

DOI: <https://doi.org/10.15407/rpra31.03.154>
УДК 537.8

М.Є. Каліберда^{1,2}, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8169-4360>

С.О. Погарський^{1,2}, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0833-1421>

¹ Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
(ROR: <https://ror.org/03ftejk10>), Харків, Україна

² Радіоастрономічний інститут НАН України
(ROR: <https://ror.org/020bzqr95>), Харків, Україна
E-mail: KaliberdaME@gmail.com; SPogarsky@gmail.com

ОДНОВИМІРНИЙ МАГНІТОФОТОННИЙ КРИСТАЛ ІЗ ГРАФЕНОВИМИ ВКЛЮЧЕННЯМИ В ПОПЕРЕЧНОМУ СТАТИЧНОМУ МАГНІТНОМУ ПОЛІ

Предмет і мета роботи. Досліджено одновимірний магнітофотонний кристал із графеновими включеннями в терагерцовому діапазоні частот. Періодична структура складається з гіротропного магнітоактивного шару, графенової площини на діелектричній підкладці та діелектричного проширку. Метою роботи є аналіз невзаємного поширення електромагнітних хвиль, впливу хімічного потенціалу графену на електродинамічні характеристики структури, а також дослідження локалізації електромагнітного поля в дефектному шарі.

Методи та методологія. Аналіз виконано в межах теорії електромагнітних хвиль у шаруватих періодичних середовищах. Гіротропний матеріал описувався тензором діелектричної проникності з ненульовими позадіагональними елементами. Для аналізу використано операторний метод, що базується на послідовному застосуванні коефіцієнтів проходження та відбиття на межах розділу шарів. Розглянуто як скінченні структури з дефектним шаром, так і напівнескінченні періодичні системи. Проведено числовий аналіз залежностей електродинамічних характеристик від кута падіння хвилі, хімічного потенціалу графену та параметрів дефектного шару.

Результати. Показано, що наявність позадіагональних елементів тензора діелектричної проникності забезпечує невзаємність коефіцієнтів проходження для хвиль, що падають із протилежних напрямків. Визначено, що зміна хімічного потенціалу графену дозволяє ефективно керувати положенням зон пропускання і запирання на частотній осі. Для структури з дефектним шаром виявлено формування надвужького резонансу в межах забороненої зони. Показано, що на резонансній частоті відбуваються локалізація та значне підсилення електромагнітного поля в дефектному шарі. Визначено, що невзаємність проявляється в різній амплітуді поля для протилежних напрямків поширення хвилі.

Висновки. Поєднання гіротропних матеріалів і графенових включень дозволяє реалізувати подвійний механізм керування спектральними характеристиками магнітофотонного кристала за рахунок зовнішнього магнітного поля та зміни хімічного потенціалу графену. Дефектні моди забезпечують локалізацію поля та формування надвужьких резонансів, перспективних для створення терагерцових фільтрів, сенсорів і невзаємних пристроїв.

Ключові слова: фотонний кристал, гіротропний матеріал, графен, невзаємне поширення, операторний метод.

Ц и т у в а н н я: Каліберда М.Є., Погарський С.О. Одновимірний магнітофотонний кристал із графеновими включеннями в поперечному статичному магнітному полі. *Радіофізика і радіоастрономія*. 2026. Т. 31. № 3. С. 154—165. <https://doi.org/10.15407/rpra31.03.154>

© Видавець ВД «Академперіодика» НАН України, 2026

 Це стаття відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.uk>)

Вступ

Останні роки ознаменувалися високим інтересом до технологій для терагерцового (ТГц) діапазону частот, що вимагає створення нових пристроїв для керування електромагнітними полями. Однією з перспективних структур для вирішення цієї задачі є одновимірний магнітофотонний кристал (МФК). Ця періодична система шарів, що включає магнітоактивні компоненти, дозволяє ефективно керувати поширенням електромагнітних хвиль за допомогою зовнішнього статичного магнітного поля. МФК становлять значний інтерес для застосувань у лазерах низької розмірності (як ротатори Фарадея), оптичних фільтрах, сенсорах та інше [1–6]. Використання магнітооптичних метаматеріалів для створення дефектного шару всередині фотонного кристала значно підсилює магнітооптичний ефект. Це дає змогу створювати високо-ефективні оптичні ізолятори, долаючи проблему початково слабкої активності природних магнітооптичних матеріалів [7, 8].

Для додаткової керованості пропонується включення шарів графену. Можливість динамічної зміни фізичних властивостей цього матеріалу є ключовою перевагою для ТГц-пристроїв [9, 10]. Нещодавня інтеграція графену в архітектуру фотонних кристалів відкрила нові перспективи для реалізації взаємодії світла з матерією [11].

Графен має товщину всього один атом, що дозволяє розглядати його як нескінченно тонку провідну площину. Провідність графену залежить від частоти f , хімічного потенціалу μ_c , часу релаксації електронів τ і температури T . Керування електродинамічними властивостями графену здійснюється за рахунок зміни хімічного потенціалу μ_c під дією зовнішнього електростатичного або магнітостатичного поля. Причому, якщо прикладати статичне магнітне поле паралельно до шарів графену (а не перпендикулярно), то провідність є скалярною функцією, $\sigma = \sigma(f, \mu_c, \tau, T)$, а не тензором [12, 13]. Компенсацію втрат у графені можна проводити за рахунок оптичного накачування [14].

Як відомо, у періодичних структурах, якими є й фотонні кристали, виникають зони пропускання і запирання [15]. За рахунок зміни хімічного потенціалу графену є можливим керувати їхнім положенням на частотній осі [16]. За наявності де-

фектного шару в системі в зоні запирання може виникати резонанс, який характеризується появою надвузької зони пропускання [17, 18]. У цій зоні може спостерігатись дуже важливий ефект значного зростання інтенсивності поля в дефектному шарі. Анізотропія магнітоактивного шару порушує симетрію системи. У нашій роботі він розглядається як гіротропний матеріал — середовище, діелектричні властивості якого під дією зовнішнього магнітного поля стають анізотропними та описуються тензором діелектричної проникності з ненульовими позадіагональними елементами. Ця особливість призводить до не-взаємності — різниці в пропусканні для прямої і зворотної хвилі. Це відкриває можливості для створення невзаємних пристроїв. Хоча зростання невзаємності в цьому випадку супроводжується і зростанням втрат. У терагерцовому діапазоні частот для гіротропних середовищ, таких як магнітоактивна плазма або напівпровідники, магнітооптичні ефекти та невзаємність описуються через зміну тензора діелектричної проникності під дією зовнішнього статичного магнітного поля. Відносна магнітна проникність при цьому вважається рівною одиниці.

На відміну від відомих робіт [17, 18], де керування електромагнітними властивостями здійснюється виключно зміною зовнішнього магнітного поля, у цій статті запропоновано подвійний механізм завдяки додатковому використанню статичного електричного поля. Технічна реалізація суто магнітного керування вимагає використання громіздких систем, наприклад, електромагнітів або соленоїдів, що значно ускладнює юстування установки та може фізично перекривати шлях електромагнітній хвилі. Натомість зміна хімічного потенціалу графену реалізується набагато простіше шляхом прикладання напруги зміщення через електричні контакти. Це не вносить геометричних спотворень у тракт і забезпечує високу плавність і швидкість налаштувань. Таким чином за рахунок статичного магнітного поля можна виконати активацію невзаємних ефектів, а за рахунок налаштування хімічного потенціалу графену — здійснювати керування частотним положенням резонансу, зумовленого наявністю дефектного шару.

У цій роботі розглядається одновимірний фотонний кристал, який складається з періодичної

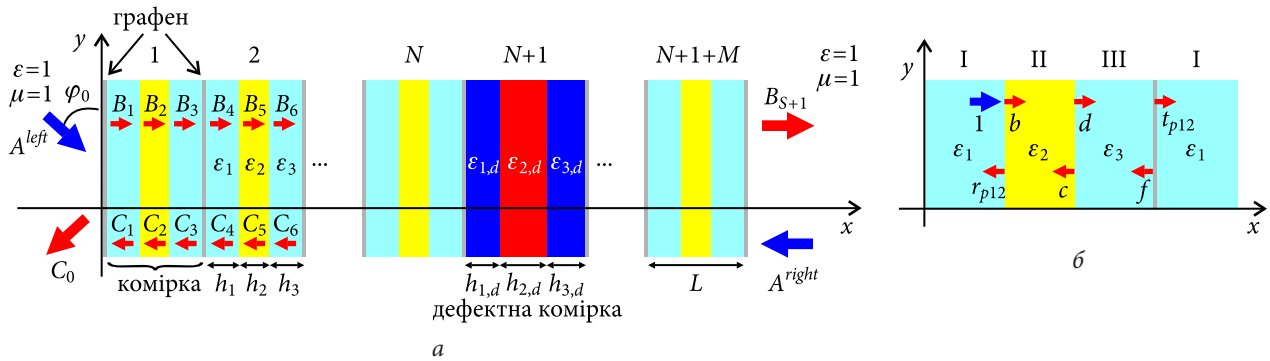


Рис. 1. Геометрія структури. Одновимірний магнітофотонний кристал (а), поодинокі комірки (б)

системи поодинокі комірки, у кожній з яких розташовано магнітоактивний шар і шар графену на діелектричній підкладці. При взаємодії шару графену з активною речовиною можливі локальні ефекти, такі як, наприклад, прояви анізотропії або нелінійності. Розташування графену на діелектричній підкладці запобігає локальним збудженням на межі з магнітоактивним шаром, який може бути плазмою, твердим тілом або композитним матеріалом. Наведене дослідження передбачає аналіз як скінченних, так і напівнескінченних структур, а також розгляд ідеальних і реальних сценаріїв з урахуванням втрат у всіх компонентах системи.

Аналіз запропонованих структур можна проводити класичними методами, серед яких одним із часто використовуваних є метод матриць передачі. Проте цей метод не дає змогу напряму знайти поле всередині структури. Тут ми будемо застосовувати підхід, що також використовує матриці (коефіцієнти) проходження та відбиття від поодинокі неоднорідності для визначення властивостей усієї структури в цілому [16, 17].

1. Постановка задачі

Розглянемо одновимірний магнітофотонний кристал, який складається з періодичної системи поодинокі комірок. Кожна комірка, в свою чергу, має три шари. Шар I — це графенова площина, розташована на діелектричній підкладці товщиною h_1 з відносною діелектричною проникністю ϵ_1 . Гіротропний шар II має товщину h_2 і відносну діелектричну проникність ϵ_2 . Шар III є діелектричним прошарком товщиною h_3 і з діелектричною проникністю ϵ_3 , що відокремлює графенову площину від гіротропного матеріалу. Розмісти-

мо систему координат таким чином, щоб границі шарів були паралельні площині yOz . Тоді вісь Ox — повздовжня вісь структури. Перший шар розташовано в площині $x = 0$, а всі інші шари розташовано при $x > 0$. Будемо припускати, що статичне магнітне поле направлено паралельно осі Oz . Геометрію структури в цілому та поодинокі комірки подано на рис. 1. Залежність полів від часу приймається у вигляді $\exp(-i\omega t)$, де ω — кругова частота.

В інфрачервоному діапазоні відносна діелектрична проникність гіротропних матеріалів є тензором, водночас відносна магнітна проникність є скаляром [20, 21]. Тоді

$$\vec{\epsilon}_2 = \begin{pmatrix} \epsilon_{r2} & -i\epsilon_{a2} & 0 \\ i\epsilon_{a2} & \epsilon_{r2} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{||2} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Взагалі кажучи, компоненти тензора (1) залежать від частоти. У роботі відносна магнітна проникність всіх шарів дорівнює $\mu = 1$.

У загальному випадку структура має дефектну комірку з номером $N+1$. Всього комірок у структурі у випадку наявності дефекту $N+M+1$.

Нехай на структуру з області $x \geq 0$ падає H -поляризована (p -хвиля), яка має єдину відмінну від нуля компоненту магнітного поля H_z :

$$H_z = A \exp(ik\xi_0 y \pm ik\gamma(\xi_0)x), \quad (2)$$

де A — амплітуда; $\xi_0 = \cos \varphi_0$, φ_0 — кут падіння до осі Oy ; $k = 2\pi/\lambda$ — хвильове число; $\gamma(\xi_0) = \sqrt{1 - \xi_0^2}$, $\text{Re } \gamma \geq 0$, $\text{Im } \gamma \geq 0$. Кут падіння до осі Ox дорівнює $\theta_0 = \pi/2 - \varphi_0$.

Повне поле — це сума падаючого (2) і розсіяного полів. Шукається розв'язок граничної

задачі для рівняння

$$\Delta H_z + k^2 \varepsilon_{\perp j} H_z = 0, \quad (3)$$

де для всіх шарів, окрім гіротропного ($j = 1, 3$), маємо $\varepsilon_{\perp j} = \varepsilon_j$. Для гіротропного шару ($j = 2$) величина $\varepsilon_{\perp 2}$ визначається співвідношенням $\varepsilon_{\perp 2} = \varepsilon_{r2}(1 - \varepsilon_{a2}^2 / \varepsilon_{r2}^2)$. Поля повинні задовольняти граничним умовам на графеновій площині

$$E_y^+ = E_y^-, \quad E_y^{\pm} = -\frac{1}{\sigma}(H_z^+ - H_z^-), \quad (4)$$

умовам неперервності дотичних компонент поля на границі розділу середовищ

$$E_y^+ = E_y^-, \quad H_y^+ = H_y^-, \quad (5)$$

і умові випромінювання на нескінченності.

Зв'язок між компонентами електричного та магнітного поля для гіротропного шару випливає з рівнянь Максвелла:

$$E_x = \frac{\varepsilon_{a2} \frac{\partial H_z}{\partial x} + i \varepsilon_{r2} \frac{\partial H_z}{\partial y}}{\omega \varepsilon_0 (\varepsilon_{r2}^2 - \varepsilon_{a2}^2)}, \quad (6)$$

$$E_y = \frac{-i \varepsilon_{r2} \frac{\partial H_z}{\partial x} + \varepsilon_{a2} \frac{\partial H_z}{\partial y}}{\omega \varepsilon_0 (\varepsilon_{r2}^2 - \varepsilon_{a2}^2)}.$$

Відбите поле, поле, що пройшло, і поле в шарах будемо подавати як плоскі хвилі, які задовольняють рівнянню (3).

2. Рівняння для скінченної та напівнескінченної систем

Розглянемо скінченну структуру, яка складається з $S = 3(N + M + 1)$ шарів. Введемо позначення. Нехай з шару з номером j набігає хвиля з амплітудою q . Амплітуду хвилі, яка пройшла в шар з номером j , де $j = i + 1$ або $j = i - 1$, позначимо як $t_{ij} q$. Амплітуду хвилі, яка відбилася від границі розділу шарів $i-j$, позначимо як $r_{ij} q$. Тоді t_{ij} і r_{ij} — коефіцієнти проходження та відбиття хвилі. Вони вважаються відомими та можуть бути знайдені з використанням умов (4)–(6).

Нехай A^{left} , A^{right} — амплітуди падаючого поля, яке набігає з боку менших або більших значень осі $0x$. Позначимо амплітуду хвилі, яка поширюється всередині структури в шарі з номером i в бік більших значень осі $0x$ як B_i , а в бік менших

значень — як C_i . Напрямки поширення хвиль зображено на рис. 1, а.

Використовуючи операторний метод, запишемо рівняння, які зв'язують амплітуди полів у різних областях. Діючи так, як в [19], поле з амплітудою C_0 в області 0 можна подати як суму поля з амплітудою C_1 , яке пройшло через границю розділу середовищ 1–0 і поля з амплітудою A^{left} , яке відбито від границі розділу середовищ 0–1.

Такий підхід є аналогічним методу матриць розсіяння (S -матриць) і ґрунтується на послідовному застосуванні принципу суперпозиції до кожної межі розділу середовищ. Проте він є адаптованим для безпосереднього знаходження полів не лише на зовнішніх границях, а й усередині кожного шару, що є критично важливим для аналізу поля в дефекті. Детальний математичний апарат і виведення аналогічних співвідношень для багатошарових структур наведено в [19]. Застосовуючи принцип суперпозиції до кожної межі розділу та послідовно пов'язуючи амплітуди хвиль у сусідніх шарах, отримуємо таку замкнену систему лінійних алгебраїчних рівнянь відносно всіх невідомих амплітуд:

$$C_0 = t_{10} e_1 C_1 + r_{01} A^{left}; \quad (7)$$

$$B_1 = r_{10} e_1 C_1 + t_{01} A^{left}; \quad (8)$$

$$C_j = r_{j,j+1} e_j B_j + t_{j+1,j} e_{j+1} C_{j+1}; \quad (9)$$

$$B_{j+1} = t_{j+1,j+2} e_{j+1} B_{j+1} + r_{j+2,j+1} e_{j+2} C_{j+2}, \quad (10)$$

$$j = 1, 2, \dots, S-1;$$

$$C_S = r_{S,S+1} e_S B_S + t_{S+1,S} A^{right}; \quad (11)$$

$$B_{S+1} = t_{S,S+1} e_S B_S + r_{S+1,S} A^{right}, \quad (12)$$

де шари з номерами 0 і $S+1$ — це вакуум; $e_j = \exp(ik_j(\xi_0 k_0 / k_j) h_j)$ визначає зміну амплітуди поля, коли система координат зміщується на відстань h_j , h_j — товщина j -го шару.

Припустимо, що дефектна комірка відсутня. Розглянемо напівнескінченну структуру, розташовану при $x > 0$. Позначимо шуканий коефіцієнт відбиття як R .

Припустимо спочатку, що область 0 не вакуум, а заповнена матеріалом з відносною діелектричною проникністю ε_1 , а напівнескінченна структура починається з другої комірки при $x = h_1 + h_2 + h_3$. Тоді коефіцієнт відбиття R_p є роз-

в'язком відомого квадратного рівняння [19]:

$$R_p = r_{p12} + \frac{t_{p21}R_p t_{p12}}{1 - R_p r_{p12}}, \quad (13)$$

де r_{p12} , t_{p12} — це коефіцієнти проходження і відбиття поодинокі комірки, яка складає періодичну частину структури. Рівняння для їхнього визначення буде надано нижче.

Тепер нехай область 0 — це вакуум, а напівнескінченна структура починається з комірки 1. У цьому випадку падаюча з області 0 хвиля проходить через комірку 1, відбивається від напівнескінченної структури, яка описується коефіцієнтом R_p (13), і далі через комірку 1 поширюється у вакуум. Коефіцієнт відбиття R можна знайти з системи рівнянь (7)–(10), якщо припустити

$$R = C_0, \quad C_3 = R_p e_3 B_3.$$

Запишемо рівняння для визначення коефіцієнтів r_{p12} , t_{p12} . Розглянемо поодинокі комірку, наведену на рис. 1, б. Амплітуди хвиль всередині шарів комірки позначимо як b , c , d , f . Тоді за аналогією з (7)–(12) вони зв'язані наступними рівняннями:

$$r_{p12} = r_{12}e_1 + t_{21}e_2c,$$

$$b = r_{21}e_2c + t_{12}e_1,$$

$$c = r_{23}e_2b + t_{32}e_3f,$$

$$d = r_{32}e_3f + t_{23}e_2b,$$

$$f = r_{31}e_3d,$$

$$t_{p12} = t_{31}e_3d.$$

Розглянемо періодичну нескінченну структуру поодинокіх комірок, яка простягається від $x = -\infty$ до $x = +\infty$ з періодом $L = h_1 + h_2 + h_3$. Сталу поширення власної хвилі позначимо як β . Амплітуди хвиль, які поширюються всередині i -го періоду в додатному і від'ємному напрямках позначимо як b_i і c_i . З теореми Флоке випливає, що амплітуди хвиль на двох сусідніх періодах відрізняються між собою лише фазовим множником $e = \exp(i\beta L)$. Тоді

$$b_{i+1} = e b_i; \quad (14)$$

$$c_{i+1} = e c_i. \quad (15)$$

З іншого боку, у бік більших значень осі $0x$, від i -ї комірки знаходиться напівнескінченна

структура. Тоді

$$c_i = R_p e b_i = R_p b_{i+1}. \quad (16)$$

Після перетворень (14)–(16) можемо виразити фазовий множник через коефіцієнт відбиття напівнескінченної системи, і, як наслідок, знайти сталу поширення власної хвилі періодичної частини структури:

$$e = \frac{t_{p12}}{1 - r_{p12}R}.$$

3. Числові результати

Дослідимо два випадки. У першому випадку дефектний шар відсутній, а тензор діелектричної проникності гіротропного шару буде мати позадіагональні елементи, порівнянні за величиною з діагональними елементами. Тоді навіть у випадку періодичної структури можливо досягти помітної невзаємності. У другому випадку буде присутня дефектна комірка, а позадіагональні елементи тензора відносної діелектричної проникності будуть значно меншими за його діагональні елементи.

На рис. 2 наведено залежності коефіцієнта проходження по амплітуді від частоти й кута падіння при різних значеннях хімічного потенціалу у випадку структури без дефекту для $N = 7$ комірок і різних значень хімічного потенціалу графену, $h_1 = 10$ мкм, $h_2 = 5$ мкм, $h_3 = 20$ мкм, $\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = 2,25$, $\varepsilon_{r2} = 12$, $\varepsilon_{a2} = 11$.

Фізичною основою невзаємних ефектів є гіротропія магнітоактивного середовища, що проявляється в ненульових позадіагональних компонентах тензора діелектричної проникності. Величина цих компонент визначає інтенсивність магнітооптичної взаємодії. Зауважимо, що значень позадіагональних елементів більше 1, $\varepsilon_{a2} > 1$, важко досягти в природних умовах, проте вони цілком досяжні у випадку композитних матеріалів або плазми [7, 8, 22]. У терагерцовому діапазоні для природних матеріалів вони зазвичай є малими, однак поблизу циклотронного резонансу, наприклад, у напівпровідниках типу n -InSb або в плазмі, можливе суттєве їхнє підсилення. Проте це супроводжується одночасним зростанням втрат і різким звуженням робочої області [23]. Для досягнення сильної гіротропії у вікнах прозорості поза зоною циклотронного

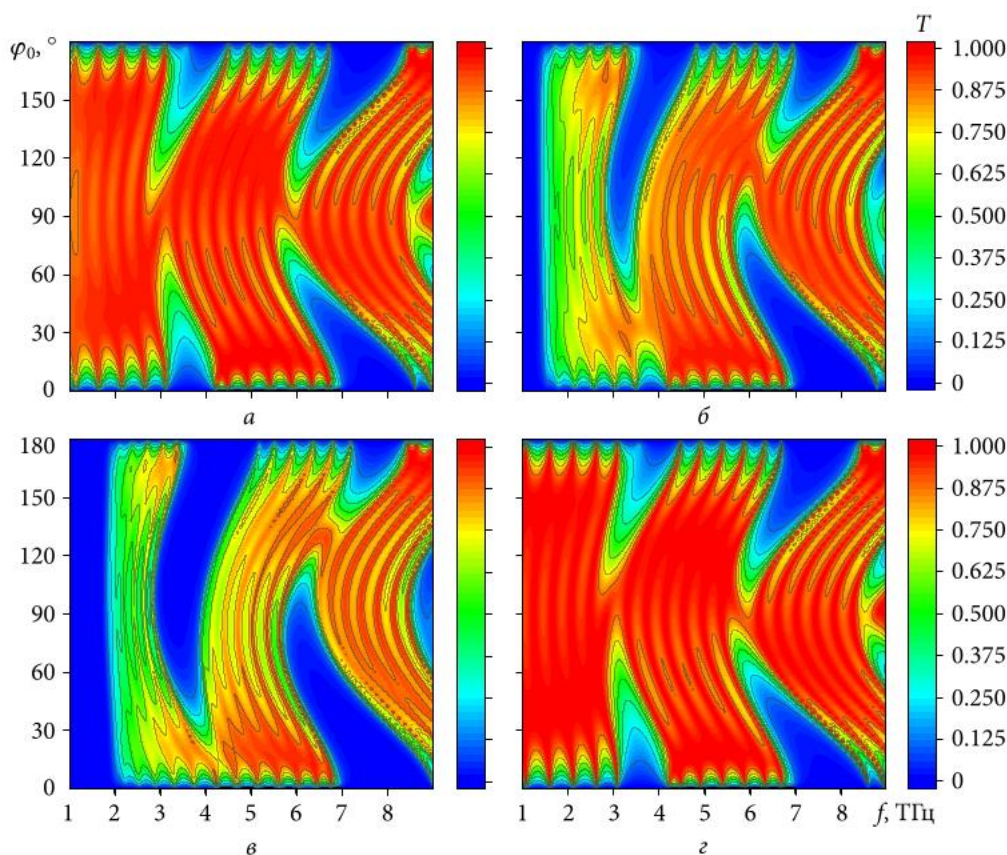


Рис. 2. Залежності коефіцієнта проходження T від частоти та від кута падіння для структури без дефекту, $N=7$, $h_1=10$ мкм, $h_2=5$ мкм, $h_3=20$ мкм, $\varepsilon_1=\varepsilon_3=2.25$, $\varepsilon_{r2}=12$, $\varepsilon_{a2}=11$; $\mu_c=0$ еВ (а), $\mu_c=0.5$ еВ (б), $\mu_c=1$ еВ (в), без графену (з)

резонансу можливий перехід до штучно структурованих середовищ. Зокрема у [24, 25] показано, що в гібридних ферит-напівпровідникових структурах реалізуються екстремальні гіротропні режими. Спостерігається значне зростання позадіагональних елементів тензора діелектричної проникності в порівнянні з діагональними. У метаматеріалі на основі Au-Ni [8] наноструктурування дозволило збільшити позадіагональні компоненти тензора діелектричної проникності на два порядки, зробивши їхні значення порівнянними з діагональними елементами. Враховуючи фізичну обґрунтованість таких штучних середовищ, у теоретичних моделях магнітофотонних структур для дослідження режимів гранично сильної невзаємності можливе використання значень компонент тензора одного порядку [26].

Для наочності на рис. 3 наведено залежності коефіцієнта проходження від частоти для кута падіння $\varphi_0 = 50^\circ$. При вибраних параметрах у розглянутому діапазоні частот формується дві

ярко виражені зони запирання. Зміна хімічного потенціалу графену приводить до зсуву зон запирання вздовж частотної осі. Проте важливим є також те, що зміна хімічного потенціалу дозволяє посилювати невзаємність. У першій зоні запирання, яка закінчується на частотах трохи більше $f = 4$ ТГц при падінні зліва, з додатного боку осі $0x$, коефіцієнт проходження наближається до 0. Значенням же коефіцієнта пропускання при падінні справа вдається керувати за рахунок зміни хімічного потенціалу графену. Аналогічна ситуація спостерігається й у другій зоні запирання, яка починається приблизно при $f = 6$ ТГц. При падінні справа коефіцієнт проходження наближається до 0, а при падінні зліва значенням коефіцієнта пропускання вдається керувати в широкому діапазоні.

Вочевидь, що при нормальному падінні, $\varphi_0 = 90^\circ$, невзаємності в значеннях коефіцієнта проходження спостерігатись не може при такому напрямку вектора статичного магнітного поля.

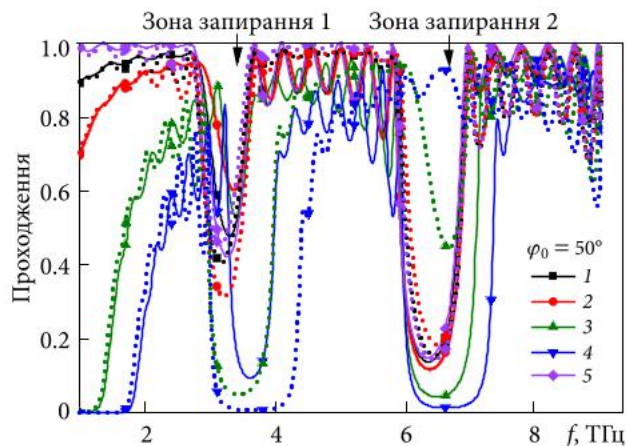


Рис. 3. Залежності коефіцієнта проходження від частоти при різних значеннях хімічного потенціалу графену та різних напрямках падаючої хвилі: зліва (пунктирні криві) і справа (суцільні криві), для структури без дефекту, для кута падіння $\varphi_0 = 50^\circ$; 1 – $\mu_c = 0$ еВ, 2 – $\mu_c = 0,1$ еВ, 3 – $\mu_c = 0,5$ еВ, 4 – $\mu_c = 1$ еВ, 5 – без графену

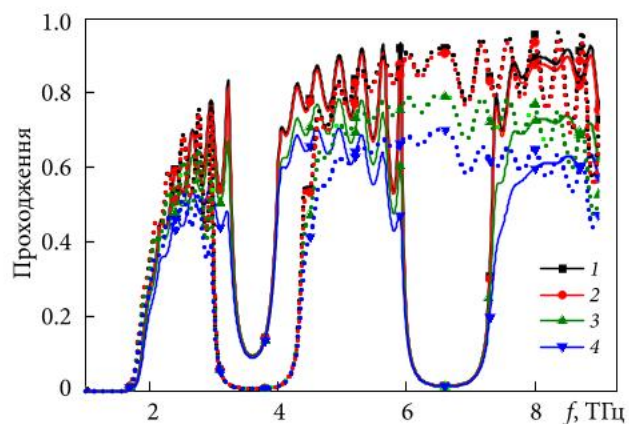


Рис. 4. Залежності коефіцієнта проходження від частоти при різних значеннях втрат у матеріалі та різних напрямках падаючої хвилі: зліва (суцільні криві) і справа (пунктирні криві), для структури без дефекту, $\mu_c = 1$ еВ, $\varphi_0 = 50^\circ$

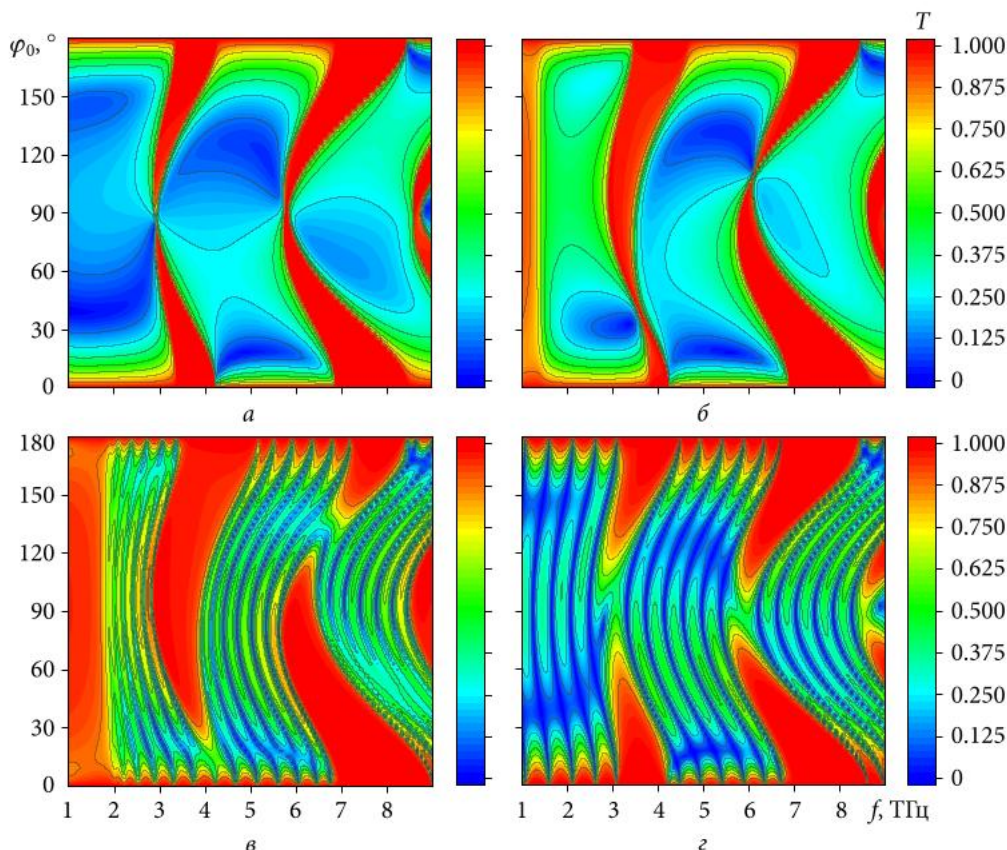


Рис. 5. Залежності коефіцієнта відбиття R від частоти та від кута падіння для напівнескінченної структури; $\mu_c = 0$ еВ (а), $\mu_c = 0.5$ еВ (б), $\mu_c = 1$ еВ (в), без графену (г)

У цьому випадку $\cos \varphi_0 = 0$. З рівняння (3) випливає, що дотична складова поля E_y пов'язана з H_z через доданок, пропорційний $\cos \varphi_0$ і позадіагональному елементу тензора. Оскільки $\cos \varphi_0 = 0$,

цей доданок зникає. Позадіагональний елемент залишається лише в ефективній діелектричній проникності шару, $(\epsilon_{r2}^2 - \epsilon_{a2}^2) / \epsilon_{r2}$, і входить туди у квадраті. Тоді граничні умови стають си-

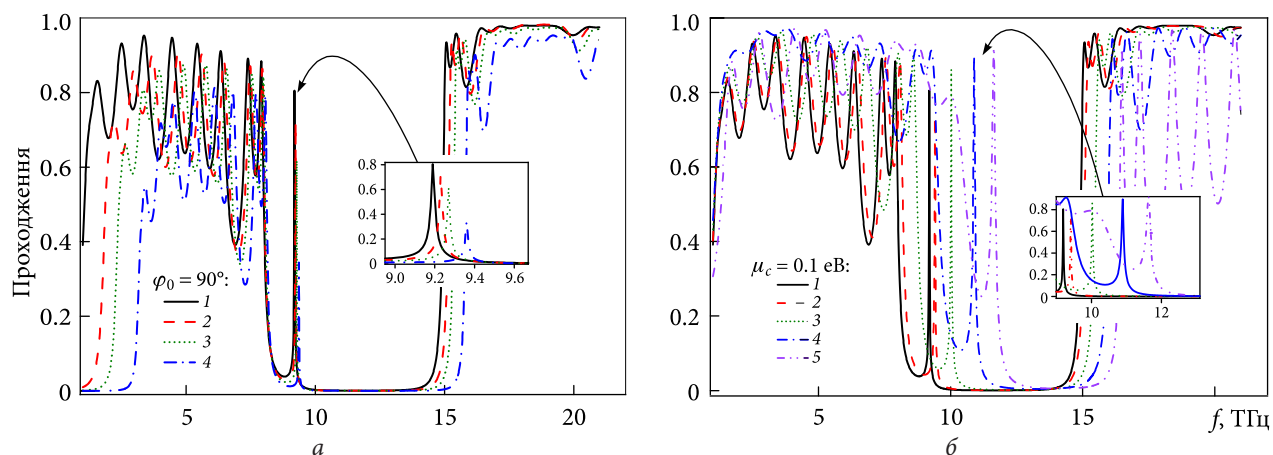


Рис. 6. Залежності коефіцієнта прохідності від частоти при різних значеннях хімічного потенціалу графену (1 — $\mu_c = 0,1$ еВ, 2 — $\mu_c = 0,3$ еВ, 3 — $\mu_c = 0,5$ еВ, 4 — $\mu_c = 1$ еВ) (а) та кута падіння для структури з дефектом (1 — $\varphi_0 = 90^\circ$, 2 — $\varphi_0 = 70^\circ$, 3 — $\varphi_0 = 50^\circ$, 4 — $\varphi_0 = 30^\circ$, 5 — $\varphi_0 = 10^\circ$) (б)

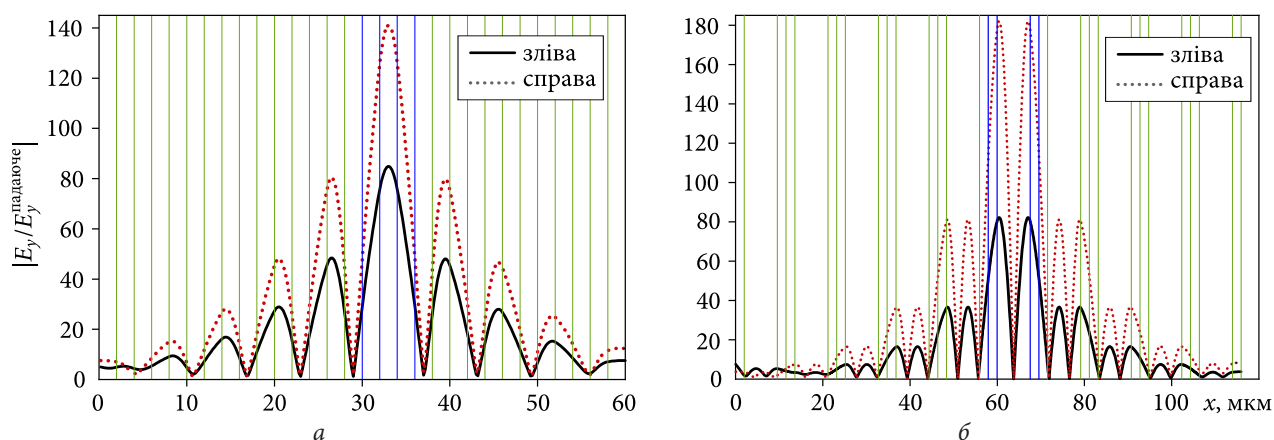


Рис. 7. Розподіл дотичної компоненти електричного поля для структури з дефектом, $N = 5$, $M = 4$, $h_1 = h_3 = 2$ мкм, $\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = 2.25$, для регулярних шарів $\varepsilon_2 = 12$, у дефектному шарі $\varepsilon_{r2} = 6$, $\varepsilon_{a2} = 0.1$, $\mu_c = 0.1$ еВ, $f = 9.192$ ТГц, $h_2 = 2$ мкм (а), $h_2 = 7.6$ мкм (б)

метричними для хвиль, що поширюються в прямому (+x) і зворотному (−x) напрямках. Шар поводить як ізотропний з ефективною скалярною проникністю. При кутах падіння, відмінних від 90° , невідповідність досягається за рахунок наявності позадіагональних елементів у тензорі діелектричної проникності та завдяки несиметричності кожної поодинокі комірки ($h_1 \neq h_3$).

На рис. 4 наведено залежності коефіцієнта прохідності при різних значеннях уявної частини (ε_1'') відносної діелектричної проникності при $\mu_c = 1$ еВ і куті падіння $\varphi_0 = 50^\circ$. Інші значення параметрів такі самі, як і на рис. 2, 3. Природно, що при зростанні втрат у діелектрику значення коефіцієнта прохідності зменшується, оскільки частина енергії електромагнітної хвилі втрачається на поглинання.

На рис. 5 наведено залежності коефіцієнта відбиття від частоти та кута падіння при різних значеннях хімічного потенціалу для напівнескінченної структури, параметри якої відповідають параметрам з рис. 2. У випадку скінченної структури в зоні пропускання присутні осциляції, викликані перевідбиттям хвиль між її краями. Для напівнескінченної системи графіки є більш гладкими, особливо при малих значеннях хімічного потенціалу. Також, оскільки напівнескінченна структура є граничним випадком скінченної, вона дозволяє визначити максимальні значення коефіцієнта відбиття, які можливо досягти при збільшенні числа комірок.

Розглянемо структуру, яка містить дефектний шар, $N = 5$, $M = 4$. Нехай товщина кожного шару однакова $h_1 = h_2 = h_3 = 2$ мкм, діелектрична про-

никність регулярних шарів $\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = 2,25$, $\varepsilon_2 = 12$, а в дефектному шарі $\varepsilon_{r2} = 6$, $\varepsilon_{a2} = 0,1$. На рис. 6 наведено залежності коефіцієнта проходження від частоти для різних значень хімічного потенціалу та кута падіння. Введення дефектів у періодичні фотонні кристали може локалізувати світло, створюючи резонансні моди в межах фотонних заборонених зон. Ці локалізовані моди проявляються як надвузькі зони пропускання (або піки) у широких заборонених зонах. Так широка зона запирання від ~ 8 до ~ 15 ТГц прорізається надвузьким резонансом пропускання. Дефектний шар змінює локальну діелектричну проникність, дозволяючи резонансній частоті існувати в межах забороненої зони. Такі локалізовані моди є дуже бажаними для застосувань у високоякісних фільтрах, сенсорах і лазерах. Положення цих надвузьких зон пропускання на частотній осі можна буде точно контролювати шляхом зміни хімічного потенціалу графенових включень. Ключовою характеристикою цих дефектних мод є значне збільшення інтенсивності поля в межах дефектного шару.

На рис. 7 наведено розподіл дотичної компоненти електричного поля на частоті дефектної моди для падіння зліва і справа. Невзаємність тут проявляється як різниця в амплітуді поля при практично рівних значеннях коефіцієнта пропускання, та, як результат, і різних значеннях коефіцієнта поглинання. У полі всередині дефектного шару спостерігається одна варіація, що дозволяє ідентифікувати таку моду як H_1 . Також наведено розподіл поля при збільшених значеннях товщини шарів. Тут також спостерігається збільшення інтенсивності поля всередині дефекту, проте дотична компонента електричного поля має дві варіації в дефектному шарі, що каже про збудження моди H_2 .

Висновки

Отже, у роботі було продемонстровано, як поєднання гіротропних матеріалів із графеновими шарами дозволяє створювати високоефективні, керовані та реконфігуровані пристрої для терагерцового діапазону. Встановлені закономірності поведінки періодичних і дефектних структур дозволяють формувати оптичні відповіді з не-

обхідними характеристиками, балансує між ступенем невзаємності, втратами та керованістю. Завдяки включенню дефекту МФК в зоні запирання виникає вузький резонанс пропускання (дефектна мода). Розташування цього резонансу на частотній осі точно контролюється хімічним потенціалом графену, що робить таку систему ідеальною для використання в чутливих фільтрах, сенсорах і лазерах. Було також визначено, що для дефектної моди спостерігається локалізація та посилення поля в межах дефектного шару. Невзаємність у таких структурах проявляється не як різниця в пропусканні, а як різниця в амплітуді поля для прямої і зворотної хвилі.

Варто зазначити, що це дослідження носить теоретичний характер. Практична реалізація таких багатошарових структур є складною технологічною задачею, що вимагає інтеграції гіротропних матеріалів із графеновими площинами. Основними технологічними викликами на цьому шляху є забезпечення необхідної гладкості меж розділу між шарами та збереження високої рухливості носіїв струму в графені при його розміщенні на діелектричній підкладці. Для подальшої експериментальної верифікації розрахованих спектральних характеристик і ефектів невзаємності перспективним є використання методів терагерцової спектроскопії зразків, розміщених у керованому зовнішньому статичному магнітному полі.

Подальші дослідження можуть бути зосереджені на випадку, коли статичне магнітне поле направлено перпендикулярно до границі шарів, а також на розгляді замість графенової площини графенових стрічок, які підтримують плазмонні резонанси. Проте варто зазначити, що експериментальна реалізація такої конфігурації є більш складною. Вона потребує створення сильного однорідного магнітного поля вздовж напрямку поширення електромагнітної хвилі та забезпечення його стабільності в області розташування досліджуваної структури.

Фінансування досліджень. Роботу частково профінансовано Міністерством освіти і науки України, гранти 0124U000670, 0126U000999, Національним фондом досліджень України, грант 2025.07/0094.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Khartsev S.I., Grishin A.M. High performance $[\text{Bi}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}/\text{Sm}_3\text{Ga}_5\text{O}_{12}]_m$ magneto-optical photonic crystals. *J. Appl. Phys.* 2007. Vol. 101, Iss. 5. 053906. DOI: 10.1063/1.2437051
2. Dzibrou D.O., Grishin A.M. Fitting transmission and Faraday rotation spectra of $[\text{Bi}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}/\text{Sm}_3\text{Ga}_5\text{O}_{12}]_m$ magneto-optical photonic crystals. *J. Appl. Phys.* 2009. Vol. 106, Iss. 4. 043901. DOI: 10.1063/1.3195067
3. Elshahat S., Abood I., Esmail M.S.M., Ouyang Z., Lu C. One-dimensional topological photonic crystal mirror heterostructure for sensing. *Nanomaterials*. 2021. Vol. 11, Iss. 8. 1940. DOI: 10.3390/nano11081940
4. Abood I., Soliman S.El., He W., Ouyang Z. Topological photonic crystal sensors: fundamental principles, recent advances, and emerging applications. *Sensors*. 2025. Vol. 25, Iss. 5. 1455. DOI: 10.3390/s25051455
5. Mohamed Z.E.A., Elshahat S., Abd-Elnaiem A.M., Almokhtar M. Sensing performance of Fano resonance induced by the coupling of two 1D topological photonic crystals. *Opt. Quantum Electron.* 2023. Vol. 55, Iss. 10. 943. DOI: 10.1007/s11082-023-05092-1
6. Zaky Z.A., Sharma A., Alamri S., Aly A.H. Theoretical evaluation of the refractive index sensing capability using the coupling of Tamm–Fano resonance in one-dimensional photonic crystals. *Appl. Nanosci.* 2021. Vol. 11, Iss. 8. P. 2261–2270. DOI: 10.1007/s13204-021-01965-7
7. Hu S., Guo Z., Dong L., Deng F., Jiang H., Chen H. Enhanced magneto-optical effect in heterostructures composed of epsilon-near-zero materials and truncated photonic crystals. *Front. Mater.* 2022. Vol. 9. 843265. DOI: 10.3389/fmats.2022.843265
8. Fan B., Nasir M.E., Nicholls L.H., Zayats A.V., Podolskiy V.A. Magneto-optical metamaterials: nonreciprocal transmission and faraday effect enhancement. *Adv. Opt. Mater.* 2019. Vol. 7, Iss. 14. 1801420. DOI: 10.1002/adom.201801420
9. Vitiello M.S., Viti L. Engineering THz-frequency light generation, detection, and manipulation through graphene. *Appl. Phys. Rev.* 2025. Vol. 12, Iss. 1. 011321. DOI: 10.1063/5.0199461
10. Samaha A.-C., Doumani J., Kritzell T.E., Xu H., Baydin A., Ajayan P.M., Tahchi M.E., Kono J. Graphene terahertz devices for sensing and communication. *Small*. 2025. Vol. 21. 2401151. DOI: 10.1002/smll.202401151
11. Vasileiadis T., Varghese J., Babacic V., Gomis-Bresco J., Navarro Urrios D., Graczykowski B. Progress and perspectives on phononic crystals. *J. Appl. Phys.* 2021. Vol. 129, Iss. 16. 160901. DOI: 10.1063/5.0042337
12. Hanson G.W. Dyadic Green's functions and guided surface waves for a surface conductivity model of graphene. *J. Appl. Phys.* 2008. Vol. 103. 064302. DOI: 10.1063/1.2891452.
13. Hanson G.W. Dyadic Green's functions for an anisotropic, non-local model of biased graphene. *IEEE Trans. Antennas Propag.* 2008. Vol. 56, Iss. 3. P. 747–757. DOI: 10.1109/TAP.2008.917005
14. Weis P., Garcia-Pomar J.L., Rahm M. Towards loss compensated and lasing terahertz metamaterials based on optically pumped graphene. *Opt. Express*. 2014. Vol. 22. P. 8473–8489. DOI: 10.1364/OE.22.008473
15. Шестопалов В.П., Литвиненко Л.М., Масалов С.О., Сологуб О.Г. *Дифракція хвиль на решітках*. Харків, Україна: Видавництво ХДУ, 1973. 287 с.
16. Kaliberda M.E., Lytvynenko L.M., Pogarsky S.A. Scattering of the H-polarized plane wave by finite and semi-infinite multilayer systems of infinite graphene strip gratings in the THz range. *Int. J. Microwave Wireless Technol.* 2020. Vol. 12, Iss. 5. P. 380–386. DOI: 10.1017/S1759078719001430
17. Tuz V.R., Prosvirnin S.L., Zhukovsky S.V. Polarization switching and nonreciprocity in symmetric and asymmetric magnetophotonic multilayers with nonlinear defect. *Phys. Rev. A*. 2012. Vol. 85, Iss. 4. 043822. DOI: 10.1103/physreva.85.043822
18. Tuz V.R., Novitsky D.V., Prosvirnin S.L., Zhukovsky S.V. Asymmetric bistable reflection and polarization switching in a magnetic nonlinear multilayer structure. *J. Mod. Opt.* 2014. Vol. 61, Iss. 4. P. 276–286. DOI: 10.1080/09500340.2014.881572
19. Lytvynenko L.M., Prosvirnin S.L., Pogarsky S.A., Kaliberda M.E. *Wave diffraction by periodic multilayer structures*. 2nd ed. Cambridge, UK: Cambridge Scientific Publishers, 2021. 272 p.
20. Gueroult R., Rax J.-M., Fisch N.J. Enhanced tuneable rotatory power in a rotating plasma. *Phys. Rev. E*. 2020. Vol. 102, Iss. 5. 051202. DOI: 10.1103/physreve.102.051202
21. Tan Z., Fan F., Chang S. Review of terahertz nonreciprocal devices based on gyrotropic material InSb. *Proc. SPIE*. 2021. Vol. 11907. 1190711. DOI: 10.1117/12.2602858
22. Nobahar D., Barvestani J. Tunable magneto-optical Faraday and polar Kerr rotations in a plasma-ferrite metamaterial. *Sci. Rep.* 2025. Vol. 15. 8132. DOI: 10.1038/s41598-025-92740-z
23. Chochol J., Postava K., Čada M., Vanwolleghem M., Halagačka L., Lampin J., Pištora J. Magneto-optical properties of InSb for terahertz applications. *AIP Adv.* 2016. Vol. 6, Iss. 11. 115021. DOI: 10.1063/1.4968178
24. Tuz V. R., Batrakov O. D., Zheng Y. Gyrotropic-nihility in ferrite-semiconductor composite in Faraday geometry. *Prog. Electromagn. Res. B (PIER B)*. 2012. Vol. 41. P. 397–417. DOI: 10.2528/PIERB12042603
25. Tuz V. R. Gyrotropic-nihility state in a composite ferrite-semiconductor structure. *J. Opt.* 2015. Vol. 17, Iss. 4. 045102. DOI: 10.1088/2040-8978/17/3/035611
26. Shmat'ko A.A., Odarenko E.N., Mizernik V.N. Surface waves Fabry-Perot modes of the finite magnetophotonic crystal in Voigt configuration. *J. Electromagn. Waves Appl.* 2023. Vol. 37, Iss. 6. P. 827–851. DOI: 10.1080/09205071.2023.2212177

Стаття надійшла 14.05.2026

REFERENCES

1. Khartsev, S.I., Grishin, A.M., 2007. High performance $[\text{Bi}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}/\text{Sm}_3\text{Ga}_5\text{O}_{12}]_m$ magneto-optical photonic crystals. *J. Appl. Phys.*, **101**(5), 053906. DOI: 10.1063/1.2437051
2. Dzibrou, D.O., Grishin, A.M., 2009. Fitting transmission and Faraday rotation spectra of $[\text{Bi}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}/\text{Sm}_3\text{Ga}_5\text{O}_{12}]_m$ magneto-optical photonic crystals. *J. Appl. Phys.*, **106**(4), 043901. DOI: 10.1063/1.3195067
3. Elshahat, S., Abood, I., Esmail, M.S.M., Ouyang, Z., Lu, C., 2021. One-dimensional topological photonic crystal mirror heterostructure for sensing. *Nanomaterials*, **11**(8), 1940. DOI: 10.3390/nano11081940
4. Abood, I., Soliman, S.El., He, W., Ouyang, Z., 2025. Topological photonic crystal sensors: fundamental principles, recent advances, and emerging applications. *Sensors*, **25**(5), 1455. DOI: 10.3390/s25051455
5. Mohamed, Z.E.A., Elshahat, S., Abd-Elnaiem, A.M., Almokhtar, M., 2023. Sensing performance of Fano resonance induced by the coupling of two 1D topological photonic crystals. *Opt. Quantum Electron.*, **55**(10), 943. DOI: 10.1007/s11082-023-05092-1
6. Zaky, Z.A., Sharma, A., Alamri, S., Aly, A.H., 2021. Theoretical evaluation of the refractive index sensing capability using the coupling of Tamm-Fano resonance in one-dimensional photonic crystals. *Appl. Nanosci.*, **11**(8), pp. 2261–2270. DOI: 10.1007/s13204-021-01965-7
7. Hu, S., Guo, Z., Dong, L., Deng, F., Jiang, H., Chen, H., 2022. Enhanced magneto-optical effect in heterostructures composed of epsilon-near-zero materials and truncated photonic crystals. *Front. Mater.*, **9**, 843265. DOI: 10.3389/fmats.2022.843265
8. Fan, B., Nasir, M.E., Nicholls, L.H., Zayats, A.V., Podolskiy, V.A., 2019. Magneto-optical metamaterials: nonreciprocal transmission and faraday effect enhancement. *Adv. Opt. Mater.*, **7**(14), 1801420. DOI: 10.1002/adom.201801420
9. Vitiello, M.S., Viti, L., 2025. Engineering THz-frequency light generation, detection, and manipulation through graphene. *Appl. Phys. Rev.*, **12**(1), 011321. DOI: 10.1063/5.0199461
10. Samaha, A.-C., Doumani, J., Kritzell, T.E., Xu, H., Baydin, A., Ajayan, P.M., Tahchi, M.E., Kono, J., 2025. Graphene terahertz devices for sensing and communication. *Small*, **21**, 2401151. DOI: 10.1002/smll.202401151
11. Vasileiadis, T., Varghese, J., Babacic, V., Gomis-Bresco, J., Navarro Urrios, D., Graczykowski, B., 2021. Progress and perspectives on phononic crystals. *J. Appl. Phys.*, **129**(16), 160901. DOI: 10.1063/5.0042337
12. Hanson, G.W., 2008. Dyadic Green's functions and guided surface waves for a surface conductivity model of graphene. *J. Appl. Phys.*, **103**, 064302. DOI: 10.1063/1.2891452.
13. Hanson, G.W., 2008. Dyadic Green's functions for an anisotropic, non-local model of biased graphene. *IEEE Trans. Antennas Propag.*, **56**(3), pp. 747–757. DOI: 10.1109/TAP.2008.917005
14. Weis, P., Garcia-Pomar, J.L., Rahm, M., 2014. Towards loss compensated and lasing terahertz metamaterials based on optically pumped graphene. *Opt. Express*, **22**, pp. 8473–8489. DOI: 10.1364/OE.22.008473
15. Shestopalov, V.P., Lytvynenko, L.M., Masalov, S.A., Sologub, O.G., 1973. *Wave diffraction by gratings*. Kharkiv, Ukraine: KhSU Publ.
16. Kaliberda, M.E., Lytvynenko, L.M., Pogarsky, S.A., 2020. Scattering of the H-polarized plane wave by finite and semi-infinite multilayer systems of infinite graphene strip gratings in the THz range. *Int. J. Microwave Wireless Technol.*, **12**(5), pp. 380–386. DOI: 10.1017/S1759078719001430
17. Tuz, V.R., Prosvirnin, S.L., Zhukovsky, S.V., 2012. Polarization switching and nonreciprocity in symmetric and asymmetric magnetophotonic multilayers with nonlinear defect. *Phys. Rev. A*, **85**(4), 043822. DOI: 10.1103/physreva.85.043822
18. Tuz, V.R., Novitsky, D.V., Prosvirnin, S.L., Zhukovsky, S.V., 2014. Asymmetric bistable reflection and polarization switching in a magnetic nonlinear multilayer structure. *J. Mod. Opt.*, **61**(4), pp. 276–286. DOI: 10.1080/09500340.2014.881572
19. Lytvynenko, L.M., Prosvirnin, S.L., Pogarsky, S.A., Kaliberda, M.E., 2021. *Wave diffraction by periodic multilayer structures*. 2nd ed. Cambridge, UK: Cambridge Scientific Publishers.
20. Gueroult, R., Rax, J.-M., Fisch, N.J., 2020. Enhanced tuneable rotatory power in a rotating plasma. *Phys. Rev. E*, **102**(5), 051202. DOI: 10.1103/physreve.102.051202
21. Tan, Z., Fan, F., Chang, S., 2021. Review of terahertz nonreciprocal devices based on gyrotropic material InSb. *Proc. SPIE*, **11907**, 1190711. DOI: 10.1117/12.2602858
22. Nobahar, D., Barvestani, J., 2025. Tunable magneto-optical Faraday and polar Kerr rotations in a plasma-ferrite metamaterial. *Sci. Rep.*, **15**, pp. 8132. DOI: 10.1038/s41598-025-92740-z.
23. Chochol, J., Postava, K., Čada, M., Vanwolleghem, M., Halagačka, L., Lampin, J., Pištora, J., 2016. Magneto-optical properties of InSb for terahertz applications. *AIP Adv.*, **6**(11), 115021. DOI: 10.1063/1.4968178
24. Tuz, V.R., Batrakov, O.D., Zheng, Y., 2012. Gyrotropic-nihility in ferrite-semiconductor composite in Faraday geometry. *Prog. Electromagn. Res. B (PIER B)*, **41**, pp. 397–417. DOI: 10.2528/PIERB12042603
25. Tuz, V. R., 2015. Gyrotropic-nihility state in a composite ferrite-semiconductor structure. *J. Opt.*, **17**(4), 045102. DOI: 10.1088/2040-8978/17/3/035611
26. Shmat'ko, A.A., Odarenko, E.N., Mizernik, V.N., 2023. Surface waves Fabry-Perot modes of the finite magnetophotonic crystal in Voigt configuration. *J. Electromagn. Waves Appl.*, **37**(6), pp. 827–851. DOI: 10.1080/09205071.2023.2212177

Received 14.05.2026

M.E. Kaliberda^{1,2}, S.O. Pogarsky^{1,2}

¹ School of Radiophysics, Biomedical Electronics and Computer Systems
of the V.N. Karazin National University of Kharkiv
(ROR: <https://ror.org/03ftejk10>), Kharkiv, Ukraine

² Institute of Radio Astronomy of NASU
(ROR: <https://ror.org/020bzqr95>), Kharkiv, Ukraine

THE ELECTRODYNAMIC PROPERTIES OF A ONE-DIMENSIONAL
MAGNETOPHOTONIC CRYSTAL WITH GRAPHENE INCLUSIONS,
PLACED IN A TRANSVERSE, D.C. MAGNETIC FIELD

Subject and Purpose. Considered is the terahertz-range electrodynamics of a one-dimensional magnetophotonic crystal containing graphene inclusions. The crystal's periodic structure involves a gyrotropic magnetoactive layer, a graphene sheet lying on a dielectric substrate, and a dielectric spacer. The work is aimed at analyzing the nonreciprocal propagation of electromagnetic waves through the crystal, investigating the effects, due to the graphene chemical potential, upon electrodynamic characteristics of the structure, and studying the electromagnetic field's localization inside defected structural layers.

Methods and Methodology. The analysis is performed within the theory of electromagnetic wave propagation through layered periodic media. The gyrotropic material is described in terms of a dielectric permittivity tensor with nonzero off-diagonal elements. An operator method, based on successive application of transmission and reflection coefficients at the interfaces between the layers, is used for the analysis. Both finite-seized structures with a defected layer and semi-infinite periodic systems are considered. Numerical analysis has been conducted of the electrodynamic characteristics as functions of the incidence angle, graphene's chemical potential, and defect-layer parameters.

Results. The presence of off-diagonal elements in the dielectric permittivity tensor provides for non-reciprocity of the transmission coefficients for the waves incident from opposite directions. As has been found, by varying the chemical potential of graphene it is possible to effectively control the positions of passbands and stopbands on the frequency axis. For the structure containing a defected layer, formation of an ultra-narrow resonance has been revealed inside the forbidden band. At the resonant frequency, the effects of electromagnetic field localization and a significant field strength enhancement occur inside the defected layer. The non-reciprocity manifests itself through difference in field amplitudes of the waves that propagate in mutually opposite directions.

Conclusions. By combining gyrotropic materials and graphene inclusions it proves possible to implement a dual mechanism for controlling the spectral characteristics of magnetophotonic crystals through application of an external d.c. magnetic field and variation of chemical potential of the graphene. The defected modes are responsible for field localization and formation of ultra-narrow resonances. The latter are seen as promising tools for development of terahertz filters, sensors, and nonreciprocal devices.

Keywords: photonic crystal, gyrotropic material, graphene, non-reciprocal propagation, operator approach.