

Импульсное излучение антенны

Л.Г.Содин

Радиоастрономический институт Национальной Академии наук Украины
Украина, 310002, Харьков, ул.Краснознаменная, 4

Статья поступила 5 ноября 1996 г.

Исследованы основные характеристики антенн излучателей импульсных электромагнитных полей. Основное внимание уделено энергетическим параметрам: диаграмме направленности и коэффициенту направленного действия в зоне Фраунгофера при различных формах возбуждающего импульса и различных видах апертуры. Показана энергетическая эквивалентность импульсного и монохроматического излучателей при близких значениях пространственной длительности возбуждающего импульса (ct) и длины волны (λ).

Досліджено основні характеристики антен-випромінювачів імпульсних електромагнітних полів. Головна увага приділена енергетичним параметрам: діаграмі спрямованості та коефіцієнту спрямованої дії в зоні Фраунгофера при різних формах збуджуючого імпульса та різних видах апертури. Показана енергетична еквівалентність імпульсного та монохроматичного випромінювачів при близьких значеннях просторової довжини збуджуючого імпульса (ct) і довжини хвилі (λ).

Введение

В последние годы заметно возрос интерес к исследованию импульсного излучения различного рода антеннами. Связано это с созданием радиолокационных систем, работающих на видеоимпульсах очень малой длительности [1,2], а также с проблемой формирования электромагнитного снаряда [3,4]. Расчет характеристик импульсных излучателей, хотя и базируется на хорошо известных соотношениях, однако освещен до настоящего времени явно недостаточно, сравнительно с теорией монохроматического излучения. В соответствии с основными задачами практики в данной работе наиболее подробно изучаются характеристики излучения в дальней зоне (в зоне Фраунгофера), в первую очередь – диаграмма направленности (ДН) и коэффициент направленного действия (КНД). Рассмотрены антенны с круглым и квадратным раскрытиями, а также антенны-решетки из слабо направленных элементов.

Существенной особенностью импульсных излучателей является изменение формы импульса в зависимости от дальности и угловых координат. Поэтому оказываются принципиально различными ДН по полю, по мощности и по энергии. Изложенное ведет к заметному усложнению анализа и требует подходов, отличающихся от используемых в теории антенн монохроматического излучения.

Возможны два варианта анализа импульсного излучения:

1) использование метода Фурье, когда исходные соотношения записываются так же, как и в

обычной теории, с последующим переходом во временную область;

2) использование с самого начала запаздывающих потенциалов.

Мы будем применять оба варианта, что сделает рассмотрение более наглядным. В работе рассмотрены методы расчета основных параметров излучателей импульсов на примерах круглой, квадратной и линейной антенн при нескольких характерных формах импульсов токов и видах апертурных распределений.

1. Исходные соотношения

Пусть задан малый диполь, описываемый вектором \vec{s} и током $I(t)$. Тогда в точке пространства, положение которой относительно диполя определено вектором \vec{R} (см. рис. 1), магнитное поле равно

$$\vec{H} = \frac{\vec{s}}{4\pi c} \left[\left(\frac{1}{R} \right) \dot{I}(t - R/c) + \left(\frac{c}{R^2} \right) I(t - R/c) \right] \vec{s} \vec{R} / sR.$$

Здесь первое слагаемое – поле излучения, второе – быстро убывающее магнитостатическое поле тока $I(t)$. Электрическая компонента поля содержит еще третье слагаемое – статическое поле зарядов. Поскольку это третье слагаемое убывает еще быстрее, как R^{-3} , далее электрическая компонента не рассматривается. Ее величина в зоне Френеля, и тем более в зоне Фраунгофера, просто связана с величиной H : $|\vec{E}| = Z_0 |\vec{H}|$, где $Z_0 = 120\pi$ Ом.

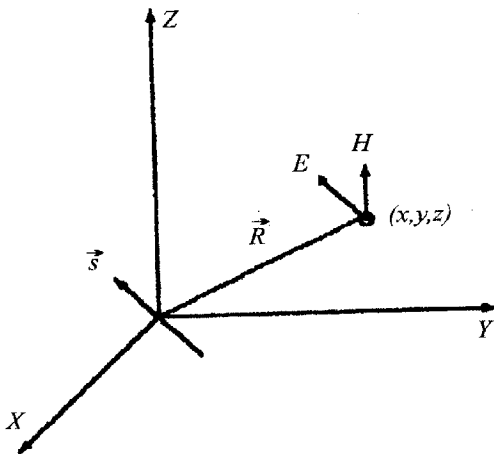


Рис. 1.

1.1. Круглая (дисковая) антенна

Рассмотрим диск радиуса a , возбужденный сторонней плотностью токов, текущих вдоль оси OX . Считаем распределение токов осесимметричным заданным в виде $f(\rho)I_x(t)$, где $f(\rho)$ – радиальное распределение, $I_x(t)$ – форма импульса тока. В силу линейности задачи рассматриваем ток одной поляризации. Начало системы координат совместим с центром диска. Поле ищем в точке (x, y, z) , ось OZ – нормальна к плоскости антенны (см. рис. 2). Тогда в зоне Френеля магнитное поле имеет одну компоненту H_ϕ , равную:

$$H_\phi(x, y, z; t) = \frac{\sin\theta}{2\pi c R_0} \int_0^a f(\rho) d\rho \times \int_{-1}^1 \frac{\dot{I}(t^* - \rho^2/2cR_0 - \rho u(\sin\Delta)/c)}{\sqrt{1-u^2}} du, \quad (1)$$

а ее преобразование Фурье (т.е. поле при монохроматическом возбуждении):

$$H_\phi(x, y, z; \omega) = \frac{ik\tilde{I}(\omega)\sin\theta}{2R_0} c^{\exp(ikR_0)} \times \int_0^a f(\rho) c^{\exp(ik\zeta^2/2R_0)} J_0(k\zeta \sin\Delta) \rho d\rho, \quad (2)$$

где $R_0 = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, c – скорость света, $k = \omega/c$, $\cos\Delta = z/R_0$, $\cos\theta = x/R_0$, $t^* = t - R_0/c$ – запаздывающее время, J_0 – функция Бесселя.

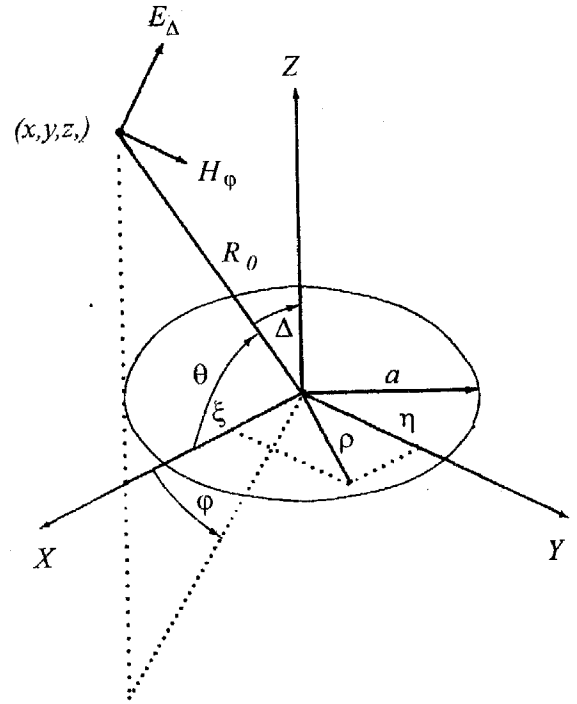


Рис. 2.

Для оценки приближений, сделанных при записи соотношения (1), приведем строгое выражение для поля на оси ($\Delta = 0$):

$$H_\phi(0, 0, z; t) = \frac{R_0}{2\pi c} \int_0^a f(\rho) \rho d\rho \times \int_0^\pi \left[\frac{\dot{I}(t^*)}{R^2} + c \frac{I(t^*)}{R^3} \right] d\psi, \quad R_0 = z, \quad (3)$$

где $R = \sqrt{R_0^2 + \rho^2}$, $\cos\psi = \xi/\rho$.

В зоне Френеля, $R \cong R_0 + \rho^2/2R_0$, пренебрегаем магнитостатическим членом и R^2 в знаменателе выносим из - под интеграла:

$$H_{\phi 1} \cong \frac{1}{2R_0 c} \int_0^a \dot{I}(t^* - \rho^2/2R_0 c) f(\rho) \rho d\rho, \quad (4)$$

В зоне Фраунгофера $R_0 \rightarrow \infty$:

$$H_{\phi 2} \cong \frac{\dot{I}(t^*)}{2cR_0} \int_0^a f(\rho) \rho d\rho. \quad (5)$$

Пусть $f(\rho) = 1$ (равноамплитудно возбужденный диск). При этом интегралы в точной формуле (3) берутся в конечном виде:

$$H_{\phi}(0,0,z;t) = \frac{1}{2} \left[I(t - R_0/c) - \frac{R_0}{R_0^2 + a^2} I\left(t - \sqrt{R_0^2 + a^2}/c\right) \right] \quad (6)$$

Точное выражение (6) описывает электромагнитный снаряд [4]. Если $R_0 \gg a$, оно переходит в

$$H_{\phi}(0,0,z;t) = \frac{I}{2} \left[I(t^*) - I\left(t^* - a^2/2R_0c\right) \right],$$

что при $f(\rho) = 1$ точно совпадает с формулой приближения Френеля (4).

При $a^2/2R_0c \ll \tau$, (τ – длительность импульса), заменяя в (6) разность производной, получим приближение зоны Фраунгофера (5). Таким образом, для справедливости френелевского приближения достаточно выполнения условия $R_0^2 \gg a^2$, для справедливости приближения Фраунгофера требуется $R_0 \gg a^2/2c\tau$. Это аналог условия $R_0 \gg a^2/\lambda$, определяющего дальнюю зону при монохроматическом излучении.

Для удобства введем “френелевский” и “угловой” параметры:

$$\delta = a^2/2R_0c,$$

$$\alpha = a\sqrt{x^2 + y^2}/R_0c = (a/c)\sin\theta, \quad (7)$$

$$p = a/c\tau,$$

(размерности δ и α – секунды).

Преобразуем (1) подстановкой

$$\rho = av, \quad 0 < v < 1 \text{ и } u = z/v:$$

$$H_{\phi}(x, y, z; t) = \frac{\delta \sin\theta}{\pi} \int_0^{\infty} f(v) dv \int_{-v}^v \frac{\dot{I}(t^* - \delta v^2 - \alpha z)}{\sqrt{v^2 - z^2}} dz. \quad (8)$$

В (8) верхний предел интеграла по v взят равным ∞ (если $f(v) = 0$ при $v > 1$, то это не меняет сути, но позволяет рассматривать гипотетические апертурные распределения, например, гауссово $f(v) = \exp(-v^2)$. В зоне Фраунгофера, где $\delta \ll \tau$, удобно поменять порядок интегрирования:

$$H_{\phi}(x, y, z; t) = \frac{\delta \sin\theta}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{I}(t^* - \alpha z) dz \int_{|z|}^{\infty} \frac{f(v) v dv}{\sqrt{v^2 - z^2}} dz. \quad (9)$$

Далее используется три вида $f(v)$: $f_1(v) = 1$, $f_2(v) = 1 - v^2$ ($v < 1$), $f_3(v) = \exp(-v^2)$.

Внутренние интегралы в (9), обозначаемые $\psi(z)$, при этом будут равны:

$$\psi_1(z) = \sqrt{1 - z^2},$$

$$\psi_2(z) = \frac{2}{3}(1 - z^2)^{3/2},$$

$$\psi_3(z) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \exp(-z^2).$$

1.2. Квадратная антенна со стороной $2a$

Магнитная компонента поля в зоне Френеля равна

$$H_{\phi}(x, y, z; t) = \frac{\sin\theta}{4\pi R_0c} \times \int_{-a}^a \int_{-a}^a \dot{I}\left(t^* - \frac{\xi^2 + \eta^2}{2R_0c} + \frac{x\xi + y\eta}{R_0c}\right) f(\xi, \eta) d\xi d\eta, \quad (10)$$

где (ξ, η) – декартовы координаты в плоскости антенны, $f(\xi, \eta)$ – распределение тока по апертуре.

В зоне Фраунгофера $\frac{\xi^2 + \eta^2}{2R_0c} < \frac{a^2}{R_0c} \ll \tau$ и в сечении $y = 0$

$$H_{\phi}(x, 0, z; t) = \frac{\sin\theta}{4\pi R_0c} \times \int_{-a}^a \int_{-a}^a \dot{I}(t^* + \xi(\cos\theta)/c) f(\xi, \eta) d\xi d\eta.$$

При равномерном возбуждении $f(\xi, \eta) = 1$,

$$\int_{-a}^a d\eta = 2a,$$

$$H_{\phi}(x, 0, z; t) = \frac{a \sin\theta}{2\pi R_0 \cos\theta} \times \left[I(t^* + a(\cos\theta)/c) - I(t^* - a(\cos\theta)/c) \right]. \quad (11)$$

На оси антенны $x = 0$, $R_0 = z$, $\theta = \pi/2$,

$$H_{\phi}(t) = \frac{a^2}{\pi R_0c} \dot{I}(t^*).$$

Для круглой антенны в аналогичном случае, как следует из (5),

$$H_{\phi}(t) = \frac{a^2}{4R_0 c} \dot{I}(t^*).$$

Видно, что при равенстве площадей поля на оси круглой и квадратной антенн одинаковы.

2. Временные и пространственные характеристики поля

2.1. Круглая антенна

В соответствии с (9) поле в зоне Фраунгофера в точке (x, y, z) равно

$$H_{\phi}(x, y, z; t) = \frac{\delta \sin \theta}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{I}(t^* - \alpha z) \psi(z) dz, \quad (9a)$$

или, если исходить из преобразования Фурье импульса тока,

$$\begin{aligned} I(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{I}(\omega) e^{i\omega t} d\omega, \\ \dot{I}(t) &= \frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{I}(\omega) e^{i\omega t} \omega d\omega, \\ H_{\phi}(x, y, z; t) &= \frac{i\delta \sin \theta}{2\pi} \times \\ &\times \int_0^{\infty} \tilde{I}(\omega) \omega d\omega \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega(t - \alpha z)} \psi(z) dz. \end{aligned} \quad (96)$$

2.1.1. Гауссов импульс тока, гауссова апертура

$$\begin{aligned} f(\rho) &= \exp(-\rho^2/a^2), \quad I(t) = \exp(-t^2/\tau^2), \\ \dot{I}(t) &= -\frac{2t}{\tau^2} \exp(-t^2/\tau^2). \end{aligned}$$

В этом случае в соответствии с (9a)

$$H_{\phi} = -\frac{i\delta \sin \theta}{\sqrt{\pi} \tau^2} \int_{-\infty}^{\infty} (t^* - \alpha z) e^{-(t^* - \alpha z)^2/\tau^2} e^{-z^2} dz.$$

Здесь интеграл выражается в элементарных функциях:

$$\begin{aligned} H_{\phi} &= -\frac{\delta t^* \tau \sin \theta}{(\alpha^2 + \tau^2)^{3/2}} \exp\left(-\frac{t^{*2}}{\alpha^2 + \tau^2}\right), \quad (12) \\ H_{\phi} &= \begin{cases} \frac{\delta t^* \sin \theta}{\tau^2} \exp(-t^{*2}/\tau^2), & \alpha^2 \ll \tau^2; \\ \frac{\delta t^* \tau \sin \theta}{\alpha^3} \exp(-t^{*2}/\alpha^2), & \alpha^2 \gg \tau^2; \end{cases} \end{aligned}$$

Как видно из выражения (12), вблизи оси антенны ($\sin \Delta < c\tau/a$) импульс поля повторяет по форме дифференцированный импульс тока, а его амплитуда убывает как R_0^{-1} . В боковых направлениях импульс растягивается, его длительность становится равной α , а амплитуда убывает как $(R_0 \sin^3 \Delta)^{-1}$. Таким образом, с отклонением от оси антенны амплитуда импульса падает, а длительность растет, что ведет к необычной связи ДН по полю и по энергии. На рис. 3 показаны нормированные импульсы поля, соответствующие (12). Поскольку импульсы нечетные, они показаны только для $t > 0$, в качестве параметра приведены значения $q = \alpha/\tau = p \sin \Delta$.

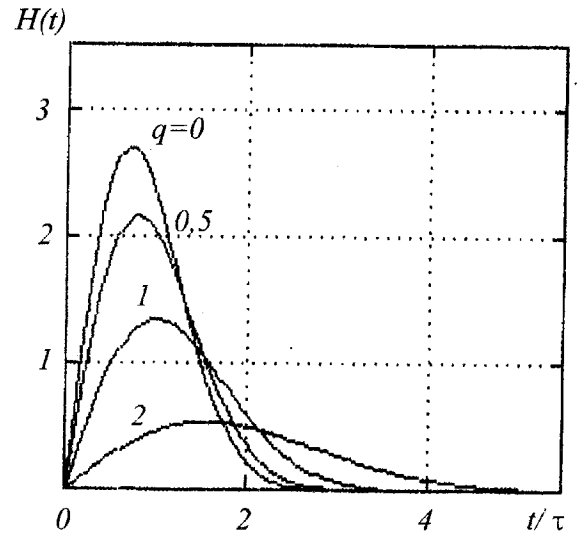


Рис. 3.

2.1.2. "Треугольный" импульс тока, равноамплитудная апертура

$$\begin{aligned} I(t) &= 1 - |t|/\tau, \quad |t| < \tau, \quad \dot{I}(t) = t/|t|\tau, \\ f(\rho) &= 1, \quad \rho < a. \end{aligned}$$

В этом случае

$$\begin{aligned} H_{\phi} &= \frac{\delta \sin \theta}{\pi} \int_{-1}^1 \dot{I}(t^* - \alpha z) \sqrt{1 - z^2} dz = \\ &= \frac{\delta \sin \theta}{\pi \tau} (G_1 - 2G + G_3), \end{aligned}$$

где

$$G = \begin{cases} 0, & t^* < -\alpha; \\ 0,5 \left[\frac{t^*}{\alpha} \sqrt{1 - \left(\frac{t^*}{\alpha}\right)^2} + \arcsin \frac{t^*}{\alpha} + \frac{\pi}{2} \right], & -\alpha < t^* < \alpha; \\ \pi/2, & t^* > \alpha; \end{cases}$$

$$G_1 = G_2(t^* + \tau), \quad G_3 = G_2(t^* - \tau).$$

При $\alpha = 0$ $H_\phi = 0,5\delta \sin\theta \dot{I}(t^*)$. Импульс тока для этого примера при $t > 0$ показан на рис. 4, параметр q такой же, как на рис. 3.

2.1.3. "Прямоугольный" импульс производной тока, гауссова апертура

$$\dot{I}(t) = 1, \quad -\tau < t < \tau, \quad f(\rho) = \exp(-\rho^2/a^2),$$

$$H_\phi = \frac{\delta \sin\theta}{2\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{I}(t^* - \alpha z) e^{-z^2} dz = \frac{\delta \sin\theta}{4} \left[\Phi\left(\frac{t^* + \tau}{\alpha}\right) - \Phi\left(\frac{t^* - \tau}{\alpha}\right) \right], \quad (13)$$

где Φ – интеграл вероятностей: $\Phi(t) = \int_0^t e^{-z^2} dz$.

Изменение формы импульса поля при отклонении от оси антенны иллюстрируется на рис. 5. В отличие от предыдущих примеров, здесь импульс четный, ток ограничен во времени, а его производная знакопостоянная. При отклонении от оси импульс расплывается, сохраняя однополярный характер.

Сравнение рис. 3, 4 и 5 свидетельствует об аналогичном поведении формы импульса во всех трех примерах: с удалением от оси антенны амплитуда падает, а длительность растет.

Покажем теперь, как происходит трансформация импульса поля при переходе от зоны Френеля к зоне Фраунгофера при малых Δ , но не равных нулю (при $\Delta=0$ этот переход виден из выражения (6)).

При $az < \tau$, полагая импульс тока трижды дифференцируемым, используем разложение

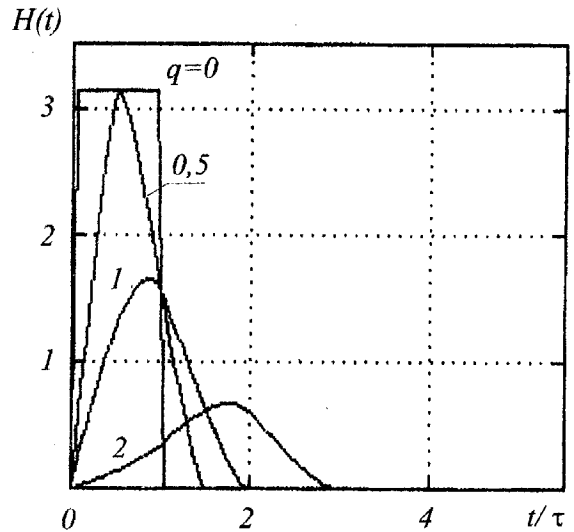


Рис. 4.

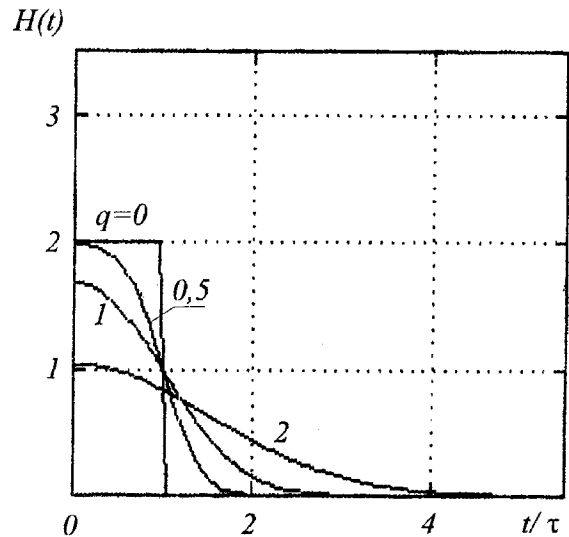


Рис. 5.

$$\begin{aligned} \dot{I}(t^* - \delta v^2 - \alpha z) &= \dot{I}(t^* - \delta v^2) - \\ &- \alpha z \ddot{I}(t^* - \delta v^2) + \frac{\alpha^2 z^2}{2} \ddot{\ddot{I}}(t^* - \delta v^2) - \dots \end{aligned}$$

Подстановка этого разложения в (8) дает

$$\begin{aligned} H_\phi &= \frac{\delta \sin\theta}{\pi} \left[\int_0^\infty f(v) v dv \dot{I}(t^* - \delta v^2) \int_{-v}^v \frac{dz}{\sqrt{v^2 - z^2}} + \frac{\alpha^2}{2} \ddot{\ddot{I}}(t^* - \delta v^2) \int_{-v}^v \frac{z^2 dz}{\sqrt{v^2 - z^2}} + \dots \right] = \\ &= \delta \sin\theta \left[\int_0^\infty f(v) \dot{I}(t^* - \delta v^2) v dv + \frac{\alpha^2}{2} \int_0^\infty f(v) \ddot{\ddot{I}}(t^* - \delta v^2) v^3 dv + \dots \right]. \end{aligned}$$

При $f(v) = 1$

$$H_\phi = \frac{\sin\theta}{2} \left\{ I(t^*) - I(t^* - \delta) + \frac{\alpha^2}{4} \left[\frac{\dot{I}(t^*) - \dot{I}(t^* - \delta)}{\delta} - \ddot{I}(t^* - \delta) \right] + \dots \right\}.$$

В зоне Фраунгофера ($\delta \ll \tau$), заменяя разности производными, получим

$$H_\phi = \frac{\sin\theta}{2} \left[\dot{I}(t^*) + \frac{\alpha^2}{8} \ddot{I}(t^*) + \dots \right].$$

Таким образом, если в зоне Френеля, при $\delta > \tau$, импульс раздваивается и нет уменьшения его амплитуды с ростом дальности, то в зоне Фраунгофера, $\delta < \tau$, амплитуда падает как R_0^{-1} , а импульс дифференцируется.

2.2. Квадратная антенна

В отличие от круглой апертуры в этом случае ДН различны в различных сечениях. В связи с этим введем азимутальный угол ϕ : $x = R_0 \sin \Delta \cos \phi$, $y = R_0 \sin \Delta \sin \phi$, $\cos \theta = \sin \Delta \cos \phi$.

2.2.1. Равноамплитудная антенна

В зоне Фраунгофера, $(\xi^2 + \eta^2)/2cR_0 < a^2/cR_0$, из (10) получим

$$H_\phi = \frac{\sin\theta}{4\pi c R_0} \int_{-a}^a \int_{-a}^a \dot{I} \left(t^* + \frac{x\xi + y\eta}{cR_0} \right) d\xi d\eta. \quad (14)$$

Сделав подстановку $t^* + \frac{x\xi + y\eta}{cR_0} = w$ и выполнив однократное интегрирование, приведем (14) к следующему виду:

$$H_\phi = \frac{a^2 \sin\theta}{4\pi c R_0 \alpha_x \alpha_y} \left[\int_{t^* - \alpha_x + \alpha_y}^{t^* + \alpha_x + \alpha_y} I(w) dw \int_{t^* - \alpha_x - \alpha_y}^{t^* + \alpha_x - \alpha_y} I(w) dw \right], \quad (15)$$

где

$$\alpha_x = \frac{ax}{cR_0} = \frac{a}{c} \cos\theta, \quad \alpha_y = \frac{ay}{cR_0} = \frac{a}{c} \sin\Delta \sin\phi.$$

В сечении $x=0$, $R_0 = \sqrt{y^2 + z^2}$:

$$H_\phi(0, y, z; t) = \frac{a}{2\pi R_0 \sin\Delta} \times \left[I(t^* + \alpha_y) - I(t^* - \alpha_y) \right]. \quad (15a)$$

В сечении $y=0$, $R_0 = \sqrt{x^2 + z^2}$:

$$H_\phi(x, 0, z; t) = \frac{a \sin\theta}{2\pi R_0 \cos\theta} \times \left[I(t^* + \alpha_x) - I(t^* - \alpha_x) \right]. \quad (15b)$$

В косом сечении $x=y$, $R_0 = \sqrt{2x^2 + z^2}$:

$$H_\phi(x, x, z; t) = \frac{c \sin\theta}{4\pi R_0 \cos^2\theta} \times \left[iI(t^* + 2\alpha_x) + iI(t^* - 2\alpha_x) - 2iI(t^*) \right], \quad (15b)$$

где $iI(t) = \int_{-\infty}^t I(t) dt$.

Если воспользоваться преобразованием Фурье импульса тока, то ДН в сечении $x=y$ имеет вид:

$$H_\phi(x, x, z; t) = \frac{ic \sin\theta}{2\pi^2 R_0 \cos^2\theta} \times \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{I}(\omega) \frac{\sin^2 \alpha \omega}{\omega} e^{i\omega t} d\omega.$$

Как видно из (15a), форма импульса существенно различна при $\alpha < \tau$ ($\sin\Delta < c\tau/a$) и при $\alpha > \tau$. В первом случае две компоненты поля "сливаются", вычитаясь одна из другой. Результирующий импульс укорачивается, точнее, дифференцируется аналогично (5). Когда $\alpha > \tau$, импульс поля двойной. Нетрудно видеть, что на оси антенны при $\alpha_x \rightarrow 0$, $\alpha_y \rightarrow 0$, все три случая, описываемые формулами (15a, б, в), дают одинаковый результат.

Не останавливаясь на детальном рассмотрении формы импульса поля при различных видах $I(t)$, перейдем к более интересным энергетическим характеристикам.

3. Пространственно-энергетические характеристики

Полную энергию импульса поля определим как

$$E = 120\pi \int_{-\infty}^{\infty} |H_{\phi}(t)|^2 dt.$$

3.1 Круглая антенна, зона Фраунгофера

В соответствии с (9а) для энергии импульса имеем

$$E(x, y, z) = 120 \frac{\delta^2 \sin^2 \theta}{\pi} \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R_I[\alpha(u-v)] \psi(u) \psi(v) du dv, \quad (16)$$

где R_I – автокорреляционная функция производной импульса тока,

$$R_I(s) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{I}(t) \dot{I}(t+s) dt = -\ddot{R}_I(s), \quad (17)$$

где $R_I(s)$ – автокорреляционная функция импульса тока.

Для гауссова импульса:

$$I(t) = \exp(-t^2/\tau^2),$$

$$R_I(s) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \tau \exp(-s^2/2\tau^2),$$

$$R_I(s) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\tau^2 - s^2}{\tau^3} \exp(-s^2/2\tau^2).$$

Для треугольного импульса:

$$I(t) = 1 - |t|/\tau, \quad |t| \leq \tau,$$

$$R_I(s) = \begin{cases} \frac{2}{3} \tau - \frac{s^2}{\tau} + \frac{|s|^3}{2\tau^2} & \text{при } 0 \leq |s| \leq \tau, \\ \frac{4}{3} \tau - 2|s| + \frac{s^2}{\tau} - \frac{|s|^3}{6\tau^2} & \text{при } \tau \leq |s| \leq 2\tau, \\ 0, & \text{при } |s| \geq 2\tau; \end{cases}$$

$$R_I(s) = \begin{cases} \frac{2}{\tau} - \frac{3|s|}{\tau^2} & \text{при } 0 \leq |s| \leq \tau, \\ -\frac{2}{\tau^2} + \frac{|s|}{\tau^2} & \text{при } \tau \leq |s| \leq 2\tau, \\ 0, & \text{при } |s| \geq 2\tau. \end{cases}$$

Рассмотрим подробно излучатель с гауссовым распределением плотности токов:

$$\psi_3(u) = 0,5\sqrt{\pi} \exp(-u^2)$$

при гауссовом импульсе тока. Выполняя интегрирование в (16), получим

$$E(x, y, z) = 15 \left(\frac{\pi}{2}\right)^{3/2} \frac{a^4 \tau^2 \sin^2 \theta}{c^2 R_0^2 (\tau^2 + \alpha^2)^{3/2}}. \quad (18)$$

В осевом направлении ($\alpha = 0$) энергия максимальна и равна

$$E(0,0,z) = 15(\pi/2)^{3/2} a^4 \tau^2 (\sin^2 \theta) / (c\tau R_2)^2.$$

Диаграмма направленности по энергии $f(\Delta, 0) = E(x, y, z) / E(0,0,z)$:

$$f(\Delta, 0) = \frac{\sin^2 \theta}{[1 + (a/c\tau)^2 \sin^2 \Delta]^{3/2}}. \quad (19)$$

Числитель $\sin^2 \theta$ отражает диаграмму направленности элемента тока – множитель диполя Герца по антенной терминологии. Интересно отметить, что, как видно из сравнения выражений (12) и (19), ДН по полю и по энергии одинаковы.

Это связано с тем, что уменьшение $|H_{\phi \max}|^2$ компенсируется расширением импульса поля.

Определим также полную энергию, излученную по всем направлениям, но при $z > 0$ (она равна полной энергии, подведенной к излучателю, если нет “обратного” излучения):

$$W = R_0^2 \int_0^{2\pi} \int_{\pi/2}^{\pi/2} E |\sin \Delta| d\Delta. \quad (20)$$

Учитывая, что $\sin^2 \theta = 1 - \sin^2 \Delta \cos^2 \phi$, и обозначив $p = a/c\tau$, получим

$$W = \frac{15\pi^{3/2} a^4}{2^{3/2} c^2 \tau^2} \int_0^{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{1 - \sin^2 \Delta \cos^2 \phi}{(1 + p^2 \sin^2 \Delta)^{3/2}} \times |\sin \Delta| d\Delta = \frac{15\pi^{5/2} a^4}{\sqrt{2} c^2 \tau} B(p), \quad (21)$$

где

$$B(p) = \frac{1 + 2p^2}{p^2 + p^4} - \frac{1}{p^3} \arcsin \frac{p}{\sqrt{1 + p^2}} = \begin{cases} 4/3 & \text{при } p \rightarrow 0, \\ 2/p^2 & \text{при } p \rightarrow \infty. \end{cases}$$

Для исчезающе малого излучателя (эквивалентного диполью Герца) $a \rightarrow 0$ и $W(a \rightarrow 0) = W_0 = 10\sqrt{2}\pi^{5/2} a^4 / c^2 \tau$.

КНД дискового излучателя сравнительно с диполем Герца определим естественным образом,

как превышение энергии импульса поля антенны в осевом направлении над энергией импульса поля диполя при одинаковых полных излученных энергиях, т.е. как отношение подведенных энергий при одинаковых энергиях импульсов поля:

$$D = \frac{E(0,0,z)/W}{E(0,0,z)/W_0} = \frac{W_0}{W}$$

Используя соотношения (18) и (21), получим

$$D = \frac{4}{3} \frac{p^3(1+p^2)}{(p+2p^3) - (1+p^2)\arcsin(p/\sqrt{1+p^2})} = \begin{cases} 2p^2/3 & \text{при } p \gg 1, \\ 1 & \text{при } p \ll 1. \end{cases} \quad (22)$$

Сравнительно с гипотетическим ненаправленным излучателем КНД в 1,5 раза больше, $D \rightarrow p^2 = a^2/c^2\tau^2$ при $p \gg 1$.

Сравним КНД импульсного и монохроматического излучателей. Для последнего

$$D = \begin{cases} 3/2 & \text{при } a \rightarrow 0, \\ 4\pi^2 a^2/\lambda^2 & \text{при } a \gg \lambda. \end{cases}$$

Как видно из (22), КНД одинаковы, если $c\tau = \lambda/2\pi$. Строгое выражение дает такую зависимость КНД от $a/c\tau$:

$p=a/c\tau$	1	5	10	50
D	2,80	29,6	108,5	2540

3.2. Квадратная апертура, зона Фраунгофера

Для квадратной апертуры $-a \leq \xi \leq a$, $-a \leq \eta \leq a$, исследуем случай равноамплитудного возбуждения, $f(\xi, \eta) = I$. При этом для энергии импульса поля имеем:

$$E(x, y, z) = \frac{30\delta^2 \sin^2 \theta}{\pi} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 R_f(s) d\xi d\xi_1 d\eta d\eta_1, \quad (23)$$

где $s = \alpha_x(\xi - \xi_1) + \alpha_y(\eta - \eta_1)$.

Эквивалентное выражение для энергии через Фурье-образ тока:

$$E(x, y, z) = \frac{240\delta^2 \sin^2 \theta}{\pi^2} \times \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 |\tilde{I}(\omega)|^2 \left(\frac{\sin \alpha_x \omega}{\alpha_x \omega} \frac{\sin \alpha_y \omega}{\alpha_y \omega} \right)^2 d\omega \quad (24)$$

в ряде случаев удобнее для конкретных расчетов. Выражение (23) сводится к однократному интегралу. Удобнее всего это сделать исходя из спектрального представления (24). Поскольку

$$|\tilde{I}(\omega)|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(t)I(s)e^{i\omega(t-s)} dt ds,$$

$$\text{то } E(x, y, z) = \frac{240\delta^2 \sin^2 \theta}{\pi^2} \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(t)I(s) dt ds \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\sin \alpha_x \omega}{\alpha_x \omega} \right)^2 \times \left\{ \frac{1 - \cos(2\alpha_y \omega)}{2\alpha_y^2} \cos \omega(t-s) \right\} d\omega.$$

Используя разрывный интеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^2 (\cos 2px) dx = \begin{cases} 0,5\pi(1-|p|) & \text{при } |p| \leq 1, \\ 0 & \text{при } |p| \geq 1, \end{cases}$$

получим

$$E = \frac{120\delta^2 \sin^2 \theta}{\pi \alpha_y^2} \int_{-1}^1 (1-|s|) \times \left[2R_f(2\alpha_x s) - R_f(2\alpha_x s + 2\alpha_y) - R_f(2\alpha_x s - 2\alpha_y) \right] ds, \quad (25)$$

где $R_f(s) = \int_{-\infty}^{\infty} I(t)I(t-s) dt ds = R_f(-s)$ – автокорреляционная функция импульса тока.

Рассмотрим сечение ДН по энергии, соответствующее $\alpha_y = 0$. Нетрудно видеть, что в этом сечении

$$E(x, 0, z) = \frac{480\delta^2 \sin^2 \theta}{\pi} \int_{-1}^1 (1-|s|) 2R_f(2\alpha_x s) ds = \frac{480\delta^2 \sin^2 \theta}{\pi \alpha_x^2} [R_f(0) - R_f(2\alpha_x s)].$$

Для треугольного импульса тока (его автокорреляционная функция приведена в подразделе 3.1) получим $E(x, 0, z) = E_0 F(\theta)$, где

$$E_0 = \frac{960\delta^2}{\pi \tau} = E(0, 0, z), \quad (26)$$

$$F(\theta) = \begin{cases} -1 + \frac{1}{p \cos \theta} + \frac{1 - p \cos \theta}{3} - \frac{1}{6 p^2 \cos^2 \theta} & \text{при } 0 \leq \cos \theta \leq 0,5/p, \\ \frac{1}{6 p^2 \cos^2 \theta} & \text{при } 0,5/p \leq \cos \theta \leq 1/p, \\ & \text{при } \cos \theta \geq 1/p. \end{cases} \quad (27)$$

ДН $F(\theta)$ – кусочно-степенная функция. Она показана на рис. 6 вместе с характерными формами импульсов для ряда значений $\cos \theta$.

Не приводя выкладок, которые аналогичны изложенным в подразделе 3.1, выпишем выражение для КНД квадратной антенны с равноамплитудным возбуждением при $a \gg c\tau$:

$$D = \frac{4a^2 R_I(0)}{3\pi c^2 R_I(0)} = \frac{4a^2}{3\pi c^2} \frac{4a^2 \int_0^\infty \omega^2 |\tilde{I}(\omega)|^2 d\omega}{3\pi c^2 \int_0^\infty |\tilde{I}(\omega)|^2 d\omega}. \quad (28)$$

При треугольном импульсе тока $D = 4p^2/\pi$, при гауссовом импульсе $D = 4p^2/3\pi$. Отметим, что в первом случае τ – длительность импульса на уровне 0,5, во втором – на уровне e^{-1} . Если спектр импульса финитный, ограничен полосой $\Omega_1 \leq \omega \leq \Omega_2$, и в этой полосе $\tilde{I}(\omega) = 1$, то

$$D = \frac{4a^2}{9\pi c^2} (\Omega_1^2 + \Omega_1 \Omega_2 + \Omega_2^2) = \begin{cases} \frac{4a^2 \Omega_2^2}{9\pi c^2}, & \Omega_1 \rightarrow 0; \\ \frac{4a^2 \Omega_2^2}{3\pi c^2}, & \Omega_1 \rightarrow \Omega_2. \end{cases}$$

Видно, что при монохроматическом возбуждении ($\Omega_1 \rightarrow \Omega_2$) КНД в три раза выше, чем при широкополосном с равномерным спектром. Не следует, однако, этому результату придавать общий смысл. Так, если импульс тока – цуг из n гармонических колебаний:

$$I(t) = \sin(\pi t/\tau), \quad \dot{I}(t) = (\pi t/\tau) \cos(\pi t/\tau), \quad -n\tau \leq t \leq n\tau,$$

то $R_I(0) = n\tau$, $R_I(0) = n\pi^2/\tau$ и в соответствии с (28) $D = 4\pi p^2/3$ при любых длительностях цуга. Если ввести среднюю длину волны $\lambda_0 = 4\pi c/(\Omega_1 + \Omega_2)$ для равномерного спектра и $\lambda_0 = 2c\tau$ для гармонического цуга, то в первом случае

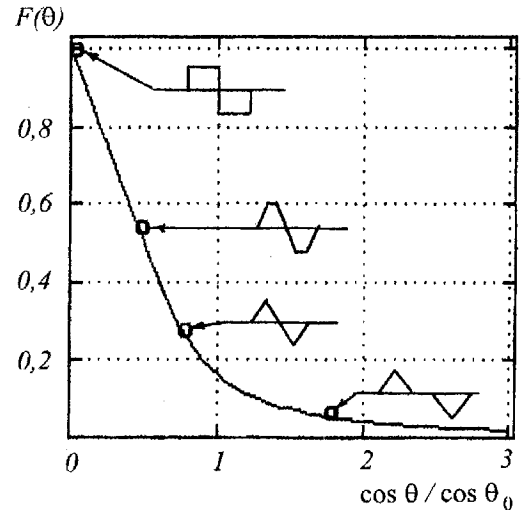


Рис. 6.

$$D = (4\pi A/3\lambda_0^2) [1 + 1/12 (\Delta\Omega/\Omega_0)],$$

а во втором

$$(A - \text{площадь антенны}, \Delta\Omega = (\Omega_2 - \Omega_1)/2).$$

3.3. Линейная эквидистантная решетка малых элементов

Рассмотрим линейную решетку, состоящую из N малых квадратных элементов с размерами $a \times a$, $a \ll c\tau$, запитанных током I_x каждый. В соответствии с выражением (5а) магнитное поле в зоне Фраунгофера равно:

$$H_\phi = \frac{a^2 \sin \theta}{\pi c R_0} \sum_{n=0}^{N-1} \dot{I}(t^* - nd(\cos \theta)/c), \quad (29)$$

где d – расстояние между центрами соседних элементов, θ – угол с линией размещения излучателей.

Энергия импульса поля в этом случае равна:

$$E = 120\pi \int_{-\infty}^{\infty} |H_{\phi}(t)|^2 dt = \\ = \frac{120a^4 \sin^2 \theta}{\pi c^2 R_0^2} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{I}(t^* - id(\cos\theta)/c) \times \\ \times \dot{I}(t^* - jd(\cos\theta)/c) dt^*.$$

Если перейти к преобразованию Фурье импульса тока и выполнить суммирование по i и j , получим

$$E = \frac{60a^4 \sin^2 \theta}{\pi^2 c^2 R_0^2} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 |\tilde{I}(\omega)|^2 \times \\ \times \left[\frac{\sin(\omega L(\cos\theta)/2c)}{\sin(\omega d(\cos\theta)/2c)} \right]^2 d\omega \quad (30)$$

где $L=Nd$ – длина решетки. В направлении нормали к решетке энергия максимальна и равна

$$E_0 = \frac{60N^2 a^4}{\pi^2 c^2 R_0^2} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 |\tilde{I}(\omega)|^2 d\omega \quad (31)$$

Выражение (30) удобно преобразовать, разложив знаменатель $\sin^{-2}(\omega d(\cos\theta)/2c)$ на простые дроби:

$$\sin^{-2}(\omega d(\cos\theta)/2c) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \frac{1}{(i\pi - \omega d(\cos\theta)/2c)^2}.$$

При этом выражение (30) преобразуется к следующему виду:

$$E = \frac{60N^2 a^4 \sin^2 \theta}{\pi^2 c^2 R_0^2} \sum_{i=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\omega + \frac{i2\pi c}{d \cos\theta} \right)^2 \times \\ \times \left| \tilde{I}\left(\omega + \frac{i2\pi c}{d \cos\theta} \right) \right|^2 \left[\frac{\sin 0,5\omega L \cos\theta}{0,5\omega L \cos\theta} \right]^2 d\omega. \quad (30a)$$

Другое выражение для энергии получается при использовании автокорреляционной функции импульса тока:

$$E = \frac{120a^4 \sin^2 \theta}{\pi c^2 R_0^2} N \times \\ \times \left[R_i(0) + 2 \sum_{k=1}^{N-1} \left(1 - \frac{k}{N} \right) R_i \left(1 - \frac{kd \cos\theta}{c} \right) \right]. \quad (30b)$$

При этом

$$E_0 = \frac{120a^4 N^2}{\pi c^2 R_0^2} R_i(0). \quad (31a)$$

Диаграмма направленности по энергии

$$F(\theta) = \frac{E}{E_0} = \frac{1}{N} \left[1 + 2 \sum_{k=1}^{N-1} \rho_i \left(\frac{kd \cos\theta}{c} \right) \right], \quad (32)$$

где $\rho_i = R_i/R_i(0)$ – коэффициент автокорреляции производной тока. Для треугольного импульса

$$\rho_i = \begin{cases} 1 - 3|s|/2\tau, & 0 \leq |s| \leq \tau; \\ -1 + |s|/2\tau, & \tau \leq |s| \leq 2\tau; \\ 0, & |s| \leq 2\tau; \end{cases}$$

и из (32) для области вблизи максимума ($\cos\theta \leq c\tau/L$) получим:

$$F(\theta) = \sin^2 \theta \left[1 - \frac{L \cos\theta}{2c\tau} \left(1 - \frac{1}{N^2} \right) \right],$$

$$\cos\theta \leq c\tau/L.$$

При $\cos\theta \leq c\tau/L$, $F(\theta) \cong 0,5$. Таким образом, “ширина” луча составляет $c\tau/L$. В целом ДН по энергии практически совпадает с сечением $y=0$ ДН квадратной антенны (27).

Для определения КНД линейной решетки рассчитаем полную излученную мощность при $L \gg c\tau$. Интегрируя выражение (30) по углам, получим

$$W \cong \frac{480Na^4}{dc} \int_{-\infty}^{\infty} \omega |\tilde{I}(\omega)|^2 d\omega.$$

Для одного малого излучающего элемента ($N=1$, $a \ll c\tau$):

$$W_0 \cong \frac{160a^4}{\pi c^2} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 |\tilde{I}(\omega)|^2 d\omega.$$

Таким образом, КНД большой линейной решетки сравнительно с диполем Герца равен

$$D \cong \frac{2L \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 |\tilde{I}(\omega)|^2 d\omega}{3\pi c \int_0^{\infty} |\tilde{I}(\omega)|^2 d\omega}. \quad (33)$$

Нетрудно видеть, что таким же будет КНД и для непрерывной линейной антенны.

Для конкретных видов импульсов КНД принимает следующие значения: гауссов импульс -

$$\tilde{I}(\omega) = \pi \tau^2 \exp(-\omega^2 \tau^2 / 2),$$

$$D = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{L}{3c\tau} \approx 0,443 \frac{L}{c\Delta t_{0,5}},$$

где $\Delta t_{0,5}$ – длительность импульса на уровне 0,5; импульс с “полосовым” спектром -

$$\tilde{I}(\omega) = 1, \Omega_1 < \omega < \Omega_2,$$

$$D = \frac{4L}{9\pi c} \frac{\Omega_1^2 + \Omega_1\Omega_2 + \Omega_2^2}{\Omega_1 + \Omega_2};$$

треугольный импульс -

$$\tilde{I}(\omega) = \tau \sin^2 \frac{\omega\tau}{2} / \left(\frac{\omega\tau}{2}\right)^2,$$

$$D = \frac{\ln 2}{3} \frac{L}{c\tau} \cong 0,231 \frac{L}{c\Delta t_{0,5}}.$$

КНД относительно изотропного излучателя в 1,5 раза больше приведенных значений.

Заключение

1. Приведенные в работе соотношения позволяют рассчитать основные характеристики антенны при импульсном возбуждении – величину и форму импульса поля в любой точке пространства, энергетическую диаграмму направленности, КНД.

2. Рассмотренные примеры иллюстрируют типичные параметры различных импульсных излучателей.

3. Характеристики импульсных излучателей близки к характеристикам антенн монохроматического излучения, если считать, что величина $c\tau$ (в первом случае) и длина волны (во втором случае) близки.

Литература

1. Хармут Х.Ф. Несинусоидальные волны в радиолокации и радиосвязи. Москва, Радио и связь, 1985, 376 с.
2. Бункин Б.В., Кашин В.А. Радиотехника. 1995, т.50, № 4-5, с.128-133.
3. Wu T.T. Journ. Appl. Phys. 1985, v.57, No7, p.2370-2373.
4. Седин Л.Г. Радиотехника и электроника. 1991, т.36, № 5, с.1014-1022.

Pulse Radiation of Antenna

L.G. Sodin

Basic characteristics of antennas-emitters of the impulse electromagnetic fields are studied. The main attention is paid to their energetic parameters, i.e. the antenna radiation pattern and the directivity in the Fraunhofer zone for different driving pulses and apertures. The energetic equivalence has been found for the pulse and monochromatic emitters for near equal values of the space length of the pulse ($c\tau$) and the radiated wavelength (λ).