DOI: https://doi.org/10.15407/rpra30.02.129
УДК 534.232-8

І.В. Лінчевський, М.В. Чурсанова

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
просп. Берестейський, 37, Київ, 03056, Україна
E-mail: igorvl2009@gmail.com; m.chursanova@kpi.ua

РЕЄСТРАЦІЯ ПОВЕРХНЕВИХ АКУСТИЧНИХ ХВИЛЬ У *Z*-ЗРІЗАХ П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНИХ МОНОКРИСТАЛІВ ZnO ТА CdS

Предмет і мета роботи. *Предметом досліджень є внутрішнє електричне поле та вектор електричної поляризації в об'ємі деформованого п'єзоелектрика. Метою роботи є визначення динамічної електричної поляризації у Z-зрізі п'єзоелектричного монокристала класу 6mm, що деформується поверхневими акустичними хвилями (ПАХ), та визначення чутливості електродної пари зустрічно-штирового перетворювача в режимі реєстрації ПАХ у Z-зрізах п'єзоелектричних кристалів кристалографічного класу 6mm.*

Методи та методологія. *Дослідження та аналіз базуються на методі побудови математичної моделі приймача ПАХ із використанням системи диференціальних рівнянь. Враховано, що електричний заряд на електроді визначається вектором динамічної електричної поляризації та розподілом електричного поля електрода. Береться до уваги вплив розмірів поперечного перерізу електродів, електричного поля розсіяння, гармонічної хвилі вектора електричної поляризації на процес реєстрації ПАХ.*

Результати. *Побудовано математичні моделі довгого електрода з кінцевими розмірами поперечного перерізу в режимі збудження ПАХ у Z-зрізах п'єзоелектричних кристалів кристалографічного класу 6mm. Розв'язано задачу розрахунку електричного заряду на електродах зустрічно-штирового перетворювача в режимі приймача ПАХ з урахуванням впливу електричного поля розсіяння та наявності гармонічної хвилі вектора електричної поляризації. Визначено числові значення чутливості в режимі приймання зустрічно-штирового перетворювача для монокристалів ZnO та CdS, що складають* $7.73\cdot10^{10}$ *і* $3.08\cdot10^{10}$ *В/м.*

Висновки. *Отримано загальне розв'язання граничної задачі про внутрішнє електричне поле в об'ємі деформованого п'єзоелектрика. Визначено динамічну електричну поляризацію Z-зрізу п'єзоелектричного монокристала класу 6mm при взаємодії з ПАХ. Побудовано математичну модель приймача ПАХ з урахуванням впливу розмірів поперечного перерізу електродів. Отримано значення чутливості електродної пари зустрічно-штирового перетворювача в режимі реєстрації ПАХ у Z-зрізах п'єзоелектричних кристалів кристалографічного класу 6mm.*

Ключові слова: *п'єзоелектрик, поверхневі акустичні хвилі, монокристал.*

Вступ

Пристрої на основі поверхневих акустичних хвиль (ПАХ) знаходять широке застосування в різних технічних додатках. Так, ПАХ використовують при побудові датчиків фізичних величин та елементів електроніки [1—5].

Аналізу останніх досягнень у сфері застосування пристроїв на ПАХ присвячено ряд оглядових робіт [6—9]. Наприклад, у роботі [7] пред-

Цитування: Лінчевський І.В., Чурсанова М.В. Реєстрація поверхневих акустичних хвиль у Z-зрізах п'єзоелектричних монокристалів ZnO та CdS. *Радіофізика і радіоастрономія.* 2025. Т. 30. № 2. С. 129—140. https://doi.org/10.15407/rpra30.02.129

ставлено огляд найбільш широко застосовуваної топології зустрічно-штирових перетворювачів для ПАХ, обговорюється геометрія електродів та їхнє положення на підкладці як фактори, що впливають на частотні характеристики сенсорних пристроїв для ПАХ датчиків газу або рідкого середовища, біохімічних досліджень. У роботах [8, 9] розглянуто можливості моніторингу стану об'ємних конструкцій шляхом збудження та приймання ПАХ для виявлення можливих структурних змін.

Сучасні публікації з ПАХ пристроїв у більшості випадків засновано на результатах експериментальних досліджень, а в теоретичному плані на моделюванні процесів із застосуванням пакета прикладних програм COMSOL [9—11]. З іншого боку, велика кількість електромеханічних ефектів, що беруть участь у роботі пристрою на ПАХ, розуміння того, як вони впливають на його загальну функціональність, має вирішальне значення на стадії постановки експерименту, проєктування та розробки ПАХ пристроїв [12]. Найбільш послідовно, у фізичному плані, де враховується пов'язаність електричних і акустичних полів, поширення хвиль Релея з урахуванням п'єзопружних властивостей кристалів описано в роботі [13]. У цій роботі автор вдається до розв'язання системи диференціальних рівнянь, отриманих з огляду на закони електропружності п'єзоелектричних середовищ.

У роботах [14—16] стосовно монокристалів гексагональної сингонії запропоновано теорію збудження та поширення ПАХ. Так, у роботі [14] запропоновано метод розв'язання однорідної крайової задачі динамічної пружності, запропоновано теорію, яка дозволяє отримати загальні розв'язання, що описують поширення поверхневих акустичних хвиль в Z-зрізи монокристалів гексагональної сингонії. Вирішено завдання про порушення поверхневих акустичних хвиль у Z-зрізах монокристалів гексагональної та кубічної сингонії.

У роботі [15] запропоновано нову постановку задачі про розрахунок кінематичних і динамічних характеристик поверхневих акустичних хвиль у п'єзоелектричних монокристалах, а також методику її розв'язання з урахуванням існування розсіяння електричного поля на поверхні кристала, не покритого електродами. На прикладі Z-зрізу монокристалів гексагональної сингонії показано процедуру математичного опису поверхневих акустичних хвиль у нульовому наближенні. Побудовано систему власних функцій і визначено власні числа однорідної граничної задачі для випадку плоского деформованого стану.

У роботі [16] запропоновано математичні моделі довгого електрода з кінцевими розмірами поперечного перерізу, електродної пари та зустрічно-штирового перетворювача в режимі збудження поверхневих акустичних хвиль у Z-перетинах п'єзоелектричних кристалів кристалографічного класу 6mm. Отримано аналітичні вирази та досліджено вплив розмірів поперечного перерізу електродів у електродній парі на частоту синхронізму, амплітуду поверхневої акустичної хвилі та модуль хвильової характеристики зустрічно-штирового перетворювача.

У пропонованій роботі нами розглянуто задачу про визначення електричного заряду на електродах зустрічно-штирового перетворювача та чутливості електродної пари зустрічно-штирового перетворювача в режимі реєстрації ПАХ у Z-зрізах п'єзоелектричних кристалів кристалографічного класу 6mm. Дослідження та аналіз базуються на методі побудови математичної моделі приймача ПАХ з використанням системи диференціальних рівнянь. Враховано, що електричний заряд на електроді визначається вектором динамічної електричної поляризації та розподілом електричного поля електрода. Береться до уваги вплив розмірів поперечного перерізу електродів, електричного поля розсіяння, гармонічної хвилі вектора електричної поляризації на процес реєстрації ПАХ.

1. Методи та методологія

Електричний заряд $Q^{(m)}$ на m-му електроді, що реєструє поверхневі хвилі зустрічно-штирового перетворювача, визначається вектором динамічної електричної поляризації $\vec{P}(x_k,t)$, з одного боку, та векторною функцією $\vec{F}^{(m)}(x_k)$, яка описує просторовий розподіл електричного поля m-го електрода у вакуумі, з іншого боку.

Розглянемо послідовність обчислювальних процедур, виконання яких дозволяє отримати співвідношення для розрахунку числових значень величин $\vec{P}(x_k,t)$ і $\vec{F}^{(m)}(x_k)$.

Припустимо, що у Z-зрізі п'єзоелектричного кристала гексагональної сингонії, кристалографічну вісь OZ якого поєднано з координатною віссю Ox_3 правогвинтової системи координат (рис. 1), уздовж координатної осі Ox_2 поширюються поверхневі акустичні хвилі, які забезпечують зміщення від положення рівноваги матеріальних частинок монокристала. Динамічні зміщення матеріальних частинок визначимо вектором $\vec{u}(x_2,x_3,t) = \vec{u}^{(\pm)}(x_3)e^{i(\omega t \mp \gamma_p x_2)}$, де $\vec{u}^{(\pm)}(x_3)$ — амплітудне значення вектора зміщення у хвилі, яка поширюється в бік зростання позитивних значень координати x_2 (знак плюс) і в протилежному напрямку — знак мінус; ω — колова частота; γ_p — хвильове число ПАХ.

Вектор електричної поляризації $\vec{P}^{(\pm)}(x_k,t)$ у хвилі зміщень матеріальних частинок, які формуються ПАХ, покажемо як $\vec{P}^{(\pm)}(x_k,t) = \vec{P}^{(\pm)}(x_k)e^{i\omega t}$. Амплітудне значення $\vec{P}^{(\pm)}(x_k)$ вектора електричної поляризації визначимо як [17]:

$$\vec{P}^{(\pm)}(x_k) = \vec{D}^{(\pm)}(x_k) - \chi_0 \vec{E}^{(\pm)}(x_k),$$

де $\vec{D}^{(\pm)}(x_k)$ — амплітудне значення змінного в часі за законом $e^{i\omega t}$ вектора електричної індукції в об'ємі деформованого п'єзоелектрика; $\chi_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м — діелектрична проникність вакууму; $\vec{E}^{(\pm)}(x_k)$ — амплітудне значення вектора напруженості внутрішнього електричного поля, яке виникає в деформованому п'єзоелектрику за рахунок зміщень іонів із положення рівноваги. Введення внутрішнього електричного поля необхідно ще й тому, щоб вектор $\vec{D}^{(\pm)}(x_k)$ з компонентами

$$D_j^{(\pm)}(x_k) = e_{jmn}\frac{\partial u_n^{(\pm)}(x_k)}{\partial x_m} + \chi_{jm}^{\varepsilon}E_m^{(\pm)}(x_k), \qquad (1)$$

де e_{jmn} — компонент тензора п'єзоелектричних модулів; χ_{jm}^{ε} — компонент тензора діелектричної проникності, яку визначають у режимі постійності (рівності нулю) пружної деформації (символ ε), задовольняв умові відсутності вільних носіїв електрики в об'ємі діелектрика: $div\,\vec{D}^{(\pm)}(x_k) = 0$. У співвідношенні (1), як і в наступних формулах, буде за замовчуванням передбачатися виконання підсумовування за індексами, що двічі повторюються.

Амплітудні значення компонентів вектора напруженості внутрішнього електричного поля є

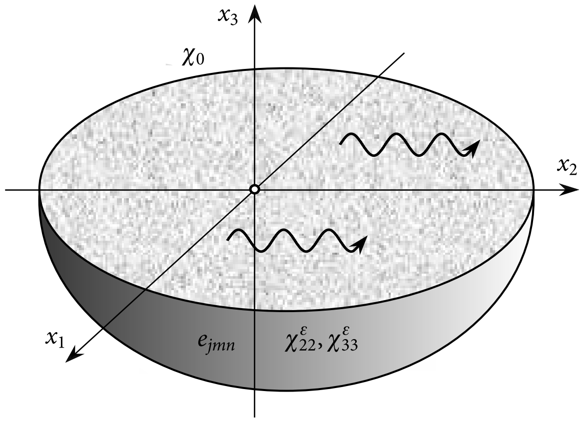

Рис. 1. Розрахункова схема

розв'язками системи диференціальних рівнянь [14]:

$$\varepsilon_{ijk}\varepsilon_{knm}\frac{\partial^2 E_m^{(\pm)}(x_s)}{\partial x_n \partial x_j} - \omega^2\mu_0\chi_{in}^{\varepsilon}E_n^{(\pm)}(x_s) - $$

$$- \omega^2\mu_0 e_{im\ell}\frac{\partial u_\ell^{(\pm)}(x_s)}{\partial x_m} = 0 \,\forall\, x_s \in V, \qquad (2)$$

де $\varepsilon_{ijk}\,(\varepsilon_{knm})$ — компонент тензора Леві–Чивіти; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м — магнітна проникність вакууму; $u_\ell^{(\pm)}(x_s)$ — амплітудне значення ℓ-го компонента вектора зміщення матеріальних частинок п'єзоелектрика; V — об'єм п'єзоелектричного кристала (рис. 1).

На поверхні $x_3 = 0$ пружного півпростору (рис. 1), який є межею поділу двох середовищ із різними фізичними властивостями, повинні виконуватися умови:

$$\varepsilon_{i3k}\left(E_k - \tilde{E}_k\right)\Big|_{x_3=0} = 0; \qquad (3)$$

$$\left(D_3 - \chi_0\tilde{E}_3\right)\Big|_{x_3=0} = 0, \qquad (4)$$

де $\tilde{E}_k$ $(k=1,2,3)$ — амплітудні значення змінних у часі за законом $e^{i\omega t}$ компонентів вектора напруженості електричного поля розсіяння, яке випромінює в навколишній простір (у вакуум) механічно деформований п'єзоелектрик; D_3 — аксіальний компонент вектора електричної індукції, визначений виразом (1) при $j = 3$; $\chi_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м — діелектрична проникність вакууму. Амплітудне значення вектора напруженості електричного поля розсіяння відповідає хвильовому рівнянню:

$$rot\,rot\,\vec{E} - \omega^2\chi_0\mu_0\vec{E} = 0 \,\forall\, x_3 > 0. \qquad (5)$$

Розв'язки рівняння (5) повинні відповідати граничним умовам:

$$\lim_{R\to\infty}\left[\tilde{E}_j(x_k),\frac{\partial \tilde{E}_j(x_k)}{\partial x_m}\right]=0, \qquad (6)$$

де $R=\sqrt{x_1^2+x_2^2+x_3^2}$ — відстань від поверхні $x_3=0$.

Граничну задачу (2)—(6) розв'яжемо в наближенні плоскопаралельного поля, тобто вважаючи, що $E_1(x_k)=0$ та $\partial/\partial x_1\equiv 0$. Не рівні нулю компоненти вектора напруженості внутрішнього електричного поля $E_2(x_k)$ і $E_3(x_k)$ будемо шукати у вигляді $E_k(x_2,x_3)=E_k^{(\pm)}(x_3)e^{\mp i\gamma_p x_2}$, $(k=2,3)$. Тоді, з урахуванням передбачуваного вигляду розв'язку рівняння (2), отримуємо систему рівнянь:

$$\pm i\gamma_p\frac{\partial E_3^{(\pm)}(x_3)}{\partial x_3}-\frac{\partial^2 E_2^{(\pm)}(x_3)}{\partial x_3^2}- -\omega^2\mu_0\chi_{22}^{\varepsilon}E_2^{(\pm)}(x_3)=\omega^2\mu_0 e_{2k\ell}\varepsilon_{k\ell}^{(\pm)}(x_3); \qquad (7)$$

$$\gamma_p^2E_3^{(\pm)}(x_3)\pm i\gamma_p\frac{\partial E_2^{(\pm)}(x_3)}{\partial x_3}- -\omega^2\mu_0\chi_{33}^{\varepsilon}E_3^{(\pm)}(x_3)=\omega^2\mu_0 e_{3k\ell}\varepsilon_{k\ell}^{(\pm)}(x_3), \qquad (8)$$

де $\varepsilon_{k\ell}^{(\pm)}(x_3)=\delta_{\ell 3}\frac{\partial u_k^{(\pm)}(x_3)}{\partial x_3}\mp i\gamma_p\delta_{\ell 2}u_k^{(\pm)}(x_3)$ — компоненти тензора нескінченно малих деформацій; $\delta_{\ell 2}$ і $\delta_{\ell 3}$ – символи Кронекера.

З рівняння (8) випливає, що

$$E_3^{(\pm)}(x_3)=\mp\frac{i\gamma_p}{\gamma_p^2-\omega^2\mu_0\chi_{33}^{\varepsilon}}\frac{\partial E_2^{(\pm)}(x_3)}{\partial x_3}+ +\frac{\omega^2\mu_0 e_{3k\ell}}{\gamma_p^2-\omega^2\mu_0\chi_{33}^{\varepsilon}}\varepsilon_{k\ell}^{(\pm)}(x_3). \qquad (9)$$

Виключаючи, за допомогою співвідношення (9), похідну $\partial E_3^{(\pm)}(x_3)/\partial x_3$ з рівняння (7), отримуємо

$$\frac{\partial^2 E_2^{(\pm)}(x_3)}{\partial x_3^2}-\zeta^2E_2^{(\pm)}(x_3)=\Phi^{(\pm)}(x_3), \qquad (10)$$

де

$$\zeta=\gamma_p\sqrt{\chi_{22}^{\varepsilon}/\chi_{33}^{\varepsilon}},$$

$$\Phi^{(\pm)}(x_3)=\frac{1}{\chi_{33}^{\varepsilon}}\left[\gamma_p^2e_{2k\ell}\varepsilon_{k\ell}^{(\pm)}(x_3)\mp i\gamma_p\frac{\partial\varepsilon_{k\ell}^{(\pm)}(x_3)}{\partial x_3}\right].$$

Під час запису рівняння (10) було враховано, що $\gamma_p^2>>\omega^2\mu_0\chi_{22}^{\varepsilon}$. Розв'язання рівняння (10) будемо шукати у вигляді

$$E_2^{(\pm)}(x_3)=\left[A+A(x_3)\right]e^{\zeta x_3}+B(x_3)e^{-\zeta x_3}, \qquad (11)$$

де A — стала, яку потрібно знаходити; $A(x_3)$ і $B(x_3)$ — сталі, що варіюються та які задовольняють умові мінімуму обчислювальних процедур, тобто

$$A'(x_3)e^{\zeta x_3}+B'(x_3)e^{-\zeta x_3}=0, \qquad (12)$$

де штрих означає першу похідну за змінною x_3.

Виконавши обчислення, з урахуванням умови (12), другої похідної за змінною x_3 від виразу (11), після підстановки отриманого результату в рівняння (10) отримаємо наступне рівняння

$$A'(x_3)e^{\zeta x_3}-B'(x_3)e^{-\zeta x_3}=\frac{1}{\zeta}\Phi^{(\pm)}(x_3). \qquad (13)$$

Система алгебраїчних рівнянь (12), (13) дозволяється щодо перших похідних констант, що варіюються $A(x_3)$ і $B(x_3)$ єдиним образом. Після інтегрування отриманих результатів маємо

$$A(x_3)=\frac{1}{2\zeta}\int_{-\infty}^{x_3}\Phi^{(\pm)}(x)e^{-\zeta x}dx,$$

$$B(x_3)=\frac{1}{2\zeta}\int_{-\infty}^{x_3}\Phi^{(\pm)}(x)e^{\zeta x}dx. \qquad (14)$$

У визначенні сталої $A(x_3)$ за виразом (14), що варіюється, виникає нескінченність. Щоб позбутися цього, доповнимо визначення константи $A(x_3)$ константою K, яку визначимо наступним чином:

$$K=-\frac{1}{2\zeta}\int_{-\infty}^{0}\Phi^{(\pm)}(x)e^{-\zeta x}dx.$$

Отже, розв'язання рівняння (11) набуває вигляду

$$E_2^{(\pm)}(x_3)= =Ae^{\zeta x_3}-\frac{1}{2\zeta}\left[\begin{array}{l} e^{\zeta x_3}\displaystyle\int_{x_2}^{0}\Phi^{(\pm)}(x)e^{-\zeta x}dx+ \\ +\,e^{-\zeta x_3}\displaystyle\int_{-\infty}^{x_3}\Phi^{(\pm)}(x)e^{\zeta x}dx \end{array}\right]. \qquad (15)$$

Оскільки $\gamma_p^2 >> \omega^2\mu_0\chi_{33}^\varepsilon$, остільки визначення (9) можна записати у вигляді

$$E_3^{(\pm)}(x_3) = \mp\frac{i}{\gamma_p}\frac{\partial E_2^{(\pm)}(x_3)}{\partial x_3} + v_p^2\mu_0 e_{3k\ell}\varepsilon_{k\ell}^{(\pm)}(x_3), \quad (16)$$

де $v_p^2 = \omega^2/\gamma_p^2$ – квадрат швидкості поширення поверхневої акустичної хвилі. Підставивши в співвідношення (16) вираз (15), отримуємо

$$E_2^{(\pm)}(x_3) = \\ = \mp i\sqrt{\frac{\chi_{22}^\varepsilon}{\chi_{33}^\varepsilon}}\left\{\begin{array}{l} A e^{\zeta x_3} - \\ -\frac{1}{2\zeta}\left[\begin{array}{l} e^{\zeta x_3}\int\limits_{x_2}^{0}\Phi^{(\pm)}(x)e^{-\zeta x}dx - \\ -e^{-\zeta x_3}\int\limits_{-\infty}^{x_3}\Phi^{(\pm)}(x)e^{\zeta x}dx \end{array}\right]\end{array}\right\} + \\ + v_p^2\mu_0 e_{3k\ell}\varepsilon_{k\ell}^{(\pm)}(x_3). \quad (17)$$

Визначимо амплітудні значення компонентів вектора напруженості поля розсіяння.

Врахуємо, що $\tilde{E}_k(x_2,x_3) = \tilde{E}_k^{(\pm)}(x_3)e^{\mp i\gamma_p x_2}$, $k =$ = 2, 3, тоді векторне рівняння (5) зведемо до системи рівнянь наступного вигляду:

$$\pm i\gamma_p\frac{\partial \tilde{E}_3^{(\pm)}(x_3)}{\partial x_3} - \frac{\partial^2 \tilde{E}_2^{(\pm)}(x_3)}{\partial x_3^2} - \\ - \omega^2\mu_0\chi_0\tilde{E}_2^{(\pm)}(x_3) = 0,$$

$$\left(\gamma_p^2 - \omega^2\mu_0\chi_0\right)\tilde{E}_3^{(\pm)}(x_3) \pm i\gamma_p\frac{\partial \tilde{E}_2^{(\pm)}(x_3)}{\partial x_3} = 0$$

звідки випливає, що

$$\tilde{E}_3^{(\pm)}(x_3) = \mp\frac{i\gamma_p}{\gamma_p^2 - \omega^2\mu_0\chi_0}\frac{\partial \tilde{E}_2^{(\pm)}(x_3)}{\partial x_3}; \quad (18)$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{E}_2^{(\pm)}(x_3)}{\partial x_3^2} - \left(\gamma_p^2 - \omega^2\mu_0\chi_0\right)\tilde{E}_2^{(\pm)}(x_3) = 0. \quad (19)$$

Так як $\gamma_p^2 >> \omega^2\mu_0\chi_0$, то розв'язання рівняння (19), яке задовольняє граничній умові (6), записується у вигляді

$$\tilde{E}_2^{(\pm)}(x_3) = Ce^{-\gamma_p x_3}. \quad (20)$$

Після підстановки виразу (20) у співвідношення (18) маємо

$$\tilde{E}_3^{(\pm)}(x_3) = \pm iCe^{-\gamma_p x_3}.$$

Сталі A та C знаходимо з граничних умов (3), (4). Стала A визначається так:

$$A = \frac{\chi_0 - \sqrt{\chi_{22}^\varepsilon\chi_{33}^\varepsilon}}{2\zeta\left(\chi_0 + \sqrt{\chi_{22}^\varepsilon\chi_{33}^\varepsilon}\right)}\int\limits_{-\infty}^{0}\Phi^{(\pm)}(x_3)e^{\zeta x_3}dx_3 \mp \\ \mp\frac{e_{3k\ell}\varepsilon_{k\ell}^{(\pm)}(0)}{\chi_0 + \sqrt{\chi_{22}^\varepsilon\chi_{33}^\varepsilon}},$$

де

$$\varepsilon_{k\ell}^{(\pm)}(0) = \varepsilon_{k\ell}^{(\pm)}(x_3)\Big|_{x_3=0}.$$

Визначення сталої A завершує процедуру отримання загального розв'язання граничного завдання (2)—(6) для області $x_3 < 0$.

Щоб наповнити загальні розв'язання (15) і (17) конкретним змістом, необхідно конкретизувати сенс амплітудних значень $u_m^{(\pm)}(x_3)$ компонентів вектора зміщення матеріальних частинок п'єзоелектрика та використати матрицю п'єзоелектричних констант.

Амплітудні значення компонент вектора зміщення матеріальних частинок у плоско-паралельному хвильовому полі, яке збуджується зустрічно-штировим перетворювачем, запишемо у вигляді [15]:

$$u_2^{(\pm)}(x_2,x_3) = u_2^{(0)}(\pm x_2,x_3) = \\ = -iA(\gamma_p)U_2(\gamma_p,x_3)e^{\mp i\gamma_p x_2}, \\ u_3^{(\pm)}(x_2,x_3) = u_3^{(0)}(\pm x_2,x_3) = \\ = \pm A(\gamma_p)U_3(\gamma_p,x_3)e^{\mp i\gamma_p x_2}, \quad (21)$$

де $u_k^{(0)}(\pm x_2,x_3)$, $k = 2,3$ — компоненти вектора зміщення; $A(\gamma_p)$ — амплітудний множник поверхневої акустичної хвилі;

$$U_2(\gamma_p,x_3) = e^{x_3 r_1} - c_2(\gamma_p)e^{x_3 r_3},$$

$$U_3(\gamma_p,x_3) = b_3(\gamma_p)\left[e^{x_3 r_1} - c_3(\gamma_p)e^{x_3 r_3}\right],$$

$$c_2(\gamma_p) = \frac{r_3\left(\alpha^2 + r_1^2\xi_2\right)}{r_1\left(\alpha^2 + r_3^2\xi_2\right)}, \quad b_3(\gamma_p) = \frac{\alpha^2 k_{21} - r_1^2}{\gamma_p r_1\left(1 + \xi_2 k_{21}\right)},$$

$$c_3(\gamma_p) = \frac{\left(\alpha^2 k_{21} - r_3^2\right)\left(\alpha^2 + r_1^2\xi_2\right)}{\left(\alpha^2 k_{21} - r_1^2\right)\left(\alpha^2 + r_3^2\xi_2\right)},$$

$$\alpha^2 = \gamma_p^2 - \rho_0\omega^2/c_{22}^E, \quad k_{21} = c_{22}^E/c_{44}^E, \quad \xi_2 = c_{23}^E/c_{22}^E,$$

$\xi_1 = c_{22}^E/c_{33}^E$; r_1, r_3 — корені характеристичного рівняння.

Для Z-зрізів п'єзоелектричних кристалів кристалографічного класу 6mm матриця п'єзоелектричних модулів має відомий вигляд:

$$\left|e_{k\beta}\right| = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{24} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \qquad (22)$$

де $e_{31} = e_{32} \neq e_{33}$ і $e_{15} = e_{24}$.

Підстановка співвідношень (21) і (22) у рівняння (10) дає такий результат:

$$\Phi^{(\pm)}(x_3) = -\frac{\gamma_p^2 A(\gamma_p)}{\chi_{33}^{\varepsilon}} e_{33} \begin{bmatrix} \beta_1(\gamma_p) e^{x_3 r_1} - \\ -\beta_3(\gamma_p) e^{x_3 r_3} \end{bmatrix},$$

де $\beta_1(\gamma_p) = b_3(\gamma_p)\left(\frac{e_{24}}{e_{33}} - \frac{r_1^2}{\gamma_p^2}\right) + \frac{r_1}{\gamma_p}\left(\frac{e_{24}}{e_{33}} + \frac{e_{32}}{e_{33}}\right)$,

$$\beta_3(\gamma_p) = b_3(\gamma_p) c_3(\gamma_p)\left(\frac{e_{24}}{e_{33}} - \frac{r_3^2}{\gamma_p^2}\right) +$$

$$+ c_2(\gamma_p)\frac{r_3}{\gamma_p}\left(\frac{e_{24}}{e_{33}} + \frac{e_{32}}{e_{33}}\right).$$

При цьому вирази для розрахунку амплітудних значень компонентів вектора напруженості внутрішнього електричного поля набувають наступного вигляду

$$E_2^{(\pm)}(x_3) = i E_0(\gamma_p) \times$$

$$\times \left\{ \begin{array}{l} [K_2 - K_1] e^{x_3 \zeta} + \\ + 2\sqrt{\dfrac{\chi_{22}^{\varepsilon}}{\chi_{33}^{\varepsilon}}} \dfrac{\beta_1(\gamma_p) e^{x_3 r_1}}{\left[\left(r_1/\gamma_p\right)^2 - \left(\chi_{22}^{\varepsilon}/\chi_{33}^{\varepsilon}\right)\right]} - \\ - 2\sqrt{\dfrac{\chi_{22}^{\varepsilon}}{\chi_{33}^{\varepsilon}}} \beta_3(\gamma_p) e^{x_3 r_3} \end{array} \right\}; \qquad (23)$$

$$E_2^{(\pm)}(x_3) = \pm\sqrt{\frac{\chi_{22}^{\varepsilon}}{\chi_{33}^{\varepsilon}}} E_0(\gamma_p) \times$$

$$\times \left\{ \begin{array}{l} [K_2 - K_1] e^{x_3 \zeta} - \\ - 2\dfrac{r_1}{\gamma_p} \dfrac{\beta_1(\gamma_p) e^{x_3 r_1}}{\left[\left(r_1/\gamma_p\right)^2 - \left(\chi_{22}^{\varepsilon}/\chi_{33}^{\varepsilon}\right)\right]} + \\ + 2\dfrac{r_3}{\gamma_p} \beta_3(\gamma_p) e^{x_3 r_3} \end{array} \right\}, \qquad (24)$$

де

$$E_0(\gamma_p) = \frac{\gamma_p A(\gamma_p) e_{33}}{2\sqrt{\chi_{22}^{\varepsilon}\chi_{33}^{\varepsilon}}},$$

$$K_1 = \frac{\beta_1(\gamma_p)\left(\chi_0 - \sqrt{\chi_{22}^{\varepsilon}\chi_{33}^{\varepsilon}}\right)}{\left(\chi_0 + \sqrt{\chi_{22}^{\varepsilon}\chi_{33}^{\varepsilon}}\right)\left(\sqrt{\chi_{22}^{\varepsilon}/\chi_{33}^{\varepsilon}} + r_1/\gamma_p\right)} \times$$

$$\times\left[1 - \frac{\beta_3(\gamma_p)(\zeta + r_1)}{\beta_1(\gamma_p)(\zeta + r_3)}\right] + \frac{e_{32}}{e_{33}}\left[1 - c_2(\gamma_p)\right] -$$

$$- b_3(\gamma_p)\left[\frac{r_1}{\gamma_p} - \frac{r_3}{\gamma_p} c_3(\gamma_p)\right],$$

$$K_2 = \frac{\beta_1(\gamma_p)}{\left(r_1/\gamma_p - \sqrt{\chi_{22}^{\varepsilon}/\chi_{33}^{\varepsilon}}\right)}\left[1 - \frac{\beta_3(\gamma_p)\left(r_1 - \zeta\right)}{\beta_1(\gamma_p)\left(r_3 - \zeta\right)}\right].$$

Вектор електричної поляризації $\vec{P}^{(\pm)}(x_2, x_3)$ динамічно деформованого п'єзоелектрика може бути записаним у вигляді гармонічної хвилі

$$\vec{P}^{(\pm)}(x_2, x_3) = \vec{P}^{(\pm)}(x_3) e^{\mp i \gamma_p x_2},$$

де компоненти $P_m^{(\pm)}(x_3)$ розраховуються за формулою

$$P_m^{(\pm)}(x_3) = e_{mk\ell}\varepsilon_{k\ell}^{(\pm)}(x_3) +$$

$$+ \chi_{ms}^{\varepsilon} E_s^{(\pm)}(x_3) - \chi_0 E_m^{(\pm)}(x_3).$$

З урахуванням виразів (23) та (24) отримуємо наступні розрахункові співвідношення:

$$P_2^{(\pm)}(x_3) = i P_0\left(p_{20} e^{x_3 \zeta} + p_{21} e^{x_3 r_1} + p_{23} e^{x_3 r_3}\right),$$

$$P_3^{(\pm)}(x_3) = \mp P_0\left(p_{30} e^{x_3 \zeta} + p_{31} e^{x_3 r_1} + p_{33} e^{x_3 r_3}\right),$$

де

$$P_0 = \gamma_p A(\gamma_p) e_{33}, \quad p_{20} = \frac{\chi_{22}^{\varepsilon} - \chi_0}{2\sqrt{\chi_{22}^{\varepsilon}\chi_{33}^{\varepsilon}}}\left[K_2 - K_1\right],$$

$$p_{21} = -\frac{e_{24}}{e_{33}}\left[b_3(\gamma_p) + \frac{r_1}{\gamma_p}\right] +$$

$$+ \frac{\left(\chi_{22}^{\varepsilon} - \chi_0\right)\beta_1(\gamma_p)}{\chi_{33}^{\varepsilon}\left[\left(r_1/\gamma_p\right)^2 - \chi_{22}^{\varepsilon}/\chi_{33}^{\varepsilon}\right]},$$

$$p_{23} = \frac{e_{24}}{e_{33}}\left[b_3(\gamma_p) c_3(\gamma_p) - \frac{r_3}{\gamma_p} c_2(\gamma_p)\right] -$$

$$- \frac{\left(\chi_{22}^{\varepsilon} - \chi_0\right)}{\chi_{33}^{\varepsilon}}\beta_3(\gamma_p),$$

$$p_{30} = \frac{\chi_{22}^{\varepsilon} - \chi_0}{2\chi_{33}^{\varepsilon}}\left[K_2 - K_1\right],$$

$$p_{31} = \frac{e_{32}}{e_{33}} - \frac{r_1}{\gamma_p} b_3(\gamma_p) +$$

$$+ \frac{\left(\chi_{33}^{\varepsilon} - \chi_0\right)\beta_1(\gamma_p) r_1}{\chi_{33}^{\varepsilon}\gamma_p\left[\left(r_1/\gamma_p\right)^2 - \chi_{22}^{\varepsilon}/\chi_{33}^{\varepsilon}\right]},$$

$$p_{33} = -\frac{e_{32}}{e_{33}} c_2(\gamma_p) + \frac{r_3}{\gamma_p} b_3(\gamma_p) c_3(\gamma_p) +$$

$$+ \frac{\left(\chi_{33}^{\varepsilon} - \chi_0\right) r_3}{\chi_{33}^{\varepsilon}\gamma_p} \beta_3(\gamma_p).$$

Зробимо розрахунок векторної функції $\vec{F}^{(m)}(x_k)$ електростатичного поля m-го електрода при подачі на нього потенціалу $U^{(m)}$. У загальному випадку $\vec{F}^{(m)}(x_k) = \vec{E}^{(m)}(x_k)\big/U^{(m)}$, де $\vec{E}^{(m)}(x_k)$ — вектор напруженості електростатичного поля, яке може бути створене m-м електродом у вакуумі при подачі на нього постійного електричного потенціалу $U^{(m)}$.

Припустимо, що довгий, з розміром $2L$ вздовж осі Ox_1 (рис. 2), електрод розташовується у вакуумі на відстані L_0 праворуч від початку правосторонньої прямокутної системи координат $(x_1,\ x_2,\ x_3)$. Критерієм довжини електрода є наближена рівність

$$2LE_k^{(m)}(x_2, x_3) \cong \int_{-L}^{L} E_k^{(m)}(x_1, x_2, x_3)\, dx_1,$$

$$k = 2, 3. \qquad (25)$$

Чим точніше виконується наближена рівність (25), тим більшою мірою електростатичне поле реального електрода апроксимується у вигляді плоскопаралельного електростатичного поля з компонентами $E_2^{(m)}(x_2, x_3)$ і $E_3^{(m)}(x_2, x_3)$.

Електричний заряд $Q^{(m)}$, наведений на m-му електроді поляризаційними зарядами в деформованому п'єзоелектрику, запишемо у вигляді:

$$Q^{(m)} = -\frac{1}{U^{(m)}} \int_V \vec{P}^{(+)}(x_k) \cdot \vec{E}^{(m)}(x_k)\, dV =$$

$$= -2L \int_{-\infty}^{0} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{P}^{(+)}(x_3) \cdot \vec{F}^{(m)}(x_2, x_3) e^{-i\gamma_p x_2} dx_2 dx_3, \quad (26)$$

де $Q^{(m)}$ та $\vec{P}^{(+)}(x_k)$ — амплітудні значення змінного у часі за законом $e^{i\omega t}$ наведеного на m-й електрод електричного заряду і вектора електричної поляризації, які створюються та поширюються праворуч від джерела поверхневою акустичною хвилею.

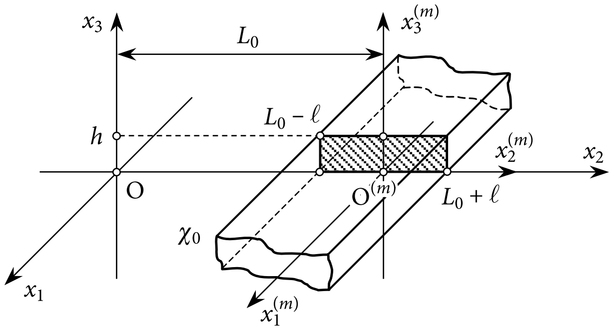

Рис. 2. Розрахункова схема для визначення функції $\vec{F}^{(m)}(x_k)$

Введемо фур'є-образ вектора напруженості електростатичного поля m-го електрода

$$\vec{E}^{(m)}(\gamma_p, x_3) = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E}^{(m)}(x_2, x_3) e^{-i\gamma_p x_2} dx_2.$$

При цьому вираз (26) набуває вигляду

$$Q^{(m)} = -\frac{2L}{U^{(m)}} \int_{-\infty}^{0} \vec{P}^{(+)}(x_3) \cdot \vec{E}^{(m)}(\gamma_p, x_3)\, dx_3. \qquad (27)$$

Подальші обчислення проводимо в системі координат $(x_1^{(m)},\ x_2^{(m)},\ x_3^{(m)})$, пов'язаній з вихідною системою координат (рис. 2) співвідношеннями: $x_1^{(m)} = x_1,\quad x_2^{(m)} = x_2 - L_0,\quad x_3^{(m)} = x_3$. При цьому

$$\vec{E}^{(m)}(\gamma_p, x_3) =$$

$$= e^{-i\gamma_p L_0} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E}^{(m)}\left(x_2^{(m)}, x_3^{(m)}\right) e^{-i\gamma_p x_2^{(m)}} dx_2^{(m)}.$$

Введемо електричний потенціал $\Phi^{(m)}\left(x_2^{(m)}, x_3^{(m)}\right)$ такий, що

$$\vec{E}^{(m)}\left(x_2^{(m)}, x_3^{(m)}\right) = -grad\, \Phi^{(m)}\left(x_2^{(m)}, x_3^{(m)}\right). \qquad (28)$$

Потенціал $\Phi^{(m)}\left(x_2^{(m)}, x_3^{(m)}\right)$ електростатичного поля m-го електрода (28) задовольняє рівнянню Пуассона

$$\nabla^2 \Phi^{(m)}\left(x_2^{(m)}, x_3^{(m)}\right) = -\frac{1}{\chi_0} \rho_e^{(m)}\left(x_2^{(m)}, x_3^{(m)}\right), \qquad (29)$$

де $\rho_e^{(m)}\left(x_2^{(m)}, x_3^{(m)}\right)$ — об'ємна щільність електричного заряду при подачі на m-й електрод електричного потенціалу $U^{(m)}$. Значення

$\rho_e^{(m)}\left(x_2^{(m)},x_3^{(m)}\right)$ можна визначити так:

$$\rho_e^{(m)}\left(x_2^{(m)},x_3^{(m)}\right)=\frac{C_0^{(m)}U^{(m)}}{4Lh\ell}f_2\left(x_2^{(m)}\right)f_3\left(x_3^{(m)}\right),$$

де $C_0^{(m)}$ — електрична ємність m-го електрода у вакуумі; регуляторні функції $f_2\left(x_2^{(m)}\right)$ і $f_3\left(x_3^{(m)}\right)$ мають такі властивості

$$f_2\left(x_2^{(m)}\right)=\begin{cases}1\forall x_2^{(m)}\in\left[-\ell,\ell\right],\\ 0\forall x_2^{(m)}\notin\left[-\ell,\ell\right],\end{cases}$$

$$f_3\left(x_3^{(m)}\right)=\begin{cases}1\forall x_3^{(m)}\in\left[0,h\right],\\ 0\forall x_3^{(m)}\notin\left[0,h\right].\end{cases}$$

Розв'язок рівняння (29) має задовольняти граничним умовам

$$\lim_{R\to\infty}\left[\Phi^{(m)}\left(x_2^{(m)},x_3^{(m)}\right),\frac{\partial\Phi^{(m)}\left(x_2^{(m)},x_3^{(m)}\right)}{\partial x_k^{(m)}}\right]=0,$$

$$k=2,\ 3, \tag{30}$$

де $R=\sqrt{\left[x_2^{(m)}\right]^2+\left[x_3^{(m)}\right]^2}$ — відстань від m-го електрода.

Для розв'язання рівняння (29) введемо інтегральний образ $\Phi^{(m)}\left(\gamma_p,x_3^{(m)}\right)$ скалярного потенціалу електростатичного поля m-го електрода як інтегральне перетворення Фур'є:

$$\Phi^{(m)}\left(\gamma_p,x_3^{(m)}\right)=$$

$$=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\Phi^{(m)}\left(x_2^{(m)},x_3^{(m)}\right)e^{-i\gamma_p x_2^{(m)}}dx_2^{(m)}. \tag{31}$$

При цьому компоненти вектора $\vec{E}^{(m)}\left(\gamma_p,x_3^{(m)}\right)$, визначені виразом (28), розраховуються за такими формулами

$$E_2^{(m)}\left(\gamma_p,x_3^{(m)}\right)=-i\gamma_p\Phi^{(m)}\left(\gamma_p,x_3^{(m)}\right),$$

$$E_3^{(m)}\left(\gamma_p,x_3^{(m)}\right)=-\frac{\partial\Phi^{(m)}\left(\gamma_p,x_3^{(m)}\right)}{\partial x_3^{(m)}}. \tag{32}$$

Впливаючи на рівняння (29) перетворенням (31), отримуємо рівняння

$$\frac{\partial^2\Phi^{(m)}\left(\gamma_p,x_3^{(m)}\right)}{\partial\left[x_3^{(m)}\right]^2}-\gamma_p^2\Phi^{(m)}\left(\gamma_p,x_3^{(m)}\right)=$$

$$=-\frac{\rho_e^{(m)}(\gamma_p)}{\chi_0}f_3\left(x_3^{(m)}\right), \tag{33}$$

де $\rho_e^{(m)}(\gamma_p)=\dfrac{C_0^{(m)}U^{(m)}}{2Lh}\dfrac{\sin(\gamma_p\ell)}{\gamma_p\ell}$ — інтегральний образ об'ємної щільності електричного заряду m-ому електроді.

Розв'язання рівнянь (33) запишемо у вигляді

$$\Phi^{(m)}\left(\gamma_p,x_3^{(m)}\right)=\left[A+A\left(x_3^{(m)}\right)\right]e^{\gamma_p x_3^{(m)}}+$$

$$+\left[B+B\left(x_3^{(m)}\right)\right]e^{-\gamma_p x_3^{(m)}}, \tag{34}$$

де A та B — константи, що підлягають визначенню; $A\left(x_3^{(m)}\right)$ і $B\left(x_3^{(m)}\right)$ — константи, що варіюються, а числові значення яких задаються наступними розрахунковими формулами:

$$A\left(x_3^{(m)}\right)=\frac{\rho_e^{(m)}(\gamma_p)}{2\gamma_p\chi_0}\int\limits_{-\infty}^{x_3^{(m)}}f_3(x)e^{-\gamma_p x}dx=$$

$$=\frac{\rho_e^{(m)}(\gamma_p)}{2\gamma_p\chi_0}\int\limits_{0}^{x_3^{(m)}}e^{-\gamma_p x}dx,$$

$$B\left(x_3^{(m)}\right)=-\frac{\rho_e^{(m)}(\gamma_p)}{2\gamma_p\chi_0}\int\limits_{-\infty}^{x_3^{(m)}}f_3(x)e^{\gamma_p x}dx=$$

$$=-\frac{\rho_e^{(m)}(\gamma_p)}{2\gamma_p\chi_0}\int\limits_{0}^{x_3^{(m)}}e^{\gamma_p x}dx. \tag{35}$$

У виразах (35) $x_3^{(m)}\le h$. При $x_3^{(m)}\le 0$ константи

$$A\left(x_3^{(m)}\right)=B\left(x_3^{(m)}\right)=0.$$

Для того, щоб інтегральний образ $\Phi^{(m)}\left(\gamma_p,x_3^{(m)}\right)$, визначений виразом (34), задовольняв граничним умовам (30), необхідно і достатньо прийняти константу $B=0$, а константу A визначити так:

$$A=A_0=-A(h)=-\frac{\rho_e^{(m)}(\gamma_p)}{2\gamma_p\chi_0}\int\limits_0^h e^{-\gamma_p x}dx=$$

$$=-\frac{C_0^{(m)}U^{(m)}}{4L\gamma_p\chi_0}W^{(m)}(\gamma_p,\ell,h),$$

де хвильова функція

$$W^{(m)}(\gamma_p,\ell,h)=\frac{\sin(\gamma_p\ell)}{\gamma_p\ell}\frac{\left(1-e^{-\gamma_p h}\right)}{\gamma_p h}$$

визначає вплив розмірів поперечного перерізу електрода на характер зміни електричного поля у навколишньому просторі [13].

В області $x_3^{(m)}\equiv x_3\le 0$ для п'єзоелектрика, що деформується поверхневими хвилями, інтегральний образ $\Phi^{(m)}\left(\gamma_p,x_3^{(m)}\right)$ скалярного електричного потенціалу розраховується за формулою

$$\Phi^{(m)}\left(\gamma_p, x_3^{(m)}\right) = A_0 e^{\gamma_p x_3^{(m)}} =$$
$$= -\frac{C_0^{(m)}U^{(m)}}{4L\gamma_p\chi_0} W^{(m)}(\gamma_p, \ell, h) e^{\gamma_p x_3}. \quad (36)$$

Використаємо вираз (36) та визначення (32), отримуємо вирази для розрахунку інтегральних образів компонентів вектора напруженості електростатичного поля m-го електрода

$$E_2^{(m)}(\gamma_p, x_3) = e^{-i\gamma_p L_0} E_2^{(m)}\left(\gamma_p, x_3^{(m)}\right) =$$
$$= i\frac{C_0^{(m)}U^{(m)}}{4L\chi_0} W^{(m)}(\gamma_p, \ell, h) e^{-i\gamma_p L_0} e^{\gamma_p x_3},$$

$$E_3^{(m)}(\gamma_p, x_3) = e^{-i\gamma_p L_0} E_3^{(m)}\left(\gamma_p, x_3^{(m)}\right) =$$
$$= \frac{C_0^{(m)}U^{(m)}}{4L\chi_0} W^{(m)}(\gamma_p, \ell, h) e^{-i\gamma_p L_0} e^{\gamma_p x_3},$$

де $x_3 \equiv x_3^{(m)}$. З останніх визначень випливає, що

$$F_2^{(m)}(\gamma_p, x_3) = \frac{E_2^{(m)}\left(\gamma_p, x_3^{(m)}\right)}{U^{(m)}} =$$
$$= ie^{-i\gamma_p L_0} \frac{C_0^{(m)}}{4L\chi_0} W^{(m)}(\gamma_p, \ell, h) e^{\gamma_p x_3},$$
$$F_3^{(m)}(\gamma_p, x_3) = \frac{E_3^{(m)}\left(\gamma_p, x_3^{(m)}\right)}{U^{(m)}} =$$
$$= e^{-i\gamma_p L_0} \frac{C_0^{(m)}}{4L\chi_0} W^{(m)}(\gamma_p, \ell, h) e^{\gamma_p x_3}. \quad (37)$$

Підставивши співвідношення (37) у формулу (27), отримуємо електричний заряд, наведений на m-му електроді

$$Q^{(m)} = C_0^{(m)} A(\gamma_p) \Xi_3(\Pi) W^{(m)}(\gamma_p, \ell, h) e^{-i\gamma_p L_0}, \quad (38)$$

де

$$\Xi_3(\Pi) = \frac{e_{33}}{2\chi_0}\left(\begin{array}{c} \dfrac{p_{20}+p_{30}}{\sqrt{\chi_{22}^{\varepsilon}/\chi_{33}^{\varepsilon}}+1} + \\ + \dfrac{p_{21}+p_{31}}{1+r_1/\gamma_p} + \dfrac{p_{23}+p_{33}}{1+r_3/\gamma_p} \end{array}\right) -$$

чутливість електрода в режимі реєстрації ПАХ у Z-зрізах п'єзоелектричних кристалів кристалографічного класу 6mm. Числові значення абсолютної чутливості в режимі прийому монокристалів ZnO та CdS складають $7.73 \cdot 10^{10}$ і $3.08 \cdot 10^{10}$ V/m, відповідно. При розрахунках було використано значення матеріальних констант з роботи [18].

Для підтвердження отриманих у роботі результатів можна використати результати експериментального дослідження передавальної функції S_{21} (відношення амплітуди переданого сигналу на вході) у пристрої ПАХ виготовленого на плівці ZnO [19]. На резонансній частоті значення S_{21} складало –12 дБ, що відповідає значенню при збудженні ПАХ у ZnO перетворювачем з роботи [16]. Зауважимо, що безпосереднє вимірювання абсолютної чутливості важко забезпечити, в тому числі через відсутність інформації про справжні амплітуди коливань п'єзоелектрика в межах перетворювача. Отримані значення абсолютної чутливості слід розглядати як максимально можливі (теоретичні).

Висновки

Отримано загальне розв'язання граничної задачі про внутрішнє електричне поле в об'ємі деформованого п'єзоелектрика. Визначено динамічну електричну поляризацію Z-зрізу п'єзоелектричного монокристала класу 6mm при деформаціях поверхневими акустичними хвилями.

Побудовано математичну модель приймача поверхневих акустичних хвиль з урахуванням впливу розмірів поперечного перерізу електродів на ефективність процесу реєстрації ПАХ.

Отримано абсолютне значення чутливості електродної пари зустрічно-штирового перетворювача в режимі реєстрації поверхневих акустичних хвиль у Z-зрізах п'єзоелектричних кристалів кристалографічного класу 6mm. Отримані результати можуть бути корисними при створенні акустоелектронних пристроїв на ПАХ різного функціонального призначення.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Caliendo C., Hamidullah M. Guided acoustic wave sensors for liquid environments. *J. Phys. D: Appl. Phys.* 2019. Vol. 52, Iss. 15. 153001. DOI: 10.1088/1361-6463/aafd0b
2. Poveda A.C., Buhler D.D., Saez A.C., Santos P.V., de Lima M.M. Semiconductor optical waveguide devices modulated by surface acoustic waves. *J. Phys. D Appl. Phys*. 2019. Vol. 52, Iss. 25. 253001. DOI: 10.1088/1361-6463/ab1464
3. Weiß M., Krenner H.J. Interfacing quantum emitters with propagating surface acoustic waves. *J. Phys. D Appl. Phys.* 2018. Vol. 51, Iss. 37. 373001. DOI: 10.1088/1361-6463/aace3c
4. Varlamov A.V., Lebedev V.V., Agruzov P.M., Ilichev I.V., Shamrai L.V., Shamrai A.V. Acousto-optic frequency shift modulators with acoustic and optic waveguides on X-cutlithium niobate substrates. *J. Phys. Conf. Ser.* 2019. Vol. 1326. 012011. DOI: 10.1088/1742-6596/1326/1/012011
5. Jahanshahi P., Wei Q., Jie Z., Zalnezhad E. Designing a Non-invasive Surface Acoustic Resonator for Ultra-high Sensitive Ethanol Detection for an On-the-spot Health Monitoring System. *Biotechnol. Bioprocess Eng.* 2018. Vol. 23. P. 394—404. DOI: 10.1007/s12257-017-0432-5
6. Delsing P., Cleland A.N., Schuetz M.J.A., Knörzer J., Giedke G., Cirac J.I., Srinivasan K., Wu M., Balram K.C., Bäuerle C., Meunier T., Ford C.J.B., Santos P.V., Cerda-Méndez E., Wang H., Krenner H.J., Nysten E.D.S., Weiß M., Nash G.R., Thevenard L., Gourdon C., Rovillain P., Marangolo M., Duquesne J.-Y., Fischerauer G., Ruile W., Reiner A., Paschke B., Denysenko D., Volkmer D., Wixforth A., Bruus H., Wiklund M., Reboud J., Cooper J.M., Fu Y.Q., Brugger M.S., Rehfeldt F., and Westerhausen C. Surface acoustic waves roadmap Topical Review. *J. Phys. D: Appl. Phys*. 2019. Vol. 52, Iss. 35. 353001. DOI: 10.1088/1361-6463/ab1b04
7. Aleksandrova M., Badarov D. Recent Progress in the Topologies of the Surface Acoustic Wave Sensors and the Corresponding Electronic Processing Circuits. *Sensors.* 2022. Vol. 22, Iss. 13. 4917. DOI: 10.3390/s22134917
8. Ziping W., Xiqiang X., Lei Q., Jiatao W., Yue F., and Maoyuan T. Review Article Research on the Progress of Interdigital Transducer (IDT) for Structural Damage Monitoring. *Journal of Sensors.* 2021. Vol. 2021. 6630658. DOI: 10.1155/2021/6630658
9. Hatfield A., Zhang S., Li Bo, Xu Tian-Bing. Finite element modeling for a flexible transparent piezoelectric surface acoustic wave transducer. *Nondestructive Characterization and Monitoring of Advanced Materials, Aerospace, Civil Infrastructure, and Transportation XVI. Proc. of SPIE.* 2022. Vol. 12047. 1204713. DOI: 10.1117/12.2613275
10. Draper A., Deng Z. Multiphysics modeling of printed surface acoustic wave thermometer. *Sensors and Smart Structures Technologies for Civil, Mechanical, and Aerospace Systems. Proc. of SPIE.* 2022. Vol. 12046. 1204608. DOI: 10.1117/12.2613141
11. Wang T., Green R., Guldiken R., Wang J., Mohapatra S., Mohapatra S. S. Finite Element Analysis for Surface Acoustic Wave Device Characteristic Properties and Sensitivity. *Sensors.* 2019. Vol. 19, Iss. 8. 1749. DOI: 10.3390/s19081749
12. Lepikh Ya.I. Determination of the optimal physical and mathematical model and weight functions for calculating the topology of counterpine converters of surface acoustic waves. *Sensor Electronics and Microsystem Technologies.* 2023. Vol. 20, Iss. 1. P. 11—19. DOI:10.18524/1815-7459.2023.1.275943
13. Viktorov I.A. *Sound surface waves in solids*. Moscow: Nauka, 1981. 287 p.
14. Linchevskyi I.V. Excitation of Surface Acoustic Waves in a Z-section of Piezoelectric Crystals by the Electric Field of a Long Electrode. *Int. J. Appl. Phys.* 2019. Vol. 6, Iss. 3. P. 42—50. DOI: 10.14445/23500301/IJAP-V6I3P108
15. Linchevskyi I.V., Petrischev O.N. Surface Acoustic Waves in Z-Sections of Piezoelectric Monocrystals of Hexagonal Syngony. *Radioelectronics and Communications Systems*. 2020. Vol. 63, Iss. 3. P. 156—170. DOI: 10.20535/S0021347020030048
16. Linchevskyi I.V. Excitation Features of Surface Acoustic Waves by Interdigital Transducer in Piezoelectric Crystals. *Radioelectronics and Communications Systems*. 2021. Vol. 64, Iss. 8. P. 426—439. DOI: 10.20535/S0021347021080033
17. Tamm I.E. *Fundamentals of the Theory of Electricity*. Moscow: Mir Publ, 1979. 685 p.
18. Catti M., Noel Y., Dovesi R. Full Piezoeletric Tensors of Wurtzite and Zinc Blende ZnO and ZnS by First-Principles Calculations *J. Phys. Chem. Sol.* 2003. Vol. 64, Iss. 11. P. 2183—2190. DOI: 10.1016/S0022-3697(03)00219-1
19. Gorla C.R., Emanetoglu N.W., Liang S., Mayo W.E., Lu Y., Wraback M., and Shen H. Structural, optical, and surface acoustic wave properties of epitaxial ZnO films grown on (0112) sapphire by metalorganic chemical vapor deposition. *J. Appl. Phys*. 1999. Vol. 85, Iss. 5. P. 2595—2602. DOI: 10.1063/1.369577

Стаття надійшла 22.01.2025

REFERENCES

1. Caliendo, C., Hamidullah, M., 2019. Guided acoustic wave sensors for liquid environments. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **52**(15), 153001. DOI: 10.1088/1361-6463/aafd0b
2. Poveda, A.C., Buhler, D.D., Saez, A.C., Santos, P.V., de Lima, M.M., 2019. Semiconductor optical waveguide devices modulated by surface acoustic waves. *J. Phys. D Appl. Phys*., **52**(25), 253001. DOI: 10.1088/1361-6463/ab1464
3. Weiß, M., Krenner, H.J., 2018. Interfacing quantum emitters with propagating surface acoustic waves. *J. Phys. D Appl. Phys.*, **51**(37), P. 373001. DOI: 10.1088/1361-6463/aace3c

4. Varlamov, A.V., Lebedev, V.V., Agruzov, P.M., Ilichev, I.V., Shamrai, L.V., Shamrai, A.V., 2019. Acousto-optic frequencyshift modulators with acoustic and optic waveguides on X-cutlithium niobate substrates. *J. Phys. Conf. Ser.,* **1326**, 012011. DOI: 10.1088/1742-6596/1326/1/012011
5. Jahanshahi, P., Wei, Q., Jie, Z., Zalnezhad, E., 2018. Designing a Non-invasive Surface Acoustic Resonator for Ultra-high Sensitive Ethanol Detection for an On-the-spot Health Monitoring System. *Biotechnol. Bioprocess Eng.,* **23**, pp. 394–404. DOI: 10.1007/s12257-017-0432-5
6. Delsing, P., Cleland, A.N., Schuetz, M.J.A., Knörzer, J., Giedke, G., Cirac, J.I., Srinivasan, K., Wu, M., Balram, K.C., Bäuerle, C., Meunier, T., Ford, C.J.B., Santos, P.V., Cerda-Méndez, E., Wang, H., Krenner, H.J., Nysten, E.D.S., Weiß, M., Nash, G.R., Thevenard, L., Gourdon, C., Rovillain, P., Marangolo, M., Duquesne, J.-Y., Fischerauer, G., Ruile, W., Reiner, A., Paschke, B., Denysenko, D., Volkmer, D., Wixforth, A., Bruus, H., Wiklund, M., Reboud, J., Cooper, J.M., Fu, Y.Q., Brugger, M.S., Rehfeldt, F., and Westerhausen, C., 2019. Surface acoustic waves roadmap Topical Review. *J. Phys. D: Appl. Phys*., **52**(35), 353001. DOI: 10.1088/1361-6463/ab1b04
7. Aleksandrova, M., Badarov, D., 2022. Recent Progress in the Topologies of the Surface Acoustic Wave Sensors and the Corresponding Electronic Processing Circuits. *Sensors,* **22**(13), 4917. DOI: 10.3390/s22134917
8. Ziping, W., Xiqiang, X., Lei, Q., Jiatao, W., Yue, F., and Maoyuan, T., 2021. Review Article Research on the Progress of Interdigital Transducer (IDT) for Structural Damage Monitoring. *J. Sens.,* **2021**, 6630658. DOI: 10.1155/2021/6630658
9. Hatfield, A., Zhang, S., Li, Bo, Xu, Tian-Bing, 2022. Finite element modeling for a flexible transparent piezoelectric surface acoustic wave transducer. In: *Nondestructive Characterization and Monitoring of Advanced Materials, Aerospace, Civil Infrastructure, and Transportation XVI. Proc. of SPIE*, **12047**, 1204713. DOI: 10.1117/12.2613275
10. Draper, A., Deng, Z., 2022. Multiphysics modeling of printed surface acoustic wave thermometer. In: *Sensors and Smart Structures Technologies for Civil, Mechanical, and Aerospace Systems. Proc. of SPIE*, **12046**, 1204608. DOI: 10.1117/12.2613141
11. Wang, T., Green, R., Guldiken, R., Wang, J., Mohapatra, S., Mohapatra, S.S., 2019. Finite Element Analysis for Surface Acoustic Wave Device Characteristic Properties and Sensitivity. *Sensors*, **19**(8), 1749. DOI: 10.3390/s19081749
12. Lepikh, Ya.I., 2023. Determination of the optimal physical and mathematical model and weight functions for calculating the topology of counterpine converters of surface acoustic waves. *Sensor Electronics and Microsystem Technologies*, **20**(1), pp. 11—19. DOI:10.18524/1815-7459.2023.1.275943
13. Viktorov, I.A., 1981. *Sound surface waves in solids*. Moscow: Nauka Publ.
14. Linchevskyi, I.V., 2019. Excitation of Surface Acoustic Waves in a Z-section of Piezoelectric Crystals by the Electric Field of a Long Electrode. *Int. J. Appl. Phys.*, **6**(3), pp. 42—50. DOI: 10.14445/23500301/IJAP-V6I3P108
15. Linchevskyi, I.V., Petrischev, O.N., 2020. Surface Acoustic Waves in Z-Sections of Piezoelectric Monocrystals of Hexagonal Syngony. *Radioelectronics and Communications Systems*, **63**(3), pp. 156—170. DOI: 10.20535/S0021347020030048
16. Linchevskyi, I.V., 2021. Excitation Features of Surface Acoustic Waves by Interdigital Transducer in Piezoelectric Crystals. *Radioelectronics and Communications Systems*, **64**(8), pp. 426—439. DOI: 10.20535/S0021347021080033
17. Tamm, I.E., 1979. *Fundamentals of the Theory of Electricity*. Moscow: Mir Publ.
18. Catti, M., Noel, Y., Dovesi, R., 2003. Full Piezoeletric Tensors of Wurtzite and Zinc Blende ZnO and ZnS by First-Principles Calculations. *J. Phys. Chem. Sol.*, **64**(11), pp. 2183—190. DOI: 10.1016/S0022-3697(03)00219-1
19. Gorla, C.R., Emanetoglu, N.W., Liang, S., Mayo, W.E., Lu, Y., Wraback, M., and Shen, H., 1999. Structural, optical, and surface acoustic wave properties of epitaxial ZnO films grown on (0112) sapphire by metalorganic chemical vapor deposition. *J. Appl. Phys.*, **85**(5), pp. 2595—2602. DOI: 10.1063/1.369577

Received 22.01.2025

I.V. Linchevsky, M.V. Chursanova

National Technical University of Ukraine
"Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"
37, Beresteyskyi Ave., Kyiv, 03056, Ukraine

REGISTRATION OF SURFACE ACOUSTIC WAVES
IN Z-SECTIONS OF PIEZOELECTRIC SINGLE
CRYSTALS ZnO AND CdS

Subject and Purpose. The subjects of this research are the internal electric field and the electric polarization vector, both existing in the volume of a deformed piezoelectric crystal. The work has been aimed at determining the dynamic electric polarization within the *Z*-section of a class 6 mm piezoelectric single crystal, deformed by surface acoustic waves (SAW), and estimating the sensitivity of the electrode pair of the inter-digit transducer in the mode of recording surface acoustic waves in *Z*-sections of the piezoelectric crystals.

Methods and Methodology. The analysis proceeds from construction of a mathematical model for the SAW detector, through the use of an appropriate set of differential equations. It is taken into account that the electric charge on an electrode is determined by the vector of dynamic electric polarization and the the electric field distribution along the electrode. The effects of cross-sectional dimensions of the electrodes, the scattered electric field, and of the harmonic electrical polarization vector are taken into account.

Results. Mathematical models have been constructed for a long electrode of finite cross-sectional dimensions, intended for surface acoustic wave (SAW) excitation in *Z*-sections of piezoelectric crystals of crystallographic class 6mm. The problem of calculating the electric charge distributions along the electrodes of the inter-digit transducer which operates in the SAW detector mode has been solved with account of the effects owing to the scattered electric field and harmonic wave motion of the electric polarization vector. Numerical values have been determined for the sensitivity of the inter-digit transducer operated in the receiving mode. In the case of ZnO and CdS single crystals the figures are $7.73 \cdot 10^{10}$ and, $3.08 \cdot 10^{10}$ V/m, respectively.

Conclusions. A general solution to the boundary value problem of the internal electric field in the volume of a deformed piezoelectric has been obtained. The dynamic electric polarization has been determined within a *Z*-section plane of the single-crystal piezoelectric of class 6mm in the process of its interaction with a SAW. A mathematical model has been developed for a SAW detector, taking into account the effect of the electrodes' cross-section size. The operating sensitivity of a pair of electrodes of the inter-digit transducer has been estimated for the SAW registration mode.

Keywords: *piezoelectric, surface acoustic waves, single crystal.*