

DOI: <https://doi.org/10.15407/rpra31.02.126>
УДК 621.373.826+537.874.6+537.876.2

А.В. Дегтярьов, М.М. Дубінін, В.О. Маслов, Є.С. Пронін

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
майдан Свободи, 4, м. Харків, 61022, Україна
E-mail: v.a.maslov@karazin.ua

ПРОСТОРОВА ДИНАМІКА РАДІАЛЬНО ПОЛЯРИЗОВАНИХ ТЕРАГЕРЦОВИХ ВИХРОВИХ ПУЧКІВ ПРИ ЇХ ГОСТРОМУ ФОКУСУВАННІ

Предмет і мета роботи. Предметом роботи є фізичні особливості гострого фокусування терагерцових вихрових лазерних пучків, що сформовані радіально поляризованими TM_{0m} -модами діелектричного хвилевідного резонатора, після проходження спіральної фазової пластинки (СФП). Мета роботи полягає в отриманні аналітичних співвідношень для опису структури поля і визначенні впливу топологічного заряду пластинки та порядку моди на просторово-енергетичні характеристики випромінювання у фокальній області лінзи.

Методи та методологія. Поширення та фокусування випромінювання описано в межах векторної теорії Релея–Зоммерфельда в непараксіальному наближенні. Модову структуру резонатора задано TM_{01} -, TM_{02} - та TM_{03} -модами порожнистого круглого діелектричного хвилеводу. Дію СФП враховано через комплексну передавальну функцію з топологічним зарядом $n = 0, 1, 2$.

Результати. Отримано аналітичні вирази для компонент електричного поля лазерних пучків, що сформовані радіально поляризованими TM_{0m} -модами, після проходження СФП при їх гострому фокусуванні. Установлено, що у фокальній області лінзи за відсутності СФП для всіх досліджених пучків зберігається кільцева структура з ненульовою осью інтенсивності поля. За умови $n = 1$ максимуми інтенсивності поля локалізуються поблизу осі, а при $n = 2$ формується кільцевий розподіл з нульовою інтенсивністю на осі. Найбільші значення максимальної інтенсивності поля для TM_{01} -, TM_{02} - і TM_{03} -мод відповідають топологічному заряду $n = 1$. У випадку використання СФП з топологічним зарядом $n = 1$ фазовий фронт для всіх трьох компонент поля досліджуваних мод має однопелюстковий вихровий вигляд, а для $n = 2$ — двопелюстковий.

Висновок. Використання визначеного порядку TM_{0m} -моди та топологічного заряду СФП пластинки дає змогу керувати структурою поля терагерцових вихрових пучків, їх фазовим фронтом, осью інтенсивності, ефективним діаметром і компонентним складом поля при їх гострому фокусуванні у фокальній області лінзи.

Ключові слова: терагерцовий лазер, вихровий пучок, спіральна фазова пластинка, топологічний заряд, радіальна поляризація, TM_{0m} -моди, діелектричний хвилевідний резонатор, гостре фокусування.

Вступ

Терагерцове (ТГц) випромінювання посідає проміжне місце між інфрачервоним і мікрохвильовим

діапазонами електромагнітного спектра. Його часто називають «терагерцовим провалом» через відсутність ефективних інструментів генерації та детектування протягом тривалого ча-

Ц и т у в а н н я: Дегтярьов А.В., Дубінін М.М., Маслов В.О., Пронін Є.С. Просторова динаміка радіально поляризованих терагерцових вихрових пучків при їх гострому фокусуванні. *Радіофізика і радіоастрономія*. 2026. Т. 31. № 2. С. 126–138. <https://doi.org/10.15407/rpra31.02.126>

© Видавець ВД «Академперіодика» НАН України, 2026

 Це стаття відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.uk>)

су [1]. Терагерцові хвилі проникають крізь неметалеві матеріали (пластик, папір, тканину, дерево, кераміку). Вони є неіонізуючими і взаємодіють з молекулярними вібраціями, дозволяючи отримувати унікальні «відбитки» речовин [2, 3]. Завдяки цим властивостям ТГц-технології використовуються для безконтактного виявлення прихованих об'єктів під одягом чи у багажі [4]. У медицині ТГц-випромінювання застосовують для виявлення онкологічних новоутворень різної локалізації, діагностики шкірних захворювань, карієсу й діабетичних патологій [5].

Терагерцові лазери мають низку важливих переваг порівняно з іншими джерелами ТГц-випромінювання. Молекулярні газові лазери генерують безперервне ТГц-випромінювання потужністю від десятків міліватів на окремих спектральних лініях [6]. Такі лазери генерують висококогерентне випромінювання з великою довжиною когерентності та дуже вузькою спектральною лінією [7, 8]. Це ідеально для точної спектроскопії, інтерферометрії та фазочутливих вимірювань [9]. До того ж, сучасні компактні газові ТГц-лазери дозволяють генерувати сотні дискретних частот з можливістю перестроювання [10].

Поміж різних типів ТГц-випромінювання вихрові лазерні пучки з орбітальним кутовим моментом привертають увагу науковців через унікальне поєднання властивостей ТГц-хвиль і особливостей вихрової оптики. Терагерцовий діапазон розглядають як основу для надшвидкісних систем зв'язку 6G. Орбітальний кутовий момент додає новий ступінь свободи: різні вихрові моди можна мультиплексувати в одному каналі без взаємних завад. Це дозволяє суттєво підвищити пропускну здатність без розширення частотного спектра [11]. Головним викликом є ефективна генерація ширококутових, високоякісних вихрових ТГц-пучків, і саме зараз ця проблема активно вирішується, що робить тему особливо актуальною [12].

Для задоволення потреб у застосуваннях, пов'язаних із вихровими пучками, було досліджено різні методи їх формування. Усі ці методи можна розділити на позарезонаторні та внутрішньорезонаторні.

Внутрішньорезонаторні методи генерації дозволяють формувати на виході лазера оптичні ви-

хори високого порядку, однак характеризуються складністю юстування, обмеженою гнучкістю зміни топологічного заряду та можливим зниженням стабільності генерації.

До позарезонаторних методів належить використання дифракційних оптичних елементів, таких як астигматичні перетворювачі мод, спіральні фазові пластинки, комп'ютерно-генеровані голограми, метаповерхні [13]. Спіральні фазові пластинки (СФП) мають кілька важливих переваг порівняно з іншими методами формування вихрових пучків — високу ефективність перетворення енергії, простоту конструкції та використання [14]. Останнім часом особливу увагу дослідників привертають проблеми поширення векторних вихрових пучків з неоднорідною радіальною, азимутальною чи циліндричною просторовою поляризацією [15, 16], а також їх фокусування [17, 18].

Мета роботи полягає в отриманні аналітичних співвідношень для опису структури поля і визначенні впливу топологічного заряду СФП та порядку моди на просторово-енергетичні характеристики випромінювання у фокальній області лінзи.

1. Теоретичні співвідношення

Поширення лазерного випромінювання у вільному просторі вздовж осі Oz можна описати за допомогою інтегралів Релея-Зоммерфельда в непараксимальному наближенні [19]. Для подальшого аналізу скористаємося відповідними виразами для компонент електромагнітного поля в циліндричній системі координат, які дозволяють коректно описати поведінку поля в різних дифракційних зонах:

$$E_r(\rho_1, \beta, z_1) = -\frac{iz_1}{\lambda r_1^2} \exp(ikr_1) \times \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} [E_r^0(\rho_0, \varphi) \cos(\varphi - \beta) - E_\varphi^0(\rho_0, \varphi) \sin(\varphi - \beta)] \exp\left(ik \frac{\rho_0^2}{2r_1}\right) \times \exp\left[-ik \frac{\rho_1 \rho_0 \cos(\varphi - \beta)}{r_1}\right] \rho_0 d\rho_0 d\varphi; \quad (1.1)$$

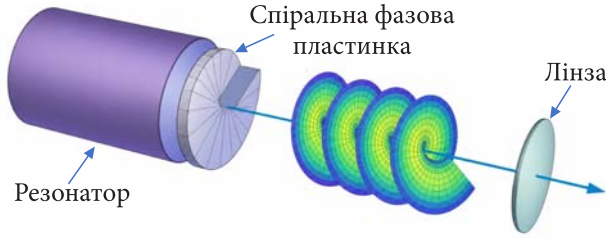


Рис. 1. Схема розрахункової моделі

$$E_{\varphi}(\rho_1, \beta, z_1) = -\frac{iz_1}{\lambda r_1^2} \exp(ikr_1) \times \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} [E_r^0(\rho_0, \varphi) \sin(\varphi - \beta) + E_{\varphi}^0(\rho_0, \varphi) \cos(\varphi - \beta)] \exp\left(ik \frac{\rho_0^2}{2r_1}\right) \times \exp\left[-ik \frac{\rho_1 \rho_0 \cos(\varphi - \beta)}{r_1}\right] \rho_0 d\rho_0 d\varphi; \quad (1.2)$$

$$E_z(\rho_1, \beta, z_1) = \frac{-i}{\lambda r_1^2} \exp(ikr_1) \times \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \{E_r^0(\rho_0, \varphi) [\rho_0 - \rho_1 \cos(\varphi - \beta)] + E_{\varphi}^0(\rho_0, \varphi) \rho_1 \sin(\varphi - \beta)\} \exp\left(ik \frac{\rho_0^2}{2r_1}\right) \times \exp\left[-ik \frac{\rho_1 \rho_0 \cos(\varphi - \beta)}{r_1}\right] \rho_0 d\rho_0 d\varphi, \quad (1.3)$$

де $k = 2\pi / \lambda$ — хвильове число; λ — довжина хвилі; ρ_0, φ — полярні координати у площині, де задано вхідне поле; ρ_1, β, z_1 — циліндричні координати в площині спостереження; $E_r^0(\rho_0, \varphi)$ і $E_{\varphi}^0(\rho_0, \varphi)$ — комплексні амплітуди r -ї та φ -ї компонент вхідного електричного поля відповідно, $r_1 = \sqrt{\rho_1^2 + z_1^2}$.

Аналіз виконуємо в припущенні, що модова структура діелектричного резонатора відповідає модовій структурі порожнистого круглого діелектричного хвильоводу. Відповідно, радіально поляризоване поле задаємо в початковій площині за допомогою TM_{0m} -мод. У площині джерела ($z_1 = 0$) компоненти електромагнітного поля в циліндричних координатах можна подати як

$$\begin{cases} E_r^0(\rho_0, \varphi) = B_{01} J_1\left(U_{0m} \frac{\rho_0}{a}\right), \\ E_{\varphi}^0(\rho_0, \varphi) = 0, \end{cases} \quad (2)$$

де a — радіус хвильоводу; J_1 — функція Бесселя 1-го роду першого порядку; U_{0m} — корені рівняння $J_1(x) = 0$; $B_{0m} = 1/(a\sqrt{\pi}J_0(U_{0m}))$ — нормувальні коефіцієнти для TM_{0m} -мод.

Спіральна фазова пластинка є одним із поширених елементів для формування вихрових пучків із заданим топологічним зарядом [20]. У цій роботі досліджено взаємодію розглянутих мод із СФП довільного топологічного заряду n . Спіральна фазова пластинка розташована на виході резонатора та має той самий радіус, що й резонатор (рис. 1). Її комплексна функція проходження записується як

$$T_n(\rho_0, \varphi) = \text{circ}\left(\frac{\rho_0}{a}\right) \exp(in\varphi) = \begin{cases} \exp(in\varphi), & \rho_0 \leq a, \\ 0, & \rho_0 > a, \end{cases} \quad (3)$$

де $\text{circ}\left(\frac{\rho_0}{a}\right)$ — кругова функція.

На основі рівнянь (1)–(3) отримано аналітичні вирази для компонент електромагнітного поля, які описують непараксіальну дифракцію у вільному просторі мод TM_{0m} на СФП з топологічним зарядом n на відстані z_1 від торця резонатора. В отриманих виразах

$$E_r(\rho_1, \beta, z_1) = \frac{(-i)^{n+2} k z_1}{2r_1^2} e^{i(n\beta + kr_1)} \times B_{0m} [\Pi_{1n+1}(\rho_1, z_1) - \Pi_{1n-1}(\rho_1, z_1)]; \quad (4.1)$$

$$E_{\varphi}(\rho_1, \beta, z_1) = \frac{(-i)^{n+3} k z_1}{2r_1^2} e^{i(n\beta + kr_1)} \times B_{0m} [\Pi_{1n+1}(\rho_1, z_1) + \Pi_{1n-1}(\rho_1, z_1)]; \quad (4.2)$$

$$E_z(\rho_1, \beta, z_1) = \frac{(-i)^{n+1} k}{2r_1^2} e^{i(n\beta + kr_1)} \times B_{0m} \{2I_{2n}(\rho_1, z_1) + i\rho_1 [\Pi_{1n+1}(\rho_1, z_1) - \Pi_{1n-1}(\rho_1, z_1)]\} \quad (4.3)$$

застосовані такі позначення:

$$\Pi_{1n}(\rho_1, z_1) = \int_0^a J_1\left(U_{0m} \frac{\rho_0}{a}\right) J_n\left(\frac{k\rho_1\rho_0}{r_1}\right) \times \exp\left(ik \frac{\rho_0^2}{2r_1}\right) \rho_0 d\rho_0,$$

$$I_{21n}(\rho_1, z_1) = \int_0^a J_1\left(U_{0m} \frac{\rho_0}{a}\right) J_n\left(\frac{k\rho_1\rho_0}{r_1}\right) \times \\ \times \exp\left(ik\frac{\rho_0^2}{2r_1}\right) \rho_0^2 d\rho_0.$$

На основі рівнянь (4.1)–(4.3) отримуємо розподіли поля на вхідній та вихідній площинах лінзи, використовуючи функцію фазової корекції $F(\rho_1) = \exp(-i\pi\rho_1^2/\lambda f)$, де f – фокусна відстань лінзи, яка має радіус апертури a_1 . Для розрахунку поперечної та поздовжньої компонент досліджуваних хвильових пучків у фокальній області лінзи за умов гострого фокусування необхідно використовувати інтеграли Релея-Зоммерфельда, які забезпечують коректний опис дифракційного перетворення поля в непараксiальному наближенні.

Вирази для компонент поля хвильових пучків, збуджених радіально поляризованими TM_{0m} -модами, на відстані z_2 від лінзи запишемо у вигляді

$$E_r(\rho_2, \theta, z_2) = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{a_1} \int_0^{2\pi} [E_r(\rho_1, \beta, z_1) \cos(\theta - \beta) + \\ + E_\varphi(\rho_1, \beta, z_1) \sin(\theta - \beta)] \times \\ \times \frac{z_2}{R^3} (ikR - 1) e^{ikR} F(\rho_1) \rho_1 d\rho_1 d\beta; \quad (5.1)$$

$$E_\varphi(\rho_2, \theta, z_2) = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{a_1} \int_0^{2\pi} [-E_r(\rho_1, \beta, z_1) \times \\ \times \sin(\theta - \beta) + E_\varphi(\rho_1, \beta, z_1) \cos(\theta - \beta)] \times \\ \times \frac{z_2}{R^3} (ikR - 1) e^{ikR} F(\rho_1) \rho_1 d\rho_1 d\beta; \quad (5.2)$$

$$E_z(\rho_2, \theta, z_2) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{a_1} \int_0^{2\pi} [\rho_2 E_r(\rho_1, \beta, z_1) \times \\ \times \cos(\theta - \beta) - \rho_1 E_r(\rho_1, \beta, z_1) + \rho_2 E_\varphi(\rho_1, \beta, z_1) \times \\ \times \sin(\theta - \beta)] \frac{(ikR - 1) e^{ikR}}{R^3} F(\rho_1) \rho_1 d\rho_1 d\beta, \quad (5.3)$$

$$\text{де } R = \sqrt{\rho_1^2 + \rho_2^2 - 2\rho_1\rho_2 \cos(\theta - \beta) + z_2^2}.$$

2. Результати числових досліджень та їх аналіз

На основі формул (1)–(5) було виконано розрахунки розподілу інтенсивності та фази поля вихрових лазерних пучків. Досліджувалися пучки,

сформовані радіально поляризованими модами TM_{0m} ($m = 1, 2, 3$) діелектричного хвилевідного резонатора ТГц-лазера за умов їх сильного фокусування. Формування вихрових пучків здійснювалося за допомогою СФП, установлені безпосередньо на виході хвилевідного резонатора. Поперечні розміри резонатора та фазового елемента збігалися і дорівнювали 35 мм. Для повного перехоплення досліджуваних пучків на відстані $z_1 = 300$ мм було встановлено лінзу радіусом $a_1 = 25$ мм. Фокусна відстань лінзи $f = 36.36$ мм була обрана для реалізації режиму гострого фокусування, за таких параметрів числова апертура лінзи $NA = \sin[\arctg(a_1/f)]$ становить 0.57. При чисельному моделюванні використовувалося випромінювання з довжиною хвилі $\lambda = 0.4326$ мм, яка відповідає спектральній лінії лазера з оптичним накачуванням на молекулі мурашиної кислоти [21]. Орбітальний індекс СФП n набував значень в інтервалі від 0 до 2.

На рис. 2 представлено поздовжні розподіли сумарної інтенсивності поля лазерних пучків, сформованих унаслідок збудження TM_{01} -, TM_{02} -, TM_{03} -модами при їх гострому фокусуванні. Розрахунки проводилися у фокальній області лінзи на відстанях $z_2 = 28 \dots 40$ мм. Аналіз рисунка показує, що просторовий розподіл поля пучків, збуджених цими модами, залежить як від топологічного заряду, так і від порядку моди. Аналіз розподілів виявив, що для всіх досліджуваних мод для $n = 0$ (за відсутності СФП) відбувається зростання осьової інтенсивності поля порівняно з початковими розподілами даних мод, при цьому максимуми поля залишаються зміщеними відносно осі. Однак для $n = 1$ максимуми інтенсивності поля локалізуються безпосередньо на осі. У випадку $n = 2$ на осі, навпаки, спостерігається нульове значення інтенсивності поля.

Для оцінки розмірів пучків у фокальній площині лінзи (де інтенсивність поля є максимальною) їх ефективні діаметри було розраховано за такою формулою:

$$d_s = 2 \sqrt{\frac{2 \int_0^{2\pi} \int_0^{a_1} \rho_2^2 I(\rho_2, \beta, z_2) \rho_2 d\rho_2 d\beta}{\int_0^{2\pi} \int_0^{a_1} I(\rho_2, \beta, z_2) \rho_2 d\rho_2 d\beta}}. \quad (6)$$

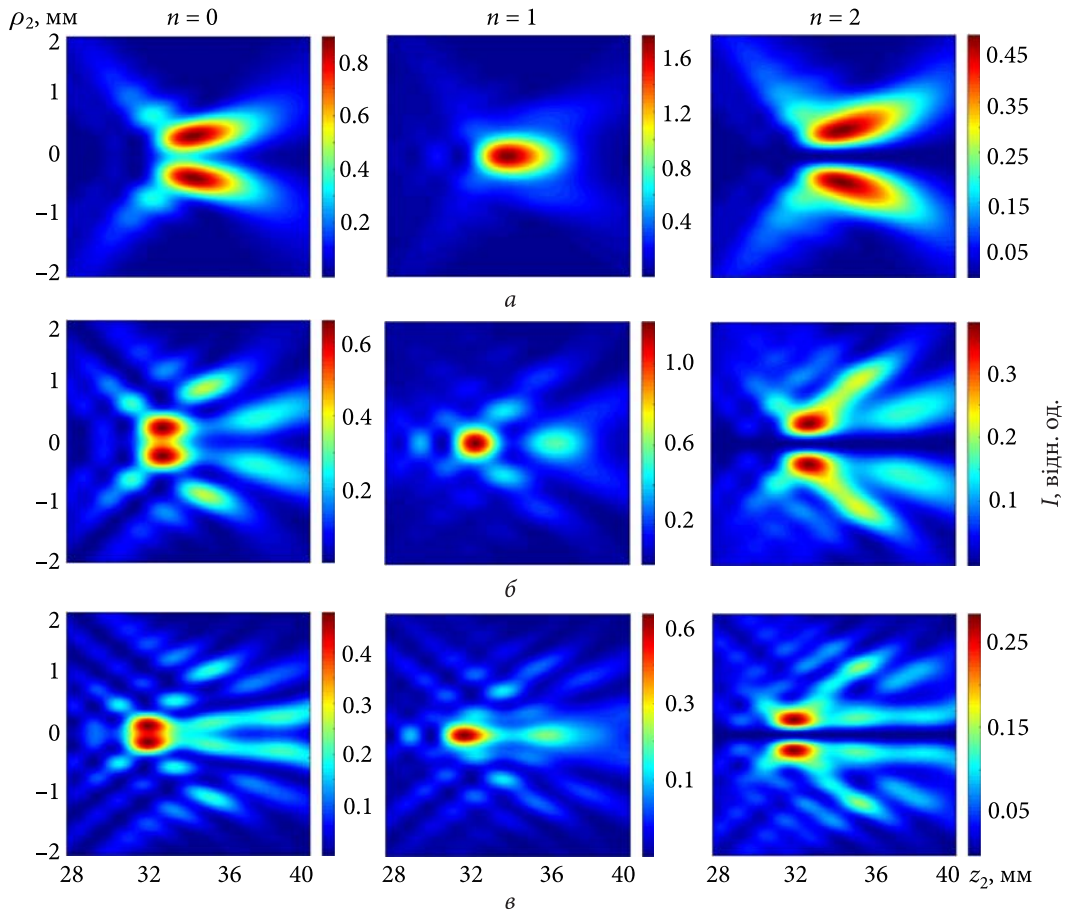


Рис. 2. Поздовжні розподіли сумарної інтенсивності поля вихрових лазерних пучків, збуджених модами TM_{01} (а), TM_{02} (б), TM_{03} (в)

Розраховані значення ефективного діаметра та координати z_2 площини, де інтенсивність поля

Параметри лазерних пучків, що сформовані модами TM_{0m} із різними топологічними зарядами СФП у фокусі лінзи

Мода	Топологічний заряд СФП n	Координата z_2 , мм	Інтенсивність поля I_{max} , відн. од.	Діаметр пучка d , мм
TM_{01}	0	34.25	0.90	1.81
	1	33.93	1.76	2.05
	2	34.35	0.49	2.43
TM_{02}	0	32.75	0.66	3.18
	1	32.46	1.21	3.42
	2	32.80	0.38	3.28
TM_{03}	0	32.03	0.48	4.65
	1	31.86	0.63	4.53
	2	32.00	0.28	4.86

досягає максимуму I_{max} , представлено в таблиці. Максимальні значення інтенсивності для кожної моди відповідають одиничному топологічному заряду. Области з максимальною інтенсивністю в цьому випадку для всіх проаналізованих пучків найбільше зміщуються від геометричного фокуса в бік лінзи, причому із підвищенням порядку моди це зміщення зменшується. Аналіз значень діаметра пучка d показує, що для моди TM_{01} збільшення топологічного заряду супроводжується поступовим розширенням пучка. Для моди TM_{02} при зміні топологічного заряду від $n=0$ до $n=1$ спостерігається незначне збільшення діаметра пучка, а при $n=2$ — його зменшення порівняно з випадком $n=1$. Для TM_{03} -моди, навпаки, при $n=1$ спостерігається зменшення діаметра пучка, а при $n=2$ — його збільшення до максимального значення.

Для дослідження відносної частки $\eta(z_2)$ компонент поля в енергетичному внеску лазерно-

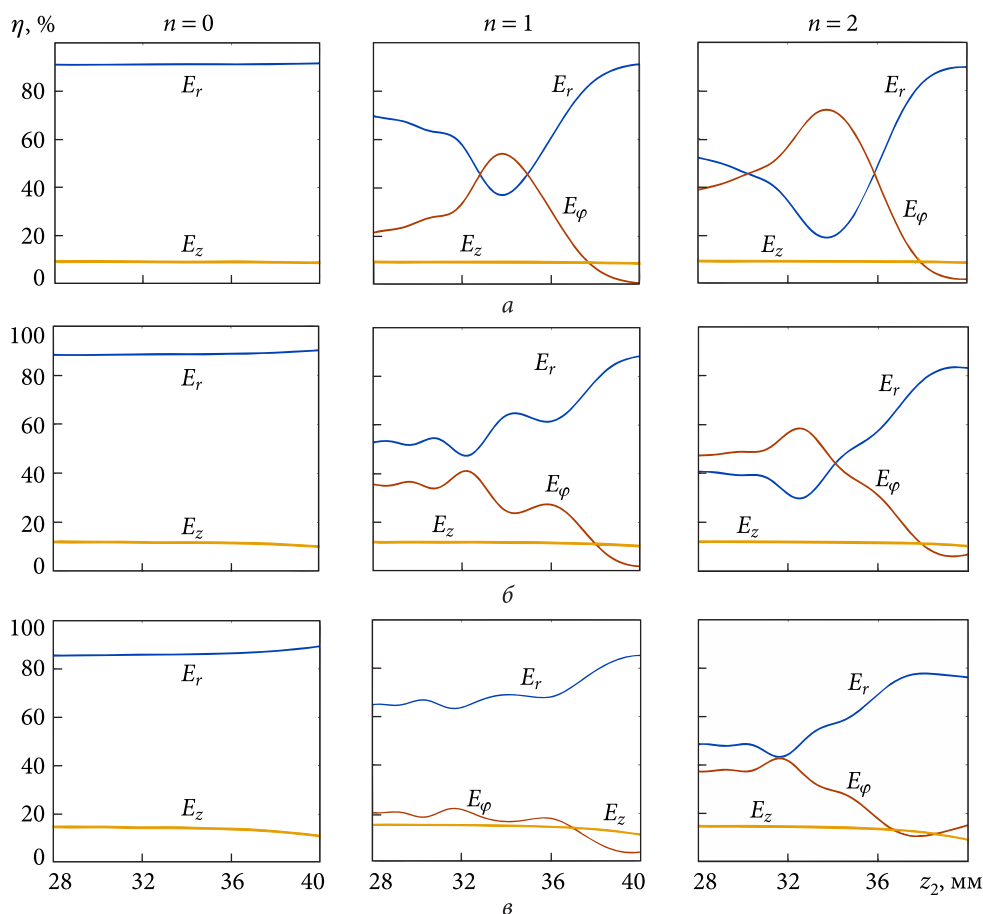


Рис. 3. Залежності відносного внеску η компонент поля вихрових лазерних пучків, збуджених модами TM_{01} (а), TM_{02} (б) та TM_{03} (в), у повну потужність випромінювання

го пучка у фокальній області лінзи на відстанях $z_2 = 28 \dots 40$ мм (за відсутності СФП та для топологічних зарядів $n = 1, 2$) були проведені розрахунки за відношенням [22]:

$$\eta(z_2) = \int_0^{2\pi} \int_0^{a_1} |E_{r,\varphi,z}(\rho_2, \beta, z_2)|^2 \rho_2 d\rho_2 d\beta \times \left(\int_0^{2\pi} \int_0^{a_1} [|E_r(\rho_2, \beta, z_2)|^2 + |E_\varphi(\rho_2, \beta, z_2)|^2 + |E_z(\rho_2, \beta, z_2)|^2] \rho_2 d\rho_2 d\beta \right)^{-1}. \quad (7)$$

Результати обчислення коефіцієнта η , який характеризує розподіл потужності між компонентами поля вихрових лазерних пучків мод TM_{0m} ($m = 1, 2, 3$) у фокальній зоні лінзи, зображено на рис. 3. Якщо СФП відсутня, внесок у сумарну інтенсивність поля роблять тільки радіальна (E_r) та поздовжня (E_z) компоненти. Внесок раді-

альної компоненти перевищує 85...90 % у всьому досліджуваному діапазоні z_2 .

При топологічному заряді $n = 1$ для моди TM_{01} в області $z_2 = 32 \dots 35$ мм відбувається перерозподіл енергії між радіальною та азимутальною компонентами. Внесок E_r -компоненти зменшується до 40 %, водночас внесок E_φ зростає до 50 %. При подальшому поширенні внесок E_r -компоненти починає збільшуватися до 90 %, а E_φ спадає майже до нуля. Внесок поздовжньої компоненти майже не змінюється на всьому інтервалі досліджуваних відстаней (10 %). Для TM_{02} -моди внесок радіальної компоненти зростає від 50 до 90 % на всьому досліджуваному інтервалі, тоді як внесок азимутальної компоненти зменшується від 40 % майже до нуля. Для TM_{03} -моди внесок радіальної компоненти незначно зростає (від 65 до 85 %) на всьому досліджуваному інтервалі, а внесок азимутальної компоненти зменшується від 20 до 5 %.

При топологічному заряді $n=2$ для моди TM_{01} в області $z_2 = 30...36$ мм відбувається перерозподіл енергії між радіальною та азимутальною компонентами. Внесок E_r -компоненти зменшується до 20 %, тоді як внесок E_φ зростає до 70 %. При подальшому поширенні внесок E_r -компоненти починає збільшуватися до 90 %, а E_φ спадає майже до нуля. Для TM_{02} -моди на інтервалі $z_2 = 33$ мм внесок E_r -компоненти зменшується до 30 %, тоді як внесок E_φ -компоненти збільшується. Після цього інтервалу внесок E_r починає стрімко зростати до 80 %. Для TM_{03} -моди на інтервалі $z_2 = 28...32$ мм внесок E_r -компоненти зменшується до 45 %, тоді як внесок E_φ -компоненти збільшується. Після цього інтервалу домінування E_r зберігається на рівні 75...80 %.

Також було проведено дослідження поперечних розподілів інтенсивності та фаз окремих компонент поля для TM_{01} -, TM_{02} - і TM_{03} -мод у зонах найбільшої концентрації поля, координати яких наведено в таблиці. Варто вказати, що для всіх розглянутих мод за топологічного заряду $n=0$ внесок азимутальної компоненти в потужність пучка відсутній, унаслідок чого її просторові розподіли інтенсивності та фази на відповідних рисунках не представлено.

На рис. 4 зображено поперечний просторовий розподіл інтенсивності та фази для кожної з компонент поля гостро сфокусованого лазерного пучка, збудженого модою TM_{01} , для $n=0, 1, 2$. За відсутності СФП розподіл інтенсивності радіальної компоненти має виражений кільцевий вигляд. Розподіл поздовжньої компоненти має максимум поля на осі, що пояснює відмінне від нуля значення інтенсивності на осі у разі аналізу сумарного розподілу поля. При $n=0$ фазові фронти обох компонент поля мають сферичну форму. За $n=1$ розподіл інтенсивності радіальної та азимутальної компонент поля має максимум у центрі, тоді як поздовжня компонента набуває кільцевого профілю. У випадку $n=1$ фазові фронти кожної з розглянутих компонент поля характеризуються однопелюстковою вихровою структурою. Для значення топологічного заряду $n=2$ розподіл поля для азимутальної компоненти набуває однокільцевого розподілу, а поздовжня та радіальна компоненти мають просторовий розподіл поля у вигляді трьох концентричних кілець. Просторова структура фази всіх трьох компо-

нент поля характеризується двопелюстковим вихровим розподілом. Представлені залежності свідчать, що зі зростанням топологічного заряду спостерігається формування більш складної просторової структури хвильового фронту, а також розширення області з максимальною інтенсивністю.

Для пучків, збуджених TM_{02} -модою, за відсутності СФП розподіл поля для радіальної компоненти поля має виражений двокільцевий вигляд, тоді як для поздовжньої компоненти характерна наявність осевого максимуму (рис. 5). Фазовий фронт обох компонент поля цієї моди має сферичну форму. Для топологічного заряду $n=1$ розподіл поля для радіальної компоненти змінює кільцеву структуру інтенсивності поля на максимум поблизу осі, розподіл інтенсивності поля азимутальної компоненти набуває вираженого максимуму в центральній області, а аналогічний розподіл поля поздовжньої компоненти формує багатокільцеву структуру. Фазові фронти поля для всіх досліджуваних компонент мають однопелюстковий вихровий вигляд. За умови $n=2$ поперечний профіль інтенсивності поля для поздовжньої і азимутальної компонент набуває кільцеву конфігурацію, спостерігається збільшення кількості пелюсток у розподілі фази відповідно до топологічного заряду.

Поперечний просторовий розподіл інтенсивності поля у випадку радіальної компоненти за умов відсутності СФП має виражений трикільцевий профіль (рис. 6). Аналогічний розподіл поля для поздовжньої компоненти набуває кільцевої форми з максимумом на осі. Для топологічного заряду $n=1$ розподіл інтенсивності поля для радіальної компоненти зберігає трикільцеву структуру з максимумом у центральній області. Розподіл поля для азимутальної компоненти має максимум у центрі зі слабо вираженими концентричними кільцями, а розподіл поля поздовжньої компоненти має багатокільцевий профіль з нульовою інтенсивністю на осі. Фазові фронти всіх компонент мають однопелюсткову вихрову конфігурацію. Для топологічного заряду $n=2$ розподіл поля для радіальної і поздовжньої компонент набуває чітко виражений багатокільцевий вигляд. При цьому розподіл поля для азимутальної компоненти має трикільцеву форму. Фазові фронти всіх компонент поля мають дво-

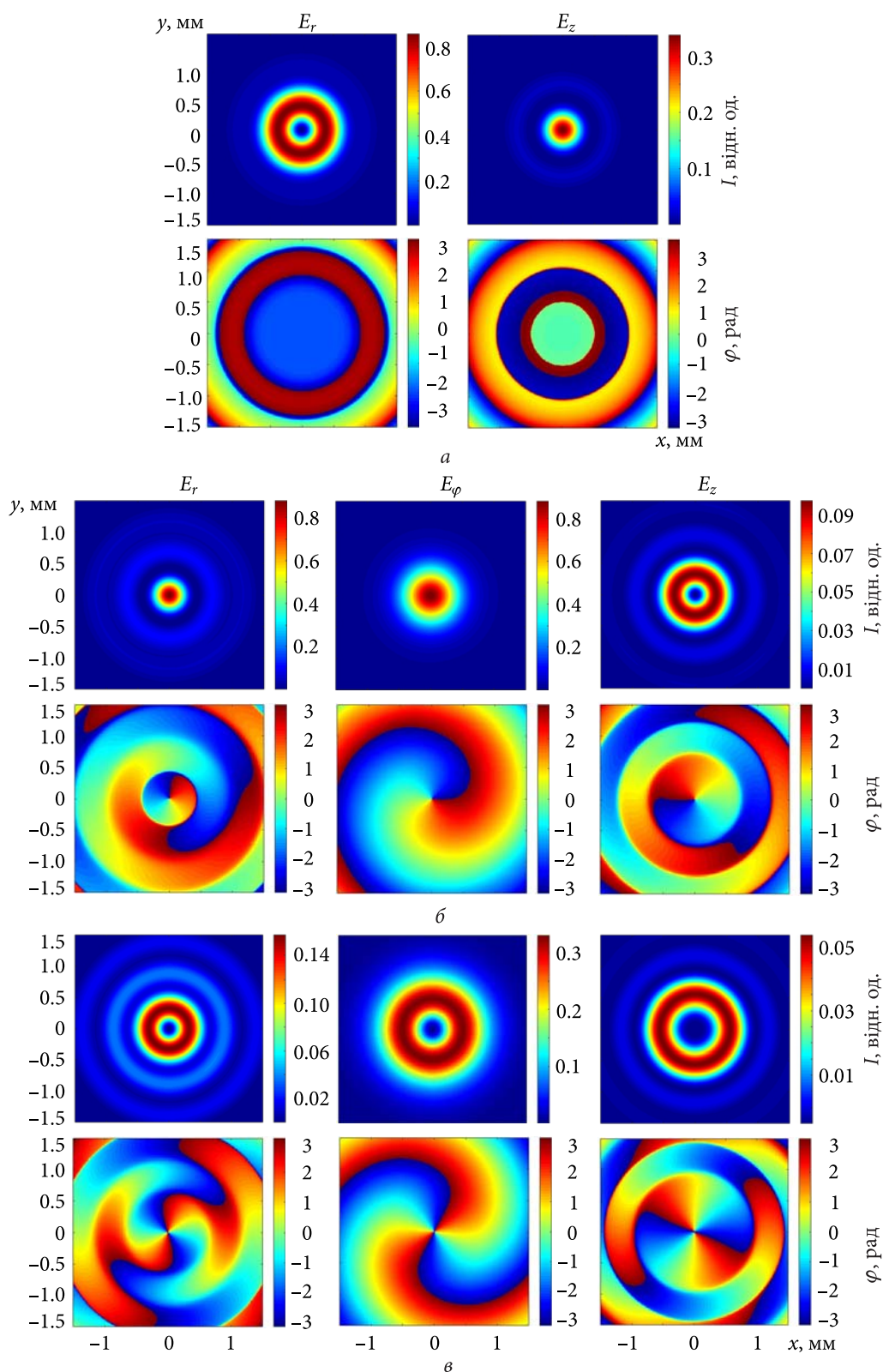


Рис. 4. Поперечні просторові розподіли інтенсивності та фази окремих компонент поля для пучка, збудженого ТМ₀₁-модю ($a - n = 0$, $б - n = 1$, $в - n = 2$)

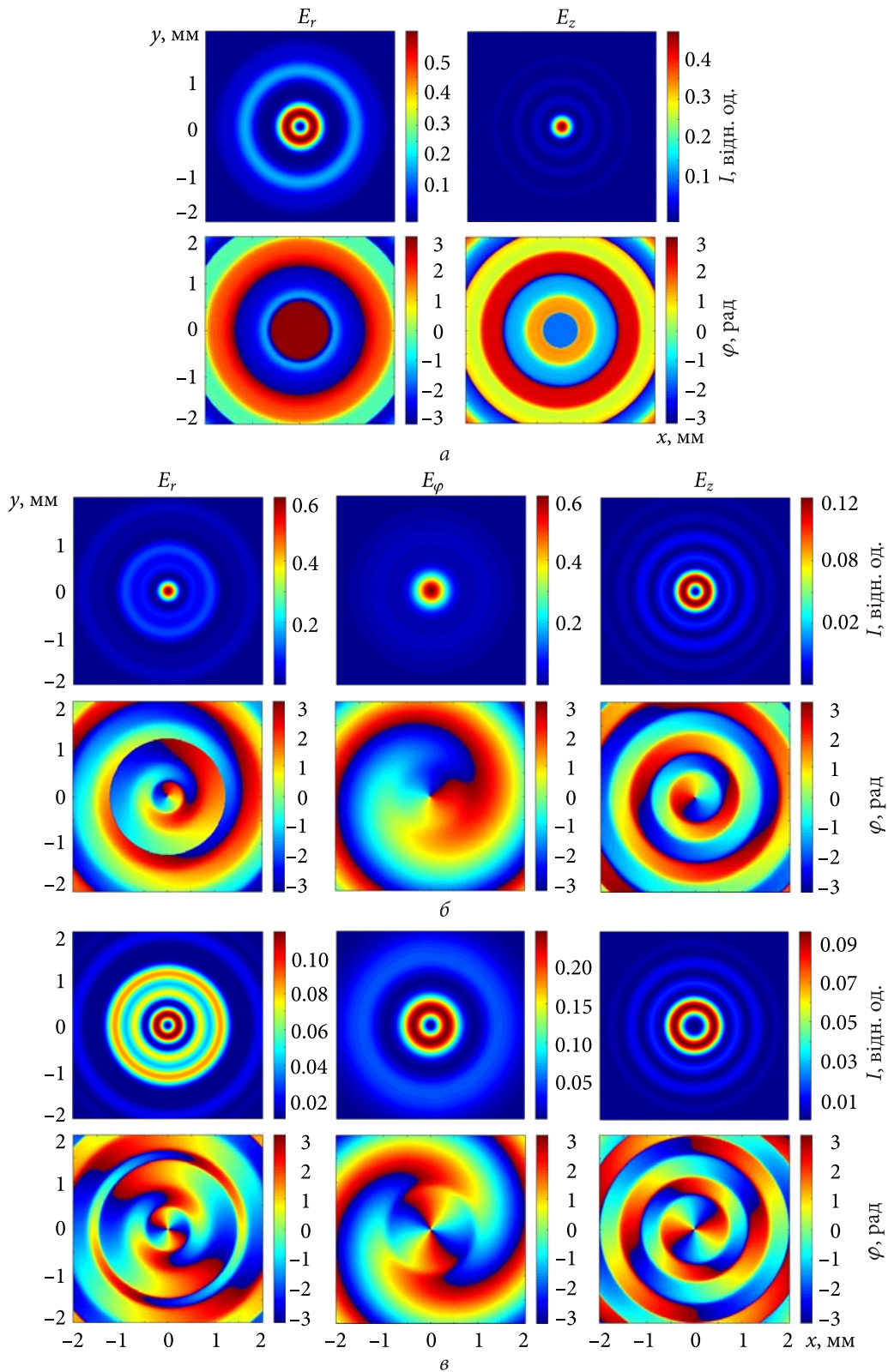


Рис. 5. Поперечні просторові розподіли інтенсивності та фази окремих компонент поля для пучка, збудженого TM_{02} -модю ($a - n = 0$, $b - n = 1$, $v - n = 2$)

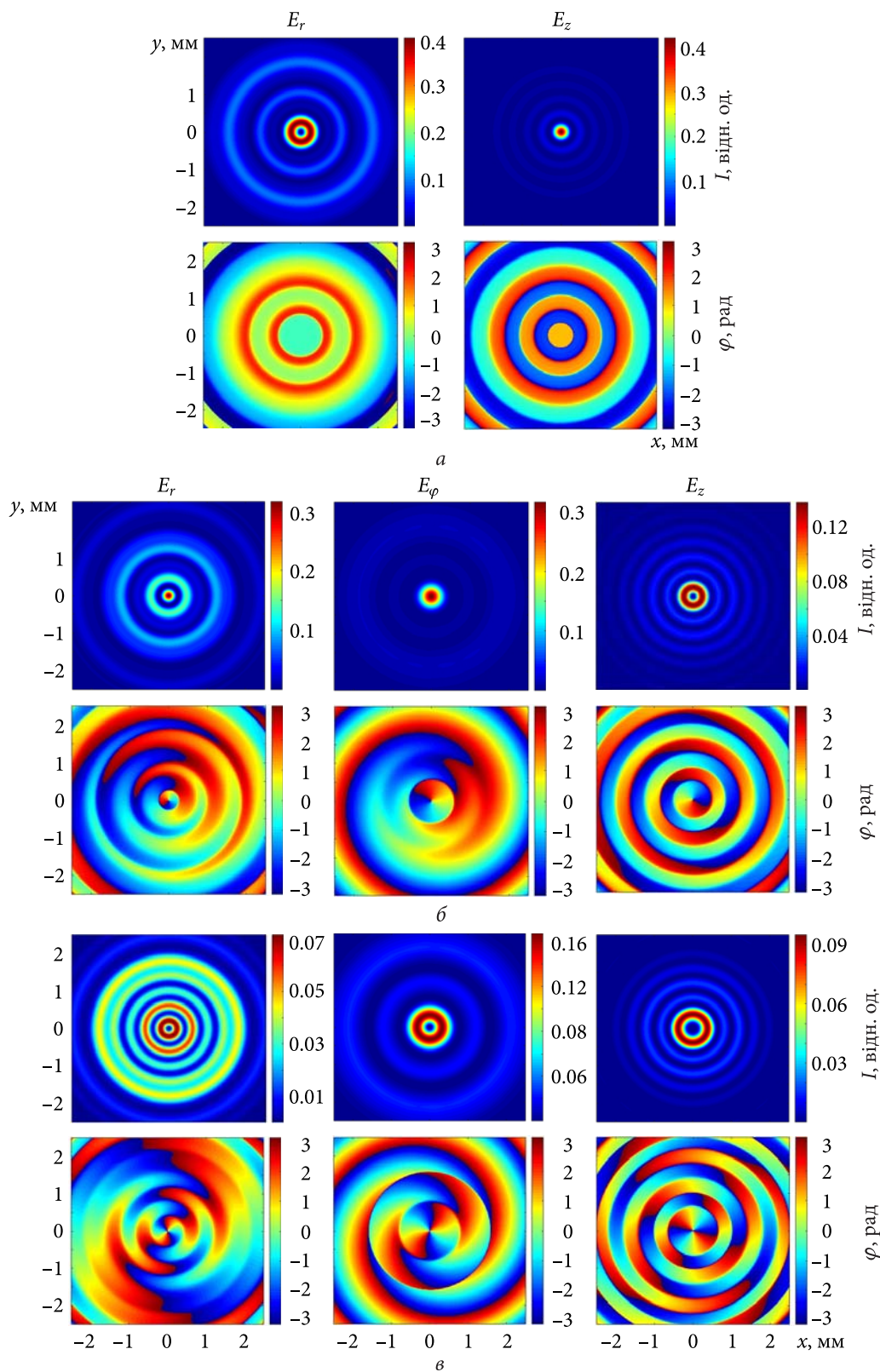


Рис. 6. Поперечні просторові розподіли інтенсивності та фази окремих компонент поля для пучка, збудженого ТМ₀₃-модю (*a* – $n = 0$, *б* – $n = 1$, *в* – $n = 2$)

пелюсткову вихрову структуру, що відповідає топологічному заряду $n = 2$.

Висновки

Виходячи з інтегрального співвідношення Релея–Зоммерфельда, отримано аналітичні вирази для компонент електричного поля радіально поляризованих пучків, збуджених TM_{01} -, TM_{02} -, TM_{03} -модами ТГц-лазера з хвилевідним діелектричним резонатором, після проходження СФП з різними значеннями топологічного заряду (n) у фокальній області лінзи. Досліджено фізичні особливості просторово-енергетичних характеристик цих пучків при їх гострому фокусуванні.

Для досліджуваних мод спостерігається зміна розподілу інтенсивності поля, яка залежить від порядку моди та топологічного заряду. За відсутності фазової пластинки спостерігається розподіл поля з відповідною кількістю кілець і з відмінною від нуля осью інтенсивності. У разі

застосування СФП з топологічним зарядом $n = 1$ поле концентрується в осевій області. Для заряду $n = 2$ знову спостерігаються кільцеві розподіли інтенсивності поля, однак, порівняно з випадком відсутності СФП, у центрі поля формується нульове значення інтенсивності.

Показано, що у разі застосування СФП з топологічним зарядом $n = 1$ фазовий фронт для всіх трьох компонент поля досліджуваних мод набуває однопелюсткової вихрової структури, а для $n = 2$ — двопелюсткової. Водночас зі збільшенням порядку моди структура фазового фронту суттєво ускладнюється.

Розраховано ефективні діаметри та координати площини, у яких інтенсивність поля досягає максимального значення. Визначено, що для кожної моди найбільші значення максимальної інтенсивності поля відповідають одиничному топологічному заряду, а площини максимуму інтенсивності найбільше зміщуються від геометричного фокуса в бік лінзи.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

- Pang X., Ozolins O., Jia S., Zhang L., Schatz R., Udalcovs A., Yu X. Bridging the terahertz gap: photonics-assisted free-space communications from the submillimeter-wave to the mid-infrared. *J. Light. Technol.* 2022. Vol. 40, Iss. 10. P. 3149–3162. DOI: 10.1109/JLT.2022.3153139
- Kida N., Miyamoto T., Okamoto H. Emission of terahertz electromagnetic waves: a new spectroscopic method to investigate physical properties of solids. *J. Phys. Soc. Jpn.* 2022. Vol. 91, Iss. 11. 112001. DOI: 10.7566/JPSJ.91.112001
- Li X., Li J., Li Y., Ozcan A., Jarrahi M. High-throughput terahertz imaging: progress and challenges. *Light: Sci. Appl.* 2023. Vol. 12. 233. DOI: 10.1038/s41377-023-01278-0
- Cheng A., Wu S., Liu X., Lu H. Enhancing concealed object detection in active THz security images with adaptation-YOLO. *Sci. Rep.* 2025. Vol. 15, Iss. 1. 2735. DOI: 10.1038/s41598-024-81054-1
- Son J.-H., Oh S.J., Cheon H. Potential clinical applications of terahertz radiation. *J. Appl. Phys.* 2019. Vol. 125. 190901.
- Choi W.J., Armstrong M.R., Yoo J.H., Lee T. Toward high-power terahertz radiation sources based on ultrafast lasers. *J. Mater. Chem. C.* 2024. Vol. 12. P. 9002–9011. DOI: 10.1039/D4TC01502A
- Costa L.F.L., Moraes J.C.S., Cruz F.C., Viscovini R.C., Pereira D. CH₃OH optically pumped by a ¹³CO₂ laser: new laser lines and assignments. *Appl. Phys. B.* 2007. Vol. 86. P. 703–706. DOI: 10.1007/s00340-006-2496-3
- Jackson M., Zink L.R. Characterizing far-infrared laser emissions and the measurement of their frequencies. *J. Vis. Exp.* 2015. Iss. 106. 53399. DOI: 10.3791/53399
- Lees R.M., Jackson M., Moruzzi G., Predoi-Cross A., Billinghurst B.E. Assignment of far-infrared laser lines of O-17 methanol by synchrotron FTIR spectroscopy and laser frequency measurements. *J. Mol. Spectrosc.* 2015. Vol. 315. P. 80–82. DOI: 10.1016/j.jms.2015.03.001
- Juppet L., Khabbaz A., Lampin J.F., Pirali O. Terahertz molecular water laser using quantum cascade laser pumping. *J. Appl. Phys.* 2023. Vol. 134. 243101. DOI: 10.1063/5.0177191
- Das B.K., Granados C., Ciappina M.F. Optical vortices: revolutionizing the field of linear and nonlinear optics. *Adv. Phys. X.* 2025. Vol. 11, Iss. 1. 2608076. DOI: 10.1080/23746149.2025.2608076
- Wang H., Song Q., Cai Y., Lin Q., Lu X., Shangguan H., Ai Y., Xu S. Recent advances in generation of terahertz vortex beams and their applications. *Chin. Phys. B.* 2020. Vol. 29, Iss. 9. 097404. DOI: 10.1088/1674-1056/aba2df
- Nguyen Thi L.L., Tsai K.-F., Chu S.-C. Generating optical vortex array laser beams of superimposing Hermite–Gaussian beams with a dual-phase modulation digital laser system. *Photonics.* 2024. Vol. 11. 563. DOI: 10.3390/photonics11060563
- Jankowski T., Bennis N., Morawiak P., Zografopoulos D.C., Pakuta A., Filipiak M., Stawikowski M., López-Higuera J.M., Algorri J.F. Optical vortices by an adaptive spiral phase plate. *Opt. Laser Technol.* 2024. Vol. 176. 111029. DOI: 10.1016/j.optlastec.2024.111029

15. Degtyarev A.V., Dubinin M.M., Maslov V.A., Muntean K.I., Svistunov O.O. Spatial dynamics of a radially polarized terahertz laser beam with a phase singularity. *East Eur. J. Phys.* 2025. Iss. 3. P. 93–102. DOI: 10.26565/2312-4334-2025-3-09
16. Дегтярьов А.В., Дубінін М.М., Маслов В.О., Мунтян К.І., Свистунов О.О. Поширення терагерцових вихрових лазерних пучків у вільному просторі. *Радиофізика і радіоастрономія*. 2024. Т. 29, № 2. С. 127–136. DOI: 10.15407/rpra29.02.127
17. Cai M.-Q., Wang Q., Li Y.-N., Tu C.-H. Propagation and focusing properties of vortex beams based on light ray tracing. *Front. Phys.* 2022. Vol. 10. 931131. DOI: 10.3389/fphy.2022.931131
18. Degtyarev A.V., Dubinin M.M., Gurin O.V., Maslov V.A., Muntean K.I., Ryabyh V.N., Senyuta V.S. Control of tightly focused laser beams in the THz range. *Microw. Opt. Technol. Lett.* 2021. Vol. 63, Iss. 11. P. 2888–2892. DOI: 10.1002/mop.32946
19. Cui X., Wang C., Jia X. Nonparaxial propagation of vector vortex beams diffracted by a circular aperture. *J. Opt. Soc. Am. A.* 2019. Vol. 36, Iss. 1. P. 115–123. DOI: 10.1364/JOSAA.36.000115
20. Nye J.F., Berry M.V. Dislocations in wave trains. *Proc. R. Soc. Lond. A: Math. Phys. Sci.* 1974. Vol. 336, Iss. 1605. P. 165–190. DOI: 10.1098/rspa.1974.0012
21. Gurin O.V., Degtyarev A.V., Dubinin N.N., Legenkiy M.N., Maslov V.A., Muntean K.I., Ryabikh V.N., Senyuta V.S. Formation of beams with nonuniform polarisation of radiation in a cw waveguide terahertz laser. *Quantum Electron.* 2021. Vol. 51, Iss. 4. P. 338–342. DOI: 10.1070/QEL17511
22. Hansen R.C. ed. *Microwave scanning antennas*. Vol. I: Apertures. New York, USA: Academic Press, Inc., 1964. 442 p.

Стаття надійшла 06.05.2026

REFERENCES

1. Pang, X., Ozolins, O., Jia, S., Zhang, L., Schatz, R., Udalcovs, A., and Yu, X., 2022. Bridging the terahertz gap: photonics-assisted free-space communications from the submillimeter-wave to the mid-infrared. *J. Light. Technol.*, **40**(10), pp. 3149–3162. DOI: 10.1109/JLT.2022.3153139
2. Kida, N., Miyamoto, T., and Okamoto, H., 2022. Emission of terahertz electromagnetic waves: a new spectroscopic method to investigate physical properties of solids. *J. Phys. Soc. Jpn.*, **91**(11), 112001. DOI: 10.7566/JPSJ.91.112001
3. Li, X., Li, J., Li, Y., Ozcan, A., and Jarrahi, M., 2023. High-throughput terahertz imaging: progress and challenges. *Light: Sci. Appl.*, **12**, 233. DOI: 10.1038/s41377-023-01278-0
4. Cheng, A., Wu, S., Liu, X., and Lu, H., 2025. Enhancing concealed object detection in active THz security images with adaptation-YOLO. *Sci. Rep.*, **15**(1), 2735. DOI: 10.1038/s41598-024-81054-1
5. Son, J.-H., Oh, S.J., and Cheon, H., 2019. Potential clinical applications of terahertz radiation. *J. Appl. Phys.*, **125**, 190901.
6. Choi, W.J., Armstrong, M.R., Yoo, J.H., and Lee, T., 2024. Toward high-power terahertz radiation sources based on ultrafast lasers. *J. Mater. Chem. C*, **12**, pp. 9002–9011. DOI: 10.1039/D4TC01502A
7. Costa, L.F.L., Moraes, J.C.S., Cruz, F.C., Viscovini, R.C., and Pereira, D., 2007. CH₃OH optically pumped by a ¹³CO₂ laser: new laser lines and assignments. *Appl. Phys. B*, **86**, pp. 703–706. DOI: 10.1007/s00340-006-2496-3
8. Jackson, M., and Zink, L.R., 2015. Characterizing far-infrared laser emissions and the measurement of their frequencies. *J. Vis. Exp.*, **106**, 53399. DOI: 10.3791/53399
9. Lees, R.M., Jackson, M., Moruzzi, G., Predoi-Cross, A., and Billingham, B.E., 2015. Assignment of far-infrared laser lines of O-17 methanol by synchrotron FTIR spectroscopy and laser frequency measurements. *J. Mol. Spectrosc.*, **315**, pp. 80–82. DOI: 10.1016/j.jms.2015.03.001
10. Juppet, L., Khabbaz, A., Lampin, J.F., and Piri, O., 2023. Terahertz molecular water laser using quantum cascade laser pumping. *J. Appl. Phys.*, **134**, 243101. DOI: 10.1063/5.0177191
11. Das, B.K., Granados, C., and Ciappina, M.F., 2025. Optical vortices: revolutionizing the field of linear and nonlinear optics. *Adv. Phys. X*, **11**(1), 2608076. DOI: 10.1080/23746149.2025.2608076
12. Wang, H., Song, Q., Cai, Y., Lin, Q., Lu, X., Shangguan, H., Ai, Y., and Xu, S., 2020. Recent advances in generation of terahertz vortex beams and their applications. *Chin. Phys. B*, **29**(9), 097404. DOI: 10.1088/1674-1056/aba2df
13. Nguyen Thi, L.L., Tsai, K.-F., and Chu, S.-C., 2024. Generating optical vortex array laser beams of superimposing Hermite-Gaussian beams with a dual-phase modulation digital laser system. *Photonics*, **11**, 563. DOI: 10.3390/photonics11060563
14. Jankowski, T., Bennis, N., Morawiak, P., Zografopoulos, D.C., Pakuta, A., Filipiak, M., Stawikowski, M., López-Higuera, J.M., and Algorri, J.F., 2024. Optical vortices by an adaptive spiral phase plate. *Opt. Laser*. **176**, 111029. DOI: 10.1016/j.optlastec.2024.111029
15. Degtyarev, A.V., Dubinin, M.M., Maslov, V.A., Muntean, K.I., and Svistunov, O.O., 2025. Spatial dynamics of a radially polarized terahertz laser beam with a phase singularity. *East Eur. J. Phys.*, **3**, pp. 93–102. DOI: 10.26565/2312-4334-2025-3-09
16. Degtyarev, A.V., Dubinin, M.M., Maslov, V.A., Muntean, K.I., and Svistunov, O.O., 2024. Free-space propagation of terahertz laser vortex beams. *Radio Phys. Radio Astron.*, **29**(2), pp. 127–136. DOI: 10.15407/rpra29.02.127
17. Cai, M.-Q., Wang, Q., Li, Y.-N., and Tu, C.-H., 2022. Propagation and focusing properties of vortex beams based on light ray tracing. *Front. Phys.*, **10**, 931131. DOI: 10.3389/fphy.2022.931131

18. Degtyarev, A.V., Dubinin, M.M., Gurin, O.V., Maslov, V.A., Muntean, K.I., Ryabyh, V.N., and Senyuta, V.S., 2021. Control of tightly focused laser beams in the THz range. *Microw. Opt. Technol. Lett.*, **63**(11), pp. 2888–2892. DOI: 10.1002/mop.32946
19. Cui, X., Wang, C., and Jia, X., 2019. Nonparaxial propagation of vector vortex beams diffracted by a circular aperture. *J. Opt. Soc. Am. A*, **36**(1), pp. 115–123. DOI: 10.1364/JOSAA.36.000115
20. Nye, J.F., and Berry, M.V., 1974. Dislocations in wave trains. *Proc. R. Soc. Lond. A: Math. Phys. Sci.*, **336**(1605), pp. 165–190. DOI: 10.1098/rspa.1974.0012
21. Gurin, O.V., Degtyarev, A.V., Dubinin, N.N., Legenkiy, M.N., Maslov, V.A., Muntean, K.I., Ryabykh, V.N., and Senyuta, V.S., 2021. Formation of beams with nonuniform polarisation of radiation in a cw waveguide terahertz laser. *Quantum Electron.*, **51**(4), pp. 338–342. DOI: 10.1070/QEL17511
22. Hansen, R.C., ed., 1964. *Microwave scanning antennas*. Vol. I: Apertures. New York, USA: Academic Press, Inc.

Received 06.05.2026

A.V. Degtyarev, M.M. Dubinin, V.A. Maslov, Y.S. Pronin
V.N. Karazin Kharkiv National University
4, Svobody Sq., Kharkiv, 61022, Ukraine

SPATIAL DYNAMICS OF THE RADially
POLARIZED VORTEX BEAMS OF TERAHERTZ-RANGE
RADIATION SUBJECTED TO TIGHT FOCUSING

Subject and Purpose. The paper concerns the effect of tight focusing of the terahertz-range vortex laser beams, formed by radially polarized TM_{0m} modes of a dielectric waveguide-based resonator, that results from beam's passage through a spiral phase changing plate. The work is aimed at obtaining analytical expressions to describe the field structure and determine the effect exerted by the topological charge of the plate, as well as order of the participating mode, upon the spatial-energy characteristics of the radiation within the lense's focal region.

Methods and Methodology. The propagation and focusing of the radiation are described within the framework of the Rayleigh-Sommerfeld vector theory, making use of a nonparaxial approximation. The mode structure of the resonant cavity is determined by the TM_{01} , TM_{02} and TM_{03} modes of a hollow circular dielectric waveguide. The action of the spiral phase changing plate is taken into account in terms of a complex-valued transfer function using topological charge numbers $n=0, 1, 2$.

Results. Analytical expressions have been obtained for components of the electric field of the laser beams as excited by the radially polarized TM_{0m} modes passing through the spiral phase changing plate during their tight focusing. As has been found, in the absence of a phase-changing plate in the focal region of the lens, an annular field structure with a non-zero axial field's intensity is preserved for all the modes involved. When using a phase plate with a topological charge $n=1$ the field intensity maxima are localized near the axis, while in the case of $n=2$ an annular field distribution with a zero intensity at the axis is restored. The highest magnitudes of the maximum field intensity for the modes TM_{01} , TM_{02} and TM_{03} correspond to the topological charge $n=1$. In the case of a phase-changing plate with $n=1$, the phase fronts of all the three field components of the modes under study acquire a single-lobe vortex structure, while with $n=2$ — a two-lobe structure.

Conclusions. Making use of a TM_{0m} mode of a certain established order, along with a spiral phase-changing plate with a selected topological charge makes it possible to control the field structure of the terahertz vortex beams involved, as well as their phase fronts, axial intensities, effective diameters and field component composition during their tight focusing in the focal region of the lens.

Keywords: terahertz laser, vortex beam, spiral phase plate, topological charge, radial polarization, TM_{0m} modes, dielectric waveguide-based resonator, tight focusing.