похож на сглаживание в спектральной области, которое, судя по результатам, представленным в [5], менее эффективно, чем во временной. Более того, искусственное ограничение спектра приводит к тому, что отклик фильтра сжатия занимает всю область возможных задержек, поскольку фурье-преобразование финитного спектра представляет собой функцию бесконечной длительности. Вследствие этого может существенно уменьшиться отношение сигнал/шум.

Таким образом, причина недостаточной эффективности применения стандартных сглаживающих окон для уменьшения уровня боковых лепестков выходного сигнала фильтра сжатия ЛЧМ-импульсов, скорее всего, не в отличии формы спектра сигнала от прямоугольной, а в структуре самого сигнала. Целью настоящей работы является проверка этого предположения и разработка рекомендаций по выбору сглаживающих функций во временной области для подавления боковых лепестков ЛЧМ-сигналов при небольших базах.

## 2. Выходной сигнал фильтра сжатия ЛЧМ-импульсов со сглаживающим окном во временной области

Пусть радар излучает прямоугольный ЛЧМ-импульс вида

$$S_0(t) = A_0(t)e^{-i[\omega_0(t-\tau_p/2)+\mu(t-\tau_p/2)^2/2+\varphi_0]} \quad (1)$$

Здесь  $A_0(t) = \begin{cases} A_0, & t \in [0, \tau_p]; \\ 0, & t \notin [0, \tau_p]; \end{cases}$  где  $A_0$  – амплитуда импульса;  $\tau_p$  – его длительность;  $\omega_0 = 2\pi f_0$  – частота заполнения;  $\varphi_0$  – начальная фаза. Параметр  $\mu = 2\pi\Delta f/\tau_p$ , где  $\Delta f$  – девиация частоты, характеризует крутизну фазовой модуляции.

Сигнал, отраженный от неподвижной точечной цели,  $S_T(t)$ , будет отличаться от (1) амплитудой  $A_T(t)$ , фазой  $\varphi_T$  и будет сдвинут во времени на величину  $\tau_d = 2R_T/c$ , где  $R_T$  – расстояние до цели,  $c$  – скорость света:

$$S_T(t) = A_T(t) e^{-i[\omega_0(t-\tau_d-\tau_p/2)+\mu(t-\tau_d-\tau_p/2)^2/2+\phi_T]} \quad (2)$$

Здесь  $A_T(t) = \begin{cases} \gamma A_0, & t \in [\tau_d, \tau_d + \tau_p]; \\ 0, & t \notin [\tau_d, \tau_d + \tau_p]; \end{cases}$  где  $\gamma$  – некий коэффициент, характеризующий отражающие свойства цели и потери мощности при распространении сигнала от локатора до цели и обратно.

Как известно [1, 3], оптимальный алгоритм сжатия сигнала (2) заключается в вычислении его свертки с опорным сигналом, определяемым выражением (1). На практике интеграл свертки удобнее вычислять в спектральной области на основании теоремы о свертке [15], предварительно умножив опорный сигнал на некую весовую функцию  $w(t)$  с целью уменьшения уровня боковых лепестков выходного сигнала фильтра сжатия. Таким образом, выходной сигнал фильтра сжатия  $S_{Tw}(t)$  со сглаживающим окном во временной области  $w(t)$  можно представить в виде

$$S_{Tw}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{rw}^*(\omega) S_T(\omega) e^{-i\omega t} d\omega \quad (3)$$

Здесь

$$S_{rw}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\tau_p} w(t) e^{i[\omega t - \omega_0(t-\tau_p/2) - \mu(t-\tau_p/2)^2/2]} dt \quad (4)$$

спектр произведения сглаживающего окна  $w(t)$  и опорного сигнала, определяемого выражением (1) при  $A_0 = 1$  для получения правильной размерности; символ «\*» означает комплексное сопряжение;

$$S_T(\omega) = \frac{\gamma A_0}{2\pi} \int_0^{\tau_p} e^{i[\omega(t+\tau_d) - \omega_0(t-\tau_p/2) - \mu(t-\tau_p/2)^2/2]} dt \quad (5)$$

спектр отраженного от цели сигнала (2).

Подставив (4), (5) в (3) и воспользовавшись определением дельта-функции Дирака,  $\delta(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega x} d\omega$  [16], получим

$$S_{Tw}(t) = \frac{\gamma A_0}{2\pi} \int_0^{\tau_p} \int_0^{\tau_p} w(t') e^{i[\omega_0(t'-t'') + \mu(t'^2 - t''^2 - t'\tau_p + t''\tau_p)/2]} \times \delta(t'' - t' + \tau_d - t) dt' dt'' \quad (6)$$

Перейдем в (6) к интегрированию по суммарной и разностной переменным

$$\rho = t'' - t' \quad \text{и} \quad \xi = t'' + t' - \tau_p$$

и введем время  $\tilde{t} = t - \tau_d$ . Тогда из (6) получим

$$S_{Tw}(\tilde{t}) = \frac{\gamma A_0}{4\pi} \left\{ \int_{-\tau_p}^0 \int_{-\rho-\tau_p}^{\rho+\tau_p} + \int_0^{\tau_p} \int_{\rho-\tau_p}^{-\rho+\tau_p} \right\} \times w\left[\frac{(\xi - \rho + \tau_p)}{2}\right] e^{-i(\omega_0\rho + \mu\rho\xi/2)} \delta(\rho - \tilde{t}) d\rho d\xi \quad (7)$$

Как видно, первое слагаемое в (7) дает вклад в выходной сигнал фильтра сжатия  $S_{Tw}(\tilde{t})$  при  $-\tau_p \leq \tilde{t} \leq 0$ , а второе – при  $\tau_p \geq \tilde{t} \geq 0$ . Таким образом, воспользовавшись фильтрующим свойством дельта-функции и сделав замену переменных  $\xi - \rho + \tau_p = 2\xi$ , окончательно запишем

$$S_{Tw}(\tilde{t}) = \frac{\gamma A_0}{2\pi} e^{-i[\omega_0\tilde{t} + \mu\tilde{t}(\tilde{t}-\tau_p)/2]} \int_{-\tilde{t}}^{\tau_p} w(\zeta) e^{-i\mu\tilde{t}\zeta} d\zeta \quad (8a)$$

$$S_{Tw}(\tilde{t}) = \frac{\gamma A_0}{2\pi} e^{-i[\omega_0\tilde{t} + \mu\tilde{t}(\tilde{t}-\tau_p)/2]} \int_0^{\tau_p - \tilde{t}} w(\zeta) e^{-i\mu\tilde{t}\zeta} d\zeta \quad (8б)$$

Можно легко показать, что при  $w(\zeta) = 1$  (нет оконного сглаживания) выражение (8) с точностью до постоянного множителя приводится к хорошо известной формуле для корреляционной функции ЛЧМ-импульса [4]:

$$S_{T0}(\tilde{t}) = \frac{\gamma A_0}{2\pi} (\tau_p - |\tilde{t}|) \text{sinc}\left[\mu\tilde{t}(\tau_p - |\tilde{t}|)/2\right] e^{-i\omega_0\tilde{t}}, \quad (9)$$

где  $\text{sinc}(x) = \sin(x)/x$ .

Из (8) следует, что реакцию фильтра сжатия ЛЧМ-импульсов со сглаживанием во временной области  $S_{Tw}(\tilde{t})$  можно рассматривать как преобразование Фурье от оконной функции  $w(\zeta)$  с переменными пределами интегрирования. При использовании же стандартных окон, применяемых для оценки спектральной амплитуды [7, 8], интегрирование выполняется в фиксированных пределах  $[0, T]$ , где  $T$  – интервал наблюдения. Вполне возможно, что переменные пределы интегрирования в [8] и являются причиной недостаточной эффективности применения стандартных оконных функций

для подавления боковых лепестков выходного сигнала фильтра сжатия ЛЧМ-импульсов. Для проверки этого предположения нужно подробно исследовать структуру выходного сигнала фильтра сжатия, что мы сделаем в Разделе 4. Но прежде оценим потери в отношении сигнал/шум, обусловленные использованием сглаживающих окон.

### 3. Потери в отношении сигнал/шум из-за применения сглаживающих окон

Как следует из (9), выходной сигнал оптимального фильтра сжатия ЛЧМ-импульсов максимален при  $\tilde{t} = 0$ , что соответствует времени распространения зондирующего импульса от локатора до цели и обратно  $\tau_d$ . Вполне очевидно, что  $S_{T_w}(\tilde{t})$  также должен иметь максимум при  $\tilde{t} = 0$ , чтобы оценка расстояния до цели  $R_T = c\tau_d/2$  была не смещенной. Поэтому в качестве отношения сигнал/шум будем рассматривать коэффициент

$$SNR_w = \frac{|S_{T_w}(0)|^2}{\sigma_{T_w}^2}, \quad (10)$$

где  $\sigma_{T_w}^2$  – вклад в выходной сигнал, обусловленный шумами приемника радара.

Согласно (8), числитель выражения (10) равен

$$|S_{T_w}(0)|^2 = \left( \frac{\gamma A_0}{2\pi} \right)^2 \int_0^{\tau_p} \int_0^{\tau_p} w(\zeta) w^*(\zeta') d\zeta d\zeta' = \left( \frac{\gamma A_0}{2\pi} \left| \int_0^{\tau_p} w(\zeta) d\zeta \right| \right)^2. \quad (11)$$

Для вычисления  $\sigma_{T_w}^2$  воспользуемся моделью стационарного шума  $n(t)$  с нулевым средним,  $\langle n(t) \rangle = 0$ , (угловые скобки означают статистическое усреднение) и корреляционной функцией,  $K(t_2 - t_1) = \langle n(t_1) n^*(t_2) \rangle$ .

Поскольку выходной сигнал представляет собой свертку опорного и принимаемого сигналов, можно сразу записать

$$\sigma_{T_w}^2 = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\tau_p/2}^{\tau_p/2} \int_{-\tau_p/2}^{\tau_p/2} w(t_1 + \tau_p/2) w^*(t_2 + \tau_p/2) \times K(t_2 - t_1) e^{-i[\omega_0(t_2 - t_1) + \mu(t_2^2 - t_1^2)/2]} dt_1 dt_2. \quad (12)$$

Переходя к интегрированию по суммарной и разностной переменным

$$\xi = t_2 + t_1 \text{ и } \rho = t_2 - t_1$$

и полагая  $K(\rho)$  достаточно острой функцией с характерным масштабом изменения (радиусом корреляции)  $l$  много меньшим длины импульса  $\tau_p$ :

$$l/\tau_p \ll 1, \quad (13)$$

из (12) получаем

$$\sigma_{T_w}^2 \approx \frac{1}{8\pi^2} \int_{-\tau_p}^{\tau_p} \int_{-\infty}^{\infty} w[(\xi - \rho + \tau_p)/2] \times w^*[(\xi + \rho + \tau_p)/2] K(\rho) e^{-i[\omega_0 + \mu\xi/2]\rho} d\xi d\rho. \quad (14)$$

Если оконная функция  $w(t)$  является достаточно гладкой с характерным масштабом изменения значительно больше  $l$ , то можно в линейном приближении считать

$$w[(\xi \pm \rho + \tau_p)/2] \approx w[(\xi + \tau_p)/2] \pm \rho \left. \frac{dw[(\xi \pm \rho + \tau_p)/2]}{d\rho} \right|_{\rho=0}$$

и, пренебрегая членами второго порядка малости, представить (14) в виде

$$\sigma_{T_w}^2 \approx \frac{1}{8\pi^2} \int_{-\tau_p}^{\tau_p} |w[(\xi + \tau_p)/2]|^2 d\xi \int_{-\infty}^{\infty} K(\rho) e^{-i[\omega_0 + \mu\xi/2]\rho} d\rho. \quad (15)$$

Внутренний интеграл по  $\rho$  в (15) представляет собой энергетический спектр шума, который в случае равномерного распределения в полосе пропускания приемника характеризуется спектральной плотностью мощности  $N_0/2$ . Таким образом, окончательно имеем

$$\sigma_{T_w}^2 \approx \frac{N_0}{4\pi} \int_0^{\tau_p} |w(\xi)|^2 d\xi. \quad (16)$$

После подстановки (11) и (16) в (10) получаем

$$SNR_w \approx \frac{\gamma^2 A_0^2 \left| \int_0^{\tau_p} w(\xi) d\xi \right|^2}{\pi N_0 \int_0^{\tau_p} |w(\xi)|^2 d\xi}. \quad (17)$$

Для отношения сигнал/шум в отсутствие сглаживания  $SNR_0$ , т. е. при  $w(\xi) = 1$ , из (17) имеем

$$SNR_0 \approx \frac{\gamma^2 A_0^2 \tau_p}{\pi N_0}. \quad (18)$$

Разделив (17) на (18), получаем выражение для потерь в отношении сигнал/шум  $\Gamma = SNR_w / SNR_0$  из-за применения сглаживающего окна:

$$\Gamma = \frac{1}{\tau_p} \frac{\left| \int_0^{\tau_p} w(\xi) d\xi \right|^2}{\int_0^{\tau_p} |w(\xi)|^2 d\xi}. \quad (19)$$

В заключение этого раздела проанализируем, при каких условиях выполняется неравенство (13). В случае равномерного шума на входе приемника (модель “белого” шума) характерный масштаб его корреляции  $l$  определяется полосой пропускания приемника  $\Delta f_{rec}$  ( $l \approx 1/\Delta f_{rec}$ ), которая в случае оптимальной фильтрации приблизительно равна полосе девиации ЛЧМ-импульса  $\Delta f$ . Таким образом, неравенство (13) эквивалентно условию

$$\tau_p / l \approx \tau_p \Delta f \gg 1,$$

т. е. оно выполняется для случая сигналов с большой базой  $B = \tau_p \Delta f \gg 1$ . Соответственно оценка (19) справедлива при  $B \gg 1$ .

#### 4. Исследование структуры выходного сигнала оптимального фильтра сжатия

Для выяснения причин несоответствия анонсированной в литературе и реальной степени подавления боковых лепестков выходного сигнала оптимального фильтра сжатия ЛЧМ-импульсов с помощью стандартных сглаживающих окон проанализируем структуру выходного сигнала этого фильтра  $S_{T0}(t)$ . (Здесь и далее мы будем опус-

кать символ тильда над  $t$ .) Как следует из (8) при  $w(\xi) = 1$ ,  $S_{T0}(t)$  можно рассматривать как фурье-образ прямоугольного окна переменной длины. В результате минимумы (нули) и максимумы огибающей  $S_{T0}(t)$  располагаются не эквидистантно, в отличие от обычного фурье-спектра, при котором длина окна фиксирована. Действительно, положение минимумов  $|S_{T0}(t)|$  находится из уравнения

$$\mu t (\tau_p - |t|) = 2\pi n, \quad |t| \leq \tau_p, \quad (20)$$

где  $n = \pm 1, \pm 2, \dots, n_{max}$  – номер нуля функции  $|S_{T0}(t)|$ . Положительные  $n$  соответствуют  $0 \leq t \leq \tau_p$ , а отрицательные –  $-\tau_p \leq t \leq 0$ . В силу симметрии  $|S_{T0}(t)|$  относительно  $t = 0$  достаточно рассмотреть одну область значений  $n$ , например, положительную. В этом случае решение уравнения (20) есть

$$t_{1,2}^{min} = \frac{\tau_p}{2} \left[ 1 \pm \sqrt{1 - \frac{4n}{B}} \right]. \quad (21)$$

Из (21) следует, что для каждого  $n$  имеются 2 минимума, расположенные симметрично относительно  $t = \tau_p/2$ . Максимальная величина  $n$  ограничена неравенством

$$n_{max} \leq B/4.$$

Если  $B/4$  равно некоторому целому числу  $M$ , то минимумы, соответствующие  $n = M$ , сливаются в точке  $t = \tau_p/2$  и, следовательно,  $|S_{T0}(\tau_p/2)| = 0$  (см. рис. 1, а). При  $B/4 = M + 1$  в этой точке наблюдается локальный максимум (рис. 1, б), который несколько расширяется при  $B/4 = M + 2$  (рис. 1, в) и затем трансформируется в локальный минимум при  $B/4 = M + 3$  (рис. 1, г).

Ширина основного максимума функции  $|S_{T0}(t)|$  по нулевому уровню равна

$$\Delta t = \tau_p \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{4}{B}} \right],$$

а расстояние между соседними минимумами,  $\Delta t_{n+1,n}^{min} = t^{min}(n+1) - t^{min}(n)$ , при  $4n/B \ll 1$  можно с точностью до квадратичных членов оценить по формуле

$$|\Delta t_{n+1,n}^{min}| \approx \frac{1}{\Delta f} \left( 1 + \frac{2n+1}{B} \right).$$

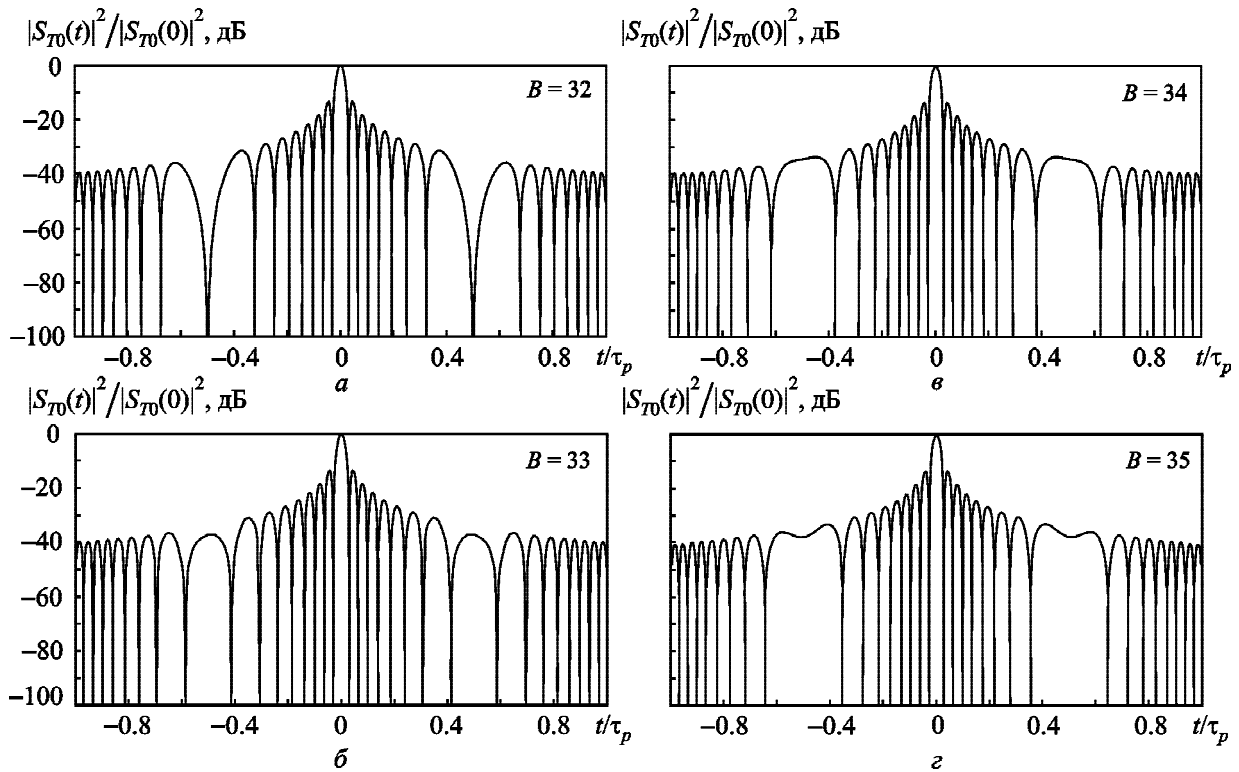


Рис. 1. Выходной сигнал оптимального фильтра сжатия ЛЧМ-импульсов при  $\Delta f = 10$  МГц и  $\tau_p = 3.2$  мкс ( $B = 32$ ) (а),  $\tau_p = 3.3$  мкс ( $B = 33$ ) (б),  $\tau_p = 3.4$  мкс ( $B = 34$ ) (в) и  $\tau_p = 3.5$  мкс ( $B = 35$ ) (г)

Аналогичным образом можно оценить и положения максимумов функции  $|S_{T0}(t)|$ . Так, рассматривая интервал  $0 \leq t \leq \tau_p$ , получаем, что максимумы  $|S_{T0}(t)|$ , так же как и минимумы, располагаются симметрично относительно  $t = \tau_p/2$  в точках

$$t_{1,2}^{\max} = \frac{\tau_p}{2} \left[ 1 \pm \sqrt{1 - \frac{2(2m+1)}{B}} \right],$$

откуда следует, что их максимальное количество  $m_{\max}$  удовлетворяет неравенству

$$m_{\max} \leq \frac{1}{2} \left( \frac{B}{2} - 1 \right).$$

Расстояние между соседними максимумами,  $\Delta t_{m+1,m}^{\max} = t^{\max}(m+1) - t^{\max}(m)$ , при  $4m/B \ll 1$  с точностью до квадратичных членов равно

$$|\Delta t_{m+1,m}^{\max}| \approx \frac{1}{\Delta f} \left( 1 + \frac{2(m+1)}{B} \right).$$

По всей видимости, именно зависимость расстояния между соседними минимумами и макси-

мумами функции  $|S_{T0}(t)|$  от времени  $t$  является причиной существенного отличия реального уровня боковых лепестков от анонсируемого в литературе в случае применения стандартных сглаживающих окон. Действительно, стандартные оконные функции хорошо работают в случае постоянного расстояния между соседними максимумами и минимумами ( $\Delta t_{n+1,n}^{\min} = \text{const}$ ,  $\Delta t_{m+1,m}^{\max} = \text{const}$ ) анализируемой функции, как это имеет место при спектральном анализе узкополосных сигналов, для чего, собственно, они и были разработаны. Поскольку  $\Delta t_{n+1,n}^{\min}$  и  $\Delta t_{m+1,m}^{\max}$  обратно пропорциональны базе ЛЧМ-импульса  $B$ , при  $B \gg 1$  они меняются довольно медленно и стандартные окна в достаточной мере подавляют боковые лепестки, находящиеся в интервале от  $t^{\max}(m)$  до того момента времени  $t_{cut}$ , когда  $\Delta t_{n+1,n}^{\min}$  и  $\Delta t_{m+1,m}^{\max}$  увеличатся настолько, что применяемое окно станет менее эффективным. Однако к этому моменту уровень боковых лепестков снижается настолько, что подавлять их уже нет необходимости. В итоге степень подавления боковых лепестков, в целом, с ростом  $B$  приближается к анонсируемому в литературе. При сравнительно небольших базах сиг-

нала расстояние  $\Delta t_{m+1,m}^{\max}$  изменяется довольно быстро и стандартные окна теряют свою эффективность при малых  $m$ , когда уровень боковых лепестков еще достаточно высок. В качестве примера на рис. 2 приведены зависимости  $|S_{T_0}(t)|$  (верхние панели) и  $|S_{T_w}(t)|$  (нижние панели), рассчитанные для  $B = 32$  (рис. 2, а) и  $B = 320$  (рис. 2, б). Длина импульса  $\tau_p$  в обоих случаях равнялась 3.2 мкс. Сглаживающей функцией являлось окно Хэмминга [7]  $w(t) = \alpha - (1 - \alpha) \cos(2\pi t / \tau_p)$  при  $\alpha = 0.53836$ . Видно, что при  $B = 320$  применение окна Хэмминга практически обеспечивает анонсируемое в литературе подавление (уровень первого бокового лепестка составляет примерно 42.49 дБ). Тем не менее в довольно широких интервалах вблизи  $t = \pm \tau_p / 2$  его эффективность заметно падает и вместо уменьшения наблюдается даже некоторое возрастание уровня боковых лепестков, в отличие от монотонного снижения в случае вычисления фурье-спектра монохроматического сигнала (см. рис. 3). Например, при  $t / \tau_p \approx \pm 0.46$  (примерно 80-й максимум  $|S_{T_0}(t)|$ ) выходной сигнал фильтра сжатия с окном Хэм-

минга равен  $-53.42$  дБ, а без сглаживания он составляет  $-53.31$  дБ. Однако это не имеет существенного значения, т. к. уровень боковых лепестков в этом интервале уже значительно ниже анонсируемых в литературе  $\approx -42.7$  дБ [7]. В то же время при  $B = 32$  расстояние  $\Delta t_{m+1,m}^{\max}$  заметно увеличивается уже начиная с  $m = 6$ , и эффективность применения окна Хэмминга падает в области, где уровень боковых лепестков выходного сигнала оптимального фильтра сжатия без сглаживания еще достаточно высок (уровень 6-го лепестка составляет  $\approx -26.9$  дБ). В результате максимальный уровень  $|S_{T_w}(t)|$  вне основного максимума составляет лишь  $\approx -32.7$  дБ.

Поскольку параметры окна Хэмминга, равно как и других стандартных оконных функций, выбирались для случая эквидистантных боковых лепестков, возможно, ситуацию удастся несколько улучшить путем подбора их значений целенаправленно для подавления боковых лепестков выходного сигнала фильтра сжатия ЛЧМ-импульсов. В следующем разделе мы исследуем этот вопрос на примере оконных функций вида

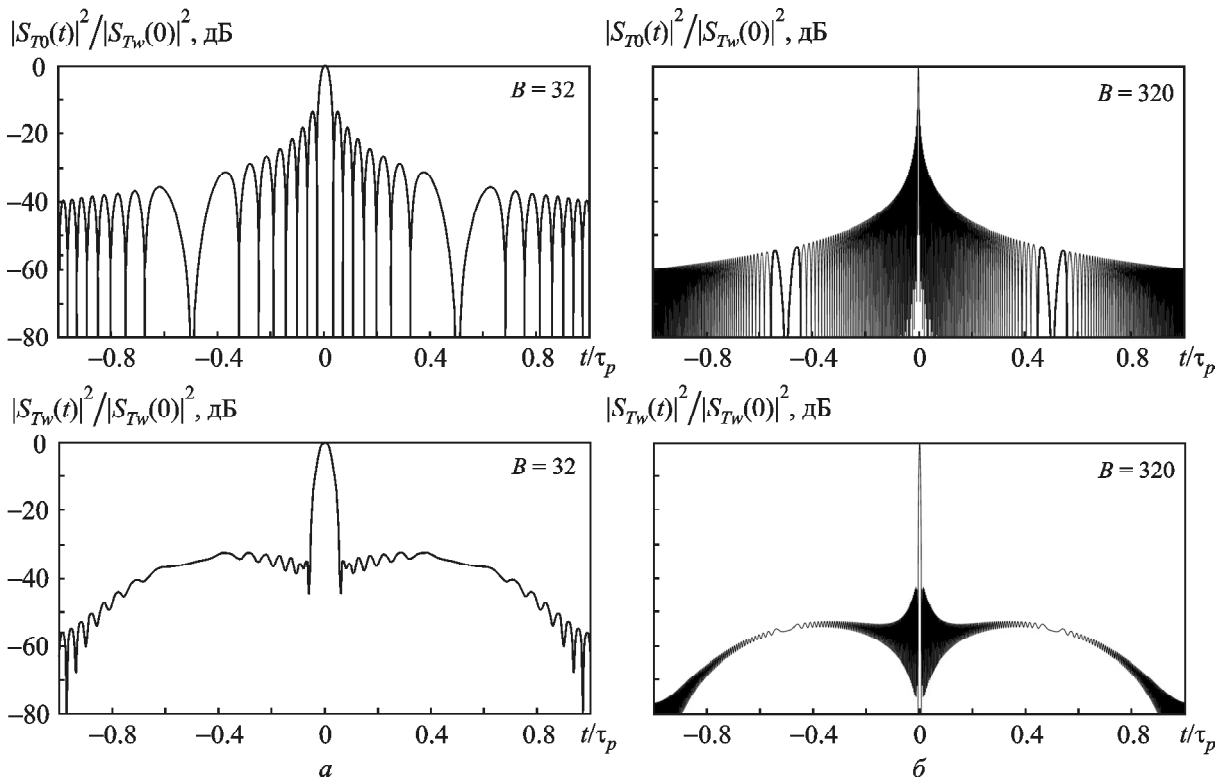


Рис. 2. Выходной сигнал фильтра сжатия ЛЧМ-импульсов при  $B = 32$  (а) и  $B = 320$  (б), рассчитанный для  $\tau_p = 3.2$  мкс без сглаживания (верхние панели) и со сглаживанием с помощью окна Хэмминга (нижние панели)

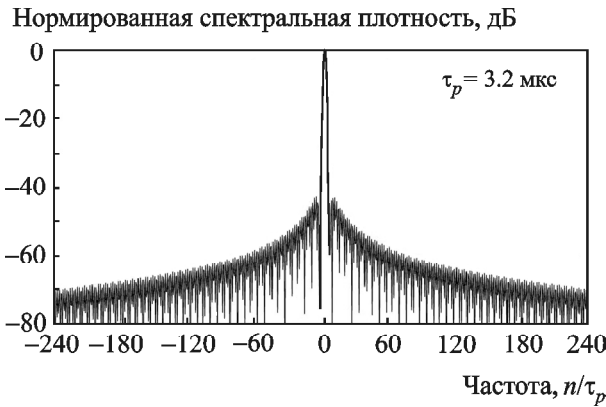


Рис. 3. Нормированный спектр гармонического сигнала, вычисленный по длине импульса  $\tau_p = 3.2$  мкс со сглаживанием с помощью окна Хэмминга. Ноль на оси частот соответствует частоте заполнения импульса

$w(t) = \sum_{k=0}^K a_k \cos(2\pi kt/\tau_p)$ , которые наиболее часто применяются в радиолокации, и попытаемся разработать рекомендации по выбору их параметров.

### 5. Характеристики фильтров сжатия ЛЧМ-импульсов с оконными функциями вида $w(t) = \sum_{k=0}^K a_k \cos(2\pi kt/\tau_p)$

Сделав в (8) замену переменных  $\xi = y + \tau_p/2$ , получим следующую формулу для модуля выходного сигнала фильтра сжатия со сглаживающим окном  $w(t)$ :

$$|S_{Tw}(t)| = \frac{\gamma A_0}{2\pi} \left| \int_{-\tau_p/2}^{\tau_p/2-t} w(\tau_p/2 \pm y) e^{-i4\pi|y|} dy \right|, \quad (22)$$

где знак “+” соответствует положительным  $t$ , а знак “-” – отрицательным.

Из (22) следует, что для того, чтобы функция  $|S_{Tw}(t)|$  была симметричной относительно  $t = 0$ , оконная функция  $w(t)$  должна быть симметричной относительно середины импульса  $\tau_p/2$ . Будем полагать условие симметричности выполненным и далее будем рассматривать только интервал времени  $\tau_p \geq t \geq 0$ . Введем безразмерное время  $t' = t/\tau_p$  и перейдем в (8б) к безразмерной переменной интегрирования  $\eta = \zeta/\tau_p$ . Тогда можно записать

$$|S_{Tw}(t')|^2 =$$

$$= \left( \frac{\gamma A_0 \tau_p}{2\pi} \right)^2 \int_0^{1-t'} \int_0^{1-t'} w(\eta_1) w^*(\eta_2) e^{-i2\pi B t' (\eta_1 - \eta_2)} d\eta_1 d\eta_2.$$

Все известные оконные функции  $w(t)$  являются действительными [7, 8], и таким образом имеем

$$|S_{Tw}(t')|^2 = \left( \frac{\gamma A_0 \tau_p}{2\pi} \right)^2 \left\{ \left[ \int_0^{1-t'} w(\eta) \cos(2\pi B t' \eta) d\eta \right]^2 + \left[ \int_0^{1-t'} w(\eta) \sin(2\pi B t' \eta) d\eta \right]^2 \right\}. \quad (23)$$

Представим  $w(\eta)$  в виде ряда Фурье по  $K$  гармоникам:

$$w(\eta) = a_0 + \sum_{k=1}^K [a_k \cos(2\pi k \eta) + b_k \sin(2\pi k \eta)],$$

где  $\eta$  меняется от 0 до 1.

Условие симметричности окна относительно середины импульса эквивалентно выполнению равенства

$$w(0.5 + \Delta\eta) = w(0.5 - \Delta\eta),$$

откуда следует, что  $b_k = 0$ . В результате получаем

$$w(\eta) = \sum_{k=0}^K a_k \cos(2\pi k \eta). \quad (24)$$

Заметим, что выражение (24) описывает широкий класс оконных функций, часто применяемых в различных приложениях, включая радиолокацию. В зависимости от количества членов ряда  $K$  и значения коэффициентов  $a_k$ , этот класс представлен окнами Хеннинга (Hanning), Хэмминга (Hamming), Блэкмана (Blackman), окном с плоской вершиной (Flat-Top-Window) и др. [7].

Подставим (24) в (23) и после несложных, но громоздких вычислений получим

$$|S_{Tw}(t')|^2 = \left( \frac{\gamma A_0 \tau_p}{4\pi^2} \right)^2 \times \left\{ \left( \frac{2a_0}{Bt'} \right)^2 \sin^2 [\pi B t' (1-t')] + \frac{4a_0 \sin [\pi B t' (1-t')]}{Bt'} \right\} \times$$



$$\begin{aligned}
 & \times \sum_{k=1}^K a_k \left[ \frac{\sin[\pi(k - Bt')(1 - t')]}{k - Bt'} + \right. \\
 & \left. + \frac{\sin[\pi(k + Bt')(1 - t')]}{k + Bt'} \right] \cos[\pi k(1 - t')] + \\
 & + \frac{1}{2} \sum_{k,l=1}^K a_k a_l \left\{ \cos[\pi(1 - t')(k - l)] \times \right. \\
 & \times \left[ \frac{\sin[\pi(k - Bt')(1 - t')]\sin[\pi(l - Bt')(1 - t')]}{(k - Bt')(l - Bt')} + \right. \\
 & \left. + \frac{\sin[\pi(k + Bt')(1 - t')]\sin[\pi(l + Bt')(1 - t')]}{(k + Bt')(l + Bt')} \right] + \\
 & + \cos[\pi(1 - t')(k + l)] \times \\
 & \times \left[ \frac{\sin[\pi(k + Bt')(1 - t')]\sin[\pi(l - Bt')(1 - t')]}{(k + Bt')(l - Bt')} + \right. \\
 & \left. + \frac{\sin[\pi(k - Bt')(1 - t')]\sin[\pi(l + Bt')(1 - t')]}{(k - Bt')(l + Bt')} \right] \left. \right\}. \tag{25}
 \end{aligned}$$

Вклад шумов в выходной сигнал фильтра сжатия со сглаживающим окном (24) оценим по формуле (16). После несложных вычислений получим

$$\sigma_{T_w}^2 \approx \frac{N_0 \tau_p}{4\pi} \left( a_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K a_k^2 \right). \tag{26}$$

Разделив (25) при  $t' = 0$  на (26), получим формулу для расчета отношения сигнал/шум для фильтра сжатия ЛЧМ-импульсов с окном (24):

$$SNR_w \approx \frac{\gamma^2 A_0^2 \tau_p}{\pi N_0} \frac{a_0^2}{a_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K a_k^2}. \tag{27}$$

Теперь оценим потери в отношении сигнал/шум из-за использования сглаживающего окна (24), разделив (27) на (18). В результате получим

$$\Gamma \approx \frac{a_0^2}{a_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K a_k^2}. \tag{28}$$

Из (28) следует, что при выборе сглаживающей функции возникает дилемма между сложностью формы окна (количеством членов ряда (24)), от которой в определенной степени зависит степень подавления боковых лепестков, и величиной потерь в отношении сигнал/шум. Кроме того, нужно учитывать, что при небольших базах сигнала  $B$  эффективность применения стандартных сглаживающих окон существенно снижается и, возможно, для каждого конкретного значения  $B$  нужно решать отдельную задачу по выбору параметров оконной функции. Для иллюстрации вышесказанного проведем сравнительный анализ выходных сигналов фильтров сжатия ЛЧМ-импульсов на основе окон Хэмминга и Блэкмана, а также сформируем рекомендации по выбору параметров сглаживающих функций в рамках проведенных исследований.

### 6. Сравнительный анализ фильтров сжатия ЛЧМ-импульсов с окнами Хэмминга и Блэкмана

Как уже отмечалось, оконная функция (24) описывает широкий класс сглаживающих окон, применяемых для подавления боковых лепестков выходного сигнала оптимального фильтра сжатия ЛЧМ-импульсов. Из всего этого многообразия для дальнейшего анализа выберем окна Хэмминга и Блэкмана, которые наиболее часто используются в радиолокации. Согласно [7] соответствующие оконные функции имеют следующий вид:

а) окно Хэмминга

$$w_H(t) = 0.53836 - 0.46164 \cos(2\pi t / \tau_p), \tag{29}$$

б) окно Блэкмана

$$\begin{aligned}
 w_B(t) &= \\
 &= 0.7938 - 0.924 \cos(2\pi t / \tau_p) + 0.143 \cos(4\pi t / \tau_p). \tag{30}
 \end{aligned}$$

Максимальные уровни боковых лепестков, приведенные в [7] для окон (29) и (30), равны соответственно  $-42.6751$  и  $-68.2361$  дБ. Потери в отношении сигнал/шум  $\Gamma_H$  и  $\Gamma_B$ , вычисленные для  $w_H(t)$  и  $w_B(t)$  по формуле (28), составляют примерно  $-1.34$  и  $-2.29$  дБ. Полученные оценки находятся в хорошем соответствии с литературными данными [7].

На рис. 4 приведены зависимости  $|S_{T_{wH}}(t)|$  (верхние панели) и  $|S_{T_{wB}}(t)|$  (нижние панели), рассчитанные для  $B = 32$  (рис. 4, а) и  $B = 320$  (рис. 4, б). Длина импульса  $\tau_p$  в обоих случаях равнялась 3.2 мкс.

Видно, что окно Блэкмана эффективнее подавляет боковые лепестки вблизи главного максимума по сравнению с окном Хэмминга. Платой за это является уширение основного лепестка. Так, его относительная ширина (нормированная на ширину главного лепестка  $|S_{T_0}(t)|$ ), оцененная на уровне  $-3$ ,  $-20$  и  $-40$  дБ при  $B = 32$ , составляет для окна Хэмминга примерно 1.48, 1.65 и 1.82 соответственно, а для окна Блэкмана – 1.82, 2.01 и 2.49. При  $B = 320$  ширины на уровне  $-3$  дБ остаются практически такими же, а на уровнях  $-20$  и  $-40$  дБ они несколько больше – примерно 1.69 и 1.95 соответственно для окна Хэмминга и 2.15 и 2.76 для окна Блэкмана. Зависимость  $|S_{T_{wH}}(t)|$  более равномерная, в то время как  $|S_{T_{wB}}(t)|$  демонстрирует существенное возрастание в окрестности точек  $t/\tau_p = \pm 0.5$ . В целом максимальный уровень боковых лепестков для

обоих окон значительно превышает приведенные в [7] значения. Так, при  $B = 32$  он составляет примерно  $-32.69$  дБ для окна Хэмминга и  $-32.0$  дБ для окна Блэкмана вместо анонсируемых  $-42.6751$  дБ и  $-68.2361$  дБ. При  $B = 320$  эффективность окна Хэмминга практически достигает заявленной (максимальный уровень боковых лепестков  $\approx -42.49$  дБ), в то время как в случае окна Блэкмана она остается все еще существенно ниже приведенной в [7] (максимальный уровень боковых лепестков  $\approx -51.95$  дБ). Примечательным является тот факт, что при  $B = 32$  более эффективным оказывается применение окна Хэмминга, а при  $B = 320$  – окна Блэкмана. На рис. 5 приведены зависимости максимального уровня боковых лепестков от базы сигнала  $B$ , рассчитанные для окон Хэмминга (сплошная линия) и Блэкмана (пунктирная линия) при  $\tau_p = 4$  мкс. Видно, что эффективности этих окон сравниваются при  $B \approx 80$ . По мере дальнейшего увеличения  $B$  максимальные уровни боковых лепестков продолжают снижаться, асимптотически приближаясь к заявленным в литературе значениям [7].

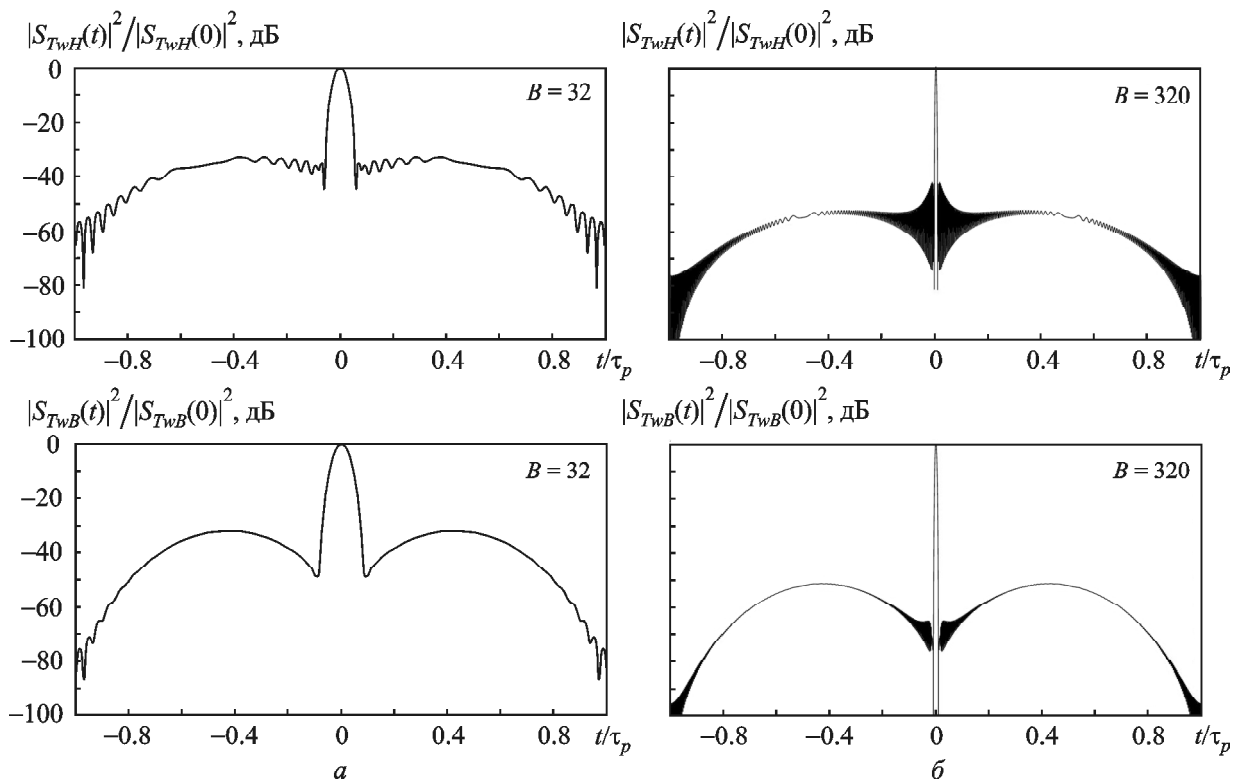


Рис. 4. Зависимости  $|S_{T_{wH}}(t)|$  (верхние панели) и  $|S_{T_{wB}}(t)|$  (нижние панели), рассчитанные для  $B = 32$  (а) и  $B = 320$  (б). Длина импульса  $\tau_p$  в обоих случаях равнялась 3.2 мкс

Характер зависимостей, представленных на рис. 5, позволяет предположить, что целенаправленным выбором параметров оконных функций вида (24) можно несколько повысить эффективность стандартных сглаживающих окон, применяемых для подавления боковых лепестков в выходном сигнале фильтра сжатия ЛЧМ-импульсов. При небольших базах сигнала  $B$ , скорее всего, потребуется решать отдельную задачу оптимизации для каждого конкретного значения  $B$ . В качестве примера на рис. 6 приведены выходные сигналы фильтра сжатия ЛЧМ-импульсов с базой  $B = 21$ , рассчитанные для окон Хэмминга (сплошная линия) и окна вида (30), но с коэффициентами  $a_0 = 0.51$ ,  $a_1 = 0.49$  и  $a_2 = 0.001$  (пунктирная линия), подобранными эмпирически. Видно, что ширины основных максимумов практически одинаковы, а уровень боковых лепестков в случае окна вида (30) примерно на 0.34 дБ ниже. Полученный выигрыш, конечно, не столь существенный, но вполне возможно, что лучшего результата удастся достичь с помощью методов оптимизации (см., например, [17–20]). Данное окно сохраняет свое преимущество над окном Хэмминга в пределах интервала изменения  $B$  от 15 до 30, на краях которого его эффективность сравнивается с эффективностью окна Хэмминга.

Довольно интересный результат получился для окна

$$w(t) = 0.5375 - 0.33125 \cos(2\pi t/\tau_p) - 0.09125 \cos(4\pi t/\tau_p) \quad (31)$$

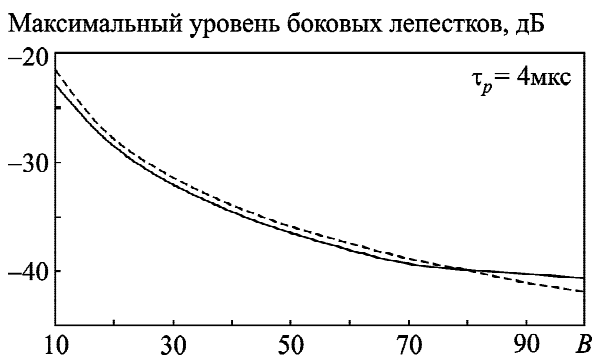


Рис. 5. Зависимости максимального уровня боковых лепестков от базы сигнала  $B$ , рассчитанные для окон Хэмминга (сплошная линия) и Блэкмана (пунктирная линия) при  $\tau_p = 4$  мкс

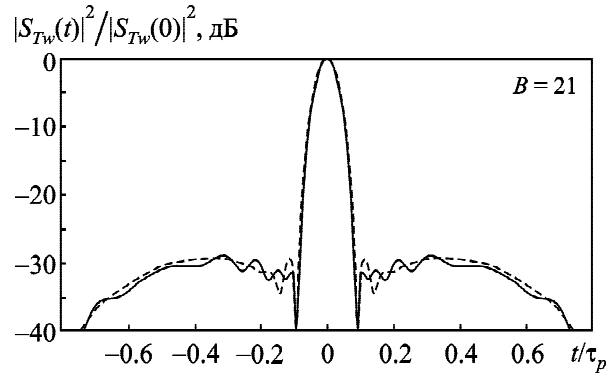


Рис. 6. Выходной сигнал фильтра сжатия ЛЧМ-импульсов с использованием окна Хэмминга (сплошная линия) и окна  $w(t) = 0.51 - 0.49 \cos(2\pi t/\tau_p) + 0.001 \cos(4\pi t/\tau_p)$  (пунктирная линия). Расчеты выполнены для базы сигнала  $B = 21$  при длине импульса  $\tau_p = 4$  мкс

при базе сигнала  $B = 7$  (см. рис. 7). Во-первых, выигрыш в подавлении боковых лепестков составил более 1 дБ (максимальный уровень боковых лепестков  $-20.6$  дБ против  $-19.57$  дБ при использовании окна Хэмминга). Во-вторых, ширина главного лепестка оказалась меньше, чем при применении окна Хэмминга. Так, соотношение ширин на уровне  $-3$  дБ равно примерно 0.88, а на уровне  $-18$  дБ – примерно 0.79. Следует отметить, что как увеличение, так и уменьшение базы сигнала  $B$  приводит к тому, что окно (31) становится менее эффективным, чем окно Хэмминга. Это подтверждает предположение о том, что при небольших базах сигнала для каждого конкретного значения  $B$  надо решать отдельную задачу оптимизации параметров оконной функции.

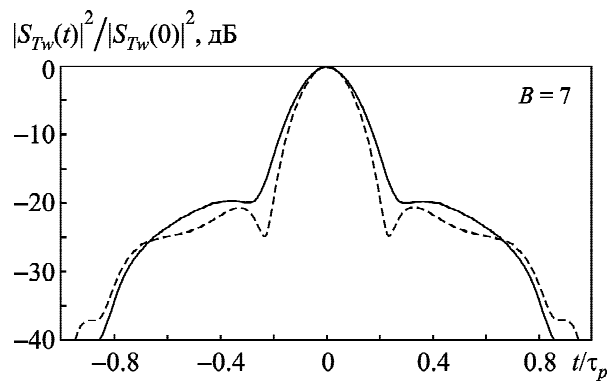


Рис. 7. Выходной сигнал фильтра сжатия ЛЧМ-импульсов с использованием окна Хэмминга (сплошная линия) и окна (31) (пунктирная линия). Расчеты выполнены для базы сигнала  $B = 7$  при длине импульса  $\tau_p = 4$  мкс

## 7. Заключение

В работе проведен анализ структуры выходного сигнала оптимального фильтра сжатия ЛЧМ-импульсов с целью выяснения причин несоответствия уровня подавления его боковых лепестков с помощью стандартных оконных функций литературным данным. Определены положения нулей и максимумов отклика оптимального фильтра, приведена оценка ширины главного максимума. Показано, что максимумы и минимумы выходного сигнала расположены симметрично относительно моментов времени, соответствующих задержке сигнала при распространении до цели и обратно плюс/минус половина длины импульса. Получены формулы для оценки максимального количества нулей и максимумов реакции оптимального фильтра, а также разности между соседними и “одноименными” (с одинаковыми номерами) нулями и максимумами в зависимости от базы сигнала. Показано, что с возрастанием номера нуля (максимума) расстояние между соседними нулями (максимумами) увеличивается. Высказано предположение, что это является причиной несоответствия степени подавления боковых лепестков выходного сигнала фильтра сжатия ЛЧМ-импульсов с помощью стандартных сглаживающих окон литературным данным.

С целью проверки этого предположения выполнены расчеты отклика фильтра сжатия ЛЧМ-импульсов со сглаживающим окном, заданным действительной функцией. Показано, что для того, чтобы выходной сигнал был симметричным относительно времени его задержки на распространение до цели и обратно, оконная функция должна быть симметричной относительно середины импульса. Получены формулы для оценки потерь в отношении сигнал/шум из-за применения сглаживающих функций. Подробно рассмотрен случай применения оконных функций в виде набора косинусных гармоник ряда Фурье, которым описывается достаточно большое количество стандартных окон (окна Ханна, Хэмминга, Блэкмана, окно с плоской вершиной и др.). Получено аналитическое выражение для выходного сигнала фильтра сжатия ЛЧМ-импульсов с использованием таких окон, приведена формула для оценки потерь в отношении сигнал/шум. Проведен сравнительный анализ эффективности применения окон Хэмминга и Блэкмана в зависимости от базы

сигнала  $B$ . Показано, что при значениях  $B \leq 80$  более эффективным является использование окна Хэмминга, несмотря на то, что приводимый для него в литературе максимальный уровень боковых лепестков значительно выше, чем для окна Блэкмана. При больших значениях  $B$  более эффективным становится окно Блэкмана. С ростом  $B$  эффективность обоих окон возрастает, асимптотически приближаясь к приводимым в литературе показателям.

Эмпирическим путем были подобраны коэффициенты оконных функций, состоящих из трех косинусных гармоник ряда Фурье, что позволило уменьшить уровень боковых лепестков, по сравнению с применением окна Хэмминга, приблизительно на 0.34 дБ при  $B = 21$  и на более чем 1 дБ при  $B = 7$ . На основании полученных результатов делается вывод, что при небольших базах сигнала задачу оптимизации параметров оконной функции нужно решать отдельно для каждого конкретного значения  $B$ . Предполагается, что более существенное снижение уровня боковых лепестков может быть достигнуто при подборе параметров оконных функций с применением методов оптимизации.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Cook C. E. and Bernfeld M. *Radar Signals: An Introduction to Theory and Application*. New York, London: Academic Press, 1967. 550 p.
2. Barton D. K. *Radar System Analysis and Modeling*. Boston, London: Artech House Publishers, 2004. 566 p.
3. Ducoff M. R. and Tietjen B. W. Pulse Compression Radar. In: M. I. Skolnik, ed. *Radar Handbook*. New York, Chicago, San Francisco et al.: McGraw-Hill Companies, 2008. P. 8.1–8.44.
4. Levanon N. and Mozeson E. *Radar Signals*. Hoboken, New Jersey: John Wiley&Sons, Inc., 2004. 432 p.
5. Трухачев А. А. *Радиолокационные сигналы и их применения*. Москва: Воениздат, 2005. 320 с.
6. Кочемасов В. Н., Белов Л. А., Окочешников В. С. *Формирование сигналов с линейной частотной модуляцией*. Москва: Радио и связь, 1983. 192 с.
7. Doerry A. W. *Catalog of Window Taper Functions for Sidelobe Control*. Technical Report SAND2017-4042, Sandia National Labs., Albuquerque, New Mexico and Livermore, California, USA, 2017. 208 p. DOI: 10.2172/1365510 URL: <https://prod-ng.sandia.gov/techlib-noauth/access-control.cgi/2017/174042.pdf> (дата обращения: 20.06.2019)
8. Heinzel G., Rüdiger A., and Schilling R. *Spectrum and spectral density estimation by the Discrete Fourier transform (DFT), including a comprehensive list of window functions and some new flat-top windows*. Technical Report,

- Albert-Einstein-Institut, Hannover, Germany, 2002. 84 p. URL: [https://pure.mpg.de/rest/items/item\\_152164\\_1/component/file\\_152163/content](https://pure.mpg.de/rest/items/item_152164_1/component/file_152163/content) (дата обращения: 20.06.2019)
9. Дворкович В. П., Дворкович А. В. *Оконные функции для гармонического анализа сигналов*. Москва: Техносфера, 2016. 208 с.
  10. Петьков А. А. Выбор рациональных вариантов весовых функций для цифровой фильтрации сигналов с линейной частотной модуляцией. *8-я Международная научная конференция по военно-техническим проблемам, проблемам обороны и безопасности, использованию технологий двойного применения "MILEX INNOVATIONS-2019"* Сборник научных статей, Часть 2 (16-17 мая 2019, Минск, Беларусь). Минск, Беларусь: "Лаборатория интеллекта", 2019. С. 75–79.
  11. Tiwari D. and Bhadauria S. S. Reduction in sidelobe and SNR improves by using Digital Pulse Compression Technique. *Int. J. Adv. Res. Sci. Eng.* 2017. Vol. 6, No. 7. P. 1056–1063.
  12. Kowatsch M. and Stocker H. R. Effect of Fresnel ripples on sidelobe suppression in low time-bandwidth product linear FM pulse compression. *IEE Proc. – F.* 1982. Vol. 129, No. 1. P. 41–44. DOI: 10.1049/ip-f-1.1982.0007
  13. Оконешников В. С., Кочемасов В. Н. Сжатие частотно-модулированных сигналов с небольшим произведением девиации частоты на длительность импульса. *Зарубежная радиоэлектроника*. 1987. № 1. С. 82–94.
  14. Патент 20011125875 Российская Федерация, МПК G01S 13/00. Родионов В. В., Рукавишников В. М., Филонов Ю. В., Никитин Е. А., Шильман М. А., Чеснов В. Н., Белясов А. Н. 20.09.2001.
  15. Мартыненко В. С. *Операционное исчисление*. Киев: Выща школа, 1990. 359 с.
  16. Левин Б. Р. *Теоретические основы статистической радиотехники. Книга 1*. Москва: Советское радио, 1969. 752 с.
  17. Моисеев Н. Н., Иванилов Ю. П., Столярова Е. М. *Методы оптимизации*. Москва: Наука, 1978. 352 с.
  18. Дегтярев Ю. М. *Методы оптимизации*. Москва: Советское радио, 1980. 272 с.
  19. Reklaitis G. V., Ravindranand A., and Ragsdell K. M. *Engineering Optimization. Methods and Applications*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 1983. 684 p.
  20. Tan Y. Particle Swarm Optimization Algorithms Inspired by Immunity-Clonal Mechanism and Their Applications to Spam Detection. *Int. J. Swarm Intell. Res.* 2010. Vol. 1, No. 1, P. 64–86. DOI: 10.4018/jsir.2010010104
  5. TRUKHACHEV, A. A., 2005. *Radar signals and their applications*. Moscow, Russia: Voenizdat Publ. (in Russian).
  6. KOCHMASOV, V. N., BELOV, L. A. and OKONESHNIKOV, V. S., 1983. *Chirp signal formation*. Moscow, Russia: Radio and svyaz' Publ. (in Russian).
  7. DOERRY, A. W., 2017. *Catalog of Window Taper Functions for Sidelobe Control*. Technical Report SAND2017-4042, Sandia National Labs., Albuquerque, New Mexico and Livermore, California, USA. DOI: 10.2172/1365510 [viewed 20 June 2019]. Available from: <https://prod-ng.sandia.gov/techlib-noauth/access-control.cgi/2017/174042.pdf>
  8. HEINZEL, G., RÜDIGER, A. and SCHILLING, R., 2002. *Spectrum and spectral density estimation by the Discrete Fourier transform (DFT), including a comprehensive list of window functions and some new flat-top windows*. Technical Report, Albert-Einstein-Institut, Hannover, Germany. [viewed 20 June 2019]. Available from: [https://pure.mpg.de/rest/items/item\\_152164\\_1/component/file\\_152163/content](https://pure.mpg.de/rest/items/item_152164_1/component/file_152163/content)
  9. DVORKOVICH, V. P. and DVORKOVICH, A. V., 2016. *Window functions for harmonic analysis of signals*. Moscow, Russia: Tekhnosfera Publ. (in Russian).
  10. PET'KOV, A. A., 2019. Selection of reasonable variants of weighting window functions for digital filtering of signals with linear frequency modulation. In: *8th International Scientific Conference on Military-Technical, Defense and Security Issues and Dual-Use Technologies "MILEX INNOVATIONS-2019" Proceedings, Part 2*. Minsk, Belarus: Laboratoriya Intellekta Publ., pp. 75–79. (in Russian).
  11. TIWARI, D. and BHADAURIA, S. S., 2017. Reduction in sidelobe and SNR improves by using Digital Pulse Compression Technique. *Int. J. Adv. Res. Sci. Eng.* vol. 6, no. 7, pp. 1056–1063.
  12. KOWATSCH, M. and STOCKER, H. R., 1982. Effect of Fresnel ripples on sidelobe suppression in low timebandwidth product linear FM pulse compression. *IEE Proc. – F.* vol. 129, no. 1, pp. 41–44. DOI: 10.1049/ip-f-1.1982.0007
  13. OKONESHNIKOV, V. S. and KOCHMASOV, V. N., 1987. Compression of chirp signals with small products of frequency deviation and pulse length. *Zarubezhnaya radioelektronika*. no. 1, pp. 82–94. (in Russian).
  14. RODIONOV, V. V., RUKAVISHNIKOV, V. M., FILONOV, Y. V., NIKITIN, E. A., SHILMAN, M. A. and CHESNOV, V. N., 2001. *Method of radar signal processing*, Russian Federation Patent No. 2212683.
  15. MARTYNIENKO, V. S., 1990. *Operational calculus*. Kyiv, Ukraine: Vyshcha shkola Publ. (in Russian).
  16. LEVIN, B. R., 1969. *Theoretical fundamentals of statistical radio engineering. Part 1*. Moscow, USSR: Sovetskoe radio Publ. (in Russian).
  17. MOISEEV, N. N., IVANILOV, Y. P. and STOLYAROVA, E. M., 1978. *Optimization techniques*. Moscow, USSR: Nauka Publ. (in Russian).
  18. DEGTYAREV, Y. M., 1980. *Optimization techniques*. Moscow, USSR: Sovetskoe radio Publ. (in Russian).
  19. REKLAITIS, G. V., RAVINDRANAND, A. and RAGSDSELL, K. M., 1983. *Engineering Optimization. Methods and Applications*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.

## REFERENCES

20. TAN, Y., 2010. Particle Swarm Optimization Algorithms Inspired by Immunity-Clonal Mechanism and Their Applications to Spam Detection. *Int. J. Swarm Intell. Res.* vol. 1, no. 1, pp. 64–86. DOI: 10.4018/jsir.2010010104

*V. G. Galushko*

Institute of Radio Astronomy,  
National Academy of Sciences of Ukraine,  
4, Mystetstetv St., Kharkiv, 61002, Ukraine

#### PERFORMANCE ANALYSIS OF USING TAPERED WINDOWS FOR SIDELobe REDUCTION IN CHIRP-PULSE COMPRESSION

*Purpose:* Analyzing the output signal structure of the optimum filter of chirp-pulse compression in order to look into causes of discrepancy between the sidelobe level, which is obtained using standard tapered windows, with the literature data.

*Design/methodology/approach:* To calculate the response structure of the optimum filter with a tapered window of an arbitrary form, the standard methods of mathematical physics and statistical theory of signal processing are used.

*Findings:* Expressions have been derived for estimating the maximum number of zeros and maxima of the response of the optimum filter of chirp-pulse compression and separation between adjacent and “like” (with the same numbers) zeros and maxima in dependence on the signal base. Formulas have been obtained for loss in the signal-to-noise ratio due to application of smoothing functions. The case of applying window functions in the form of cosine harmonics of the Fourier series, which describes a rather great number of the standard windows, is analyzed in detail. An analytical expression has been derived for the output signal of the chirp-pulse compression filter on the basis of such windows, and a formula for estimating the amount of loss in the signal-to-noise ratio is presented. A comparative performance analysis of the Hamming and Blackman windows has been made in dependence on the signal base  $B$ . It has been found that application of the Hamming window is more efficient for  $B \leq 80$ . For greater values of  $B$ , the Blackman window shows a higher efficiency. As  $B$  increases, the efficiency of both windows steadily increases asymptotically approaching the figure declared in the literature. Coefficients of window functions containing three cosine harmonics of the Fourier series have empirically been selected that made it possible to reduce the sidelobe level by approximately 0.34 dB for  $B = 21$  and more than by 1 dB for  $B = 7$  as compared with the Hamming window.

*Conclusions:* The obtained results allow concluding that the optimization problem for the window function parameters in the case of small signal bases should be solved individually for each specific value of  $B$ . Most likely it would be impossible to obtain the extremely low sidelobe level, however a certain improvement of the characteristics of the chirp-pulse compression filter seems to be quite possible.

*Key words:* chirp-pulse, pulse compression filter, window function, sidelobe level

*В. Г. Галушко*

Радіоастрономічний інститут НАН України,  
вул. Мистецтв, 4, м. Харків, 61002, Україна

#### АНАЛІЗ ЕФЕКТИВНОСТІ ЗАСТОСУВАННЯ ЗГЛАДЖУВАЛЬНИХ ВІКОН ДЛЯ ЗМЕНШЕННЯ БІЧНИХ ПЕЛЮСТКІВ ПРИ СТИСНЕННІ ЛЧМ-ІМПУЛЬСІВ

*Предмет і мета роботи:* Аналіз структури вихідного сигналу фільтра стиснення ЛЧМ-імпульсів з метою з'ясування причин невідповідності рівня бічних пелюсток, що отримується при застосуванні стандартних згладжувальних вікон, літературним даним.

*Методи і методологія:* Для розрахунку структури відгуків оптимального фільтра зі згладжувальним вікном загального вигляду використовуються стандартні методи математичної фізики та статистичної теорії обробки сигналів.

*Результати:* Наведено вирази для оцінки максимальної кількості нулів і максимумів реакції оптимального фільтра стиснення ЛЧМ-імпульсів, а також рознесення між сусідніми та “однойменними” (з однаковими номерами) нулями та максимумами залежно від бази сигналу. Отримано формули для оцінки втрат у відношенні сигнал/шум через застосування згладжувальних функцій. Докладно розглянуто випадок використання віконних функцій у вигляді набору косинусних гармонік ряду Фур'є, яким описується достатньо велика кількість стандартних вікон. Отримано аналітичний вираз для вихідного сигналу фільтра стиснення ЛЧМ-імпульсів з використанням таких вікон, наведено формулу для оцінки втрат у відношенні сигнал/шум. Виконано порівняльний аналіз ефективності застосування вікон Хеммінга та Блекмана залежно від бази сигналу  $B$ . Показано, що при значеннях  $B \leq 80$  більш ефективним є використання вікна Хеммінга. При більших значеннях  $B$  більш ефективним стає вікно Блекмана. Зі зростанням  $B$  ефективність обох вікон підвищується, асимптотично наближаючись до показників, що наводяться в літературі. Емпіричним шляхом підбрано коефіцієнти віконних функцій, що складаються з трьох косинусних гармонік ряду Фур'є, що дозволило зменшити рівень бічних пелюсток, порівняно з застосуванням вікна Хеммінга, приблизно на 0.34 дБ при  $B = 21$  та на більш ніж 1 дБ при  $B = 7$ .

*Висновки:* Отримані результати дозволяють зробити висновок, що при невеликих базах задачу оптимізації параметрів віконної функції потрібно розв'язувати окремо для кожного конкретного значення  $B$ . Досягти гранично низького рівня бічних пелюсток при цьому, скоріше за все, не вийде, але певне покращення характеристик фільтра стиснення ЛЧМ-імпульсів цілком можливе.

*Ключові слова:* ЛЧМ-імпульс, фільтр стиснення імпульсів, віконна функція, рівень бічних пелюсток

Статья поступила в редакцию 11.09.2019