

DOI: <https://doi.org/10.15407/rpra31.02.108>

УДК 621.396.67

PACS number: 84.40.Ba

І.К. Кузьмичов¹, О.А. Войтович¹, О.С. Лукаш¹,
Е.М. Хуторян¹, В.П. Мальцев¹, О.В. Май²

¹ Інститут радіофізики та електроніки ім. О.Я. Усикова НАН України
вул. Акад. Проскури, 12, м. Харків, 61085, Україна

² ТОВ «Актокс Україна»

вул. Івана Гонти, 1, м. Київ, 04112, Україна

E-mail: kuzmichev.igr@gmail.com

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ВИПРОМІНЮВАННЯ З КРУГЛОЇ ТА ПРЯМОКУТНОЇ АНТЕННИХ АПЕРТУР. ОБМЕЖЕННЯ, ЩО ПЕРЕШКОДЖАЮТЬ ФОРМУВАННЮ БЕССЕЛЕВИХ ПУЧКІВ

Предмет і мета роботи. Аналізуються особливості процесу випромінювання радіохвиль міліметрового діапазону з круглої антенної апертури та формування її діаграми направленості (ДН) з урахуванням модової структури поля в розкритті. Метою роботи є отримання аналітичних виразів для ДН круглої апертури та їх експериментальна перевірка, дослідження характеристик та методів формування заданих типів хвильових пучків для застосувань у медицині, системах зв'язку та для впливу на літальні апарати. Досліджується можливість формування бесселевих пучків у міліметровому діапазоні довжин хвиль.

Методи та методологія. Розподіл електромагнітного поля в апертурі хвилеводу вважається відомим і використовується для визначення полів у вільному просторі. Поля в дальній зоні розраховуються через інтеграл Кірхгофа по апертурі та перевіряються експериментально шляхом вимірювання ДН та коефіцієнта стоячої хвилі за напругою (КСХН) у хвилевідному тракті.

Результати. З використанням діаграмних функцій виведено вирази для ДН круглої апертури у двох ортогональних площинах. Вимірювання на частоті 34 ГГц показали, що для круглої апертури діаметром 30 мм КСХН у хвилевідному тракті становить 1.0558. Розраховані та вимірювані перерізи ДН у площинах векторів \vec{E} та \vec{H} збігаються з гауссовим розподілом до рівня -8.7 дБ. Проведено порівняння ДН круглої та прямокутної апертур з однаковим максимальним розміром.

Висновки. Отримано формульні вирази для ДН круглої апертури з TE_{11} -модом у двох ортогональних площинах. Така апертура не дозволяє сформувати у дальній зоні структуру поля, необхідну для отримання на виході з конічної лінзи бесселевого хвильового пучка.

Ключові слова: апертурний метод, міліметровий діапазон, кругла апертура, діаграма направленості, гауссів розподіл, коефіцієнт стоячої хвилі за напругою (КСХН), конічна лінза.

Ц и т у в а н н я: Кузьмичов І.К., Войтович О.А., Лукаш О.С., Хуторян Е.М., Мальцев В.П., Май О.В. Порівняльний аналіз випромінювання з круглої та прямокутної антенних апертур. Обмеження, що перешкоджають формуванню бесселевих пучків. *Радіофізика і радіоастрономія*. 2026. Т. 31. № 2. С. 108–118. <https://doi.org/10.15407/rpra31.02.108>

© Видавець ВД «Академперіодика» НАН України, 2026

 Це стаття відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.uk>)

Вступ

Відмінна особливість електромагнітних хвиль міліметрового діапазону полягає в тому, що вони здатні проникати в щілини екранів безпілотних літальних апаратів (БПЛА), пошкоджуючи їх вхідні кола та екрановані пристрої мікроелектроніки. З огляду на це перехід у міліметровий діапазон для протидії подібним пристроям можна вважати перспективним кроком. Однак ефективному використанню хвиль цього діапазону для вирішення зазначених завдань перешкоджає відсутність потужних компактних джерел імпульсного випромінювання. Це пов'язано, з одного боку, зі збільшенням омичних втрат в електродинамічних системах джерел і, з іншого боку, з погіршенням ефективності енергообміну між електронами пучка та високочастотним полем резонансної системи [1, 2]. Тому для впливу електромагнітного імпульсного випромінювання міліметрового діапазону на БПЛА доцільно використовувати підхід, пов'язаний із застосуванням бesselевих хвильових пучків [3, 4]. Це дозволить створити в певному місці простору при порівняно невеликій потужності джерела випромінювання з напруженістю електричного поля, достатньою для ефективного впливу на такі пристрої.

В оптиці для формування бesselевих хвильових пучків використовуються конічні лінзи (аксікони) [5, 6]. На плоску грань такої лінзи падає вихідне випромінювання лазера, яке являє собою круговий гауссів пучок. При переході в міліметровий діапазон для отримання бездифракційного пучка на аксікон також повинно падати випромінювання з аксіальною симетрією і гауссовою структурою поля. На відміну від оптичного діапазону, в міліметровому діапазоні для формування подібного розподілу напруженості електричного поля необхідно використовувати хвилевідні випромінювачі. Зокрема, практичний інтерес становить застосування круглої апертури. Випромінювання з відкритого кінця круглого хвилеводу з TE_{11} -модю розглядали багато авторів [7–16]. Однак деякі питання, пов'язані з випромінюванням з такого хвилеводу в застосуванні до цієї задачі, залишаються відкритими. До їх числа можна віднести: відмінність перерізів головних пелюсток діаграми направленості (ДН)

круглої апертури в H - і E -площинах; рівень бічних пелюсток; наскільки збігаються перерізи ДН круглого випромінювача в двох ортогональних площинах з гауссовим розподілом поля за рівнем $1/e$ (–8.686 дБ); як співвідносяться перерізи ДН прямокутної і круглої апертур за однакових максимальних розмірів розкриттів. Таким чином, мета цієї роботи полягає у визначенні здатності круглої апертури з TE_{11} -модю сформуванню в дальній зоні (зона Фраунгофера) структуру осесиметричного електричного поля, яка необхідна для отримання бesselевого хвильового пучка на виході конічної лінзи.

1. Кругла апертура з TE_{11} -модю

Для відповіді на поставлені вище питання розглянемо круглий одномодовий хвилевід радіуса a , в площині відкритого кінця якого розташований початок декартової системи координат (рис. 1). Вісь z збігається з віссю хвилеводу і напрямком поширення TE_{11} -моди у ньому. Критична довжина хвилі λ_{crit} цієї моди визначається виразом [17]

$$\lambda_{crit} = 2\pi a / \mu_{11}. \quad (1)$$

Тут $\mu_{11} = 1.8411$ — перший корінь похідної від функції Бесселя першого роду першого порядку [17]. Критична довжина хвилі TE_{10} -моди у прямокутному хвилеводі перерізом 7.2×3.4 мм дорівнює 14.4 мм. З (1) отримуємо, що в круглому хвилеводі TE_{11} -мода матиме таку ж λ_{crit} за умови $a = 4.22$ мм. Це відповідає діаметру хвилеводу, що дорівнює 8.438 мм. Для подальших розрахунків вибрано діаметр круглого хвилеводу $2a = 7$ мм. Вибір такого діаметра хвилеводу стає зрозумілим із подальших міркувань. Кількість мод M , яка буде поширюватися хвилеводом діаметром 7 мм, визначимо з формули [18]

$$M \cong 9.901(a/\lambda_0)^2. \quad (2)$$

Після підстановки в (2) числових значень $a = 3.5$ мм, $\lambda_0 = 8.824$ мм отримуємо $M = 1.558$. Це говорить про те, що по хвилеводу обраного діаметра буде поширюватися тільки основна TE_{11} -мода. Якщо обрати діаметр хвилеводу $2a = 8$ мм, то $M = 2.035$. У цьому випадку по круглому хвилеводу, поряд з TE_{11} -модю, поширюватиметься вища TM_{01} -мода.

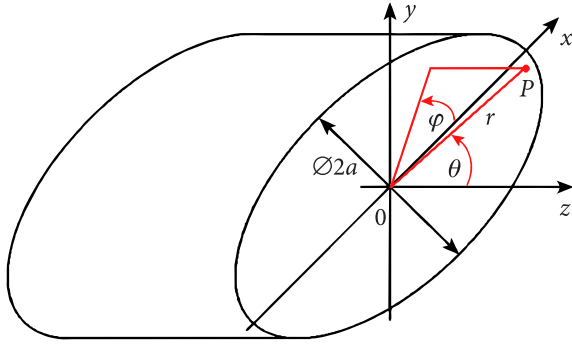


Рис. 1. Декартова і сферична системи координат в апертурі круглого хвилеводу

Для розрахунку подібного типу випромінювачів зазвичай застосовують апертурний метод аналізу, заснований на теорії Кірхгофа, використовуючи такі припущення [19]:

- апертура хвилеводу — це випромінююча апертура;
- поза апертурою хвилеводу ($z > 0$) збуджуюче поле дорівнює нулю;
- електричне поле в апертурі хвилеводу таке саме, як і в перерізі хвилеводу, віддаленому від апертури на кілька довжин хвиль;
- у хвилеводі поширюється тільки TE_{11} -мода;
- електромагнітне поле в межах апертури вважається лінійно поляризованим [20].

Покладемо, що вектор напруженості електричного поля \vec{E} в апертурі круглого хвилеводу в декартовій системі координат паралельний до осі y , а вектор напруженості магнітного поля \vec{H} паралельний осі x (рис. 1). Результати аналізу випромінювання з круглої апертури з TE_{11} -модою будуть тим точніші, чим більше відношення діаметра апертури $2a$ до довжини хвилі λ_0 , відповідно до теорії Кірхгофа.

У декартовій системі координат напруженість електричного поля у точці P (рис. 1) записують рівнянням [21]

$$\vec{E}(P) = E_x(P)\vec{i} + E_y(P)\vec{j} + E_z(P)\vec{k}. \quad (3)$$

Тут E_x, E_y, E_z — декартові координати $\vec{E}(P)$ у точці P ; $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ — базисні вектори прямокутної декартової системи координат.

За аналогією з (3), запишемо вираз для напруженості електричного поля в точці P для сферичної системи координат [21]:

$$\vec{E}(P) = E_\theta(P)\vec{e}_\theta + E_\varphi(P)\vec{e}_\varphi + E_\rho(P)\vec{e}_\rho. \quad (4)$$

У (4), за аналогією з (3), $E_\theta, E_\varphi, E_\rho$ — сферичні координати $\vec{E}(P)$ в точці P , $\vec{e}_\theta, \vec{e}_\varphi, \vec{e}_\rho$ — базисні вектори сферичної системи координат.

Кути θ і φ сферичної системи координат показані на рис. 1. Представимо декартові координати точки P через сферичні [21]:

$$\begin{cases} E_x(P) = E_\rho(P) \sin \theta \cos \varphi - E_\varphi(P) \sin \varphi + E_\theta(P) \cos \varphi \cos \theta, \\ E_y(P) = E_\rho(P) \sin \theta \sin \varphi + E_\varphi(P) \cos \varphi + E_\theta(P) \sin \varphi \cos \theta, \\ E_z(P) = E_\rho(P) \cos \theta - E_\theta(P) \sin \theta. \end{cases} \quad (5)$$

Розглянемо круглий хвилевід з TE_{11} -модою ($m=1, n=1$). З урахуванням зробленого вище припущення про лінійну поляризацію поля в апертурі круглого хвилеводу ($E_y \neq 0, H_x \neq 0, H_z \neq 0$) вважаємо $E_x = H_y = E_z = 0$. Оскільки хвилевідні TE -моди характеризуються рівністю нулю E_z -компоненти електричного поля, то у сферичній системі координат $E_\rho = 0$ (рис. 1). Тоді співвідношення (5) для компонент електричного поля в точці P спростяться:

$$\begin{cases} E_x(P) = -E_\varphi(P) \sin \varphi + E_\theta(P) \cos \varphi \cos \theta, \\ E_y(P) = E_\varphi(P) \cos \varphi + E_\theta(P) \sin \varphi \cos \theta, \\ E_z(P) = -E_\theta(P) \sin \theta. \end{cases} \quad (6)$$

Після підстановки значень компонент електричного поля з (6) до (3) вираз, що визначає в декартовій системі координат напруженість електричного поля в точці P , через сферичні координати набуде вигляду

$$\begin{aligned} \vec{E}(P) = & (E_\theta(P) \cos \varphi \cos \theta - E_\varphi(P) \sin \varphi) \vec{i} + \\ & + (E_\varphi(P) \cos \varphi + E_\theta(P) \sin \varphi \cos \theta) \vec{j} - \\ & - E_\theta(P) \sin \theta \vec{k}. \end{aligned} \quad (7)$$

У сферичній системі координат діаграмні функції E_θ і E_φ , які визначаються напруженістю електричного поля TE_{11} -моди в круглій апертурі діаметром $2a$, матимуть вигляд [19]

$$\begin{aligned} E_\theta(P) = & A\omega\mu_a \left\{ 1 + \frac{\lambda_0}{\lambda_g} \cos \theta + \Gamma_0 \left(1 - \frac{\lambda_0}{\lambda_g} \cos \theta \right) \right\} \times \\ & \times J_1 \left(\frac{2\pi}{\lambda_{crit}} a \right) \frac{J_1(ka \sin \theta)}{\sin \theta} \cos \varphi; \end{aligned} \quad (8)$$

$$E_{\varphi}(P) = A\omega\mu_a ka \left\{ \cos\theta + \frac{\lambda_0}{\lambda_g} + \dot{\Gamma}_0 \left(\cos\theta - \frac{\lambda_0}{\lambda_g} \right) \right\} \times J_1 \left(\frac{2\pi}{\lambda_{crit}} a \right) \frac{J_1'(ka \sin\theta)}{1 - (\lambda_{crit} \sin\theta / \lambda_0)^2} \sin\varphi. \quad (9)$$

Тут A – амплітудний коефіцієнт; $\omega = 2\pi f$ – кругова частота; $k = 2\pi/\lambda_0$ – хвильове число; $\mu_a = \mu_0\mu_r$ – абсолютна магнітна проникність (μ_0 – магнітна стала, μ_r – відносна магнітна проникність); $\lambda_g = \lambda_0/\sqrt{1 - (\lambda_0/\lambda_{crit})^2}$ – хвильовідна довжина хвилі; $J_1^3 J_1'$ – функція Бесселя першого порядку та її похідна за аргументом; $\dot{\Gamma}_0 = |\Gamma_0| \exp(j\varphi_0)$ – комплексний коефіцієнт відбиття круглого хвильоводу, віднесений до площини розкриття ($z = 0$); φ_0 – фаза коефіцієнта відбиття.

У більшості випадків, що зустрічаються на практиці, задовільне рішення досягається за умови $\dot{\Gamma}_0 = 0$. Тоді (8) і (9) спростяться і набудуть вигляду

$$E_{\theta}(P) = A\omega\mu_a ka \left(1 + \frac{\lambda_0}{\lambda_g} \cos\theta \right) J_1 \left(\frac{2\pi}{\lambda_{crit}} a \right) \times \frac{J_1(ka \sin\theta)}{ka \sin\theta} \cos\varphi; \quad (10)$$

$$E_{\varphi}(P) = A\omega\mu_a ka \left(\cos\theta + \frac{\lambda_0}{\lambda_g} \right) J_1 \left(\frac{2\pi}{\lambda_{crit}} a \right) \times \frac{J_1'(ka \sin\theta)}{1 - (\lambda_{crit} \sin\theta / \lambda_0)^2} \sin\varphi. \quad (11)$$

У прийнятих позначеннях випадок, коли азимутальний кут $\varphi = 0$, відповідає H -площині (рис. 1). Тоді ДН круглої апертури в цій площині буде визначатися E_{θ} -складовою, а $E_{\varphi} = 0$.

Переходячи до скалярних величин, з (7) з урахуванням (10) отримуємо вираз для ДН круглої апертури в площині вектора \vec{H} TE_{11} -моди круглого хвильоводу

$$E(H) = E_{\theta} = C \left(1 + \frac{\lambda_0}{\lambda_g} \cos\theta \right) \frac{J_1(ka \sin\theta)}{ka \sin\theta}, \quad (12)$$

де $C = A\omega\mu_a ka J_1(2\pi a/\lambda_{crit})$.

Тут необхідно визначити, чому дорівнює відношення $J_1(ka \sin\theta)/ka \sin\theta$ при $\theta \rightarrow 0$. На під-

ставі [22] запишемо

$$\frac{J_{\nu}(x)}{x^{\nu}} = \frac{1}{2^{\nu}} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k}}{2^{2k} k! \Gamma(\nu + k + 1)}, \quad (13)$$

де $\Gamma(\nu + k + 1)$ – гамма-функція, що визначається виразом [22]

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{z-1} dt. \quad (14)$$

Для аргументу $x \rightarrow 0$ та $\nu = 1$ вираз (13) набуде вигляду

$$J_1(x)/x = (1/2)\Gamma(2). \quad (15)$$

З виразу (14) отримуємо, що значення гамма-функції $\Gamma(2)$, яка входить до (15), дорівнює одиниці. Тому при $\theta \rightarrow 0$.

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} [J_1(ka \sin\theta)/ka \sin\theta] = 1/2. \quad (16)$$

З урахуванням (16),

$$E^{\max}(H) = (C/2) [1 + (\lambda_0/\lambda_g)]. \quad (17)$$

Запишемо вираз, який визначає в H -площині нормовану ДН круглої апертури радіуса a з модою TE_{11} (рис. 1, площина xOz):

$$\frac{E(H)}{E^{\max}(H)} = 20 \lg \left[\frac{2}{(1 + (\lambda_0/\lambda_g))} \left(1 + \frac{\lambda_0}{\lambda_g} \cos\theta \right) \times \frac{J_1(ka \sin\theta)}{ka \sin\theta} \right]. \quad (18)$$

Тепер розглянемо випадок, коли азимутальний кут $\varphi = \pi/2$. Це відповідає E -площині (рис. 1). У цьому випадку ДН круглої апертури буде визначатися E_{φ} -складовою, а $E_{\theta} = 0$. Переходячи до скалярних величин, з (7) з урахуванням (11) отримуємо вираз для ДН круглої апертури в площині вектора \vec{E} TE_{11} -моди круглого хвильоводу:

$$E(E) = E_{\varphi} = \frac{C}{\cos\theta - (\lambda_0/\lambda_g)} [1 - (\lambda_0/\lambda_g)^2] \times J_1'(ka \sin\theta). \quad (19)$$

Похідна за аргументом від функції Бесселя має вигляд [23]

$$J_m'(x) = \frac{m}{x} J_m(x) - J_{m+1}(x). \quad (20)$$

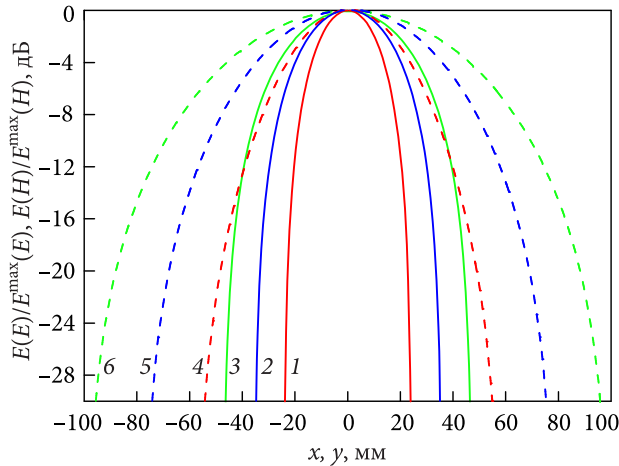


Рис. 2. Переріз ДН круглої апертури з TE_{11} -модю в площинах векторів \vec{E} і \vec{H} для трьох значень радіуса a

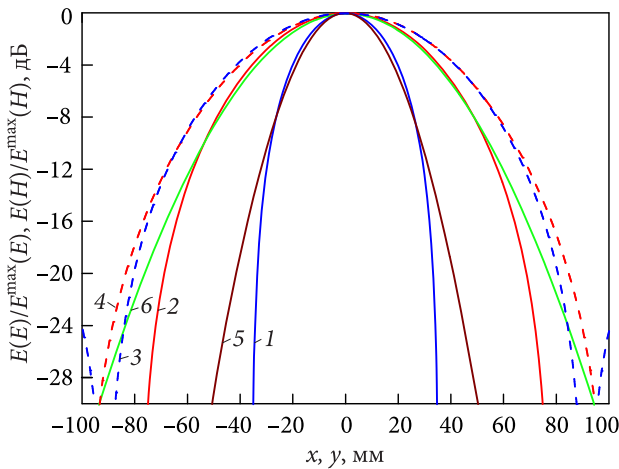


Рис. 3. Перерізи ДН двох апертур з максимальним розміром 30 мм ($R=204$ мм): криві 1 і 2 – ДН круглої апертури в E - та H -площині, відповідно; криві 3 і 4 – ДН прямокутної апертури в E -площині ($b=21.539$ мм) та H -площині, відповідно

Тоді (19) з урахуванням (20) можна записати так:

$$E(E) = \frac{C}{\cos\theta - (\lambda_0/\lambda_g)} \left[1 - (\lambda_0/\lambda_g)^2 \right] \times \left(\frac{J_1(ka \sin\theta)}{ka \sin\theta} - J_2(ka \sin\theta) \right). \quad (21)$$

У (21) покладемо кут $\theta = 0$. Цей вираз при $\theta \rightarrow 0$ набуде вигляду, аналогічного (17), тобто $E^{\max}(E) = E^{\max}(H)$. Тепер запишемо вираз, який визначає в E -площині нормовану ДН круглої апертури радіуса a з TE_{11} -модю (рис. 1, площини

на yOz):

$$\frac{E(E)}{E^{\max}(E)} = 20 \lg \left[\frac{2}{\cos\theta - (\lambda_0/\lambda_g)} \left(1 - \frac{\lambda_0}{\lambda_g} \right) \times \left(\frac{J_1(ka \sin\theta)}{ka \sin\theta} - J_2(ka \sin\theta) \right) \right]. \quad (22)$$

Використовуючи (22), побудуємо нормовану ДН у площині вектора \vec{E} (рис. 1, площина xOz) для декількох значень радіуса круглого хвилеводу a . Для обраного вище діаметра хвилеводу, рівного 7 мм, $\lambda_g = 13.092$ мм. Усі розрахунки проводимо для фіксованої частоти $f_0 = 34$ ГГц ($\lambda_0 = 8.824$ мм). Будемо розглядати не кутову залежність ДН, а її переріз в ортогональній площині. Для цього вчинимо так. Позначимо кут θ , який входить до (22), як $\theta = \arctg(y/R)$. Параметр R визначає дальню зону випромінювача і обчислюється з нерівності $R \geq 2(2a)^2/\lambda_0$ [24].

На рис. 2 представлені перерізи ДН круглої апертури, побудовані в площині вектора \vec{E} для трьох значень радіуса a : 10 мм (крива 1, $R = 91$ мм); 15 мм (крива 2, $R = 204$ мм); 20 мм (крива 3, $R = 363$ мм).

З наведеного рисунка видно, що зі зростанням радіуса круглої апертури збільшуються відстань R до дальньої зони і розмір перерізу ДН. Аналогічна ситуація спостерігалася і при дослідженні прямокутної апертури.

Для побудови перерізів ДН в площині вектора \vec{H} використовуємо (18). У цьому випадку меридіональний кут $\theta = \arctg(x/R)$. Розрахунки для круглих апертур таких самих розмірів наведені на рис. 2: $a = 10$ мм (крива 4); $a = 15$ мм (крива 5); $a = 20$ мм (крива 6). Як видно з рисунка, за всіх значень радіуса круглої апертури a перерізи ДН в площині вектора \vec{H} ширші, ніж у площині вектора \vec{E} . Так, для $E/E^{\max} = -14.3$ дБ і радіуса круглої апертури $a = 10$ мм ДН у H -площині удвічі ширша, ніж ДН в E -площині. Аналогічна ситуація має місце для $E/E^{\max} = -16.5$ дБ і радіуса $a = 15$ мм, а також для $E/E^{\max} = -18$ дБ і радіуса $a = 20$ мм. Висновок, який впливає з рис. 2, полягає в тому, що ДН круглої апертури для обраних значень радіусів a з TE_{11} -модю не є аксіально-симетричною.

Розглянемо перерізи ДН круглої апертури діаметром 30 мм і порівняємо їх із перерізами ДН прямокутної апертури, широка сторона якої та-



Рис. 4. Конічний рупор із хвилевідним переходом

кож дорівнює 30 мм. Цей розмір відповідає дальній зоні $R = 204$ мм. Результати розрахунків за (18), (22) для круглої апертури та за формулами

$$\frac{E(H)}{E^{\max}(H)} = 20 \lg \left[\frac{\cos(V)}{(V)^2 - (\pi/2)^2} \times \left(\cos \theta + \frac{\lambda_0}{\lambda_g} \right) \frac{(-\pi^2/4)}{\left[1 + (\lambda_0/\lambda_g) \right]} \right]; \quad (23)$$

$$\frac{E(E)}{E^{\max}(E)} = 20 \lg \left[\frac{1}{\left[1 + (\lambda_0/\lambda_g) \right]} \frac{\sin(W)}{W} \times \cos \theta \left(1 + \frac{\lambda_0}{\lambda_g} \cos \theta \right) \right] \quad (24)$$

для прямокутної апертури представлені на рис. 3. Тут $V = (\pi a/\lambda_0) \sin \theta$, $W = (\pi b/\lambda_0) \sin \theta$.

З рисунка видно, що ДН круглої апертури в E -площині вужча, ніж у H -площині. Причину такої відмінності в поведінці ДН у двох площинах описано вище. З рисунка також впливає, що при однакових максимальних розмірах розглянутих апертур перерізи ДН круглої апертури в площинах векторів \vec{E} і \vec{H} вужчі, ніж перерізи ДН прямокутної апертури в тих самих площинах. Отже, для вирішення завдання з ефективного опромінення конічної лінзи доцільно використовувати круглий випромінювач, якщо він забезпечує аксіально-симетричну ДН у дальній зоні.

Порівняємо переріз ДН круглої апертури в площині вектора \vec{H} (рис. 3, крива 2) з гауссовим розподілом поля. Для цього визначимо ширину ДН у цій площині за рівнем -8.686 дБ і прирівняємо її до діаметра плями поля $2w$ гауссового розподілу. У цій площині $w = 27.007$ мм. Представимо розподіл поля за законом Гауса у вигляді

ді $\exp(-x^2/27.007^2)$. На рис. 3 (крива 5) показані результати розрахунку за формулою $E_G(H) = 20 \lg \left[\exp(-x^2/27.007^2) \right]$. Тепер порівняємо переріз ДН круглої апертури в площині вектора \vec{E} з гауссовим розподілом поля. У цій площині за рівнем -8.686 дБ $w = 50.6$ мм. Результати розрахунку за формулою $E_G(E) = 20 \lg \left[\exp(-x^2/50.6^2) \right]$ показані на рис. 3 (крива 6). Як видно, до рівня $20 \lg \left[E(E, H)/E^{\max}(E, H) \right] = -8.7$ дБ амплітудний розподіл електричної компоненти поля круглої апертури в дальній зоні в E - і H -площинах майже збігається з гауссовим розподілом.

У процесі розрахунків вважалося, що у випромінювальній апертурі, як і в самому круглому хвилеводі, поширюється TE_{11} -мода. Розподіл поля цієї моди в апертурі має бути синфазним. Оскільки діаметр круглого хвилеводу дорівнює 7 мм, а круглої апертури — 30 мм, то розглянутий опромінювач є конічним рупором. Його оптимальну довжину L , що відповідає фазовим спотворенням на краю розкриття близько 0.2π , знайдено з виразу $L = (2a)^2/3\lambda_0$ [25]. Для вказаного діаметра круглої апертури і $\lambda_0 = 8.824$ мм оптимальна довжина такого випромінювача (від горловини до апертури) має дорівнювати 34 мм.

2. Експериментальні дослідження

У цьому розділі описані експериментальні дослідження конічного опромінювача (рупора), геометричні розміри якого обрано на підставі теоретичного аналізу круглої апертури. Зовнішній вигляд рупора з переходом від прямокутного хвилеводу з розміром перерізу 7.2×3.4 мм до круглого діаметром 7 мм показано на рис. 4. Довжина переходу дорівнює 70 мм.

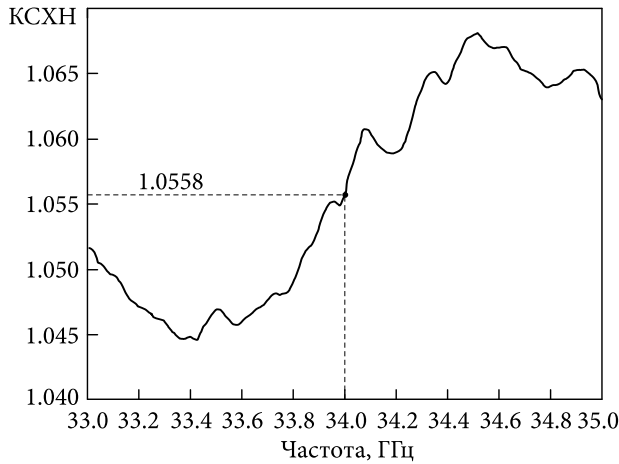


Рис. 5. Залежність КСХН від частоти для хвильовідного переходу з конічним рупором діаметром 30 мм

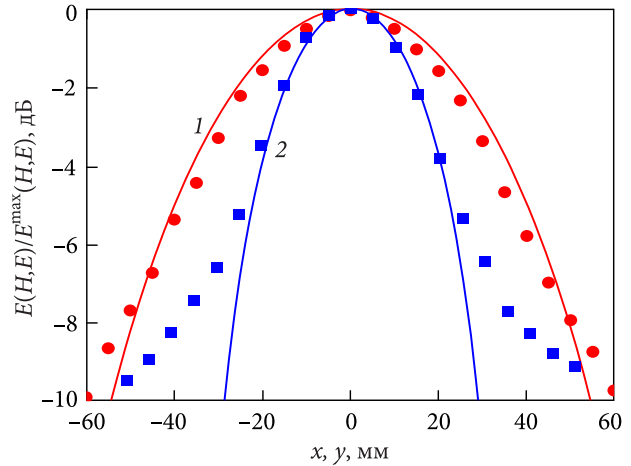


Рис. 7. Експериментально виміряні перерізи ДН конічного рупора діаметром 30 мм у площинах векторів \vec{H} і \vec{E}

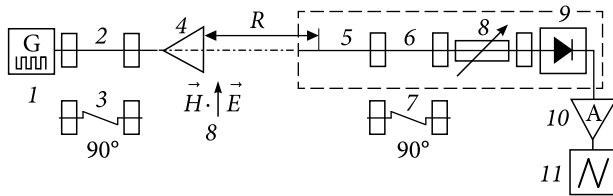


Рис. 6. Функціональна схема експериментального стану для дослідження конічного рупора: 1 – генератор; 2, 6 – відрізки прямокутного хвильоводу; 3, 7 – 90° хвильовідні скрутки; 4 – конічний рупор; 5 – вимірювальний зонд; 8 – вимірювальний поляризаційний атенуатор; 9 – детекторна секція; 10 – резонансний підсилювач; 11 – осцилограф

За допомогою панорамного вимірювача КСХН P2-65 у смузі частот 33...35 ГГц був виміряний КСХН хвильовідного переходу з конічним рупором. Результати вимірювань наведені на рис. 5.

Як видно, на частоті 34 ГГц КСХН = 1.0558, що відповідає коефіцієнту відбиття по полю від круглої апертури $|\Gamma| = 0.0271$. Отриманий результат добре узгоджується з результатами [26], де показано, що якщо розміри апертури перевищують кілька довжин хвиль, то відбиттям від неї можна знехтувати.

Для вимірювання перерізів ДН конічного рупора в площинах векторів \vec{H} і \vec{E} був зібраний експериментальний стенд, функціональну схему якого показано на рис. 6.

У процесі вимірювань джерелом електромагнітних коливань міліметрового діапазону слугував високочастотний генератор сигналів Г4-156. Частота вихідного сигналу генератора 1 становив

34 ГГц. Основні параметри генератора: діапазон частот 29.95...37.50 ГГц; вихідна потужність 5 мВт. Для розширення динамічного діапазону при проведенні вимірювань вихідний сигнал генератора модулюється меандром з частотою 1 кГц. Між генератором і досліджуваним конічним рупором 4 у схему включений відрізок прямокутного хвильоводу 2 з розміром перерізу 7.2×3.4 мм і довжиною 60 мм. Такий самий відрізок хвильоводу 6 включений у приймальний тракт між вимірювальним поляризаційним атенуатором 8 і прямокутним хвильоводом 5 перерізом 7.2×3.4 мм, який є вимірювальним зондом. Експериментальний стенд дозволяє вимірювати перерізи ДН розглянутого рупора 4 в площинах векторів \vec{H} і \vec{E} TE_{10} -моди вихідного хвильоводу генератора 1. В одному випадку використовуються відрізки хвильоводів 2 і 6. В іншому випадку ці відрізки хвильоводів замінюються 90° хвильовідними скрутками 3 і 7, які мають довжину 60 мм. На рис. 6 показана орієнтація векторів напруженості електричного і магнітного полів у вихідному хвильоводі генератора 1. Вектор \vec{E} лежить у площині рисунку, а вектор \vec{H} перпендикулярний йому. До складу приймального тракту, крім зазначених хвильовідних елементів, входить детекторна секція 9, сигнал з якої надходить на резонансний підсилювач 10, налаштований на частоту 1 кГц. Для візуального контролю рівня сигналу в схемі передбачений осцилограф 11. Під час вимірювань відстань між апертурою конічного опромінювача 4 і відкритим кінцем вимірювального пря-

мокутного хвилеводу 5 становила 204 мм. Частина вимірювального стенду, яка на рис. 6 виділена пунктирною лінією, переміщається разом з приймальним хвилеводом 5 уздовж осі z на відстань ± 25 мм і вздовж осі $x(y)$ на відстань ± 80 мм.

Результати вимірювання перерізу ДН конічного рупора в площині вектора \vec{H} представлені на рис. 7. Експериментальні значення показані на рисунку кружками. Тут же наведено теоретично розрахований за формулою (18) переріз ДН в площині вектора \vec{H} для конічного рупора зазначеного діаметра (крива 1).

Як видно, має місце хороший збіг розрахованого і виміряного перерізів ДН до значень $x = \pm 50$ мм. При подальшому віддаленні від осі круглої апертури значення виміряного перерізу ДН відрізняються від розрахункового, утворюючи так звані «крила». З одного боку, таку поведінку виміряної ДН можна пояснити тим, що в якості приймальної антени використовується відкритий кінець прямокутного хвилеводу, а не пірамідальний рупор, який володіє інтегруючою характеристикою. З іншого боку, поблизу осі головної пелюстки прийнятий сигнал має достатню для проведення вимірювань амплітуду напруженості електричного поля. При подальшому віддаленні від осі круглої апертури рівень прийнятого хвилеводом сигналу знижується і тому починають грати роль вторинні фактори — шуми, відбиття, витоки, неточності збудження і поляризації.

Для того, щоб виміряти переріз ДН конічного рупора в площині вектора \vec{E} (площина yOz), замінюємо відрізки хвилеводів 2, 6 на 90° хвилевідні скрутки 3, 7 такої ж довжини. Результати вимірювань показані на рис. 7. Як і в попередньому випадку, має місце хороший збіг виміряного (квадратики) і розрахованого (крива 2) за формулою (22) перерізів у площині вектора \vec{E} до значень $y = \pm 20$ мм. При подальшому віддаленні від осі круглої апертури виміряна ДН відрізняється від розрахункової. Як і в попередньому випадку, утворюються так звані «крила». Причини такої поведінки виміряної ДН описані вище.

З графіків на рис. 7 випливає, що переріз ДН конічного рупора, що розглядається, в площині

вектора \vec{H} за рівнем -8.7 дБ (гауссів розподіл поля) ширший, ніж у площині вектора \vec{E} . У даному випадку ці перерізи становлять ~ 110 мм проти ~ 86 мм (рис. 7), відповідно. Таким чином, експериментальні дослідження підтвердили теоретичні висновки про те, що кругла апертура не забезпечує аксіально-симетричну ДН.

Висновки

З результатів проведених теоретичних і експериментальних досліджень випливає низка важливих практичних висновків.

За допомогою апертурного методу з використанням співвідношень для діаграмних функцій отримані вирази для ДН круглої апертури з TE_{11} -моду у двох ортогональних площинах.

До рівня порядку -8.7 дБ перерізи ДН круглої апертури діаметром 30 мм у площинах векторів \vec{H} і \vec{E} збігаються з гауссовим розподілом поля.

У міліметровому діапазоні експериментально показано, що якщо діаметр круглої апертури перевищує кілька довжин хвиль, то відбиття від неї можна знехтувати. Для круглої апертури діаметром 30 мм КСХН у хвилевідному тракці, навантаженому на такий конічний випромінювач, дорівнює 1.0558. У хвилеводі встановлюється режим біжучої хвилі. Цей результат добре корелює з висновками авторів [26].

Показано гарний збіг виміряних та розрахованих з використанням отриманих виразів перерізів ДН круглої апертури діаметром 30 мм у площинах векторів \vec{H} і \vec{E} для міліметрового діапазону.

За однакових максимальних розмірів апертур перерізи ДН круглої апертури в площинах векторів \vec{H} і \vec{E} вужчі, ніж перерізи аксіально-симетричної ДН прямокутної апертури в тих же площинах.

Кругла апертура не може сформувати у дальній зоні структуру електричного поля, необхідну для отримання бesselового хвильового пучка на виході конічної лінзи.

Роботу виконано за підтримки Національного фонду досліджень України (реєстраційний номер проєкту 2025.06/0011).

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Andreev D., Kuskov A., and Schamiloglu E. Review of the relativistic magnetron. *Matter Radiat. Extrem.* 2019. Vol. 4, Iss. 6. 067201. DOI: 10.1063/1.5100028
2. Xu W. Review of the high-power vacuum tube microwave sources. *Preprint. Institute of Plasma Physics, Chinese Academy of Sciences.* 2024. 50 p. DOI: 10.48550/arXiv.2003.04288
3. Durnin J. Exact solutions for nondiffracting beams. I. The scalar theory. *J. Opt. Soc. Am. A.* 1987. Vol. 4, Iss. 4. P. 651–654. DOI: 10.1364/JOSAA.4.000651
4. Salo J., Meltaus J., Noponen E., Westerholm J., Salomaa M.M., Lönnqvist A., Säily J., Häkli J., Ala-Laurinaho J., and Räsänen A.V. Millimetre-wave Bessel beams using computer holograms. *Electron. Lett.* 2001. Vol. 37, Iss. 13. P. 834–835. DOI: 10.1049/el:20010551
5. Cabrini S., Liberale C., Cojoc D., Carpentiero A., Prasciolu M., Mora S., Degiorgio V., De Angelis F., and Di Fabrizio, E. Axicon lens on optical fiber forming optical tweezers, made by focused ion beam milling. *Microelectron. Eng.* 2006. Vol. 83, Iss. 4–9. P. 804–807. DOI: 10.1016/j.mee.2006.01.247
6. Khonina S.N., Kazanskiy N.L., Khorin P.A., and Butt M.A. Modern Types of Axicons: New Functions and Applications. *Sensors.* 2021. Vol. 21, Iss. 19. 6690. DOI: 10.3390/s21196690
7. Mishustin B.A. Radiation from the aperture of a circular waveguide with an infinite flange. *Radiophysics and Quantum Electronics.* 1965. Vol. 8, Iss. 11. P. 852–858. DOI: 10.1007/BF01038285
8. Samaddar S.N. Theory of radiation from the open end of a circular waveguide flush-mounted to a flat ground plane. *J. Eng. Math.* 1967. Vol. 1, Iss. 3. P. 251–272. DOI: 10.1007/BF01540508
9. Lee C.S., and Lee S.W. Radar cross section of an open-ended circular waveguide: Calculation of second-order diffraction terms. *Radio Sci.* 1987. Vol. 22, Iss. 1. P. 2–12. DOI: 10.1029/RS022i001p00002
10. Wu T.T., and Shen H. Radiation of an Electromagnetic Pulse from the Open End of a Circular Waveguide. *Proc. the Microwave and Particle Beam Sources and Propagation.* Vol. 0873. (Los Angeles, CA, USA, 11–17 Jan. 1988). P. 329–337. DOI: 10.1117/12.965112
11. Cicchetti R., and Faraone A. Radiation from Open-Ended Circular Waveguides: a Formulation Based on the Incomplete Hankel Functions. *Progress in Electromagnetics Research (PIER).* 2008. Vol. 78. P. 285–300. DOI: 10.2528/PIER07091405
12. Galyamin S.N., and Vorobev V.V. Diffraction at the Open End of Dielectric-Lined Circular Waveguide. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* 2022. Vol. 70, Iss. 6. P. 3087–3095. DOI: 10.1109/TMTT.2022.3167639
13. Dong H., Doc J.-B., and Félix S. Maximum Directivity of Flanged Open-Ended Waveguides. *J. Acoust. Soc. Am.* 2023. Vol. 154, Iss. 1. P. 115–125. DOI: 10.1121/10.0020052
14. Bai Y., Ming Y., Yang F., Wang C., Dong Y., Yang J., Zhou G., and Xie Y. Noncontact Rotational Speed Measurement with Near-Field Microwave of Open-Ended Waveguide. *Electronics.* 2024. Vol. 13, Iss. 15, 3012, P. 1–18. DOI: 10.3390/electronics13153012
15. Dash T., Prinsloo D., and Yarovoy A. Radiation from the Open-ended Over-moded Cylindrical Waveguide. *Proc. the 4th URSI Atlantic Radio Science Conference (AT-RASC 2024).* (Gran Canaria, Spain, 19–24 May 2024). P. 1–4. ISBN (Electronic) 978-9-4639-6-8102. DOI: 10.46620/ursiatrasc24/qeut4611
16. Xu S., Heo J., Ahn B.K., Lee C.S., and Ahn B.C. Simulation-Based Approach to the Matching of a Dielectric-Filled Circular Waveguide Aperture. *Sensors.* 2024. Vol. 24, Iss. 3. P. 841–860. DOI: 10.3390/s24030841
17. Pozar D.M. *Microwave Engineering.* 4th ed. New York: Wiley & Sons, Limited, John, 2012. P. 123–128.
18. Nikitin P.V., Stancil D.D., and Erosheva E.A. Estimating the number of modes in multimode waveguide propagation environment. *Proc. the 2011 IEEE Int. Symp. on Antennas and Propagation (APSURSI).* (Spokane, WA, USA, 03–08 July 2011). P. 1–4. DOI: 10.1109/APS.2011.5996623
19. R. Kühn. *Mikrowellenantennen.* Berlin: Veb Verlag Technik Publ., 1964. P. 198–203.
20. Bird T.S. *Fundamentals of aperture antennas and arrays: from theory to design, fabrication and testing.* United Kingdom: John Wiley & Sons Limited Publishing House, 2016. P. 154–157.
21. Bronstein I.N., Semendyaev K.A., Musiol G., and Muehlig H. *Mathematics Handbook.* 5th ed. Berlin, Heidelberg, New York: Springer Publishing house, 2007. 647 p.
22. Gradshteyn I.S., and Ryzhik I.M. *Table of Integrals, Series, and Products.* 7th ed., edited by A. Jeffrey and D. Zwillinger. Amsterdam, London, New York, Paris: Academic Press is an imprint of Elsevier, 2014. P. 892–910.
23. *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables.* Edited by M. Abramowitz and I.A. Stegun. 10th print. Washington, D.C.: U.S. Dept. of Commerce: U.S. G.P.O., 1972. 361 p.
24. Balanis C.A. *Antenna Theory. Analysis and Design.* Canada: Published by John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2005. 35 p.
25. Shubarin Yu.V. Ultra-high frequency antennas. Kharkov: Publishing House of Kharkov State University, 1960. 188 p.
26. Zhang K., Li D. *Electromagnetic Theory for Microwaves and Optoelectronics.* 2nd ed. Leipzig, Germany: Springer Science & Business Media, 2008. 624 p. DOI: 10.1007/978-3-540-74296-8

Стаття надійшла 16.03.2026

REFERENCES

1. Andreev, D., Kuskov, A., and Schamiloglu, E., 2019. Review of the relativistic magnetron. *Matter Radiat. Extrem.*, **4**(6), 067201. DOI: 10.1063/1.5100028
2. Xu, W., 2024. Review of the high-power vacuum tube microwave sources. *Preprint, Institute of Plasma Physics, Chinese Academy of Sciences*. 230031 Hefei, Anhui, China. 50 p. DOI: 10.48550/arXiv.2003.04288
3. Durnin, J., 1987. Exact solutions for nondiffracting beams. I. The scalar theory. *J. Opt. Soc. Am. A.*, **4**(4), pp. 651–654. DOI: 10.1364/JOSAA.4.000651
4. Salo, J., Meltaus, J., Noponen, E., Westerholm, J., Salomaa, M.M., Lönnqvist, A., Säily, J., Häkli, J., Ala-Laurinaho, J., and Räisänen, A.V., 2001. Millimetre-wave Bessel beams using computer holograms. *Electron. Lett.*, **37**(13), pp. 834–835. DOI: 10.1049/el:20010551
5. Cabrini, S., Liberale, C., Cojoc, D., Carpentiero, A., Prasciolu, M., Mora, S., Degiorgio, V., De Angelis, F., and Di Fabrizio, E., 2006. Axicon lens on optical fiber forming optical tweezers, made by focused ion beam milling. *Microelectron. Eng.*, **83**(4–9), pp. 804–807. DOI: 10.1016/j.mee.2006.01.247
6. Khonina, S.N., Kazanskiy, N.L., Khorin, P.A., and Butt, M.A., 2021. Modern Types of Axicons: New Functions and Applications. *Sensors*, **21**(19), 6690, pp. 1–30. DOI: 10.3390/s21196690
7. Mishustin, B.A., 1965. Radiation from the aperture of a circular waveguide with an infinite flange. *Radiophysics and Quantum Electronics*, **8**(11), pp. 852–858. DOI: 10.1007/BF01038285
8. Samaddar, S.N., 1967. Theory of radiation from the open end of a circular waveguide flush-mounted to a flat ground plane. *J. Eng. Math.*, **1**(3), pp. 251–272. DOI: 10.1007/BF01540508
9. Lee, C.S., and Lee, S.W., 1987. Radar cross section of an open-ended circular waveguide: Calculation of second-order diffraction terms. *Radio Sci.*, **22**(1), pp. 2–12. DOI: 10.1029/RS022i001p00002
10. Wu, T.T., and Shen, H., 1988. Radiation of an Electromagnetic Pulse from the Open End of a Circular Waveguide. In: *Microwave and Particle Beam Sources and Propagation*. Los Angeles, CA, USA, 11–17 Jan. 1988. **0873**, pp. 329–337. DOI: 10.1117/12.965112
11. Cicchetti, R., and Faraone, A., 2008. Radiation from Open-Ended Circular Waveguides: a Formulation Based on the Incomplete Hankel Functions. *Progress in Electromagnetics Research (PIER)*, **78**, pp. 285–300. DOI: 10.2528/PIER07091405
12. Galyamin, S.N., and Vorobev, V.V., 2022. Diffraction at the Open End of Dielectric-Lined Circular Waveguide. *IEEE IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, **70**(6), pp. 3087–3095. DOI: 10.1109/TMTT.2022.3167639
13. Dong, H., Doc, J.-B., and Félix, S., 2023. Maximum Directivity of Flanged Open-Ended Waveguides. *J. Acoust. Soc. Am.*, **154**(1), pp. 115–125. DOI: 10.1121/10.0020052
14. Bai, Y., Ming, Y., Yang, F., Wang, C., Dong, Y., Yang, J., Zhou G., and Xie, Y., 2024. Noncontact Rotational Speed Measurement with Near-Field Microwave of Open-Ended Waveguide. *Electronics*, **13**(15), 3012, pp. 1–18, DOI: 10.3390/electronics13153012
15. Dash, T., Prinsloo, D., and Yarovoy, A., 2024. Radiation from the Open-ended Over-moded Cylindrical Waveguide. In: *4th URSI Atlantic Radio Science Conference (AT-RASC)*. Gran Canaria, Spain, 19–24 May 2024, pp. 1–4. ISBN (Electronic) 978-9-4639-6-8102. DOI: 10.46620/ursiatrasc24/qeut4611
16. Xu, S., Heo, J., Ahn, B.K., Lee, C.S., and Ahn, B.C., 2024. Simulation-Based Approach to the Matching of a Dielectric-Filled Circular Waveguide Aperture. *Sensors*, **24**(3), pp. 841–860. DOI: 10.3390/s24030841
17. Pozar, D.M., 2012. *Microwave Engineering*. 4th ed. New York: Wiley & Sons, Limited, John, pp. 123–128.
18. Nikitin, P.V., Stancil, D.D., and Erosheva, E.A., 2011. Estimating the number of modes in multimode waveguide propagation environment. In: *2011 IEEE Int. Symp. on Antennas and Propagation (APSURSI)*. Spokane, WA, USA, 03–08 July 2011, pp. 1–4. DOI: 10.1109/APS.2011.5996623
19. Kühn, R., 1964. *Mikrowellenantennen*. Berlin: Veb Berlag Technik Publ., pp. 198–203.
20. Bird, T.S., 2016. *Fundamentals of aperture antennas and arrays: from theory to design, fabrication and testing*. United Kingdom: John Wiley & Sons Limited Publishing House, pp. 154–157.
21. Bronstein, I.N., Semendyaev, K.A., Musiol, G., and Muehlig, H., 2007. *Mathematics Handbook*. 5th ed. Berlin, Heidelberg, New York: Springer Publishing house.
22. Gradshteyn, I.S., and Ryzhik, I.M., Jeffrey, A. ed., and Zwillinger, D. ed., 2014. *Table of Integrals, Series, and Products*. 7th ed. Amsterdam, London, New York, Paris: Academic Press is an imprint of Elsevier, pp. 892–910.
23. Abramowitz, M., and Stegun, I.A. eds., 1972. *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*. 10th print. Washington, D.C.: U.S. Dept. of Commerce: U.S. G.P.O.
24. Balanis, C.A., 2005. *Antenna Theory. Analysis and Design*. Canada: Published by John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey.
25. Shubarin, Yu.V., 1960. *Ultra-high frequency antennas*. Kharkov: Publishing House of Kharkov State University.
26. Zhang, K., Li, D., 2008. *Electromagnetic Theory for Microwaves and Optoelectronics*. 2nd ed. Leipzig, Germany: Springer Science & Business Media, p. 624. DOI: 10.1007/978-3-540-74296-8

Received 16.03.2026

I.K. Kuzmychov¹, O.A. Voitovych¹, O.S. Lukash¹,
E.M. Khutorian¹, V.P. Maltsev¹, O.V. May²

¹ O.Ya. Usikov Institute for Radiophysics and Electronics NAS of Ukraine
12, Acad. Proskury St., Kharkiv, 61085, Ukraine

² Actox Ukraine, LLC
1, Ivana Gonty St., Kyiv, 04112, Ukraine

A COMPARATIVE ANALYSIS OF RADIATION FROM CIRCULAR AND RECTANGULAR APERTURES: LIMITATIONS ON THEIR USE FOR BESSEL BEAM FORMATION

Subject and Purpose. Essentials of the processes for millimeter-wavelength radiation from circular apertures are analyzed, with emphasis on the formation of the field's radiation pattern (RP) and modal structure in the aperture. The work is aimed at obtaining analytical expressions for the circular aperture's RP and verifying these in experiments. Further aims include investigation of radiation characteristics and possibilities for forming up specific types of wave beams for applications like medicine, communications and interaction with aerial vehicles. Also, possible techniques of Bessel beam generation are investigated for the millimeter-wavelength range.

Methods and Methodology. The electromagnetic field distribution over the waveguide aperture is assumed to be available for determining its radiated field in free space. The far-field characteristics are calculated via Kirchhoff's integral taken over the aperture and verified experimentally by measuring the RP and the voltage standing wave ratio (VSWR) in the wave guiding channel.

Results. Explicit expressions for the RP of a circular aperture have been derived, with the use of pattern functions, for two mutually orthogonal planes. Measurements at a frequency of 34 GHz revealed that a circular aperture of a 30 mm diameter provided for a voltage standing wave ratio (VSWR) in the guiding channel close to 1.0558. The calculated and measured cross section areas of the RP, as estimated for the planes of the \vec{E} and \vec{H} field vectors, coincide with a Gaussian distribution to the level of -8.7 dB. The RPs produced by apertures of circular and rectangular cross-sections have been compared for antennas of equal maximum sizes.

Conclusions. Analytical expressions have been derived for the radiation pattern (RP) of a circular aperture supporting the TE_{11} mode in two mutually orthogonal planes. As has been found, such an aperture cannot provide for formation of the far-field electric distribution required for generating a Bessel wave beam at the conical lenses' output.

Keywords: aperture method, millimeter wavelength range, circular aperture, radiation pattern, Gaussian distribution, voltage standing wave ratio (VSWR), conical lens.