

## Затухание низкочастотных электростатических волн в пылевой плазме с непрерывным спектром размеров пылинок.

П.В.Блиох, В.В.Ярошенко

Радиоастрономический институт Национальной Академии наук Украины  
310002, Харьков, ул.Краснознаменная,4

Статья поступила в редакцию 15 декабря 1995 г., после переработки 10 марта 1996 г.

Рассматриваются особенности спектра собственных волн в пылевой плазме с дискретным и непрерывным распределением частиц по размерам. Показано, что в плазме с непрерывной структурой даже в гидродинамическом приближении возникает чисто кинетический эффект - бесстолкновительное затухание Ландау.

Розглядаються особливості спектра власних хвиль у пильовій плазмі з дискретним і неперервним розподіленнями часток по розмірах. Показано, що у плазмі з неперервною структурою навіть у гідродинамічному наближенні з'являється чисто кінетичний ефект - безіткнене затухання Ландау.

### Введение

Пылевые частицы почти повсеместно присутствуют в космической плазме. Пылинки, как правило, приобретают электрический заряд за счет столкновений с электронами и ионами. Иногда проявляют себя и другие механизмы заряда: фотоэффект, вторичная электронная эмиссия, холодная эмиссия. Заряженные пылинки участвуют в коллективных процессах наряду с электронами и ионами (разумеется, если плотность пыли достаточно велика), и вся эта смесь носит название пылевой плазмы.

Имеется большое число публикаций, в которых рассматривается процесс заряда частиц и их динамика в электромагнитных и гравитационных полях. Достаточно обширна литература и по волновым процессам в пылевой плазме. Сошлемся только на две обзорные статьи [1, 2], в которых есть подробная библиография.

Может показаться, что нет принципиального отличия между пылевой и обычной многокомпонентной плазмой с разными сортами ионов. Действительно, дисперсионное уравнение для электростатических волн, полученное в гидродинамическом приближении

$$1 = \sum_{\alpha} \frac{\omega_{p,\alpha}^2}{\omega^2 - k^2 V_{T,\alpha}^2} \quad (1)$$

пригодно и для пылевой плазмы, если распространить суммирование по  $\alpha$  на все сорта частиц, а именно, электроны ( $\alpha = e$ ), ионы ( $\alpha = i$ ) и пылинки ( $\alpha = 1, 2, 3, N$  - число сортов (размеров) пылевых частиц). В формуле (1) приняты обычные обозначения:

$\omega_{p,\alpha} = (4\pi q_{\alpha}^2 n_{0,\alpha} m_{\alpha}^{-1})^{1/2}$  - плазменная частота,  $V_{T,\alpha} = (T_{\alpha} / m_{\alpha})^{1/2}$  - тепловая скорость,  $\omega$  и  $k$  - частота и волновое число,  $T_{\alpha}, q_{\alpha}, m_{\alpha}, n_{0,\alpha}$  - температура, заряд, масса и невозмущенная плотность частиц сорта  $\alpha$ .

Тем не менее волны в пылевой плазме будут обладать рядом особенностей. Во-первых, имеется огромное различие в численных значениях удельного заряда пылинок  $q_{\alpha} / m_{\alpha}$  по сравнению с удельным зарядом ионов, не говоря уже об электронах. Поэтому при достаточно высокой частоте  $\omega$  пылинки можно считать неподвижными в среде колеблющихся микрочастиц. Но и в этом случае их присутствие будет заметно, так как заряженные пылинки создают неоднородное электрическое поле, которое можно рассматривать как волну с нулевой частотой. В результате биений распространяющейся волны с упомянутой выше статической волной возникает нелинейное затухание Ландау [3].

Еще ярче проявляются особенности пылевой плазмы на низких частотах, при которых пылинки включаются в волновое движение. Следует учитывать, что в отличие от электронов и ионов заряд пылинки не является фиксированным. Изменение заряда при распространении продольной волны происходит с некоторым запаздыванием благодаря конечной электрической емкости пылинки. В результате возникает еще один механизм затухания, который в принципе отсутствует в обычной плазме [4].

Другая особенность пылевой плазмы связана с непрерывным спектром масс (размеров) пылинок. Это обстоятельство ранее как-то выпадало из поля зрения. Обычно для простоты рассматривался один сорт пылинок, и, по-видимому, подразумевалось, что обобщение на множество размеров не представляет труда. О непрерывном спектре пылевых частиц упоминалось крайне редко и то в том смысле, что учет его приведет к некоторым взвешенным значениям и в формуле (1).

В этой статье мы покажем, что это не так и что с непрерывным спектром размеров пылевых частиц связан еще один (третий) специфический механизм затухания продольных волн в пылевой плазме, по своей физической природе - это тоже затухание Ландау.

### 1. Пылеакустические волны

Качественный анализ спектра собственных волн в пылевой плазме легко провести, если представить (1) в виде

$$\omega^2 = f(V_{ph}^2), \quad (2)$$

где  $V_{ph} = \omega / k$  - фазовая скорость волны, а

$$f(V_{ph}^2) = \sum_{\alpha} \frac{\omega_{p,\alpha}^2}{1 - V_{T,\alpha}^2 / V_{ph}^2}. \quad (3)$$

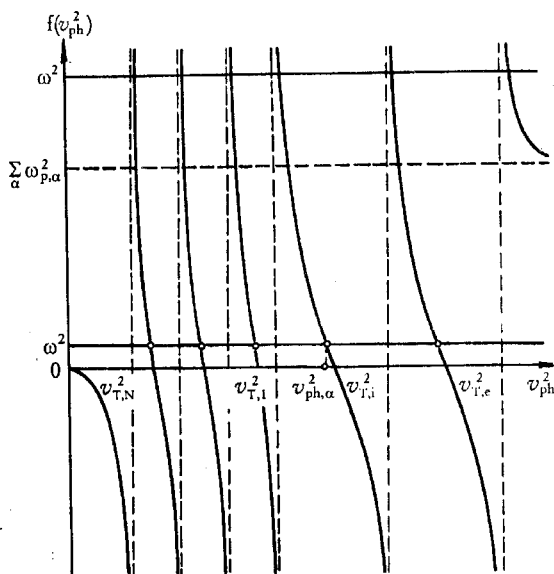


Рис. 1.

На рис.1 схематически показана функция  $f(V_{ph}^2)$ , которая имеет  $(N + 2)$  вертикальных асимптот в точках  $V_{ph}^2 = V_{T,\alpha}^2$ . Нумерация пылевых частиц на рисунке соответствует воз-

растанию их размеров ( $R_1 < R_2 < R_3 < \dots < R_N$ ). Корни дисперсионного уравнения (2) определяются точками пересечения  $f(V_{ph}^2)$  с прямой

$\omega^2 = const$ . Из графика видно, что уравнение (2) имеет набор "высокочастотных" корней ( $\omega^2 \gg \sum_{\alpha} \omega_{p,\alpha}^2$ ) с  $V_{ph} \approx V_{T,\alpha}$ . В области же

низких частот, корни в (2) можно приблизительно определить, положив  $\omega^2 \approx 0$ . Если к тому же точки пересечения кривой  $f(V_{ph}^2)$  с осью абсцисс отстоят достаточно далеко друг от друга (это соответствует разреженному спектру размеров пылинок), то можно воспользоваться неравенствами

$$V_{T,\alpha+1}^2 \ll V_{ph,\alpha}^2 \ll V_{T,\alpha}^2$$

и значительно упростить исходное уравнение (2), оставив в (3) для нахождения  $V_{ph,\alpha}$  два ближайших слагаемых " $\alpha$ " и " $\alpha + 1$ ", а все остальные отбросить. В частности, для корня, лежащего между  $V_{T,e}$  и  $V_{T,i}$ , получим известную формулу для фазовой скорости ионно-звуковой волны

$$V_{ph,i} \approx \left( \frac{q_i^2 n_{0,i} T_e}{q_e^2 n_{0,e} m_i} \right)^{1/2} \quad (4)$$

Появление в (4) множителя  $q_i^2 n_{0,i} / q_e^2 n_{0,e}$  обусловлено условием квазинейтральности плазмы, которое формулируется с учетом зарядов всех микро- и макрочастиц:

$$\sum_{\alpha} q_{\alpha} n_{0,\alpha} = 0.$$

Если, как это обычно бывает, пылинки заряжены отрицательно, то  $n_{0,i}$  может значительно (до  $\sim 10^5$ ) превосходить  $n_{0,e}$ . Поэтому  $V_{ph,i}$ , определяемое по формуле (4), намного превосходит фазовую скорость ионно-акустической волны в обычной плазме ( $V_{ph,i} \approx (T_e / m_i)^{1/2}$ ). В результате ионно-акустическая волна в пылевой плазме становится слабозатухающей даже при  $T_e \approx T_i$  [5]. В пылевой плазме с положительно заряженными пылинками ситуация меняется на обратную и требуется очень сильная неизотермичность  $T_e \gg T_i n_{0,i} / n_{0,e}$ , чтобы существовал ионный звук.

Второй корень дисперсионного уравнения (2)  $V_{ph,d}$ , ближайший к  $V_{ph,i}$  (индекс  $d$  указывает на связь с пылью), удовлетворяет неравенству  $V_{T,i} \ll V_{ph,d} \ll V_{T,i}$ , что позволяет написать упрощенное решение в виде

$$V_{ph,d} \approx \left( \frac{q_1^2 n_{0,1} T_i}{q_i^2 n_{0,i} m_i} \right)^{1/2} \quad (5)$$

(индекс 1 соответствует размеру  $R_1$ ).

Эта волна подобна ионному звуку (4) и по аналогии называется пылевым звуком [2, 6]. Формула (5) описывает быстрый пылевой звук. Наряду с ним в среде могут распространяться еще  $(N-1)$  звуковых волн с меньшими фазовыми скоростями

$$V_{ph,\alpha} \approx \left( \frac{q_{\alpha+1}^2 n_{0,\alpha+1} T_\alpha}{q_\alpha^2 n_{0,\alpha} m_{\alpha+1}} \right)^{1/2}, \quad (6)$$

которые мы также будем называть пылезвуковыми.

## 2. Пылеакустические волны в пылевой плазме с непрерывным распределением частиц по размерам

Предположение о сильно разреженном спектре размеров пылевых частиц представляется маловероятным, и соответственно множество пылезвуковых волн вряд ли существует в реальных условиях. Более того, результаты наблюдений указывают на то, что спектр размеров пылинок в космической плазме можно считать непрерывным в некотором интервале  $R_{min} \leq R \leq R_{max}$ . В этом случае от суммирования по всем сортам пылевых частиц в формуле (1) следует перейти к интегрированию:

$$1 = \frac{\omega_{p,e}^2}{\omega^2 - k^2 V_{T,e}^2} + \frac{\omega_{p,i}^2}{\omega^2 - k^2 V_{T,i}^2} + \frac{3\varphi^2}{\rho} \int_{R_{min}}^{R_{max}} \frac{W(R) dR}{R(\omega^2 - k^2 V_T^2(R))} \quad (7)$$

При выводе (7) мы заменили  $\omega_{p,\alpha}^2$  на  $4\pi q^2(R)W(R)dR / m(R) = 3\varphi^2 W(R)\rho^{-1} R^{-1} dR$ , где  $W(R)$  - функция распределения частиц по размерам,  $\varphi$  - поверхностный потенциал пылинок, связанный с зарядом соотношением

$q(R) = \varphi R$  (потенциал  $\varphi$  определяется в основном температурами  $T_e, T_i$  и его можно считать одним и тем же для всех  $R$ ), а масса частиц  $m(R) \approx \frac{4}{3} \pi \rho R^3$  (круглые частицы с одинаковой плотностью вещества  $\rho$ ). Кроме того, будем считать, что пылинки имеют одинаковую температуру  $T$ , т.е.  $V_T^2(R) = 3T / 4\pi \rho R^3$ . Тогда интеграл в (7) упрощается, если перейти к переменной  $z = R^3$ :

$$J = \frac{\varphi^2}{\rho \omega^2} \int_{z_{min}}^{z_{max}} \frac{W^*(z) dz}{z - z_T} \quad (8)$$

Здесь введены обозначения

$$W^*(z) = W(R(z)) = W(z^{1/3}),$$

$$z_T = \frac{3T}{4\pi \rho V_{ph}^2}.$$

Если  $z_T < z_{min}$  или  $z_T > z_{max}$ , то интеграл (8) имеет действительное значение, и собственные волны остаются незатухающими. Иначе обстоит дело, когда параметр  $z_T$  попадает в интервал  $[z_{min}; z_{max}]$  (это соответствует случаю, когда фазовая скорость пылезвуковой волны лежит между  $V_T(R_{min})$  и  $V_T(R_{max})$ ). Тогда в точке  $z = z_T$  подынтегральное выражение имеет полюс первого порядка (предполагается, что  $W^*(z_T) \neq 0$ ). Согласно правилу Ландау

$$J = \frac{\varphi^2}{\rho \omega^2} \left[ \int \frac{W^*(z) dz}{z - z_T} + i\pi W^*(z_T) \right] \quad (9)$$

где  $\oint$  обозначает главное значение интеграла.

Таким образом, в дисперсионном уравнении (7) появляется мнимое слагаемое  $\text{Im} J = i\pi \varphi^2 W^*(z_T) \rho^{-1} \omega^{-2}$ , что указывает на затухание волны. Согласно литературным данным во многих случаях (например, в кольцах планет) функция  $W(R)$  является степенной  $\sim R^{-p}$  с показателем  $p$  в пределах от 0,9 до 4,5 [7]. Для удобства расчетов выберем  $p=3$ . Вычислив интеграл (7) с  $W(R) = N_0 R_0^2 / R^3$ , ( $N_0$ ,

$R_0$  - заданные параметры распределения), получим дисперсионное уравнение

$$\omega^2 = f(V_{ph}^2) = \frac{\omega_{pe}^2}{(1 - V_{Te}^2/V_{ph}^2)} + \frac{\omega_{pi}^2}{(1 - V_{Ti}^2/V_{ph}^2)} + \frac{\Omega_{p,0}^2 V_{ph}^2}{3V_{T,0}^2}$$

$$\begin{cases} \ln \frac{V_{ph}^2 - V_T^2(R_{max})}{V_{ph}^2 - V_T^2(R_{min})}, V_{ph} > V_T(R_{min}); V_{ph} < V_T(R_{max}) \\ \ln \frac{V_{ph}^2 - V_T^2(R_{max})}{V_T^2(R_{min}) - V_{ph}^2} - i\pi, V_T(R_{min}) > V_{ph} > V_T(R_{max}) \end{cases} \quad (10)$$

В этой формуле

$\Omega_{p,0}^2 = (4\pi q^2(R_0)N_0 / m(R_0))^{1/2}$  - некоторая эффективная плазменная частота пылинок, в которой учтено распределение частиц по размерам, спектр размеров и в эффективной тепловой скорости  $V_{T,0} = V_T(R_0)$ .

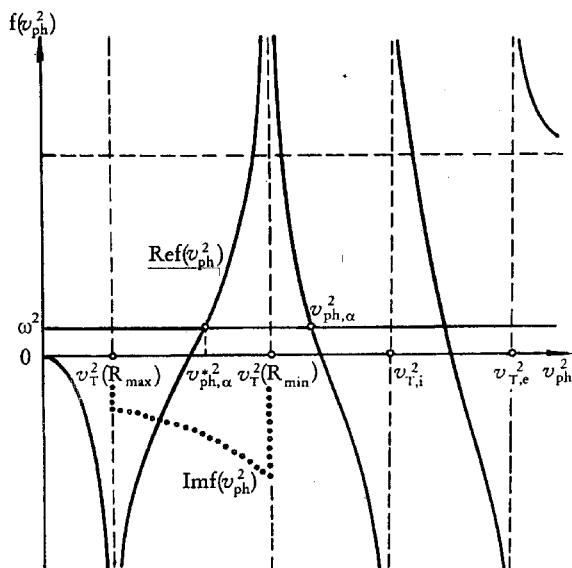


Рис. 2.

Схематический график функции  $f(V_{ph}^2)$  в (10) (рис.2) совпадает с изображенным на рис.1, за исключением интервала  $V_T^2(R_{max}) < V_{ph}^2 < V_T^2(R_{min})$ , который соответствует области затухания пылезвуковой волны. Здесь в случае непрерывного спектра размеров  $f(V_{ph}^2)$  имеет комплексное значение. Поэтому на рис.2 показаны кривые  $Re f(V_{ph}^2)$  и  $Im f(V_{ph}^2)$ . Видно, что вместо серии пылезвуковых волн дискретного спектра с фазовыми скоростями  $V_{ph,\alpha}$  (см. формулу (6)) здесь остается одна медленная

волна с фазовой скоростью  $V_{ph,d}^*$ , лежащей между  $V_T^2(R_{max})$  и  $V_T^2(R_{min})$ . Однако эта волна является затухающей, так как в указанном диапазоне фазовых скоростей  $Im f(V_{ph}^2) \neq 0$ .

Кривая  $f(V_{ph}^2)$  имеет другой наклон, что свидетельствует об аномальной дисперсии в области затухания.

### 3. Затухание медленной пылезвуковой волны

Вычислим затухание волны  $Im \omega$  с  $V_{ph,d}^*$ . Упростим дисперсионное соотношение (10), воспользовавшись неравенствами  $V_{ph,d}^* \ll V_{T,i}; V_{T,e}$  (это позволяет не учитывать электронное и ионное слагаемые в рассматриваемой области фазовых скоростей), и запишем дисперсионное уравнение для продольных волн в виде

$$\epsilon(\omega, k) = \epsilon_r + i\epsilon_i \approx 1 - \frac{\Omega_{p,0}^2}{3k^2 V_{T,0}^2} \quad (11)$$

$$\left[ \ln \frac{V_{ph}^2 - V_T^2(R_{max})}{V_T^2(R_{min}) - V_{ph}^2} - i\pi \right] = 0$$

где  $\epsilon_r$  - действительная, а  $\epsilon_i$  - минимальная части диэлектрической проницаемости  $\epsilon(\omega, k)$ .

Ограничимся рассмотрением малого затухания, когда  $\omega = \omega_r + i\omega_i$ ,  $\omega_i \ll \omega_r$ . Действительная часть частоты  $\omega_r$  является корнем уравнения

$$\epsilon_r(\omega_r, k) = 0, \quad (12)$$

а минимальная добавка определяется по формуле

$$\omega_i \approx - \frac{\epsilon_i(\omega_r, k)}{\partial \epsilon_r(\omega_r, k) / \partial \omega_r}$$

Произведя необходимые вычисления, находим

$$\omega_r \approx k V_T(R_{min}) \left( \frac{\beta}{1 + \beta} \right)^{1/2}, \quad (13)$$

$$\omega_i \approx -k V_T(R_{min}) \frac{\pi}{2(1 + \beta)} \left( \frac{\beta}{1 + \beta} \right)^{1/2}, \quad (14)$$

где  $\beta = \exp(3k^2 V_{T,0}^2 / \Omega_{p,0}^2)$

При выводе (13) и (14) учтено, что обычно  $R_{max} \gg R_{min}$  и  $V_T^2(R_{max}) \gg V_T^2(R_{min})$ . Вид-

но, что фазовая скорость медленного пылевого звука в области затухания близка к тепловой скорости самых мелких пылинок

$$V_{ph,d}^* \approx V_T(R_{min}) \left( \frac{\beta}{1+\beta} \right)^{1/2}, \quad (15)$$

а относительное затухание

$$\omega_i / \omega_r \sim \frac{\pi}{2(\beta + 1)} - \text{мало, если } \beta \gg 1.$$

Это и есть условие, при котором справедливы полученные выше формулы (13) и (14).

Как известно, бесстолкновительное затухание (затухание Ландау) представляет собой кинетический эффект, связанный с определенными особенностями функции распределения. Повышение же затухания плазменных волн в гидродинамическом приближении оказывается несколько неожиданным. Формальное объяснение не представляет труда, поскольку роль функции распределения пылевых частиц по скоростям  $f_{0,d}(V)$  играет в нашем случае

функция  $W(R)$  или  $W^*(z)$ , характеризующая распределение частиц по размерам. Мнимое слагаемое в дисперсионном уравнении возникает в кинетической теории за счет интеграла

$$- \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial f_{0,d} / \partial V}{V - V_{ph}} dv,$$

а в пылевой плазме

$$\int_{z_{min}}^{z_{max}} \frac{W^*(z) dz}{z - z_T}.$$

Сходство между ними очевидно. Известно, что волна оказывается затухающей, если производная  $\partial f_{0,d} / \partial V < 0$  при  $V = V_{\Phi}$ . Соответствующее требование к  $W^*(z)$  формулируется как  $W^*(z) > 0$  при  $z = z_T$ . Но это условие автоматически выполняется при любых функциях распределения  $W^*(z)$ , которые являются положительными по смыслу своего определения.

#### 4. Предельный переход от дискретного к непрерывному распределению частиц по размерам

Мы убедились, что спектр собственных волн в пылевой плазме с дискретным и непрерывным распределениями частиц качественно отличаются друг от друга. В тоже время чувствуется, что при малом интервале дискретизации, когда  $\Delta R_j = R_{j+1} - R_j \ll R_j$  отличия

между двумя типами распределений должны сгладиться. Однако, сравнивая рис.1 и 2, видно, что в рамках принятой модели проследить предельный переход не удастся. При уменьшении интервала дискретизации  $\Delta R_j$  фазовые скорости собственных волн все более сближаются, но все они остаются незатухающими. В плазме с непрерывным распределением появляется затухание и аномальная дисперсия.

Эта особенность наводит на мысль, что плавный предельный переход к  $\Delta R_j \rightarrow 0$  можно будет осуществить, если учесть всегда существующее и в дискретном спектре затухание волн. Проще всего это сделать, введя силу трения в уравнение движения через соударения частиц. Тогда дисперсионное уравнение несколько усложнится:

$$\epsilon(\omega, k) = 1 - \sum \frac{\omega_{p,\alpha}^2}{\omega^2 - k^2 V_{T,\alpha}^2 + i\nu_{\alpha}\omega} = 0, \quad (16)$$

( $\nu_{\alpha}$  - частота соударений частиц сорта  $\alpha$  со всеми остальными частицами).

Будем считать, что затухание слабое ( $\nu_{\alpha} \ll \omega$ ), и спектр собственных волн определяется уравнением (12) в формуле (2):  $\omega^2 = f(V_{ph}^2)$ , где

$$f(V_{ph}^2) = \sum \frac{\omega_{p,\alpha}^2 (V_{\Phi}^2 - V_{T,\alpha}^2) V_{\Phi}^2}{(V_{\Phi}^2 - V_{T,\alpha}^2)^2 + \nu_{\alpha}^2 V_{ph}^2 / k^2}. \quad (17)$$

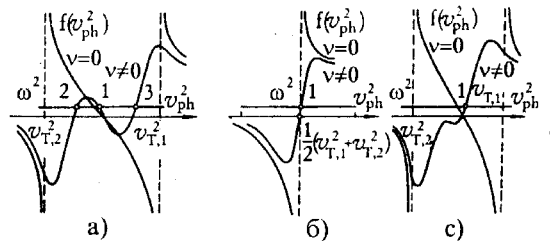


Рис. 3.

Рассмотрим далее для простоты только два соседних сорта частиц, обозначив их индексами 1 и 2. На рис.3 показаны графики функции  $f(V_{ph}^2)$  и отмечены корни дисперсионного уравнения  $V_{ph,1,2,3}^2$  в области фазовых скоростей  $V_{T,2}^2 \leq V_{ph}^2 \leq V_{T,1}^2$ . Видно, что при учете затухания имеются три низкочастотных волны в 2-компонентной пылевой среде (рис.3,а), но только одна волна - в среде с одним сортом частиц (рис.3,б).

Мы покажем, если интервал дискретизации  $\Delta R = R_2 - R_1$  станет меньше некоторого критического значения  $\Delta R_{kp}$ , то в 2-компонентной среде также остается только одна слабо затухающая волна, и указанная особенность дискретного спектра исчезнет. Чтобы получить аналитические выражения для  $\Delta R_{kp}$ , сделаем еще несколько упрощающих предположений, не имеющих принципиального значения. Пусть  $\omega_{p,1}^2 = \omega_{p,2}^2 = \omega_p^2$  и  $v_1 = v_2 = v$ . Кроме того, рассматривая низкочастотные волны, можно приближенно определять их фазовые скорости из уравнения  $f(V_{ph}^2) = 0$ , которое в данном случае сводится к уравнению 3-й степени относительно  $V_{ph}^2$  (корень  $V_{ph}^2 = 0$  нас не интересует):

$$(2V_{ph}^2 - V_{T1}^2 - V_{T2}^2)(V_{ph}^2 - V_{T1}^2)(V_{ph}^2 - V_{T2}^2) + v^2 V_{ph}^2 / k^2 = 0. \quad (18)$$

Первому множителю соответствует волна со скоростью

$$V_{ph,1}^2 = \frac{1}{2}(V_{T1}^2 + V_{T2}^2), \quad (19)$$

а второму - две волны:

$$V_{ph,2,3}^2 = \frac{1}{2} \left( V_{T1}^2 + V_{T2}^2 - \frac{v^2}{k^2} \right) \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left( V_{T1}^2 + V_{T2}^2 - \frac{v^2}{k^2} \right)^2 - V_{T1}^2 V_{T2}^2} \quad (20)$$

С ростом  $v$  подкоренное выражение уменьшается и в том случае, когда оно обращается в нуль, волны 2 и 3 сливаются в одну с фазовой скоростью, несколько меньшей, чем  $V_{ph,1}$ :

$$V_{ph,2,3}^2 = V_{ph,1}^2 - \frac{v^2}{2k^2}. \quad (21)$$

С дальнейшим увеличением  $v$  корни  $V_{ph,2,3}^2$  становятся комплексными и остается только одна волна с  $V_{ph,1}^2$  (рис.3,с). То же самое происходит, если, зафиксировав  $v$ , уменьшать разность скоростей  $\Delta V_T = V_{T1} - V_{T2}$ . Таким образом, можно сформулировать условие исчезновения двух корней  $V_{ph,2,3}^2$  в виде

$$\Delta V_T < \frac{v}{k}. \quad (22)$$

При малых  $\Delta V_T$ , когда можно считать  $V_{T1} \approx V_{T2} \approx V_T$ , от неравенства (22) легко перейти к соответствующему условию на  $\Delta R = R_2 - R_1 \ll R_{1,2} \approx R$ . Замечая, что  $V_T = \sqrt{\frac{3T}{4\pi\rho}} R^{-3/2}$  и  $\Delta V_T \approx \frac{3}{2} V_T \frac{\Delta R}{R}$ , получим окончательно:

$$\frac{\Delta R}{R} < \frac{2}{3} \frac{v}{k V_T} \approx \frac{2v}{3\omega}. \quad (23)$$

При выполнении этого неравенства дискретизация спектра размеров частиц почти не проявляет (спектр собственных волн не отличается качественно от спектра волн в однокомпонентной среде). Поэтому искомое критическое значение интервала дискретизации имеет вид:

$$\Delta R_{kp} = \frac{2}{3} \frac{Rv}{\omega}.$$

### Литература

1. Goert. C.K. Rev. Geophys. 1989, 27, 271.
2. Mendis, D.A. and Rosenberg, M. Ann. Rev. Astron. Astrophys 1994, 32, №4, 231.
3. Forlani, A., U. de Angelis and Tsytoich V. Phys. Scripta, 1992, 45, 509.
4. Melands, E., Aslaksen T. and Havnes, O. Planes Space Sci, 1993, 41, 321
5. Shukla P.K. and Silin, V.P. Phys.Scripta. 1992, 45, 508.
6. Rao N., Shukla, P. and Yu M. Plan.Space Sci, 1990, 38, №7, 54.
7. Burns T.A., Showalter M.R., and Morfill, G.E. In R.Greenberg and A. Brahic (Eds) Planetary Rings. - (University of Ariz. Press: Tucson AZ), 1984, 200.

### Damping of Low - Frequency Electrostatic Waves in Dusty Plasmas due to Continuous Size Spectrum of Dust Grains.

P.V. Bliokh and V.V. Yaroshenko

The eigenwaves spectrum peculiarities of dusty plasma with discrete and continuous distribution of grains sizes are analysed. It is shown that the plasma with continuous structure possesses specific properties, which usual plasma does not demonstrate. Actually, there appears a slow electrostatic wave, named dust - acoustic, which acquires collisionless attenuation (analog of Landau damping) even in hydrodynamic approach).