

DOI: <https://doi.org/10.15407/rpra27.03.229>
УДК 621.396:621.391.82

В.М. Коновалов, К.О. Лукін

Інститут радіофізики та електроніки ім. О.Я. Усикова НАН України
вул. Акад. Проскури, 12, Харків, 61085, Україна
E-mail: kvm.kharkov@gmail.com; lukin.konstantin@gmail.com

ОЦІНКА СПЕКТРАЛЬНОЇ ЩІЛЬНОСТІ ФЛІКЕР-ШУМУ МАЛОШУМІВНИХ ГЕНЕРАТОРІВ НА ІНФРАНИЗЬКИХ ЧАСТОТАХ

Предмет і мета роботи. Розробників дослідницьких радарів, що призначені для спостереження проявів біологічної активності живих організмів, можуть цікавити шумові характеристики генераторів при значеннях розстроювання від несучої частоти в декілька сотих, або навіть тисячних часток герца. На жаль, фірми-виробники генераторів далеко не завжди наводять дані про шуми своїх виробів на частотах нижче 1 Гц. Автори даної роботи поставили за мету вивести такий аналітичний вираз для спектральної щільності флікер-шуму, який дозволить розробникам радіосистем робити оцінки ймовірних характеристик малошумівних генераторів у будь-якій частотній області.

Методи і методологія. В літературі з дослідження властивостей флікер-шуму стверджується про безперервне зростання його спектральної щільності зі зниженням частоти за ступеневим законом $1/f^\gamma$. Автори даної роботи припускають існування певної частоти f_m , нижче якої спектральна щільність шумів, швидше за все, залишається незмінною аж до нульових частот. Також, існує область частот, вище яких спектральна щільність флікер-шуму залишається постійною, а сумарна спектральна щільність визначається тепловими шумами.

Результати. У діапазоні від f_m і до частот, при яких над флікер-шумами починають переважати теплові шуми, поведінка спектральної щільності визначається ступеневим законом. Для всього частотного діапазону запропоновано апроксимуючу функцію, що описує поведінку усередненої спектральної щільності шумів генераторів.

Висновки. Результати, що отримано, дозволяють розробникам радіосистем робити оцінки ймовірних характеристик малошумівних генераторів у будь-якій частотній області, використовуючи при цьому лише відомі довідкові дані, що наводяться виробниками апаратури.

Ключові слова: флікер-шум, шум $1/f^\gamma$, кольоровий шум, малошумівні генератори, біоактивність, біолокатор.

Вступ

Одним з головних, якщо не найголовнішим, фактором, що обмежує потенціал радіолокаційних систем, призначених для роботи з малорухомими цілями, і які мають дуже низькі частоти доп-

лерівського зміщення зонduючого НВЧ-випромінювання, є наявність значних фазових шумів як генераторів зонduючого сигналу, так і опорних гетеродинних генераторів. Ці проблеми особливо актуальні для так званих біолокаторів,

Цитування: Коновалов В.М., Лукін К.О. Оцінка спектральної щільності флікер-шуму малошумівних генераторів на інфранизьких частотах. *Радіофізика і радіоастрономія*. 2022. Т. 27. № 3. С. 229–239. <https://doi.org/10.15407/rpra27.03.229>
Citation: Konovalov, V.M. and Lukin, K.O., 2022. Estimating the spectral density of flicker noise of low-noise oscillators at infra-low frequencies. *Radio Physics and Radio Astronomy*, 27(3), pp. 229–239. <https://doi.org/10.15407/rpra27.03.229>

© Видавець ВД «Академперіодика» НАН України, 2022. Статтю опубліковано відповідно до умов відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>)

© Publisher PH "Akademperiodyka" of the NAS of Ukraine, 2022. This is an open access article under the CC BY-NC-ND license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>)

призначених для спостереження проявів біологічної активності живих організмів. У цих випадках частоти доплерівських зміщень, з якими доводиться мати справу, становлять, як правило, від сотих, а то й тисячних часток герца до кількох десятків, рідше сотень герц.

Характеристики флікер-шуму в області інфранизьких частот становлять для розробників безсумнівний інтерес, але, як правило, фірми-виробники наводять параметри своїх виробів, починаючи з частот відстройки (f_s) від несучої (f_c) в 10 Гц або більше, рідше — починаючи з 1 Гц [1].

Але параметри генераторів при ще менших відстройках найчастіше залишаються невідомими. Ми лише бачимо загальну тенденцію — спектральна щільність неухильно зростає зі зменшенням частоти відстройки.

Для аналізу характеристик флікер-шуму, які представляють для нас інтерес, звичайно, треба знати його природу. Але, незважаючи на те, що вперше флікер-шум, або, як його ще називають, шум $1/f$, виявлено, як відомо [2], ще в 1925 р. Д.Б. Джонсоном (J.B. Johnson), і з тих пір минуло вже більше дев'яноста років як він вперше спостерігав мерехтливий ефект у струмі електронних ламп, який так і був названий мерехтливим або флікер-шумом, але пояснити природу його походження так досі ніхто і не зміг, хоча цій темі присвячено значну кількість робіт, наприклад, [3–33].

При дослідженні мерехтливого ефекту, крім звичайного теплового білого шуму, дослідники виявили присутність шуму, в якому було більше низьких і дуже низьких частот. Вважалося, що потужність цього шуму обернено пропорційна його частоті та це співвідношення є правильним навіть для частот у тисячні частки герца. Це означає, що в напівпровідниках відбуваються якісь процеси завдовжки кілька днів і більше, які породжують цей шум. Його назвали мерехтливим шумом або флікер-шумом. Шум зі спектром, який лягає на лінію, що приблизно відповідає $1/f$, у сучасній термінології отримав назву рожевого шуму. «Приблизно» — тому, що в природі відомо безліч випадків, коли шум «майже» рожевий — тобто, коли показник степеня f не дорівнює 1, але близький до нього. Такі шуми і прийнято називати рожевими.

Досі скільки-небудь чіткого пояснення, звідки беруться й процеси якої тривалості можуть створювати згадані типи шумів, немає, хоча фізика напівпровідників — один із найбільш вивчених наукових напрямів. Флікер-шум стали знаходити всюди — в інтенсивності дорожнього руху, в серцебитті, в електроенцефалограмах, у динаміці розливів річок, в інтенсивності космічних випромінювань, у кліматичних даних, навіть звуки людської мови та музика мають у середньому спектр рожевого шуму — і це лише мала частина всіх відомих проявів шуму $1/f$. Мабуть, жоден інший вид шуму не поширено так широко в різних явищах природи, він буквально є «універсальним кодом природи». І при цьому його походження залишається інтригуючою загадкою, незважаючи на гучні назви публікацій про розгадку таємниці флікер-шуму, наприклад, «Загадка флікер-шуму розгадана» [34]. Але, як зазначено у [35], загадку природи флікер-шуму ще не вирішено та навіть не ясно, з якого кінця до неї підступитися.

На даний момент вважається, що зі зменшенням частоти відстройки від несучої, як правило, спектральна щільність флікер-шуму зростає аж до мінімальної частоти, до якої проводиться вимірювання (досягнуто частоту $3 \cdot 10^{-7}$ Гц). Перехід до незалежної від частоти спектральної щільності не спостерігається [36, 37]. Проте, у своїй роботі про природу флікер-шуму [38], П.Д. Пруссов звернув увагу на те, що, хоча «зі зменшенням f величина $S(f)$ збільшується, але при $f=0$ і $S=0$! (?) Парадокс!» Але це питання ним так і залишилося не розкритим.

Дійсно, шуми є випадковими відхиленнями сигналу в часі від заданого (або встановленого, або найбільш ймовірного значення). Очевидно, що чим нижчі частоти відстройки від несучої генератора ми розглядаємо, тим більш повільні процеси потрапляють у поле нашого зору. Але, оскільки не існує абсолютно стабільних коливальних систем, принаймні, при температурах вище абсолютного нуля, хоча б через те, що існує природне старіння та деградація елементів генератора за доступний для огляду час їхньої експлуатації, зміна частоти зі зміною температури тощо, то з цього випливає, що при нульових розстройках (тобто в області дуже великих часів спостереження, як скажімо, години, дні, місяці або навіть роки) спектральна

щільність шуму в міру наближення до нульової частоти розстройки в загальному випадку повинна прагнути до нуля.

Але, в той же час, для замкнених систем, до яких належать реальні генератори сигналів і які не схильні до впливу якихось зовнішніх факторів, справедливий закон збереження енергії. А це означає, що інтеграл від спектральної потужності генератора в реально аналізованій смузі частот є величиною кінцевою та не перевищує потужності джерела, який живить сам генератор. Якщо так, то, враховуючи наведені вище міркування та виходячи із закону збереження енергії для замкнутої системи, ми приходимо до логічного висновку, що має існувати якась частота f_m , нижче за яку спектральна щільність флікер-шуму повинна не зростати, а, можливо, й падати, аж до нульової частоти, коли спектральна щільність шуму може дорівнювати нулю. В протилежному разі (при $\lim_{f \rightarrow 0} S(f) \rightarrow \infty$) потужність генератора повинна прагнути до ∞ . І цей парадокс, що для флікер-шуму, спектральна щільність якого пропорційна $f^{-\gamma}$ при будь-якому $\gamma \geq 0$, інтеграли виду $S(f) = \int_0^{\infty} f^{-\gamma} d\gamma = \infty$ в існуючій на даний час офіційній фізичній парадигмі — не може бути вирішеним. Оцінка значення цієї частоти f_m , а також залежність спектральної щільності в області дуже малих частот від одиниць герц до частоти f_m і є предметом цієї роботи. Автори сподіваються, що це допоможе розробникам оцінювати можливий діапазон роботи радіосистем в області інфранизьких частот сигналів, для спостереження яких поки що немає експериментальних даних.

Як уже зазначалося, із часів відкриття флікер-шуму в напівпровідниках над розгадкою його походження билосся чимало розумних голів. І досі через десятиліття пошуків простого механізму породження послідовності чисел, що відповідає рожевому шуму, так і не знайдено. Це змусило багатьох дослідників запідозрити, що шум із спектром $1/f$ є не продуктом якогось локального випадкового процесу — на зразок теплового шуму атомів чи випадкового броунівського блукання, а результатом роботи системних механізмів. Тобто, рожевий шум породжується не ізольованими частинками та об'єктами, а лише

цілими системами частинок і об'єктів. Інакше кажучи, рожевий шум — це шум систем [39].

Наприклад, можна припустити, що автоколивальна система при досягненні балансу фаз і амплітуд якраз і є прикладом критичного стану складної системи. Пер Бак [40] вважає, що характерною ознакою наближення складної системи до критичного стану є породження нею шумів із спектром $1/f$.

Шум із спектром $1/f^2$ прийнято називати коричневим. Він також широко поширений у природі, і це не дивно — адже він породжується випадковим блуканням.

Коричневий шум, на відміну від білого, має пам'ять — кожне наступне значення виходить з попереднього. Із цього погляду рожевий шум також має якусь пам'ять — він теж не зовсім випадковий, як білий.

Для шуму зі спектром $1/f^\gamma$, де $\gamma > 2$, найчастіше застосовують свій особливий термін — «чорний шум». Нам часто доводиться стикатися з такими шумами в багатьох практичних застосуваннях. Одним із прикладів такого шуму є шуми надмалошумівних генераторів фірми Nel Frequency Control, Inc.

Висловлені вище попередні важливі зауваження стали основою подальших висновків, наведених у цій роботі. З огляду на ці міркування аналітична функція, що описує поведінку залежності спектральної щільності потужності від частоти у всьому діапазоні від 0 до ∞ , повинна мати наступний вигляд. У діапазоні частот від 0 до f_m (частота, при якій функція досягає свого максимуму) вона повинна або залишатися постійною (або принаймні кінцевою), або спочатку досить швидко зростати поблизу нульової частоти, а потім уповільнити своє зростання аж до його зупинки поблизу частоти f_m . Після частоти f_m функція повинна падати за законом $\sim 1/f^\gamma$, що описує поведінку флікер-шуму в залежності від частоти. Це падіння має відбуватися аж до частоти f_T (частоти, при якій спектральна щільність флікер-шумів перестає бути превалюючою, а основну роль починають грати теплові шуми), після якої функція стає постійною, яка не залежить від подальшого зростання частоти (спектральна щільність теплового шуму — функція постійна у всьому діапазоні частот). На жаль, у даний час авторам не відомі ні експерименталь-

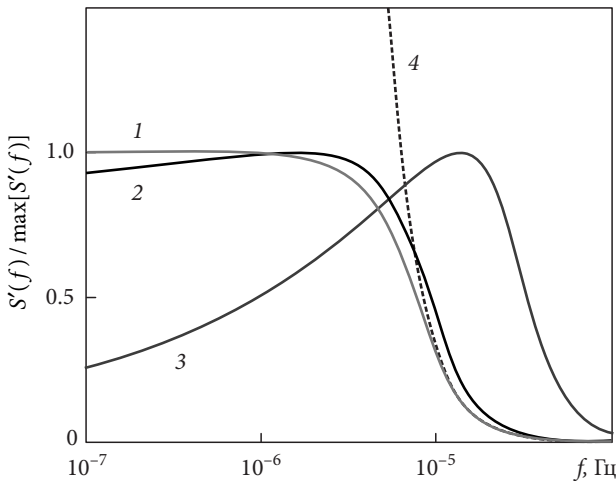


Рис. 1. Графіки функції $S'(f) = (1 - e^{-a \cdot f^{\gamma+\delta}}) f^{-\gamma}$ нормовані на одиницю для різних значень δ : крива 1 – $\delta_1 = 0$; крива 2 – $\delta_2 = 0.03$; крива 3 – $\delta_3 = 0.3$. Для порівняння, на графіку наведено нормовану на значення $\max[S'(f)]$ функцію $1/f^\gamma$ для випадку $\delta_1 = 0$ (крива 4)

ні, ні теоретичні роботи, що вказують на характер поведінки функції $S(f)$ у частотах від 0 до f_m . Насправді, найчастіше ця область описується як $S(f) = const$, наприклад, в алгоритмах генерації флікер-шуму в системі MathCad чи Matlab. Цієї моделі будемо дотримуватися і ми, тим більше, що це мало вплине на наші отримані результати, зважаючи на те, що левова частина енергії перебуватиме не в області безпосередньо нульової частоти, а все-таки в області частот від 0 до f_m . Тим не менш, ми запропонували таку аналітичну функцію, яка може описати й випадок, коли при зменшенні частоти аналізу до нуля спектральна щільність шуму також може прагнути до нуля. Можливо, це допоможе в подальших дослідженнях властивостей флікер-шуму в області частот, що безпосередньо примикають до нульової частоти.

Методи і результати дослідження

За основний автори обрали аналітичний метод у своїх дослідженнях. Як модель такої шуканої аналітичної функції автори пропонують наступну функцію зміни спектральної щільності потужності флікер-шуму від частоти у всьому діапазоні частот від 0 до ∞

$$S(f) = A(1 - e^{-a \cdot f^{\gamma+\delta}}) \frac{1}{f^\gamma} + S_T, \quad (1)$$

де S_T – спектральна щільність потужності теплового шуму; A – постійний коефіцієнт для даного генератора, пропорційний його потужності; f – поточна частота; γ – показник степеня, що характеризує вид флікер-шуму даного генератора та швидкість спаду спектральної щільності з частотою; δ – добавка до показника степеня γ така, що при $\delta = 0$ в області частот від 0 до f_m спектральна щільність шуму $S(f)$ залишається практично незмінною, а при $\delta > 0$ зі зменшенням частоти від f_m аж до 0 спектральна щільність також прагне до нуля. Конкретне значення $\delta > 0$ підбирається, виходячи з характеру прогнозованої поведінки $S(f)$ в області частот від 0 до f_m .

На рис. 1 представлено нормований на одиницю графік функції $S'(f) = A(1 - e^{-a \cdot f^{\gamma+\delta}}) \frac{1}{f^\gamma}$, що демонструє залежність основної частини виразу (1) від частоти та відповідає за поведінку всієї функції $S(f)$ в області дуже низьких частот. Графік побудовано для довільних, але досить реалістичних значень, що входять у вираз (1) коефіцієнтів: $\gamma = 2.5$, $a = 10^{13}$, і трьох різних значень δ : $\delta_1 = 0$, $\delta_2 = 0.03$ та $\delta_3 = 0.3$.

Як видно з наведеного графіка на рис. 1, запропонований аналітичний вираз (1) досить добре описує алгоритм поведінки функції $S(f)$ в області дуже низьких частот. В області більш високих частот $f > f_m$, коли поточна частота f більша за частоту f_m , при якій функція $S(f)$ досягає максимуму, множник $(1 - e^{-a \cdot f^{\gamma+\delta}})$ вже помітно не впливає на поведінку функції $S(f)$, і за її поведінку, переважно, відповідає множник $1/f^\gamma$ до області частот, близьких до f_T . При $f > f_T$ функція набуває постійного, незалежного від частоти значення, рівного доданку S_T – спектральній щільності теплового шуму.

Як вже зазначили раніше, у своїх подальших міркуваннях ми приймемо значення $\delta = 0$. Тоді у виразі (1) є чотири постійні коефіцієнти (A , a , γ та S_T), значення яких нам належить визначити. Рівняння такого типу, зазвичай, не має тривіального рішення. Однак, скориставшись наявними апріорними даними, і зробивши деякі цілком логічні та обґрунтовані спрощення, ми зможемо знайти потрібні нам рішення.

Значення спектральної щільності теплового шуму S_T або наводиться в довідкових даних для

кожного конкретного малошумівного генератора, або легко визначається з графіків залежності спектральної щільності флікер-шумів, що наводяться розробниками для такого типу генераторів. Як приклад таких графіків на рис. 2 представлено графіки відносної спектральної щільності потужності флікер-шумів надмалошумівних генераторів фірми Nel Frequency Control, Inc. (одного зі світових лідерів у розробці та виробництві генераторів із наднизькими фазовими шумами) при різних частотах відстройки f_s від несучої f_c [1].

Необхідно зазначити, що виробник, зазвичай, представляє графіки не абсолютних значень спектральної щільності, а значення, взяті відносно потужності генератора на несучій частоті, які позначають як $L(f)$. Але одночасно розробник представляє і значення потужності генератора P на несучій частоті, так що проблем із перерахуванням відносних значень в абсолютні не повинно виникати. У статті ми користуватимемося абсолютними значеннями, з метою спрощення опису та самих виразів.

Скориставшись представленими виробником графіками, ми можемо легко визначити наступні значення параметрів обраних для аналізу генераторів: мінімальні частоти відстройки, що надаються виробником для даного генератора (в англійській літературі застосовують термін *shift*) — f_s і значення спектральної щільності на цій частоті S_s ; частоту f_T , роль якої ми описали вище, і надалі, для стислості викладу, умовно називатимемо частотою теплового шуму та відповідну їй спектральну щільність S_T .

Коефіцієнт a у виразі (1), який відповідає за швидкість наростання функції $(1 - e^{-af^a})$ у діапазоні частот від 0 до f_m , оберемо з таких міркувань. Значення цієї функції повинно експоненційно прагнути до одиниці зі зростанням частоти аж до f_m . Відповідно, значення коефіцієнта a має бути таким, щоб вже на частоті f_m значення функції $(1 - e^{-af^a})$ було якомога ближчим до одиниці, для того, щоб цей множник у виразі (1) на частотах, більших ніж f_m , не надавав помітного впливу. Надалі у висновках ми приймемо це значення таким, що дорівнює 0.99 на частоті f_m . Звичайно, може виникнути питання, чому було обрано значення 0.99, а не, наприклад, 0.99999? І як

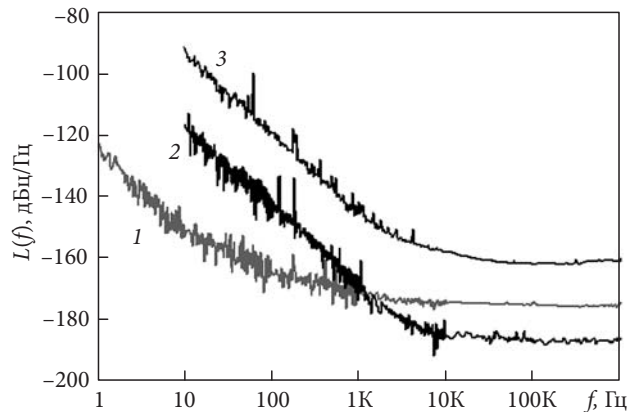


Рис. 2. Графіки залежності відносної спектральної щільності потужності флікер-шумів надмалошумівних генераторів при різних частотах відстройки f_s від несучої f_c : крива 1 — для генератора типу 0835a на частоті $f_c = 10$ МГц; крива 2 — для генератора типу 1029c на частоті $f_c = 100$ МГц; крива 3 — для генератора типу 0907b на частоті $f_c = 1000$ МГц

це вплине на результати висновків? Пізніше ми покажемо, що вибір цього значення, починаючи з певної величини, на результати висновків практично не позначиться.

Отже, при $f = f_m$

$$1 - e^{-af_m^a} = 0.99. \quad (2)$$

Звідси визначимо коефіцієнт a

$$a = 4.61 / f_m^a. \quad (3)$$

При такому виборі коефіцієнта a другий множник в (1) вже на частоті $f_s \gg f_m$ можна вважати таким, що дорівнює одиниці. Очевидно, що на цій частоті $S_s \gg S_T$ і тоді другим доданком у (1) можна знехтувати. З огляду на це, можемо записати

$$S_s = Af_s^{-a}. \quad (4)$$

Це дає нам можливість за допомогою досить простого виразу визначити поки що невідомий нам коефіцієнт A

$$A = S_s f_s^a. \quad (5)$$

Аналогічно виразу (4), ми можемо записати і вираз значення спектральної щільності власне флікер-шуму на частоті f_T

$$S_T = Af_T^{-a}. \quad (6)$$

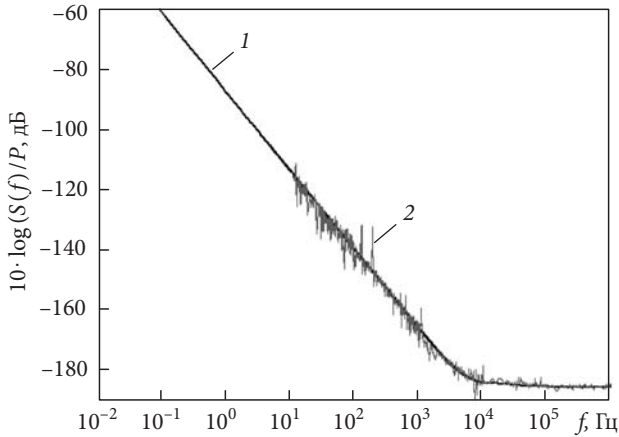


Рис. 3. Графік апроксимуючої залежності відносної спектральної щільності потужності флікер-шумів надмалощумівного генератора типу 1029с фірми Nel Frequency Control, Inc., розрахованої за допомогою виразу (13) — крива 1; графік цієї ж залежності, наведений у довідкових даних для цього генератора — крива 2

З урахуванням (5), отримаємо

$$S_T = S_S (f_s / f_T)^\gamma \tag{7}$$

Звідси знаходимо значення показника степеня γ для характеристики флікер-шуму обраного генератора, який ми аналізуємо

$$\gamma = \frac{\ln(S_T / S_S)}{\ln(f_s / f_T)} \tag{8}$$

Як бачимо, у вираз (8) для визначення γ увійшли вже всі відомі нам відповідні значення, які ми отримали з довідкових даних виробника.

У нас залишився не до кінця визначеним коефіцієнт a , оскільки у вираз (3) для його визначення входить поки що невідоме нам значення частоти f_m , при якому функція $S(f)$ досягає свого максимального рівня S_m , який в свою чергу можна визначити за довідковим значенням потужності генератора P . Очевидно, що практично всю потужність будь-якого малощумівного генератора зосереджено в смузі частот від 0 до $f_s \leq 1$ Гц. І ми можемо вважати, що з достатніх для практичного використання випадків ця потужність буде відповідати максимуму функції $S(f)$.

Тоді максимальну спектральну потужність S_m можна представити як

$$S_m = P / \Delta f, \tag{9}$$

де Δf — одинична смуга, що дорівнює 1 Гц.

Враховуючи це, а також те, що на частоті f_m другий множник в (1) дорівнює 0.99, а $S_m \gg S_T$, і тоді доданком S_T можна знехтувати, напишемо

$$S_m = A \cdot 0.99 f_m^{-\gamma} \cong A f_m^{-\gamma} \tag{10}$$

Звідси визначаємо частоту f_m , на якій функція спектральної щільності $S(f)$ досягає свого максимального значення S_m

$$f_m = (A/P)^{1/\gamma} \tag{11}$$

Підставляючи тепер знайдені значення γ , A з (5) і (8) до (11), ми можемо отримати остаточний вираз для знаходження тієї частоти f_m , при якій функція $S(f)$ досягає свого максимального значення

$$f_m = f_s \left(\frac{S_S \Delta f}{P} \right)^{1/\gamma} \tag{12}$$

У виразі (12) та наступних виразах значення $\Delta f = 1$ Гц можна було б не враховувати, тому що воно дорівнює одиниці, але для дотримання розмірності у виразах ми його залишимо.

Тепер підставимо знайдені значення γ , A і a з (3), (5) і (8) відповідно в (1) і, враховуючи (11), отримаємо остаточний аналітичний вираз для спектральної щільності сигналу генератора у всьому діапазоні частот від 0 до ∞

$$S(f) = S_S \left[1 - e^{-4.61 \left(\frac{f}{f_s} \right)^\gamma \frac{P}{S_S \Delta f}} \right] \left(\frac{f_s}{f} \right)^\gamma + S_T, \tag{13}$$

де $\gamma = \frac{\ln(S_T / S_S)}{\ln(f_s / f_T)}$.

Таким чином, ми отримали аналітичний вираз (13), який апроксимує усереднені значення спектральної щільності сигналу $S(f)$ досліджуваного генератора у всій області робочих частот, а за допомогою виразу (12) ми зможемо оцінити частоту f_m , при якій функція $S(f)$ досягає свого максимального значення.

Обговорення результатів

Зазначимо, що отриманий вираз для $S(f)$ повністю визначається лише тими параметрами, які нам дають довідкові дані, що наводяться розроб-

ником для аналізованих генераторів, але представлені для іншої області частот (як правило для $f > 10$ Гц).

Для демонстрації отриманих результатів, як приклад, визначимо аналітичний вираз, що апроксимує залежність спектральної щільності флікер-шумів від частоти одного з надмаломощувних генераторів фірми Nel Frequency Control, Inc. типу 1029с, деякі характеристики якого ми вже представляли на рис. 2. Для цього ж генератора визначимо ту частоту, при якій спектральна щільність досягає свого максимального значення.

На рис. 3. наведено графік відносної спектральної щільності потужності флікер-шумів цього надмаломощувного генератора (крива 2), що наводиться в довідкових даних для цього генератора, і відповідна йому апроксимуюча залежність (крива 1), яка розрахована за допомогою виразу (13).

Наведені на рис. 3 криві демонструють досить хороший збіг розрахункової залежності з довідковими даними для цього генератора.

Підставляючи відповідні довідкові дані в (4), (5), (8), за допомогою виразу (12) отримуємо оцінку частоти, при якій спектральна щільність потужності даного надмаломощувного генератора типу 1029с буде максимальною. Ця частота дорівнює: $f_m = 3.7 \cdot 10^{-4}$ Гц, що на багато порядків менше тієї мінімальної частоти, яка наводиться в довідкових даних. Період цього колювання становитиме величину

$$T_m = f_m^{-1} = 2.7 \cdot 10^3 \text{ с} \approx 45 \text{ хв.}$$

Тобто, час спостереження одного повного періоду колювань становить близько 45 хв. Дуже великий період — це факт, що демонструє ту складність, з якою можуть зіткнутися розробники при отриманні експериментальних даних в області дуже низьких частот, так як для отримання таких статистично достовірних даних знадобиться просто величезний час аналізу, що може обчислюватися сотнями, або навіть тисячами годин безперервного спостереження.

Раніше, при визначенні коефіцієнта a у виразі (2) ми обрали його таким, щоб уже на частоті f_m значення функції $(1 - e^{-af^\gamma})$ було б якомога ближче до одиниці, і прийняли його таким, що

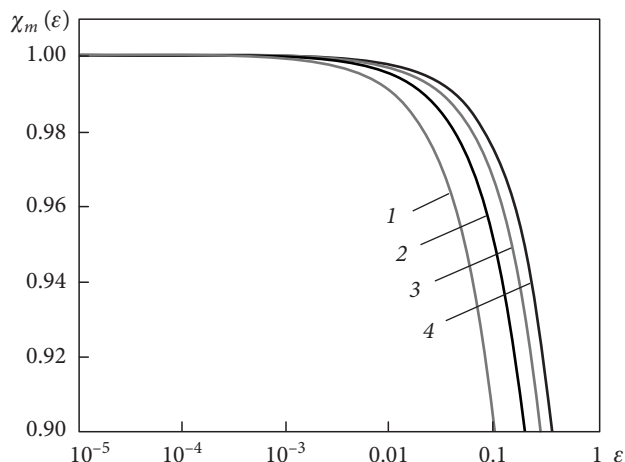


Рис. 4. Графіки залежності відносної оцінки $\chi_m(\epsilon)$ впливу ϵ на точність визначення частоти f_m , за якої спектральна щільність досягає максимуму для різних значень показника гіперболи γ флікер-шуму типу $1/f^\gamma$: крива 1 — $\gamma = 1$; крива 2 — $\gamma = 2$; крива 3 — $\gamma = 3$; крива 4 — $\gamma = 4$

дорівнює 0.99 на частоті f_m . Покажемо, що вибір цього значення, починаючи з деякої його величини, на результати висновків практично не впливає.

Позначимо значення функції $(1 - e^{-af^\gamma})$ на частоті f_m як $(1 - \epsilon)$, де ϵ — мала частка, якої не вистачає до одиниці. Тоді вираз (12) для f_m можна записати як

$$f_m = f_s \left(0.99 \frac{S_s \Delta f}{P} \right)^{1/\gamma} = f_s \left[(1 - \epsilon) \frac{S_s \Delta f}{P} \right]^{1/\gamma}. \quad (14)$$

Для отримання відносної оцінки $\chi_m(\epsilon) = \frac{f_m(\epsilon)}{f_m(0)}$ впливу ϵ на значення f_m знайдемо відношення цієї частоти, отриманої при $\epsilon = 0.01$, тобто коли $(1 - \epsilon) = 0.99$ до значення f_m при $\epsilon = 0$, тобто коли $(1 - \epsilon) = 1$.

$$\chi_m(\epsilon) = \frac{f_m(\epsilon)}{f_m(0)} = \frac{\left[(1 - \epsilon) \frac{S_s \Delta f}{P} \right]^{1/\gamma}}{\left[\frac{S_s \Delta f}{P} \right]^{1/\gamma}} = (1 - \epsilon)^{1/\gamma}. \quad (15)$$

На рис. 4 представлено залежність відносної оцінки $\chi_m(\epsilon)$ впливу ϵ на точність визначення

f_m для різних значень показника гіперболи γ флікер-шуму типу $1/f^\gamma$ в діапазоні $\gamma = 1 \dots 4$ — найбільш поширених значень цього показника.

Наведені графіки на рис. 4 наочно показують, що у всьому діапазоні значень γ , які найчастіше зустрічаються на практиці, при $\varepsilon \leq 0.01$ (тобто при $(1 - \varepsilon) \geq 0.99$) значення множника, що визначається виразом (2), можна брати таким, що дорівнює 0.99, про що ми раніше й згадували.

Висновки

Авторами запропоновано модель аналітичного виразу, що описує поведінку спектральної щільності потужності флікер-шумів малошумівних задавальних і опорних генераторів у практично необмеженому діапазоні частот, включаючи області інфранизьких частот, значно нижчих, ніж наводять у своїх довідкових даних фірми-виробники. Наводиться також аналітичний вираз визначення такої частоти f_m , при якій спектральна щільність генератора досягає свого максимального значення. Нижче цієї частоти спектральна щільність залишається постійною до нульових частот, а вище — падає за законом $1/f^\gamma$ до значень, що дорівнюють спектральній щільності теплового шуму конкретного генератора, далі за-

лишаючись постійною зі збільшенням частоти. Отримано досить прості аналітичні вирази для знаходження як частоти, при якій спектральна щільність флікер-шумів досягає свого максимуму, так і закону зміни спектральної щільності в усьому практично використовуваному діапазоні частот, що дає можливість математично описувати властивості флікер-шуму та проводити відповідні дослідження, наприклад, знаходити кореляційні функції сигналів, обраних розробником малошумівних генераторів.

Зазначимо також, що для всіх обчислень використовуються ті параметри генераторів, які наводить виробник на свою продукцію, але в значно більш широкому діапазоні частот.

Зроблено порівняння даних, отриманих аналітично, з довідковими даними. Показано, що поведінка апроксимуючої функції досить добре узгоджується з даними, наведеними виробниками генераторів.

Автори вважають, що запропонована робота виявиться корисною розробникам у сфері створення радіосистем, котрим дуже важливо оцінювати фазові шуми в області ультранизьких частот відстройки від несучої (десяті, соті і навіть тисячні частки герца).

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Oven Controlled Crystal Oscillator (OCXO). URL: <http://www.nelfc.com/ocxo/index.html#thumb>
2. Johnson J.B. The Schottky Effect in Low Frequency Circuits. *Phys. Rev.* 1925. Vol. 26, Iss. 1. P. 71–85. DOI: 10.1103/PhysRev.26.71.
3. Voss R.F. $1/f$ (Flicker) Noise: A Brief Review. *33rd Annual Symposium on Frequency Control*. Atlantic City, NJ, USA. 30 May – 1 June 1979.
4. Van der Ziel A. Flicker noise in electron devices. *Adv. Electron. Electron Phys.* 1979. Vol. 49. P. 225–297.
5. Van der Ziel A. History of Noise Research. *Adv. Electron. Electron Phys.* 1980. Vol. 50. P. 351–409.
6. Keshner M.S. $1/f$ Noise. *Proc. IEEE.* 1982. Vol. 70, Iss. 3. P. 212–218. DOI: 10.1109/PROC.1982.12282.
7. Бочков Г.Н., Кузовлев Ю.Е. Новое в исследованиях $1/f$ -шума. *Успехи физ. наук.* 1983. Т. 141, № 1.
8. Жвирблис В.Е. Загадка фликкер-шума. *Знание — сила.* 1983. № 9. С. 36–39.
9. Коган Ш.М. Низкочастотный токовый шум со спектром тип $1/f$ в твердых телах. *Успехи физ. наук.* 1985. Т. 145, № 2.
10. Handel P.H., Chung A.L. *Noise in Physical Systems and $1/f$ Fluctuations*. New York: American Institute of Physics, 1993.
11. Josephson B.D. A Trans-human source for music? Pyllkänen P. and Pyllkö P. eds. *New Directions in Cognitive Science*. Finnish Artificial Intelligence Society. Helsinki: Saariselkä 4–9 Aug. 1995. P. 280–285.
12. Ciofi C., Diligenti A. and Neri B. Electromigration noise in submicrometric lines. *Proc. 13th Int. Conf. Noise in Physical Systems and $1/f$ Fluctuations (ICNF '95)*. Palanga, Lithuania, 29 May – 3 June 1995. Singapore: World Scientific, 1995. P. 618–621.
13. Жигальский Г.П. Шум вида $1/f$ и нелинейные эффекты в тонких металлических пленках. *Успехи физ. наук.* 1997. Т. 167, № 6. С. 623–648.
14. Hajimiri A. and Lee T.H. General Theory of Phase Noise in Electrical Oscillators. *IEEE J. Solid-State Circuits.* 1998. Vol. 33, Iss. 2. P. 179–194.
15. Hajimiri A., Limotyrakis S. and Lee T.H. Jitter and Phase Noise in Ring Oscillators. *IEEE J. Solid-State Circuits.* 1999. Vol. 34, Iss. 6. P. 790–804.
16. Handel P.H. The General Nature of Fundamental $1/f$ Noise in Oscillators and in the High Technology Domain. *Lecture notes in physics.* 2000. Vol. 550. P. 232–264.
17. Milotti, E. *$1/f$ noise: A pedagogical review*. 2002. URL: [arXiv:physics/0204033](https://arxiv.org/abs/physics/0204033). [https://www.researchgate.net/publication/2167452_1f_Noise_A_pedagogical_review_\(viewed:23.08.2022\)](https://www.researchgate.net/publication/2167452_1f_Noise_A_pedagogical_review_(viewed:23.08.2022)).

18. Norton, M.P., Karczub D.G. *Fundamentals of noise and vibration analysis for engineers*. 2nd ed. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2003. 631 p.
19. Mukherjee Ja., Roblin P., Akhtar S. An Analytic Circuit-Based Model for White and Flicker Phase Noise in LC Oscillators. *IEEE Trans. Circuits Syst. I Regul. Pap.* 2007. Vol. 54, Iss. 7. P. 1584–1598.
20. Ward L.M. and Greenwood P.E. $1/f$ noise. *Scholarpedia*. 2007. Vol. 2, Iss. 12. P. 1537. DOI: 10.4249/scholarpedia.1537.
21. Cao T., Wisland D., Lande T., Moradi F. A bulk-controlled ring-VCO with $1/f$ -noise reduction for frequency $\Delta\omega$ modulator. 2009 MIXDES: 16th Int. Conf. Mixed Design of Integrated Circuits & Systems (MIXDES '09): proc. Lodz, Poland, 25–27 June 2009.
22. Chen Sh.-M., Fang Y.-K., Juang F.-R., Chen C.-C., Liu S.; Kuo C.-W., Chao C.-P., Tseng H.-C. A Low-Flicker Noise Gate-Controlled Lateral–Vertical Bipolar Junction Transistor Array With 55-nm CMOS Technology. *IEEE Trans. Electron Devices*. 2011. Vol. 58, Iss. 10. P. 3276–3282.
23. Kendal W.S., Jørgensen B.R. Tweedie convergence: a mathematical basis for Taylor's power law, $1/f$ noise and multifractality. *Phys. Rev. E*. 2011. Vol. 84, Iss. 6. P. 066120. DOI: 10.1103/physreve.84.066120.
24. Pepe F., Bonfanti A., Levantino S., Samori C., Lacaita A.L. Impact of non-quasi-static effects on $1/f^3$ phase noise in a 1.9-to-2.6 GHz oscillator. *Proc. 2014 IEEE Radio Frequency Integrated Circuits Symp.* Tampa, FL, USA, 1–3 June 2014. P. 425–428.
25. Ioannidis E.G., Theodorou C.G., Karatsori T.A., Haendler S., Dimitriadis C.A. and Ghibardo G. Drain-Current Flicker Noise Modeling in nMOSFETs From a 14-nm FDSOI Technology. *IEEE Trans. Electron Devices*. 2015. Vol. 62, Iss. 5. P. 1574–1579.
26. Кузовлев Ю.Е. Почему природе нужен $1/f$ шум. *Успехи физ. наук*. 2015. Т. 185, № 7. С. 773–783.
27. Hu S., Wang F., Wang H. A transformer-based inverted complementary cross-coupled VCO with a 193.3 dBc/Hz FoM and 13 kHz $1/f^3$ noise corner. *Proc. 2016 IEEE Radio Frequency Integrated Circuits Symp. (RFIC)*. San Francisco, CA, USA, 22–24 May 2016.
28. Yadav A.C., Ramaswamy R. and Dhar D. General mechanism for the $1/f$ noise. *Phys. Rev. E*. 2017. Vol. 96, Iss. 2. P. 022215.
29. Coen Ch.T., Ildefonso A., Fleetwood Z.E., Cressler J.D. A 19–34 GHz SiGe HBT square-law detector with ultra-low $1/f$ noise for atmospheric radiometers. *Proc. 12th Europ. Microwave Integrated Circuits Conf. (EuMIC)*. Nuremberg, Germany, 8–10 Oct. 2017.
30. Jara M., Alessandri C., Abusleme A. Time-Domain $1/f$ Noise Analysis of a Charge-Redistribution Track-and-Hold Circuit. *IEEE Trans. Circuits Syst. II Express Briefs*. 2018. Vol. 65, Iss. 2. P. 161–165.
31. Krapf D., Marinari E., Metzler R., Oshanin G., Xu X., Squarcini A. Power spectral density of a single Brownian trajectory: what one can and cannot learn from it. *New J. Phys.* 2018. Vol. 20, Iss. 2. P. 023029. DOI: 10.1088/1367-2630/aaa67c.
32. Muhea W.E., Gneiting Th., Iñiguez B. UMEM based $1/f$ noise model for amorphous ESL IGZO TFTs. *Proc. 2019 Latin American Electron Devices Conf. (LAEDC 2019)*. Armenia, Colombia, 24–27 Feb. 2019.
33. Hu Y., Siriburanon T., Staszewski R.B. Oscillator Flicker Phase Noise: A Tutorial. *IEEE Trans. Circuits Syst. II Express Briefs*. 2021. Vol. 68, Iss. 2. Feb. P. 538–544.
34. Чайковский В. Загадка фликкер-шума разгадана. URL: <https://habr.com/ru/post/262015/> (дата звернення: 23.08.2022).
35. Герценштейн М. Еще немного о шумах. Комментарий к статье В. Жвирблиса «Загадка фликкер-шума». URL: <http://www.integro.ru/system/eretics/flicker/flicker2.htm> (дата звернення: 23.08.2022).
36. *Физическая энциклопедия*. Под ред. А.М. Прохорова. Т. 5. Москва: Большая Российская энциклопедия, 1998. 760 с.
37. Коган Ш.М. Низкочастотный токовый шум со спектром типа $1/f$ в твердых телах. *Успехи физ. наук*. 1985. Т. 145, № 2. С. 285.
38. Пруссов П.Д. Природа фликкер-шума. URL: <http://bourabai.kz/prussov/flicker.htm> (дата звернення: 04.12.2020).
39. Melnyk S.S., Usatenko O.V., Yampolskii V.A., and Golick V.A. Competition between two kinds of correlations in literary texts. *Phys. Rev. E*. 2005. Vol. 72, Iss. 2. P. 026140.
40. Bak P. *How Nature Works: The Science of Self-Organized Criticality*. New York: Copernicus, 1996.

Стаття надійшла 03.04.2022

REFERENCES

1. Oven Controlled Crystal Oscillator (OCXO). [viewed: 23.08.2022]. Available from: <http://www.nelfc.com/ocxo/index.html#thumb>.
2. Johnson, J.B., 1925. The Schottky Effect in Low Frequency Circuits. *Phys. Rev.*, **26**(1), pp. 71–85. DOI: 10.1103/PhysRev.26.71.
3. Voss, R.F., 1979. $1/f$ (Flicker) Noise: A Brief Review. In: *33rd Annual Symposium on Frequency Control*. Atlantic City, NJ, USA, 30 May–1 June 1979.
4. Van der Ziel, A., 1979. Flicker noise in electron devices. *Adv. Electron. Electron Phys.*, **49**, pp. 225–297.
5. Van der Ziel, A., 1980. History of Noise Research. *Adv. Electron. Electron Phys.*, **50**, pp. 351–409.
6. Keshner, M.S., 1982. $1/f$ noise. *Proc. IEEE*, **70**(3), pp. 212–218. DOI: 10.1109/PROC.1982.12282.
7. Bochkov, G.N., Kuzovlev, Yu.E., 1983. New in $1/f$ -noise research. *Sov. Phys.-Usp.*, **141**(1) (in Russian).
8. Zhvirblis, V.E., 1983. The mystery of flicker noise. *Znanie — sila*, 9, pp. 36–39 (in Russian).
9. Kogan, Sh.M., 1985. Low-frequency current noise with spectrum type $1/f$ in solids. *Sov. Phys.-Usp.*, **145**(2) (in Russian).
10. Handel, P.H., Chung, A.L., 1993. *Noise in Physical Systems and $1/f$ Fluctuations*. New York: American Institute of Physics Publ.
11. Josephson, B.D., 1995. A Trans-human source for music? In: Pyykkänen, P. and Pyykkö P. eds., 1995. *New Directions in Cognitive Science*. Finnish Artificial Intelligence Society. Saariselkä 4–9 Aug. 1995. Helsinki, pp. 280–285.
12. Ciofi, C., Diligenti, A., and Neri, B., 1995. Electromigration noise in submicrometric lines. In: *Proc. 13th Int. Conf. Noise in Physical Systems and $1/f$ Fluctuations (ICNF '95)*. Palanga, Lithuania, 29 May–3 June 1995. Singapore: World Scientific, pp. 618–621.
13. Zhigalsky, G.P., 1997. $1/f$ noise and nonlinear effects in thin metal covers. *Phys.-Usp.*, **167**(6), pp. 623–648 (in Russian).

14. Hajimiri, A. and Lee, T.H., 1998. General Theory of Phase Noise in Electrical Oscillators. *IEEE J. Solid-State Circuits*, **33**(2), pp. 179–194.
15. Hajimiri A., Limotyrakis, S. and Lee, T.H., Jitter and Phase Noise in Ring Oscillators. *IEEE J. Solid-State Circuits*, **34**(6), pp. 790–804.
16. Handel, P.H. 2000. The General Nature of Fundamental $1/f$ Noise in Oscillators and in the High Technology Domain. In: *Lecture notes in physics*, **550**, pp. 232–264.
17. Milotti, E., 2002. *1/f noise: a pedagogical review*. [viewed: 23.08.2022]. Available from: arXiv:physics/0204033. https://www.researchgate.net/publication/2167452_1f_Noise_A_pedagogical_review.
18. Norton, M.P., Karczub, D.G., 2003. *Fundamentals of noise and vibration analysis for engineers*. 2nd ed. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
19. Mukherjee, Ja., Roblin, P., Akhtar, S., 2007. An Analytic Circuit-Based Model for White and Flicker Phase Noise in LC Oscillators. *IEEE Trans. Circuits Syst. I Regul. Pap.*, **54**(7), pp. 1584–1598.
20. Ward, L.M. and Greenwood, P.E., 2007. $1/f$ noise. *Scholarpedia*, **2**(12), pp. 1537. DOI: 10.4249/scholarpedia.1537.
21. Cao, T., Wisland, D., Lande, T., Moradi, F., 2009. A bulk-controlled ring-VCO with $1/f$ -noise reduction for frequency $\Delta\Sigma$ modulator. In: *2009 MIXDES: 16th Int. Conf. Mixed Design of Integrated Circuits & Systems (MIXDES '09)*: proc. Lodz, Poland, 25–27 June 2009.
22. Chen Sh.-M., Fang Y.-K., Juang F.-R., Chen C.-C., Liu S.; Kuo C.-W., Chao C.-P.; Tseng H.-C., 2011. A Low-Flicker Noise Gate-Controlled Lateral-Vertical Bipolar Junction Transistor Array With 55-nm CMOS Technology. *IEEE Trans. Electron Devices*, **58**(10), pp. 3276–3282.
23. Kendal, W.S., Jørgensen, B.R., 2011. Tweedie convergence: a mathematical basis for Taylor's power law, $1/f$ noise and multifractality. *Phys. Rev. E*, **84**(6), p. 066120. DOI: 10.1103/physreve.84.066120.
24. Pepe, F., Bonfanti, A., Levantino, S., Lacaita, A.L., 2014. Impact of non-quasi-static effects on $1/f^3$ phase noise in a 1.9-to-2.6 GHz oscillator. In: *Proc. 2014 IEEE Radio Frequency Integrated Circuits Symposium*. Tampa, FL, USA, 1–3 June 2014, pp. 425–428.
25. Ioannidis, E.G., Theodorou, C.G., Karatsori, T.A., Haendler, S., Dimitriadis, C.A., and Ghibauda, G., 2015. Drain-Current Flicker Noise Modeling in nMOSFETs From a 14-nm FDSOI Technology. *IEEE Trans. Electron Devices*, **62**(5), pp. 1574–1579.
26. Kuzovlev, Yu.E., 2015. Why nature needs $1/f$ noise. *Phys. Usp.*, **58**(7), pp. 719–729.
27. Hu, S., Wang, F., Wang, H., 2016. A transformer-based inverted complementary cross-coupled VCO with a 193.3 dBc/Hz FoM and 13 kHz $1/f^3$ noise corner. In: *Proc. 2016 IEEE Radio Frequency Integrated Circuits Symposium (RFIC)*. San Francisco, CA, USA, 22–24 May 2016.
28. Yadav, A.C., Ramaswamy, R. and Dhar, D., 2017. General mechanism for the $1/f$ noise. *Phys. Rev. E*, **96**(2), p. 022215.
29. Coen, Ch.T., Ildefonso, A., Fleetwood, Z.E., Cressler, J.D., 2017. A 19–34 GHz SiGe HBT square-law detector with ultra-low $1/f$ noise for atmospheric radiometers. In: *Proc. 12th European Microwave Integrated Circuits Conference (EuMIC)*. Nuremberg, Germany, 8–10 Oct. 2017.
30. Jara, M., Alessandri, C., Abusleme, A., 2018. Time-Domain $1/f$ Noise Analysis of a Charge-Redistribution Track-and-Hold Circuit. *IEEE Trans. Circuits Syst. II Express Briefs*, **65**(2), pp. 161–165.
31. Krapf, D., Marinari, E., Metzler, R., Oshanin, G., Xu, X., Squarcini, A., 2018. Power spectral density of a single Brownian trajectory: what one can and cannot learn from it. *New J. Phys.*, **20**(2), p. 023029. DOI: 10.1088/1367-2630/aaa67c.
32. Muhea, W.E., Gneiting, Th., Iñiguez, B., 2019. UMEM based $1/f$ noise model for amorphous ESL IGZO TFTs. In: *Proc. 2019 Latin American Electron Devices Conf. (LAEDC 2019)*. Armenia, Colombia, 24–27 Feb. 2019.
33. Hu, Y., Siriburanon, T., Staszewski, R.B., 2021. Oscillator Flicker Phase Noise: A Tutorial. *IEEE Trans. Circuits Syst. II Express Briefs*, **68**(2), pp. 538–544.
34. Tchaikovsky, W., 2015. *Flicker noise puzzle solved*. [viewed: 23.08.2022]. Available from: <https://habr.com/ru/post/262015/> (in Russian).
35. Gertsenshtein, M. *A little more about noises. Commentary on the article by V. Zhvirblis «The Puzzle of Flicker Noise»*. [viewed: 23.08.2022]. Available from: <http://www.integro.ru/system/eretics/flicker/flicker2.htm> (in Russian).
36. Prokhorov, A.M. ed., 1998. *Physical encyclopedia*. Vol. 5. Moscow: Great Russian Encyclopedia Publ. (in Russian).
37. Kogan, Sh.M., 1985. Low-frequency current noise with $1/f$ type spectrum in solids. *Sov. Phys.-Usp.*, **145**(2), p. 285 (in Russian).
38. Prussov, P.D. *The nature of flicker noise*. [viewed: 04.12.2020]. Available from: <http://bourabai.kz/prussov/flicker.htm> (in Russian).
39. Melnyk, S.S., Usatenko, O.V., Yampol'skii, V.A. and Golick, V.A., 2005. Competition between two kinds of correlations in literary texts. *Phys. Rev. E.*, **72**(2), p. 026140.
40. Bak, P., 1996. *How Nature Works: The Science of Self-Organized Criticality*. New York: Copernicus Publ.

Received 03.04.2022

V.M. Konovalov and K.O. Lukin

O.Ya. Usikov Institute for Radiophysics and Electronics
National Academy of Sciences of Ukraine
12, Acad. Proskury St., Kharkiv, 61085, Ukraine

ESTIMATING THE SPECTRAL DENSITY OF FLICKER NOISE
OF LOW-NOISE OSCILLATORS AT INFRA-LOW FREQUENCIES

Subject and Purpose. Designers of the research radars intended for detecting manifestations of biological activity of living organisms may be interested in the noise characteristics shown by their oscillators at offsets about 10^{-2} Hz or even 10^{-3} Hz from the carrier frequency. Unfortunately, the producing companies do not practice regular information on noise performance of their products at frequencies below 1 Hz. The present authors have set the goal of deriving an analytical expression for the spectral density of flicker noise which should allow radar engineers estimating the probable noise performance of low-noise oscillators over any frequency range.

Methods and Methodology. A great number of writers considering spectral properties of flicker noise tend to support the assertion that its spectral density increases continuously with a decrease in frequency, following the power law $1/f^\gamma$. Meanwhile, the present authors assume availability of a certain frequency f_m below which the spectral density should most likely remain unchanged, even to as low as zero frequency. Also, there is a range of frequencies above which the spectral density of flicker noise remains constant and the total spectral density is determined solely by thermal noise.

Results. The spectral density of noise follows the power law $1/f^\gamma$ throughout the range from f_m and up to the point where thermal noise starts to overbalance the flicker noise. The authors have proposed an approximating function to describe the behavior of the averaged spectral density of noise from the oscillator within the entire frequency range.

Conclusions. The results obtained shall allow radio system designers to make estimates of the probable noise performance of low-noise oscillators in any frequency range, using only known reference data provided by the manufacturer.

Keywords: flicker noise, $1/f^\gamma$ noise, color noise, low-noise oscillators, bioactivity, bio-radar.