

ПОШИРЕННЯ, ДИФРАКЦІЯ І РОЗСІЯННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ

DOI: <https://doi.org/10.15407/rpra25.02.136>

УДК 537.874.6

М. Е. КАЛИБЕРДА^{1,2}, Л. Н. ЛИТВИНЕНКО^{1,2}, С. А. ПОГАРСКИЙ^{1,2}

PACS number: 07.05.Tr

¹ Харьковський національний університет імені В. Н. Каразіна,
пл. Свободи, 4, г. Харків, 61022, Україна
E-mail: KaliberdaME@gmail.com; Sergey.A.Pogarsky@univer.kharkov.ua;
lnl@rian.kharkov.ua

² Радіоастрономічний інститут НАН України,
ул. Мыстецтва, 4, г. Харків, 61002, Україна

ОПЕРАТОРНЫЙ МЕТОД В ЗАДАЧЕ О ДИФРАКЦИИ H-ПОЛЯРИЗОВАННОЙ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ НА ДВУСЛОЙНОЙ БЕСКОНЕЧНОЙ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ЛЕНТОЧНОЙ РЕШЕТКЕ В ОТСУТСТВИЕ ОДНОЙ ЛЕНТЫ В КАЖДОМ СЛОЕ

Предмет и цель работы: В работе рассматривается задача о дифракции плоской H-поляризованной волны на бесконечной двуслойной неидеально периодической ленточной решетке. Решетка получена из идеально периодической путем извлечения одной из лент в каждом слое. Целью работы является построение строгой модели на основе операторного метода, исследование полей, рассеянных такой структурой.

Методы и методология: Рассеянное решеткой поле ищется в виде суммы трех слагаемых. Первое – это поле, рассеянное идеально периодической решеткой. Второе – поле токов, текущих по двум лентам, которые отсутствуют в исследуемой решетке (со знаком минус). Третье – поле коррекции, вызванное отсутствием лент. Для каждого из полей получены операторные уравнения относительно амплитуд Фурье. При записи операторных уравнений использованы операторы рассеяния одиночного слоя. Приведен краткий алгоритм их определения методом сингулярных интегральных уравнений.

Результаты: Получены численные результаты, позволяющие сделать вывод о поведении рассеянного решеткой поля. Численно исследована сходимость метода. У двуслойных бесконечных решеток наблюдается появление полос загибания и пропускания. В случае отсутствия лент в каждом слое может быть сформирован волноводный канал, через который проходит волна даже при параметрах, соответствующих зоне загибания. Представлены зависимости коэффициента отражения и прохождения от частоты, которые позволяют определить положение зон загибания и пропускания. Приведены диаграммы направленности и распределение прошедшего поля в ближней зоне.

Заключение: Предложен эффективный алгоритм исследования поля, рассеянного на двуслойной бесконечной решетке в отсутствие лент в каждом слое. Полученные результаты позволяют указать на существенную зависимость ширины главного лепестка диаграммы направленности прошедшего поля от частоты. Развитый подход может оказаться эффективным инструментом при решении ряда задач антенной техники и электроники сверхвысоких частот.

Ключевые слова: ленточная решетка, неидеально периодическая решетка, операторный метод, дифракция волн

1. Введение

Ленточные решетки исследуются достаточно давно [1–3]. Они могут быть использованы при создании частотно-селективных поверхностей, поляризаторов, антенн.

На сегодняшний день известно множество методов, которые позволяют рассматривать задачи о дифракции волн на конечных и бесконечных периодических решетках. Это и метод задачи Ри-

мана–Гильберта [3], и метод моментов [4, 5], и метод конечных элементов [6], и т. д.

В работе [7] одиночная узкая лента, ширина которой мала по сравнению с длиной волны, исследуется в случае E- и H-поляризации. Незвестная плотность тока на ленте представлена в виде суммы полиномов Чебышева с весовой функцией в виде квадратного корня. Такое представление учитывает условие на ребре.

В [5, 8, 9] с использованием метода моментов рассматриваются плоские периодические бесконечная и конечная решетки, ножевая решетка и решетка типа жалюзи. Рассеянное поле ищется в спектральной области в виде интеграла или ряда Фурье. Амплитуды Фурье, в свою очередь, представлены в виде ряда функций Бесселя с неизвестными коэффициентами.

В [10–12] получены сингулярные интегральные уравнения для задачи о дифракции на бесконечной и конечной ленточных решетках. После проведения процедуры регуляризации они сведены к уравнению Фредгольма второго рода с гладким ядром для случая *E*- и *H*-поляризации. Следует отметить, что если в случае *E*-поляризации граничное интегральное уравнение содержит логарифмическую особенность, которая является интегрируемой, то в случае *H*-поляризации получено гиперсингулярное уравнение с неинтегрируемой в обычном смысле особенностью. Сходное по виду гиперсингулярное уравнение получено в работе [13] для конечной и бесконечной плоских решеток из графеновых лент. Дискретизация выполнена при помощи алгоритма типа Найстрема.

Отметим, что некоторые трудности могут возникать при рассмотрении бесконечных, но не идеально периодических решеток. С одной стороны, теорема Флоке здесь не применима. С другой стороны, методы анализа конечных решеток также не удастся применить напрямую. В связи с этим такие структуры не могут моделироваться в коммерческих программных пакетах.

Возможно, ближайшим и широко освещаемым типом бесконечных неидеально периодических решеток являются полубесконечные структуры [1, 13–20]. У таких структур рассеянное поле имеет непрерывный (цилиндрические волны) и дискретный (плоские волны) спектр одновременно. Как правило, для решения задач о дифракции на подобных структурах рассеянное поле представляется в виде суммы поля токов, текущих по лентам соответствующей идеально периодической решетки, и поля коррекции. В [16, 17] использовался метод моментов и метод Винера–Хопфа для решения полученных таким образом граничных уравнений. В [18–20] применялся принципиально другой подход. Рассматривалась дифракция волн на полубесконечных решетках с помощью операторного метода [21, 22]. Использовалось свойство специфической трансляционной симметрии.

В работах [23–25] с использованием метода сингулярных интегральных уравнений для *E*- и *H*-поляризованных волн исследовались бесконечные решетки, которые отличались от периодических отсутствием одиночной ленты или наличием произвольного зазора между двумя соседними лентами. В работе [26] рассматривалась бесконечная ленточная решетка с малыми нарушениями периодичности.

В [21] операторный метод применяется при рассмотрении дифракции на конечных и полубесконечных многослойных бесконечных периодических решетках. Следует отметить, что операторный метод является достаточно эффективным инструментом решения задач о дифракции на сложных объектах, составные части которых расположены в продольном направлении относительно направления распространения падающей волны, в случае, если решение задачи о дифракции на составном элементе известно. Это связано с тем, что получаемые в итоге бесконечные матричные уравнения содержат экспоненциально убывающие внедиагональные элементы.

У многослойных и, в частности, у двуслойных решеток в случае падения плоской волны возможно появление полос запираения и пропускания. Для некоторых соотношений параметров решетки в полосе запираения может наблюдаться практически полное отражение падающей волны. Однако в случае отсутствия лент в каждом слое может быть сформирован волноводный канал. Падающая волна может проходить по данному каналу в область за решеткой.

Руководствуясь этими рассуждениями, рассмотрим в настоящей статье задачу о дифракции плоской волны на бесконечной двуслойной ленточной решетке в отсутствие одной ленты в каждом слое. Для решения задачи выбран операторный метод. Рассеянное поле представляется в виде суммы поля, рассеянного бесконечной идеально периодической двуслойной решеткой, поля отсутствующих лент (со знаком минус) и поля коррекции. Амплитуды этих полей находятся из операторных уравнений. При записи уравнений используются операторы рассеяния одиночной плоской периодической решетки и плоской периодической решетки без одной ленты. Они считаются известными и найдены методом сингулярных интегральных уравнений [23].

Целью настоящей работы является дальнейшее развитие операторного метода для решения

задач о дифракции волн на бесконечных непериодических структурах, исследование электродинамических характеристик этих структур.

2. Постановка задачи

Разместим первый слой двуслойной ленточной решетки в плоскости $z = 0$. Период ее периодической части – l , ширина лент – $2d$. Лента с номером $m = 0$ отсутствует. Вторую такую же решетку разместим в плоскости $z = -h$. Ось Oz проходит через воображаемые середины отсутствующих лент. Ленты идеально проводящие и бесконечные вдоль оси Ox . Геометрия структуры представлена на рис. 1. Зависимость поля от времени примем в виде $\exp(-i\omega t)$, где ω – круговая частота.

Предположим, что плоская H -поляризованная волна с амплитудой q падает под углом φ_0 из пространства $z > 0$,

$$H^i(y, z) = q \exp(ik(y \cos \varphi_0 - z \sin \varphi_0)), \quad (1)$$

где k – волновое число.

Полное поле H^{tot} представим в виде суммы падающего H^i и рассеянного H^s полей, $H^{tot} = H^i + H^s$. Рассеянное поле будем искать в виде суммы полей токов, текущих по лентам идеально периодической решетки, за исключением лент с номерами $m = 0$, $H^{inf,0}$, и поля коррекции, вызванного отсутствующими лентами, H^c :

$$H^s = H^{inf,0} + H^c. \quad (2)$$

3. Решение задачи

3.1. Представление полей

С одной стороны, поле, рассеянное периодическими частями решетки, может быть представлено в виде суммы плоских волн. С другой стороны, в области отсутствующих лент рассеянное поле

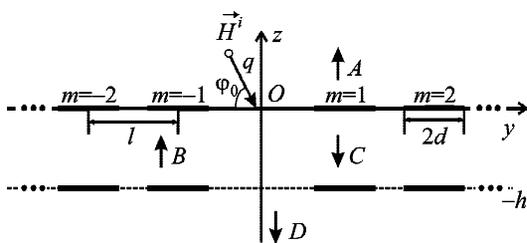


Рис. 1. Геометрия исследуемой структуры

может быть представлено в виде цилиндрических волн. Для дальнейшего анализа из выражения для рассеянного поля необходимо выделить слагаемые, связанные с плоскими и цилиндрическими волнами.

Поле, рассеянное бесконечной идеально периодической решеткой, H^{inf} , может быть представлено в виде суперпозиции полей токов, текущих по всем лентам решетки, за исключением лент с номером $m = 0$, $H^{inf,0}$, и поля токов, текущих по лентам с номером $m = 0$, H^0 :

$$H^{inf} = H^{inf,0} + H^0. \quad (3)$$

Из выражений (2), (3) следует, что рассеянное поле может быть записано в виде

$$H^s = H^{inf} - H^0 + H^c. \quad (4)$$

В выражении (4) H^{inf} – это поле плоских волн, которое может быть представлено в виде ряда Фурье, а $H^c - H^0$ – поле цилиндрических волн, и оно может быть представлено в виде интеграла Фурье.

В каждой из областей обозначим амплитуды рассеянного поля как A при $z > 0$, B и C при $0 > z > -h$, D при $z < -h$. Направление распространения волн с соответствующими амплитудами показано на рис. 1 стрелками.

Руководствуясь теми же рассуждениями, что и при записи (4), каждую из амплитуд можно представить в виде суммы трех слагаемых:

$$A = A^{inf} - A^0 + A^c, \quad B = B^{inf} - B^0 + B^c, \quad (5)$$

$$C = C^{inf} - C^0 + C^c, \quad D = D^{inf} - D^0 + D^c, \quad (6)$$

где верхний индекс “inf” обозначает часть, соответствующую плоским волнам, рассеянным бесконечной идеально периодической решеткой; “0” обозначает часть, соответствующую полю токов, текущих по лентам с номером 0 в идеально периодической решетке; “c” обозначает часть, соответствующую полю коррекции.

3.2. Бесконечная идеально периодическая решетка

Амплитуды Фурье отраженного, прошедшего полей и поля между слоями двуслойной идеально периодической решетки, A^{inf} , D^{inf} , B^{inf} , C^{inf} , связаны следующими операторными уравнениями [21]:

$$A^{\text{inf}} = r^{\text{inf}} q + t^{\text{inf}} e C^{\text{inf}} = r^{\text{inf}} q + e C^{\text{inf}} - r^{\text{inf}} e C^{\text{inf}}, \quad (7)$$

$$D^{\text{inf}} = t^{\text{inf}} e B^{\text{inf}} = e B^{\text{inf}} - r^{\text{inf}} e B^{\text{inf}}, \quad (8)$$

$$B^{\text{inf}} = t^{\text{inf}} q + r^{\text{inf}} e C^{\text{inf}} = q - r^{\text{inf}} q + r^{\text{inf}} e C^{\text{inf}}, \quad (9)$$

$$C^{\text{inf}} = r^{\text{inf}} e B^{\text{inf}}. \quad (10)$$

Здесь оператор e определяет изменение амплитуды поля при смещении системы координат на величину h в направлении распространения волны; r^{inf} и t^{inf} – операторы отражения и прохождения одиночной плоской бесконечной периодической ленточной решетки, связанные следующим соотношением:

$$t^{\text{inf}} = I - r^{\text{inf}}, \quad (11)$$

где I – единичный оператор.

Далее опишем подход, который позволит определить амплитуды A^0 , B^0 , C^0 и D^0 . Для этого для начала рассмотрим однослойную плоскую бесконечную идеально периодическую ленточную решетку с периодом l и шириной лент $2d$.

Запишем краткий алгоритм нахождения оператора r^{inf} и амплитуды поля токов, текущих по одиночной ленте с номером $m=0$, при помощи метода сингулярных интегральных уравнений. Подробный алгоритм приводится, например, в [23].

Заметим, что если амплитуды A^{inf} , D^{inf} , B^{inf} , C^{inf} известны, то A^0 , B^0 , C^0 и D^0 можно найти, представив поле токов, текущих по лентам с номером 0, при помощи потенциала двойного слоя и воспользовавшись интегральным представлением для функции Ханкеля. Для определения плотности токов, входящей в выражение для потенциала двойного слоя, пришлось бы вычислять сумму медленно сходящихся рядов. В настоящей работе предлагается несколько иной подход, использующий интегрирование по конечным отрезкам функции, которая является решением сингулярного интегрального уравнения.

Предположим, что на решетку падает плоская волна вида (1). Рассеянное поле можно представить в виде рядов Фурье:

$$H^{s,\text{inf}} = \text{sgn}(z) \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \exp(ik(\zeta_n y + \gamma_n |z|)), \quad (12)$$

где a_n – неизвестные амплитуды, $\zeta_n = \frac{2\pi n}{kl} + \cos \varphi_0$, $\gamma_n = \sqrt{1 - \left(\frac{2\pi n}{kl} + \cos \varphi_0\right)^2}$, $\text{Re } \gamma_n \geq 0$, $\text{Im } \gamma_n \geq 0$.

Для определения амплитуд a_n , $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$, может быть получено следующее сингулярное интегральное уравнение с дополнительным условием, записанное для одного периода в безразмерных величинах $\psi = 2\pi y/l$, $\delta = 2\pi d/l$, $\kappa = kl/(2\pi)$:

$$\frac{1}{\pi} PV \int_{-\delta}^{\delta} \frac{F(\xi)}{\xi - \psi} d\xi + \frac{1}{\pi} \int_{-\delta}^{\delta} K_{2\pi}(\psi, \xi) F(\xi) d\xi = i\kappa \gamma_0, \quad |\psi| < \delta, \quad (13)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\delta}^{\delta} F(\xi) d\xi = 0, \quad (14)$$

где

$$a_n = \frac{1}{2\pi i n} \int_{-\delta}^{\delta} F(\xi) \exp(-in\xi) d\xi, \quad n \neq 0, \quad (15)$$

$$a_0 = -\frac{1}{\pi} \int_{-\delta}^{\delta} \frac{\xi}{2} F(\xi) d\xi. \quad (16)$$

Ядро имеет вид

$$K_{2\pi}(\psi, \xi) = -\frac{\kappa}{2} \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \left(\frac{i|n|}{\kappa} - \gamma_n \right) \frac{\exp(in(\psi - \xi))}{n} + i\gamma_0 \kappa \frac{\psi - \xi}{2} + \left(\frac{1}{\psi - \xi} - \frac{1}{2} \text{ctg} \left(\frac{\psi - \xi}{2} \right) \right).$$

После решения сингулярного интегрального уравнения с дополнительным условием (13) и (14) из выражений (15), (16) для каждого угла падения φ_0 могут быть получены амплитуды рассеянного поля (12), а значит, и значения элементов матрицы оператора r^{inf} :

$$a_n = r^{\text{inf}}(\zeta_n, \cos \varphi_0) q.$$

Функция $F(\xi)$ с точностью до постоянного множителя является производной плотности токов на лентах. Тогда плотность токов на ленте с номером $m=0$ равна

$$\mu_0^{\text{inf}}(y) = \begin{cases} 2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \exp(ik\zeta_n y), & |y| \leq d, \\ 0, & |y| > d, \end{cases} = \\ = 2 \int_{-\delta}^{\psi} F(\Theta) d\Theta. \quad (17)$$

Амплитуда $a^0(\xi)$ поля, индуцированного токами, текущими по ленте с номером $m=0$, с плотностью $\mu_0^{\text{inf}}(y)$, равна

$$a^0(\xi) = \frac{1}{4\pi} \int_{-d}^d \mu_0^{\text{inf}}(y) \exp(-ik\xi y) dy. \quad (18)$$

С учетом (17) из (18) окончательно получим

$$a^0(\xi) = \frac{1}{2\pi} \int_{-d}^d \exp(-ik\xi y) \int_{-\delta}^{\psi} F(\Theta) d\Theta dy. \quad (19)$$

Для решения (13), (14) применяется метод дискретных особенностей. В результате могут быть получены значения функции $F(\xi)$ в узлах интерполирования. Внутренний интеграл в (19) можно вычислить, используя те же узлы, что и в методе дискретных особенностей при дискретизации (13), (14). Интегрирование во внешнем интеграле производится по конечному отрезку, его вычисление не представляет сложностей.

Таким образом, используя (19), можно ввести интегральный оператор отражения от одиночной ленты с номером $m=0$ бесконечной периодической решетки r^0 с ядром $\hat{r}^0(\xi, \zeta)$:

$$a^0(\xi) = \hat{r}^0(\xi, \cos \varphi_0) q. \quad (20)$$

Поле ленты с номером $m=0$ имеет вид

$$H(y, z) = \text{sgn}(z) \int_{-\infty}^{\infty} a^0(\xi) \exp(ik(\xi y + \gamma(\xi) |z|)) dz,$$

где $\gamma(\xi) = \sqrt{1 - \xi^2}$, $\text{Re} \gamma \geq 0$, $\text{Im} \gamma \geq 0$.

Выражения (15), (16), (19), (20) позволяют по известному падающему полю определить амплитуду поля, рассеянного лентой с номером $m=0$. В результате решения уравнений (7)–(10) можно найти амплитуды A^{inf} , D^{inf} , B^{inf} , C^{inf} . Таким образом, используя уже известные поля с амплитудами A^{inf} , D^{inf} , B^{inf} , C^{inf} , из выражений (15),

(16), (19), (20) можно получить неизвестные A^0 , D^0 , B^0 и C^0 . Например,

$$C^0(\xi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} r(\xi, \zeta_n) \exp(ik\gamma_n h) B_n^{\text{inf}}, \quad (21)$$

где B_n^{inf} – элемент вектора амплитуд B^{inf} . С учетом экспоненциально убывающего множителя $\exp(ik\gamma_n h)$ при $n \rightarrow \infty$ ряд в (21) является быстро сходящимся.

Таким образом, для определения рассеянного исследуемой неидеально периодической решеткой поля осталось лишь найти амплитуды поля коррекции.

3.3. Поле коррекции

Рассмотрим двуслойную решетку без одной ленты в каждом слое. Амплитуды Фурье рассеянного поля связаны следующими операторными уравнениями:

$$A = rq + teC, \quad (22)$$

$$D = teB, \quad (23)$$

$$B = tq + reC, \quad (24)$$

$$C = reB, \quad (25)$$

где r и t – операторы отражения и прохождения одиночного слоя двуслойной решетки без одной ленты в каждом слое. Их можно определить также из сингулярного интегрального уравнения с дополнительными условиями, полученными в [23], сходными по виду с (13), (14). Применяя те же соображения, что и при выводе (4), (11), операторы r и t можно представить в виде

$$r = r^{\text{inf},0} + r^c = r^{\text{inf}} - r^0 + r^c, \quad (26)$$

$$t = I - r. \quad (27)$$

Использованные здесь верхние индексы описаны в экспликации к формулам (5), (6).

После подстановки (5), (6), (26), (27) в (22)–(25) с учетом равенств (7)–(10) можно получить операторные уравнения относительно амплитуд поля коррекции:

$$A^c = A^0 - r^0 q + r^c q - eC^0 + eC^c + r^{\text{inf}} eC^0 - r^{\text{inf}} eC^c + \\ + (r^0 - r^c) eC^{\text{inf}} + (r^0 - r^c) e(-C^0 + C^c), \quad (28)$$

$$D^c = D^0 - eB^0 + eB^c + r^{\text{inf}} eB^0 - r^{\text{inf}} eB^c + (r^0 - r^c) eB^{\text{inf}} + (r^0 - r^c) e(-B^0 + B^c), \quad (29)$$

$$B^c = B^0 + r^0 q - r^c q - r^{\text{inf}} eC^0 + r^{\text{inf}} eC^c + (r^c - r^0) eC^{\text{inf}} + (r^c - r^0) e(-C^0 + C^c), \quad (30)$$

$$C^c = C^0 + (r^c - r^0) eB^{\text{inf}} + (r^c - r^0) e(-B^0 + B^c). \quad (31)$$

Уравнения (28)–(31) эквивалентны интегральным уравнениям Фредгольма второго рода. Сначала из (30), (31) можно найти B^c и C^c . Далее из (28), (29) можно найти A^c и D^c . Для дискретизации (28)–(31) бесконечный интервал интегрирования заменяется конечным $(-a, a)$ и используется квадратурная формула Гаусса. Узлы обозначим как ξ_p^0 , $p = 1, 2, \dots, P$. Каждому узлу соответствует определенный (действительный или мнимый) угол распространения плоской волны, $\xi_p^0 = \cos \varphi_p^0$. Для того чтобы после дискретизации (28)–(31) получить совместную систему уравнений, решение уравнений (7)–(10) необходимо найти как минимум для каждого угла падения φ_p^0 , $p = 1, 2, \dots, P$. В то же время при решении (7)–(10) необходимо учесть все распространяющиеся плоские волны, а также некоторое количество затухающих. Обозначим общее число учитываемых затухающих и распространяющихся волн как $2M + 1$. Иными словами, бесконечная сумма вида (21), $n = -\infty, \dots, \infty$, заменяется конечной, $n = -M, \dots, M$. Таким образом, общее число уравнений после дискретизации (30) и (31) равно $2(2M + 1)P$.

4. Численные результаты

Представим результаты, позволяющие сделать вывод о поведении рассеянного решеткой поля. Будем предполагать, что плоская волна с единичной амплитудой $q = 1$ падает нормально, $\varphi_0 = 90^\circ$.

Прежде всего необходимо численно исследовать сходимость приближенного решения к точному. На точность определения полного поля влияет погрешность, с которой из (7)–(10) найдены амплитуды поля, рассеянного бесконечной идеально периодической двуслойной решеткой, погрешность, с которой из (28)–(31) найдены ам-

плитуды поля коррекции, а также погрешность, с которой определены операторы рассеяния одиночного слоя r^{inf} , r^0 , r^c . Во многих работах, например в [27], показано, что для достаточно точного решения (7)–(10) можно учитывать не более двух затухающих волн. Операторы r^{inf} , r^0 , r^c получены строгим сходящимся методом дискретных особенностей и вычислялись с точностью 10^{-5} . Таким образом, необходимо лишь проверить сходимость при увеличении числа узлов интерполирования P и размера усеченного интервала интегрирования $2a$. Введем формулы для нахождения относительной погрешности как функции от P и функции от a :

$$\varepsilon_P = (TSCS_P - TSCS_{2P}) / TSCS_{2P},$$

$$\varepsilon_a = (TSCS_a - TSCS_{2a}) / TSCS_{2a},$$

где $TSCS$ – полное поперечное сечение рассеивания цилиндрических волн.

На рис. 2 показаны зависимости относительной погрешности от P и от a . При построении рис. 2, б число узлов P выбиралось так, чтобы отношение a/P было постоянным. При увеличении значений P и a наблюдается уменьшение относительной погрешности.

Для верификации полученных результатов проведено их сравнение с результатами, найденными для конечной решетки. Для этого рассматривалась конечная двуслойная решетка с 19 лентами в каждом слое. Все ленты имели ширину $2d$, расстояния между всеми лентами в каждом слое было равно $l - 2d$, за исключением расстояния между лентами с номерами 9 и 10, которое было равно $2l - 2d$. Иными словами, конечная решетка отличалась от решетки с эквидистантным расположением лент отсутствием одной средней ленты в каждом слое. На рис. 3 представлены зависимости амплитуды отраженного поля над бесконечной и конечной решетками вблизи области, где ленты отсутствуют, от координаты y . Результаты совпадают с графической точностью, что позволяет судить об их достоверности. При решении задачи для конечной решетки применялся метод сингулярных интегральных уравнений в совокупности с методом дискретных особенностей для дискретизации [28, 29].

Представляет интерес исследовать прошедшее поле в зоне запираения, в которой коэффициент прохождения двуслойной периодической ре-

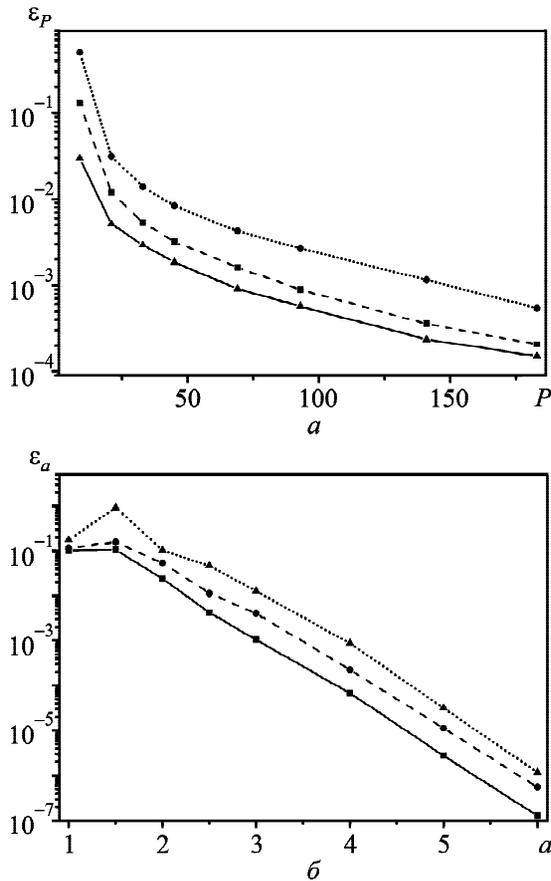


Рис. 2. Относительная погрешность как функция от числа узлов P (а) и от размера интервала a (б) при $kd = 0.9$, $kl = 1.8\pi$ (сплошная кривая); $kd = 1$, $kl = 2\pi$ (штриховая кривая); $kd = \pi/2$, $kl = 2\pi$ (пунктирная кривая); $l/h = 2\pi$

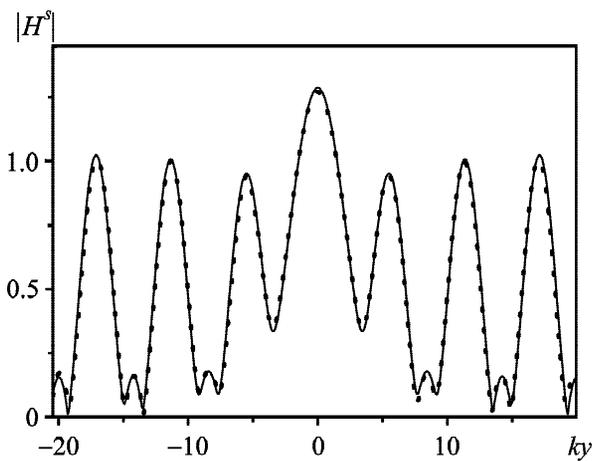


Рис. 3. Распределение отраженного поля при $kz = 1.82$ для неперiodических бесконечной (сплошная кривая) и конечной (пунктирная кривая) решеток при $kl = 5.7$, $l/d = 4$, $l/h = 2\pi$

шетки мал, $T \rightarrow 0$. Для определения положения зон запирания и пропускания на частотной оси на рис. 4 представлены зависимости коэффициентов отражения R и прохождения T двуслойной идеально периодической решетки от волнового числа, полученные в результате решения уравнений (7)–(10). Взята резонансная ширина ленты $2d = \lambda/2$. Благодаря изменению расстояния между слоями h появляется четко выраженная зона запирания при значениях kl примерно от 5.7 до 2π . Значение $kl = 2\pi$ соответствует аномалии Вуда, возбуждению высших гармоник Флоке (плоских волн) с номерами ± 1 .

Как было отмечено в п. 3.1, рассеянное поле может быть представлено в виде суммы плоских H^{inf} и цилиндрических $H^c - H^0$ волн. Поле H^{inf} не убывает при $\rho \rightarrow \infty$ ($\rho = \sqrt{y^2 + z^2}$ – расстояние до решетки). Поле $H^c - H^0$, наоборот, убывает при $\rho \rightarrow \infty$. Под диаграммой направленности поля цилиндрических волн будем понимать амплитуду поля в дальней зоне $D(\varphi)$,

$$|H^c(\rho, \varphi) - H^0(\rho, \varphi)| \sim \frac{1}{\sqrt{k\rho}} D(\varphi), \quad \text{при } \rho \rightarrow \infty,$$

где φ – угол полярной системы координат.

На рис. 5 представлены нормированные диаграммы направленности прошедшего поля (по мощности) для трех значений волнового числа, соответствующих зоне запирания решетки. Как известно, в случае падения плоской волны диаграмма направленности прошедшего сквозь конеч-

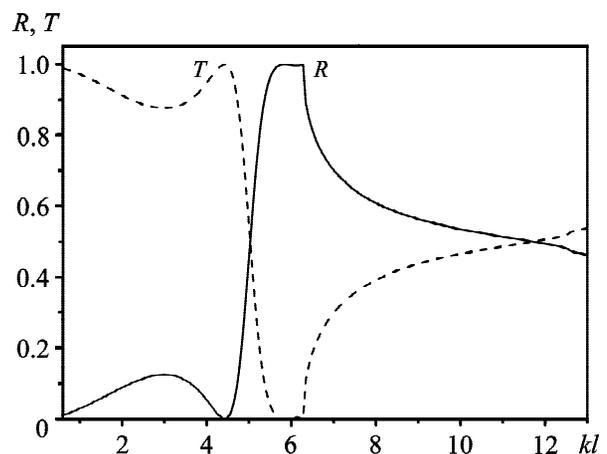


Рис. 4. Зависимости коэффициентов отражения R и прохождения T двуслойной идеально периодической решетки от k при $l/d = 4$, $l/h = 2\pi$

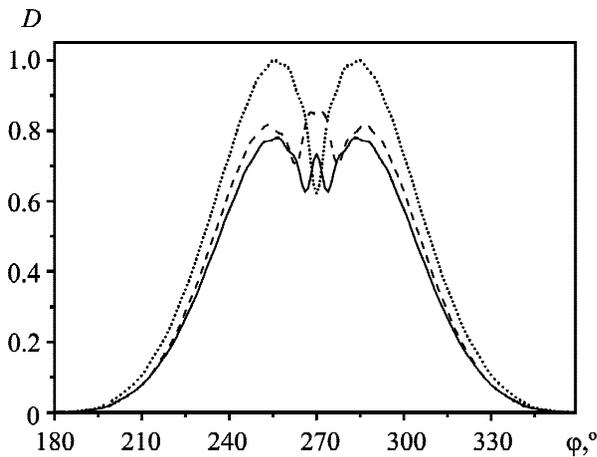


Рис. 5. Нормированные диаграммы направленности (по мощности) прошедшего поля при $kl = 5.7$ (штриховая кривая), $kl = 6$ (сплошная кривая), $kl = 2\pi$ (пунктирная кривая), $d/h = \pi/2$, $l/h = 2\pi$

ную периодическую решетку поля при увеличении числа лент стремится к дельта-функции с бесконечно малой шириной главного лепестка. В то же время у исследуемой в настоящей работе решетки в полосе запираения коэффициент прохождения стремится к нулю, $T \rightarrow 0$. Падающая плоская волна, проходя лишь через волноводный канал, созданный в зазоре на месте отсутствующих лент, возбуждает цилиндрическую волну $H^c(\rho, \varphi) - H^0(\rho, \varphi)$, и формируется диаграмма направленности с относительно широким главным лепестком. Для иллюстрации на рис. 6 представлено распределение полного поля в области $z < 0$ при параметрах, которые соответствуют области

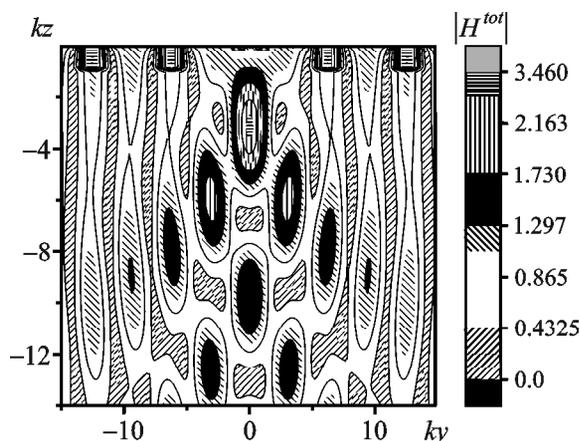


Рис. 6. Распределение полного поля $|H^{tot}|$ в области $z < 0$ при $kl = 2\pi$, $d/h = \pi/2$, $l/h = 2\pi$

вблизи аномалии Релея. Поле цилиндрической волны вблизи оси Oz , а также поле затухающих ± 1 гармоник Флоке при $y < -l$, $y > l$ ясно видно на рисунке.

5. Выводы

В работе с использованием операторного метода построено решение задачи о дифракции плоской H -поляризованной волны на двуслойной бесконечной решетке в отсутствие одной из лент в каждом слое.

Показано, что в зоне запираения идеально периодической решетки падающая волна может проходить сквозь зазор, созданный отсутствующими лентами. В результате формируется диаграмма направленности с относительно широким главным лепестком.

Указывается на возможность менять ширину диаграммы направленности прошедшего поля в зависимости от частоты.

Развитый подход может оказаться эффективным инструментом при решении ряда задач антенной техники и электроники сверхвысоких частот.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фельд Я. Н. Дифракция электромагнитной волны на полубесконечной решетке. *Радиотехника и электроника*. 1958. Т. 13, № 7. С. 882–889.
2. Шестопалов В. П., Литвиненко Л. Н., Масалов С. А., Сологуб В. Г. *Дифракция волн на решетках*. Харьков: Издательство ХГУ, 1973. 287 с.
3. Silberstein E., Lalanne P., Hugonin J.-P., and Cao Q. Use of Grating Theories in Integrated Optics. *J. Opt. Soc. Am. A*. 2001. Vol. 18, Is. 11. P. 2865–2875. DOI: 10.1364/JOSAA.18.002865
4. Uchida K., Noda T., and Matsunaga T. Electromagnetic Wave Scattering by a Conducting Strip–Spectral Domain Analysis. *Electron. Commun. Jpn. Pt. II*. 1990. Vol. 73, Is. 8. P. 49–55. DOI: 10.1002/ecjb.4420730806
5. Воробьев С. Н., Литвиненко Л. Н., Просвирнин С. Л. Дифракция волн на периодической структуре из наклонных металлических лент. *Журнал вычислительной математики и математической физики*. 1986. Т. 26, № 6. с. 894–905.
6. Reddy J. N. *An Introduction to the Finite Element Method*. New York: McGraw-Hill, 2006, 419 p.
7. Butler C. and Wilton D. General Analysis of Narrow Strips and Slots. *IEEE Trans. Antennas Propag.* 1980. Vol. 28, Is. 1. P. 42–48. DOI: 10.1109/TAP.1980.1142291
8. Воробьев С. Н., Литвиненко Л. Н., Просвирнин С. Л. Дифракция электромагнитных волн на структуре из конечного числа неэквидистантно расположенных лент различной ширины. Сравнение спектрального и операторного методов. *Радиофизика и радиоастрономия*. 1996. Т. 1, № 1. С. 110–118.

9. Литвиненко Л. Н., Просвирнин С. Л. *Спектральные операторы рассеяния в задачах дифракции волн на плоских экранах*. Киев: Наукова думка, 1984. 240 с.
10. Matsushima A. and Itakura T. Singular Integral Equation Approach to Plane Wave Diffraction by an Infinite Strip Grating at Oblique Incidence. *J. Electromagn. Waves Appl.* 1990. Vol. 4, Is. 6. P. 505–519. DOI: 10.1163/156939390X00168
11. Matsushima A. and Itakura T. Singular Integral Equation Approach to Electromagnetic Scattering from a Finite Periodic Array of Conducting Strip. *J. Electromagn. Waves Appl.* 1991. Vol. 5, Is. 6. P. 545–562. DOI: 10.1163/156939391X00680
12. Matsushima A., Nakamura Y., and Tomino S. Application of Integral Equation Method to Metal-Plate Lens Structures. *Prog. Electromagn. Res.* 2005. Vol. 54. P. 245–262. DOI: 10.2528/PIER05011401
13. Shapoval O. V., Gomez-Diaz J. S., Perruisseau-Carrier J., Mosig J. R., and Nosich A. I. Integral Equation Analysis of Plane Wave Scattering by Coplanar Graphene-Strip Gratings in the THz Range. *IEEE Trans. Terahertz Sci. Technol.* 2013. Vol. 3, Is. 5. P. 666–674. DOI: 10.1109/TTHZ.2013.2263805
14. Hills N. L. and Karp S. N. Semi-infinite Diffraction Gratings–I. *Commun. Pure Appl. Math.* 1965. Vol. 18, Is. 1-2. P. 203–233. DOI: 10.1002/cpa.3160180119
15. Hills N. L. Semi-infinite Diffraction Gratings. II. Inward Resonance. *Commun. Pure Appl. Math.* 1965. Vol. 18, Is. 3. P. 389–395. DOI: 10.1002/cpa.3160180302
16. Nishimoto M. and Ikuno H. Analysis of Electromagnetic Wave Diffraction by a Semi-infinite Strip Grating and Evaluation of End-effects. *Prog. Electromagn. Res.* 1999. Vol. 23. P. 39–58. DOI: 10.2528/PIER98101602
17. Capolino F. and Albani M. Truncation Effects in a Semi-infinite Periodic Array of Thin Strips: A Discrete Wiener-Hopf Formulation. *Radio Sci.* 2009. Vol. 44, Is. 2. id RS2S91. DOI: 10.1029/2007RS003821
18. Vorobyov S. N. and Lytvynenko L. M. Electromagnetic Wave Diffraction by Semi-infinite Strip Grating. *IEEE Trans. Antennas Propag.* 2011. Vol. 59, Is. 6. P. 2169–2177. DOI: 10.1109/TAP.2011.2143655
19. Lytvynenko L. M., Kaliberda M. E., and Pogarsky S. A. Wave Diffraction by Semi-Infinite Venetian Blind Type Grating. *IEEE Trans. Antennas Propag.* 2013. Vol. 61, Is. 12. P. 6120–6127. DOI: 10.1109/TAP.2013.2281510
20. Калиберда М. Е., Литвиненко Л. Н., Погарский С. А. Дифракция H -поляризованной электромагнитной волны на многоэлементной плоской полубесконечной решетке. *Радиофизика и радиоастрономия*. 2014. Т. 19, № 4. с. 348–357. DOI:10.15407/rpra19.04.348
21. Lytvynenko L. M. and Prosvirnin S. L. *Wave Diffraction by Periodic Multilayer Structures: Kharkov Series in Physics and Mathematics*. Cambridge: Cambridge Scientific Publishers, 2012. 158 p.
22. Литвиненко Л. М., Резник І. І., Литвиненко Д. Л. Дифракція хвиль на напівнескінченних періодичних структурах. *Доповіди АН Української РСР*. 1991. № 6. с. 62–66.
23. Kaliberda M. E., Lytvynenko L. N., and Pogarsky S. A. Singular Integral Equations in Diffraction Problem by an Infinite Periodic Strip Grating with One Strip Removed. *J. Electromagn. Waves Appl.* 2016. Vol. 30, Is. 18. P. 2411–2426. DOI: 10.1080/09205071.2016.1254071
24. Kaliberda M. E., Lytvynenko L. N., and Pogarsky S. A. Singular integral equations in diffraction problem by an infinite periodic strip grating with one strip removed: E -polarization case. *J. Electromagn. Waves Appl.* 2018. Vol. 32, Is. 3. P. 332–346. DOI: 10.1080/09205071.2017.1383943
25. Kaliberda M. E., Lytvynenko L. N., and Pogarsky S. A. Electromagnetic interaction of two semi-infinite coplanar gratings of flat PEC strips with arbitrary gap between them. *J. Electromagn. Waves Appl.* 2019. Vol. 33, Is. 12. P. 1557–1573. DOI: 10.1080/09205071.2019.1615996
26. Замятин Е. В., Просвирнин С. Л. Дифракция электромагнитных волн на решетке с малыми случайными флуктуациями размеров. *Радиотехника и электроника*. 1985. Т. 30, № 11. С. 2124–2131.
27. Lytvynenko L. M. and Prosvirnin S. L. Wave Reflection by a Periodic Layered Metamaterial: Reflection by a Semi-Infinite Layered Structure. *Eur. Phys. J. Appl. Phys.* 2009. Vol. 46, Is. 3. id. 32608. DOI: 10.1051/epjap/2008128
28. Гандель Ю. В. Метод дискретных особенностей в задачах электродинамики. *Вопросы кибернетики*. 1986. Вып. 124. С. 166–183.
29. Gandel Yu. V. Boundary-value problems for the Helmholtz equation and their discrete mathematical models. *J. Math. Sci.* 2010. Vol. 171, Is. 1. P. 74–88. DOI: 10.1007/s10958-010-0127-3

REFERENCES

1. FEL'D, Y. N., 1958. Electromagnetic Wave Diffraction by Semi-infinite Grating. *Radiotekhnika i Elektronika*. vol. 13, no. 7, pp. 882–889. (in Russian).
2. SHESTOPALOV, V. P., LYTVYENKO, L. M., MASALOV, S. A. and SOLOGUB, V. G., 1973. *Wave diffraction by gratings*. Kharkiv, Ukraine: Kharkiv State University Press. (in Russian).
3. SILBERSTEIN, E., LALANNE, P., HUGONIN, J.-P. and CAO, Q., 2001. Use of Grating Theories in Integrated Optics. *J. Opt. Soc. Am. A*. vol. 18, is. 1, pp. 2865–2875. DOI: 10.1364/JOSAA.18.002865
4. UCHIDA, K., NODA, T. and MATSUNAGA, T., 1990. Electromagnetic Wave Scattering by a Conducting Strip–Spectral Domain Analysis. *Electron. Commun. Jpn. Pt. II*. vol. 73, is. 8, pp. 49–55. DOI: 10.1002/ecjb.4420730806
5. VOROB'EV, S. N., LITVINENKO, L. N. and PROSVIRNIN, S. L., 1986. Wave Diffraction by a Periodic Structure Consisting of Inclined Metal Tapes. *USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics*. vol. 26, no. 3, pp. 159–166. DOI: 10.1016/0041-5553(86)90129-1
6. REDDY, J. N., 2006. *An Introduction to the Finite Element Method*. New York: McGraw-Hill.
7. BUTLER, C. and WILTON, D., 1980. General Analysis of Narrow Strips and Slots. *IEEE Trans. Antennas Propag.* vol. 28, is. 1, pp. 42–48. DOI: 10.1109/TAP.1980.1142291
8. VOROBIOV, S. N., LITVINENKO, L. N. and PROSVIRNIN, S. L., 1996. Electromagnetic Wave Diffraction by Finite Extent Structure Consisting of Nonequidistant Strips Having Different Width. Comparison of Full-wave Spectral and Operator Method. *Radio Phys. Radio Astron.* vol. 1, no. 1, pp. 110–118. (in Russian).
9. LYTVYENKO, L. M. and PROSVIRNIN, S. L., 1984. *Spectral Scattering Operators in Problems of Wave Dif-*

- fraction by Plane Screens*. Kyiv: Naukova Dumka. (in Russian).
10. MATSUSHIMA, A. and ITAKURA, T., 1990. Singular Integral Equation Approach to Plane Wave Diffraction by an Infinite Strip Grating at Oblique Incidence. *J. Electromagn. Waves Appl.* vol. 4, is. 6, pp. 505–519. DOI: 10.1163/156939390X00168
 11. MATSUSHIMA, A. and ITAKURA, T., 1991. Singular Integral Equation Approach to Electromagnetic Scattering from a Finite Periodic Array of Conducting Strips. *J. Electromagn. Waves Appl.* vol. 5, is. 6, pp. 545–562. DOI: 10.1163/156939391X00680
 12. MATSUSHIMA, A., NAKAMURA, Y. and TOMINO, S., 2005. Application of Integral Equation Method to Metal-plate Lens Structures. *Prog. Electromagn. Res.* vol. 54, pp. 245–262. DOI: 10.2528/PIER05011401
 13. SHAPOVAL, O. V., GOMEZ-DIAZ, J. S., PERRUIS-SEAU-CARRIER, J., MOSIG, J. R. and NOSICH, A. I., 2013. Integral Equation Analysis of Plane Wave Scattering by Coplanar Graphene-Strip Gratings in the THz Range. *IEEE Trans. Terahertz Sci. Technol.* vol. 3, is. 5, pp. 666–674. DOI: 10.1109/TTHZ.2013.2263805
 14. HILLS, N. L. and KARP, S. N., 1965. Semi-infinite Diffraction Gratings–I. *Commun. Pure Appl. Math.* vol. 18, is. 1-2, pp. 203–233. DOI: 10.1002/cpa.3160180119
 15. HILLS, N. L., 1965. Semi-infinite Diffraction Gratings. II. Inward Resonance. *Commun. Pure Appl. Math.* vol. 18, is. 3, pp. 389–395. DOI: 10.1002/cpa.3160180302
 16. NISHIMOTO, M. and IKUNO, H., 1999. Analysis of Electromagnetic Wave Diffraction by a Semi-infinite Strip Grating and Evaluation of End-Effects. *Prog. Electromagn. Res.* vol. 23, pp. 39–58. DOI: 10.2528/PIER98101602
 17. CAPOLINO, F. and ALBANI, M., 2009. Truncation Effects in a Semi-infinite Periodic Array of Thin Strips: A Discrete Wiener-Hopf Formulation. *Radio Sci.* vol. 44, is. 2, id RS2S91. DOI: 10.1029/2007RS003821
 18. VOROBYOV, S. N. and LYTVYENKO, L. M., 2011. Electromagnetic Wave Diffraction by Semi-infinite Strip Grating. *IEEE Trans. Antennas Propag.* vol. 59, is. 6, pp. 2169–2177. DOI: 10.1109/TAP.2011.2143655
 19. LYTVYENKO, L. M., KALIBERDA, M. E. and POGARSKY, S. A., 2013. Wave Diffraction by Semi-Infinite Venetian Blind Type Grating. *IEEE Trans. Antennas Propag.* vol. 61, is. 12, pp. 6120–6127. DOI: 10.1109/TAP.2013.2281510
 20. KALIBERDA, M. E., LYTVYENKO, L. N. and POGARSKY, S. A., 2014. The H -Polarized Electromagnetic Wave Diffraction by Multi-Element Plane Semi-Infinite Grating. *Radio Phys. Radio Astron.* vol. 19, is. 4, pp. 348–357. (in Russian). DOI:10.15407/rpra19.04.348
 21. LYTVYENKO, L. M. and PROSVIRNIN, S. L., 2012. *Wave Diffraction by Periodic Multilayer Structures: Kharkov Series in Physics and Mathematics*. Cambridge: Cambridge Scientific Publishers.
 22. LYTVYENKO, L. M., REZNIK, I. I. and LYTVYENKO, D. L., 1991. Waves Diffraction on the Semiinfinite Periodical Structures. *Proc. of the Academy of Sciences of the Ukrainian SSR*. no. 6, pp. 62–66. (in Ukrainian).
 23. KALIBERDA, M. E., LYTVYENKO, L. N. and POGARSKY, S. A., 2016. Singular Integral Equations in Diffraction Problem by an Infinite Periodic Strip Grating with One Strip Removed. *J. Electromagn. Waves Appl.* vol. 30, is. 18, pp. 2411–2426. DOI: 10.1080/09205071.2016.1254071
 24. KALIBERDA, M. E., LYTVYENKO, L. N. and POGARSKY, S. A., 2018. Singular integral equations in diffraction problem by an infinite periodic strip grating with one strip removed: E -polarization case. *J. Electromagn. Waves Appl.* vol. 32, is. 3, pp. 332–346. DOI: 10.1080/09205071.2017.1383943
 25. KALIBERDA, M. E., LYTVYENKO, L. N. and POGARSKY, S. A., 2019. Electromagnetic interaction of two semi-infinite coplanar gratings of flat PEC strips with arbitrary gap between them. *J. Electromagn. Waves Appl.* vol. 33, is. 12, pp. 1557–1573. DOI: 10.1080/09205071.2019.1615996
 26. ZAMYATIN, YE. V. and PROSVIRNIN, S. L., 1986. Diffraction of electromagnetic waves by an array with small random fluctuations of the dimensions. *Sov. J. Commun. Technol. and Electron.* vol. 31, no. 3, pp. 43–50.
 27. LYTVYENKO, L. M. and PROSVIRNIN, S. L., 2009. Wave Reflection by a Periodic Layered Metamaterial: Reflection by a Semi-Infinite Layered Structure. *Eur. Phys. J. Appl. Phys.* vol. 46, is. 3, id. 32608. DOI: 10.1051/epjap:2008128
 28. GANDEL, Y. V., 1986. Method of discrete singularities in electromagnetic problems. *Voprosy Kibernetiki*. no. 124, pp. 166–183. (in Russian).
 29. GANDEL, YU. V., 2010. Boundary-value problems for the Helmholtz equation and their discrete mathematical models. *J. Math. Sci.* vol. 171, is. 1, pp. 74–88. DOI: 10.1007/s10958-010-0127-3
- M. E. Kaliberda*^{1,2}, *L. M. Lytvynenko*^{1,2}, and *S. A. Pogarsky*^{1,2}
- ¹ V. Kazarin Kharkiv National University, 4, Svoboda Sq., Kharkiv, 61022, Ukraine
- ² Institute of Radio Astronomy, National Academy of Sciences of Ukraine, 4, Mystetstv St., Kharkiv, 61002, Ukraine
- OPERATOR METHOD IN THE PROBLEM OF AN H -POLARIZED PLANE WAVE DIFFRACTION BY A DOUBLE-LAYER INFINITE PERIODIC STRIP GRATING IN THE ABSENCE OF ONE STRIP IN EVERY LAYER
- Purpose:* The problem of an H -polarized plane wave diffraction by the infinite double-layer non-ideally periodic strip grating is considered. The grating is obtained from the ideally-periodic one by excluding of a single strip in each layer. The purpose of this paper is to build the rigorous mathematical model based on the operator method, the study of the fields scattered by the structure.
- Design/methodology/approach:* The field scattered by the grating is found as a sum of three summands. The first one is the field scattered by the ideally periodic grating. The second one is the field of currents on the two strips being absent in the structure under consideration (with the minus sign). The third one is the correction field caused by the absence of the strips. The operator equations with respect to the Fourier amplitudes are obtained for every field. In these equations, the scattering operators of a single layer are used. A short-form algorithm of

their determination based on the method of singular integral equations is represented.

Findings: The obtained numerical results allow to make a conclusion about the behavior of the field scattered by the grating. The numerical study of convergence is made. The stop bands and pass bands can appear at the double-layer gratings. In the case of strips being absent in each layer, the waveguide channel can be formed; the incident wave can transmit through this channel even when the parameters correspond to the stop band. The dependences of the reflection and transmission coefficients on the frequency, which allow to determine the position of the stop bands and pass bands are given. The diffraction patterns of the transmitted field and near field distribution are built.

Conclusions: An effective algorithm for studying the field scattered by the double-layer infinite grating in the absence of strips in each layer is suggested. The obtained results indicate a significant dependence of the width of the transmitted field main lobe vs. frequency. The developed approach can be effective in solving of a number of antenna technique and microwave electronics problems.

Key words: strip grating, non-ideally periodic grating, operator method, wave diffraction

М. Є. Калиберда^{1,2}, Л. М. Литвиненко^{1,2}, С. О. Погарський^{1,2}

¹Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, м. Свободи, 4, м. Харків, 61022, Україна

²Радіоастрономічний інститут НАН України, вул. Мистецтв, 4, м. Харків, 61002, Україна

ОПЕРАТОРНИЙ МЕТОД У ЗАДАЧІ ПРО ДИФРАКЦІЮ *H*-ПОЛЯРИЗОВАНОЇ ПЛОСКОЇ ХВИЛІ НА ДВОШАРОВІЙ НЕСКІНЧЕННІЙ ПЕРІОДИЧНІЙ СТРІЧКОВІЙ РЕШІТЦІ ЗА ВІДСУТНОСТІ ОДНІЄЇ СТРІЧКИ У КОЖНОМУ ШАРІ

Предмет і мета роботи: В роботі розглянуто задачу про дифракцію плоскої *H*-поляризованої хвилі на нескінченній двошаровій неідеально періодичній стрічковій решітці.

Решітка отримана з ідеально періодичної шляхом виключення однієї зі стрічок у кожному шарі. Метою роботи є побудова строгої моделі на основі операторного методу, дослідження полів, розсіяних такою структурою.

Методи і методологія: Розсіяне решіткою поле шукається у вигляді суми трьох доданків. Перший – це поле, розсіяне ідеально періодичною решіткою. Другий – поле струмів, які течуть двома стрічками, відсутніми у досліджуваній решітці (зі знаком мінус). Третій – поле корекції, викликане відсутністю стрічок. Для кожного з полів отримано операторні рівняння відносно амплітуд Фур'є. У записі операторних рівнянь використано оператори розсіяння одиночного шару. Наведено стислий алгоритм їх визначення методом сингулярних інтегральних рівнянь.

Результати: Отримано числові результати, які дозволяють зробити висновок про поведінку розсіяного решіткою поля. Досліджено числову збіжність методу. У двошарових нескінченних решітках спостерігається поява смуг запирання та пропускання. У випадку відсутності стрічок у кожному шарі може сформуватися хвилеводний канал, через який проходить хвиля навіть при параметрах, які відповідають зоні запирання. Наведено залежності коефіцієнта відбиття та проходження від частоти, які дозволяють визначити положення зон запирання та пропускання. Наведено діаграми спрямованості та розподіл поля, що пройшло, у ближній зоні.

Висновок: Запропоновано ефективний алгоритм дослідження поля, розсіяного на двошаровій нескінченній решітці за відсутності стрічок у кожному шарі. Отримані результати дозволяють вказати на суттєву залежність ширини головної пелюстки поля, що пройшло, від частоти. Розвинений підхід може виявитися ефективним інструментом у розв'язанні низки задач антенної техніки та електроніки надвисоких частот.

Ключові слова: стрічкова решітка, неідеально періодична решітка, операторний метод, дифракція хвиль

Стаття постуила в редакцію 03.03.2020