

Отражательная фазированная антенная решетка из прямоугольных волноводов конечной глубины

А.В. Грибовский, С.Л. Просвирнин, И.И. Резник

*Радиоастрономический институт Национальной Академии наук Украины,
310002, Харьков, ул. Краснознаменная, 4*

Статья поступила в редакцию 5 февраля 1996 г., после переработки 15 мая 1996 г.

Операторным методом решена задача дифракции плоской линейно поляризованной электромагнитной волны, падающей произвольным образом на раскрыт бесконечной периодической фазированной антенной решетке из прямоугольных волноводов конечной глубины. Волноводы размещены в узлах неортогональной сетки. Исследована возможность сканирования главным лепестком диаграммы направленности отражательной ФАР при изменении глубины волноводов по определенному закону.

Операторним методом знайдено розв'язок задачі дифракції плоскої лінійно поляризованої електромагнітної хвилі, яка довільно падає на апертуру нескінченної фазованої антенної ґратки із прямокутних хвилеводів обмеженої глибини. Хвилеводи розташовані у вузлах неортогональної системи координат. Досліджено можливість сканування головною пелюсткою діаграми спрямованості віддзеркалючої ФАГ при змінюванні глибини хвилеводів по визначеному закону.

Фазированные антенные решетки (ФАР) эффективно применяются в качестве облучателей гибридных зеркальных антенн. Кроме того, ФАР широко используются и как отдельные устройства в системах радиолокации и связи. Элементарные излучатели, из которых состоит ФАР, могут быть различного типа. Там, где необходимы повышенные уровни мощности излучения, применяются, чаще всего, излучатели в виде открытых концов волноводов - круглого или прямоугольного поперечных сечений. ФАР могут быть как активными, так и пассивными (отражательными).

У отражательных ФАР глубина волноводов, отсчитываемая от плоскости раскрытия, конечна и изменяется по определенному закону вдоль выбранных направлений системы координат. Закон изменения глубины волноводов выбирается в соответствии с требованиями, предъявляемыми к антенной решетке. Обычно требования формулируются так, чтобы главный лепесток диаграммы направленности ФАР имел заданное направление. В этом случае электромагнитное поле в двух любых соседних волноводах должно быть сдвинуто по фазе на одинаковую величину. Такой режим работы отражательной ФАР будем называть режимом синфазного отражения. Изменяя глубину волноводов по определенному закону, можно осуществлять сканирование главным лепестком диаграммы направленности в различных плоскостях. Электромагнитное поле в пространстве над решеткой в режиме синфазного отражения будет периодическим, и для его анализа можно применять методы расчетов бесконечных периодических структур волноводных излучателей, возбуждение которых отвечает условиям теоремы Флоке [1].

Можно выделить два основных метода решения краевой задачи для бесконечной волноводной ФАР: метод непосредственного сшивания полей на раскрытии ФАР с использованием непрерывности тангенциальных составляющих электрического и магнитного полей [2,3] и метод интегрального уравнения, сформулированного относительно тангенциальной составляющей электрического и магнитного полей в раскрытии волновода [4]. Хотя и первый и второй методы приводят к необходимости решения бесконечных систем линейных алгебраических уравнений, нами выбран первый, так как в этом случае удается свести решение исходной задачи к решению бесконечной системы линейных алгебраических уравнений второго рода, минуя стадию сведения краевой задачи к решению интегрального уравнения. Кроме того, подход, примененный для анализа работы бесконечной ФАР из прямоугольных волноводов отражательного типа позволяет исследовать ее характеристики при возбуждении апертуры волновым пучком, падающим на ее раскрыт со стороны свободного пространства.

Исследуемая модель решетки отражательного типа представляет собой бесконечную периодическую фазированную антенную решетку из прямоугольных волноводов конечной глубины (рис. 1). Раскрыт решетки расположен в плоскости XOY . Волноводы расположены в узлах неортогональной сетки. Их положение определяется углом

$$\psi \left(0 < \psi < \frac{\pi}{2} \right). \text{ Волновод с номером } (r, \mu)$$

$(r, \mu = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$ имеет глубину $h_{r,\mu}$. Волновод с номером $(0,0)$ расположен в начале системы коор-

динат. Волноводы размещены в пространстве $z < 0$. Сечение волноводов такое, что в них может распространяться только основной тип колебаний - волна $H_{10}(TE_{10})$.

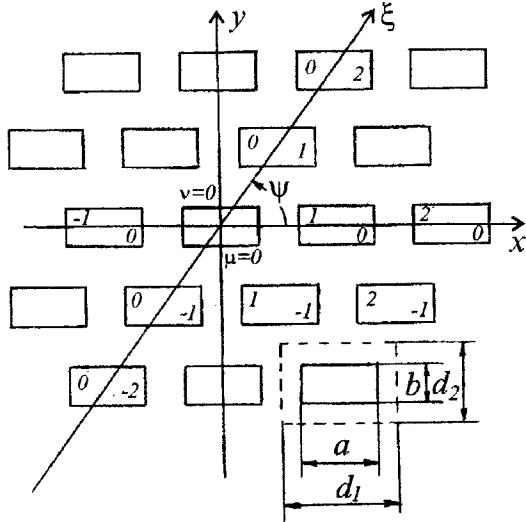


Рис.1. Отражательная фазированная антенная решетка (ФАР). Вид сверху

Пусть на решетку из полупространства $z > 0$ падает произвольным образом плоская линейно поляризованная электромагнитная волна. Требуется определить рассеянное решеткой поле при условии, что в волноводах распространяется только основной тип колебаний.

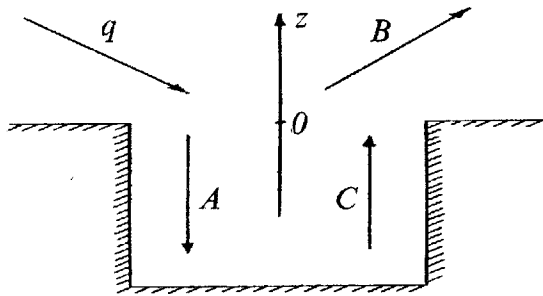


Рис.2. Волноводная ячейка отражательной ФАР

Рассмотрим волноводную ячейку с номером (r, μ) , (рис. 2). Обозначим амплитуду падающей волны через q . Вектор амплитуд, отраженных от ячейки волн обозначим через B , а векторы амплитуд волн в волноводе, распространяющихся (или затухающих) в отрицательном или положительном направлениях оси OZ , через A и C , соответственно. Тогда, воспользовавшись операторным

методом решения задач дифракции [5], можно найти связь между амплитудами полей в различных областях пространства:

$$\begin{cases} B = R_+ q + T_- C, \\ A = T_+ q + R_- C, \\ C = e_+ \hat{R}_- e_+ A, \end{cases} \quad (1)$$

где R_+ , T_+ - обобщенные матрицы отражения и прохождения ФАР из полубесконечных волноводов со стороны свободного пространства. R_- , T_- - обобщенные матрицы отражения и прохождения аналогичной ФАР со стороны волноводов. \hat{R}_- - обобщенная матрица отражения от плоскости $z = -h_{r\mu}$. e_+ - диагональная матрица, учитывающая фазовый набег электромагнитной волны в волноводе на длине $h_{r\mu}$.

Для нахождения обобщенных матриц отражения и прохождения рассмотрим две вспомогательные задачи.

Задача первая. Решетка из полубесконечных волноводов (рис. 1) возбуждена волноводными волнами, идущими из полупространства $z < 0$. Амплитуды во всех волноводах одинаковые. Их фазы заданы из условия фазировки в направлении (θ, φ) , где θ , φ - углы сферической системы координат. Необходимо найти поле вне решетки и внутри волноводов.

Поскольку размеры волноводов таковы, что в них может распространяться только основной тип колебаний, первичное поле в волноводе с номером $(0, 0)$ представим в виде:

$$\vec{H}_{10} = \frac{2}{\sqrt{S_1}} \cos \frac{\pi}{a} \left(x + \frac{a}{2} \right) e^{i\gamma_{10} z} \vec{e}_z, \quad (2)$$

$$\text{где } S_1 = ab; \gamma_{10} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{\pi}{a} \right)^2}; \quad k = \frac{2\pi}{\lambda};$$

λ - длина волны в свободном пространстве; \vec{e}_z - единичный орт, направление которого совпадает с положительным направлением оси OZ . Зависимость от времени выбрана в виде $e^{-i\omega t}$. Поперечные составляющие первичного поля в волноводе запишутся в виде:

$$\begin{aligned} \vec{E}_{110} &= \frac{ika}{\pi} \cdot \frac{2}{\sqrt{S_1}} \sin \frac{\pi}{a} \left(x + \frac{a}{2} \right) e^{i\gamma_{10} z} \vec{e}_y, \\ \vec{H}_{110} &= -\frac{i\gamma_{10} a}{\pi} \cdot \frac{2}{\sqrt{S_1}} \sin \frac{\pi}{a} \left(x + \frac{a}{2} \right) e^{i\gamma_{10} z} \vec{e}_x, \end{aligned} \quad (3)$$

где \vec{e}_x , \vec{e}_y - единичные орты, направления которых совпадают с положительными направлениями осей OX и OY , соответственно.

Поперечные составляющие полного электрического и магнитного полей в волноводе представим в виде суперпозиции TE - и TM - волноводных гармоник:

$$\begin{aligned} \vec{E}_t^-(x, y, z) = & -\frac{ika}{\pi} \vec{\Phi}_{10}^{(1)} e^{i\gamma_{10}z} - \\ & - ik \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_{mn}^{(1)}}{\kappa_{\perp mn}} \vec{\Phi}_{mn}^{(1)} e^{-i\gamma_{mn}z} - \\ & - i \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\gamma_{mn}}{\kappa_{\perp mn}} a_{mn}^{(2)} \vec{\Phi}_{mn}^{(2)} e^{-i\gamma_{mn}z}, \quad z \leq 0; \\ -[\vec{e}_z, \vec{H}_t^-(x, y, z)] = & -\frac{i\gamma_{10}a}{\pi} \vec{\Phi}_{10}^{(1)} e^{i\gamma_{10}z} + \\ & + i \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\gamma_{mn}}{\kappa_{\perp mn}} a_{mn}^{(1)} \vec{\Phi}_{mn}^{(1)} e^{-i\gamma_{mn}z} + \\ & + ik \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_{mn}^{(2)}}{\kappa_{\perp mn}} \vec{\Phi}_{mn}^{(2)} e^{-i\gamma_{mn}z}, \quad z \leq 0; \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} \vec{\Phi}_{mn}^{(1)} = & \frac{2}{\sqrt{S_1} \kappa_{\perp mn}} \left[\frac{\pi n}{b} \cos \frac{\pi m}{a} \left(x + \frac{a}{2} \right) \times \right. \\ & \times \sin \frac{\pi n}{b} \left(y + \frac{b}{2} \right) \vec{e}_x - \frac{\pi m}{a} \sin \frac{\pi m}{a} \left(x + \frac{a}{2} \right) \times \\ & \times \cos \frac{\pi n}{b} \left(y + \frac{b}{2} \right) \vec{e}_y \left. \right]; \\ \vec{\Phi}_{mn}^{(2)} = & \frac{2}{\sqrt{S_1} \kappa_{\perp mn}} \left[\frac{\pi m}{a} \cos \frac{\pi m}{a} \left(x + \frac{a}{2} \right) \times \right. \\ & \times \sin \frac{\pi n}{b} \left(y + \frac{b}{2} \right) \vec{e}_x + \frac{\pi n}{b} \sin \frac{\pi m}{a} \left(x + \frac{a}{2} \right) \times \\ & \times \cos \frac{\pi n}{b} \left(y + \frac{b}{2} \right) \vec{e}_y \left. \right]; \end{aligned} \quad (5)$$

$$\gamma_{mn} = \sqrt{k^2 - \kappa_{\perp mn}^2}; \quad \kappa_{\perp mn}^2 = \left(\frac{\pi m}{a} \right)^2 + \left(\frac{\pi n}{b} \right)^2;$$

$\vec{\Phi}_{mn}^{(1)}$ - соответствует TE - гармоникам; $\vec{\Phi}_{mn}^{(2)}$ - TM - гармоникам; $a_{mn}^{(p)}$ - неизвестные коэффициенты отражения от открытого конца волновода.

Поперечные составляющие полного поля в пространстве над решеткой представим в виде суперпозиции полной системы векторных пространственных TE - и TM - гармоник:

$$\begin{aligned} \vec{E}_t^+(x, y, z) = & \sum_{p=1}^2 \sum_{q=-\infty}^{\infty} \sum_{s=-\infty}^{\infty} b_{qs}^{(p)} \vec{\Psi}_{qs}^{(p)} e^{i\Gamma_{qs}z}, \quad z \geq 0; \\ -[\vec{e}_z, \vec{H}_t^+(x, y, z)] = & \frac{1}{k} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \sum_{s=-\infty}^{\infty} b_{qs}^{(1)} \Gamma_{qs} \vec{\Psi}_{qs}^{(1)} e^{i\Gamma_{qs}z} + \quad (6) \\ & + k \sum_{q=-\infty}^{\infty} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{b_{qs}^{(2)}}{\Gamma_{qs}} \vec{\Psi}_{qs}^{(2)} e^{i\Gamma_{qs}z}, \quad z \geq 0; \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \Gamma_{qs} = & \sqrt{k^2 - \kappa_r^2}; \quad \kappa_r = \sqrt{\kappa_x^2 + \kappa_y^2}; \\ \kappa_x = & kT_x - \frac{2\pi q}{d_1}; \quad \kappa_y = kT_y - \frac{2\pi s}{d_2} + \frac{2\pi q}{d_1 \cdot tg\psi}; \\ T_x = & \sin\theta \cos\varphi; \quad T_y = \sin\theta \sin\varphi; \\ \vec{\Psi}_{qs}^{(1)} = & e^{i(\kappa_x x + \kappa_y y)} \frac{(\kappa_y \vec{e}_x - \kappa_x \vec{e}_y)}{\sqrt{S_2} \cdot \kappa_r}; \\ \vec{\Psi}_{qs}^{(2)} = & e^{i(\kappa_x x + \kappa_y y)} \frac{(\kappa_x \vec{e}_x + \kappa_y \vec{e}_y)}{\sqrt{S_2} \cdot \kappa_r}; \quad S_2 = d_1 \cdot d_2. \end{aligned} \quad (7)$$

$\vec{\Psi}_{qs}^{(1)}$ - соответствует TE - пространственным гармоникам,

$\vec{\Psi}_{qs}^{(2)}$ - TM - пространственным гармоникам, $b_{qs}^{(p)}$ - неизвестные коэффициенты прохождения.

Волноводные и пространственные гармоники обладают следующими свойствами:

$$\begin{aligned} \iint_{S_1} \vec{\Phi}_{mn}^{(p)} \cdot \vec{\Phi}_{m'n'}^{(p')} dx dy = & \delta_{mm'} \delta_{nn'} \delta_{pp'}, \\ \iint_{S_2} \vec{\Psi}_{qs}^{(p)} \cdot \vec{\Psi}_{q's'}^{(p')} dx dy = & \delta_{qq'} \delta_{ss'} \delta_{pp'}. \end{aligned} \quad (8)$$

Воспользовавшись граничными условиями для поперечных составляющих электромагнитного поля в плоскости раскрыва решетки и ортогональностью волноводных и пространственных гармоник, получим бесконечную систему линейных алгебраических уравнений второго рода относительно неизвестных коэффициентов $b_{qs}^{(p)}$:

$$\begin{cases} b_{qs}^{(1)} + \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} \sum_{\beta=-\infty}^{\infty} [A_{1qs}^{\alpha\beta} b_{\alpha\beta}^{(1)} - A_{2qs}^{\alpha\beta} b_{\alpha\beta}^{(2)}] = b_0^{qs}, \\ b_{qs}^{(2)} - \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} \sum_{\beta=-\infty}^{\infty} [B_{1qs}^{\alpha\beta} b_{\alpha\beta}^{(1)} - B_{2qs}^{\alpha\beta} b_{\alpha\beta}^{(2)}] = b_j^{qs}, \end{cases} \quad (9)$$

где

$$b_0^{qs} = -\frac{i16k}{\sqrt{S_1 S_2}} \kappa_{xr} \cdot f_y \cdot f_c;$$

$$b_1^{qs} = \frac{i16k}{\sqrt{S_1 S_2}} \kappa_{yr} \cdot f_y \cdot f_c;$$

$$A_{1qs}^{\alpha\beta} = \frac{4\kappa_{xr} \hat{\kappa}_{xr} \Gamma_{\alpha\beta}}{S_1 S_2} \left\{ A_y + \kappa_y \hat{\kappa}_y \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\kappa_{\perp mn}^2}{\gamma_{mn}} G_{mn}^{\alpha\beta} \right\} + \frac{4\kappa_{yr} \hat{\kappa}_{yr} \Gamma_{\alpha\beta}}{S_1 S_2} A_x;$$

$$A_{2qs}^{\alpha\beta} = \frac{4k^2 \kappa_{xr}}{S_1 S_2 \Gamma_{\alpha\beta}} \left\{ \hat{\kappa}_{yr} A_y + \kappa_y \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\kappa_{\perp m0}^2 \hat{\kappa}_{yr} \hat{\kappa}_y - \kappa_{\perp 0n}^2 \hat{\kappa}_{xr} \hat{\kappa}_x}{\gamma_{mn}} G_{mn}^{\alpha\beta} \right\} -$$

$$-\frac{4k^2 \kappa_{yr} \hat{\kappa}_{xr}}{S_1 S_2 \Gamma_{\alpha\beta}} A_x; \quad \kappa_{xr} = \frac{\kappa_x}{\kappa_r};$$

$$\kappa_{yr} = \frac{\kappa_y}{\kappa_r}; \quad \hat{\kappa}_{xr} = \frac{\hat{\kappa}_x}{\hat{\kappa}_r}; \quad \hat{\kappa}_{yr} = \frac{\hat{\kappa}_y}{\hat{\kappa}_r};$$

$$\hat{\kappa}_x(\hat{\kappa}_y, \hat{\kappa}_r) = \kappa_x(\kappa_y, \kappa_r) \Big|_{S=\beta}^q = \alpha;$$

$$f_y = \frac{\sin \frac{b}{2} \kappa_y}{\kappa_y}; \quad f_x = \frac{\sin \frac{a}{2} \kappa_x}{\kappa_x};$$

$$\hat{f}_y(\hat{f}_x) = f_y(f_x) \Big|_{\kappa_y(\kappa_x) = \hat{\kappa}_y(\hat{\kappa}_x)};$$

$$f_c = \frac{\cos \frac{a}{2} \kappa_x}{\left(\frac{\pi}{a}\right)^2 - \kappa_x^2};$$

$$G_{mn}^{\alpha\beta} = K_m \hat{K}_m K_n \hat{K}_n; \quad K_m = i \frac{a^2}{2} e^{i \frac{m\pi}{2}} \frac{\sin\left(\frac{\kappa_x a}{2} - \frac{m\pi}{2}\right)}{\left(\frac{\kappa_x a}{2}\right)^2 - \left(\frac{m\pi}{2}\right)^2}; \quad (10)$$

$$\hat{K}_m = \left(K_m \Big|_{\kappa_x = \hat{\kappa}_x}\right)^*;$$

$$K_n = i \frac{b^2}{2} e^{i \frac{n\pi}{2}} \frac{\sin\left(\frac{\kappa_y b}{2} - \frac{n\pi}{2}\right)}{\left(\frac{\kappa_y b}{2}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{2}\right)^2};$$

$$\hat{K}_n = \left(K_n \Big|_{\kappa_y = \hat{\kappa}_y}\right)^*;$$

$$B_{1qs}^{\alpha\beta} = \frac{4\hat{\kappa}_{xr} \Gamma_{\alpha\beta}}{S_1 S_2} \left\{ \kappa_{yr} A_y + \hat{\kappa}_y \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\kappa_{\perp m0}^2 \kappa_y \kappa_{yr} - \kappa_{\perp 0n}^2 \kappa_x \kappa_{xr}}{\gamma_{mn}} G_{mn}^{\alpha\beta} \right\} - \frac{4\Gamma_{\alpha\beta} \kappa_{xr} \hat{\kappa}_{yr}}{S_1 S_2} A_x;$$

$$B_{2qs}^{\alpha\beta} = \frac{4k^2}{S_1 S_2 \Gamma_{\alpha\beta}} \left\{ \kappa_{yr} \hat{\kappa}_{yr} A_y + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\kappa_{\perp m0}^2 \kappa_y \kappa_{yr} - \kappa_{\perp 0n}^2 \kappa_x \kappa_{xr})(\kappa_{\perp m0}^2 \hat{\kappa}_y \hat{\kappa}_{yr} - \kappa_{\perp 0n}^2 \hat{\kappa}_x \hat{\kappa}_{xr})}{\gamma_{mn} \kappa_{\perp mn}^2} G_{mn}^{\alpha\beta} \right\} + \frac{4k^2 \kappa_{xr} \hat{\kappa}_{xr}}{S_1 S_2 \Gamma_{\alpha\beta}} A_x + \frac{4\kappa_r \hat{\kappa}_r}{S_1 S_2 \Gamma_{\alpha\beta}} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\kappa_{\perp m0}^2 \kappa_{\perp 0n}^2 \gamma_{mn}}{\kappa_{\perp mn}^2} G_{mn}^{\alpha\beta};$$

$$A_y = 4f_y \hat{f}_y \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\kappa_{\perp m0}^2}{\gamma_{m0}} K_m \hat{K}_m;$$

$$A_x = 4f_x \hat{f}_x \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\kappa_{\perp 0n}^2}{\gamma_{0n}} K_n \hat{K}_n.$$

Выражения для коэффициентов отражения TE - и TM - гармоник от открытого конца волновода, соответственно, имеет вид:

$$a_{mn}^{(1)} = \frac{\kappa_{\perp mn} \gamma_{10} a}{\pi \gamma_{mn}} \delta_{1m,0n} - \frac{2\kappa_{\perp mn}^2}{k \sqrt{S_1 S_2} \gamma_{mn}} \times \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} \sum_{\beta=-\infty}^{\infty} b_{\alpha\beta}^{(1)} \hat{\kappa}_{xr} \hat{\kappa}_y \Gamma_{\alpha\beta} \hat{K}_m \hat{K}_n + \frac{2k}{\sqrt{S_1 S_2} \gamma_{mn}} \times$$

$$\times \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} \sum_{\beta=-\infty}^{\infty} b_{\alpha\beta}^{(2)} \frac{\hat{K}_m \hat{K}_n}{\Gamma_{\alpha\beta}} (\kappa_{\perp m 0}^2 \hat{\kappa}_y \hat{\kappa}_y - \kappa_{\perp 0 n}^2 \hat{\kappa}_x \hat{\kappa}_x),$$

$$a_{mn}^{(2)} = -\frac{2\pi^2 mn}{\sqrt{S_1 S_2} \cdot S_1} \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} \sum_{\beta=-\infty}^{\infty} b_{\alpha\beta}^{(2)} \frac{\hat{\kappa}_r}{\Gamma_{\alpha\beta}} \hat{K}_m \hat{K}_n. \quad (11)$$

Пусть теперь волноводы возбуждаются суперпозицией TE_{MN} - и TM_{MN} -волн с амплитудами, равными амплитуде TE_{10} -волны (для распространяющихся типов колебаний) или с амплитудами, равными амплитуде TE_{10} -волны в плоскости $z=0$ (для нераспространяющихся типов волн). Тогда, воспользовавшись описанным выше алгоритмом, найдем элементы обобщенных матриц отражения и прохождения ФАР со стороны волноводов:

$$R_- = {}_0^{\infty} \left\| {}_{MN} a_{mn}^{(l)} \right\|_0^{\infty}, \quad T_- = {}_0^{\infty} \left\| {}_{MN} b_{qs}^{(l)} \right\|_{-\infty}^{\infty}, \quad (12)$$

где $l, p = 1, 2$; $l=1$ - соответствует возбуждению волноводов TE_{MN} - волной, $l=2$ - TM_{MN} -волной. при $l, p = 1, \quad M(m), N(n) = 0, 1, 2, \dots, (M(m)VN(n) \neq 0)$; при $l, p = 2, \quad M(m), N(n) = 1, 2, 3, \dots$

Для нахождения обобщенных матриц отражения и прохождения со стороны свободного пространства рассмотрим вторую вспомогательную задачу.

Задача вторая. На решетку, описанную в первой задаче, из полупространства $z > 0$ падает плоская линейно поляризованная электромагнитная волна под углом θ_0 к нормали решетки. Необходимо найти рассеянное решеткой поле в области $z > 0$ и внутри волноводов.

Поперечные составляющие падающего электромагнитного поля представим в виде суперпозиции TE - и TM -пространственных гармоник:

$$\vec{E}_{100}^+(x, y, z) = \cos \alpha \cdot \vec{\psi}_{00}^{(1)} e^{-i\Gamma_{00} z} +$$

$$+ \sin \alpha \frac{\Gamma_{00}}{k} \vec{\psi}_{00}^{(2)} e^{-i\Gamma_{00} z}, \quad -[\vec{e}_z, \vec{H}_{100}^+(x, y, z)] =$$

$$= -\frac{\Gamma_{00}}{k} \cos \alpha \vec{\psi}_{00}^{(1)} e^{-i\Gamma_{00} z} - \sin \alpha \vec{\psi}_{00}^{(2)} e^{-i\Gamma_{00} z}, \quad (13)$$

где $\vec{\psi}_{qs}^{(p)}, \Gamma_{qs}$ вычисляются по формулам (7), в которых нужно положить $\theta = \theta_0, \quad \varphi = \varphi_0, \quad \theta_0$ и φ_0 - углы падения плоской волны. Пространственные ориентации векторов электромагнитного поля в TE - и TM -гармониках изображены на рис. 3а и рис. 3б, соответственно. Угол α отсчитывается против часовой стрелки от прямой, параллельной плоскости XOY и лежащей в плоскости перпенди-

кулярной вектору \vec{K} , до вектора \vec{E} . TE -гармоникам соответствует угол $\alpha = 0(\pi)$, а TM -гармоникам - угол $\alpha = \frac{\pi}{2} \left(\frac{3\pi}{2} \right)$.

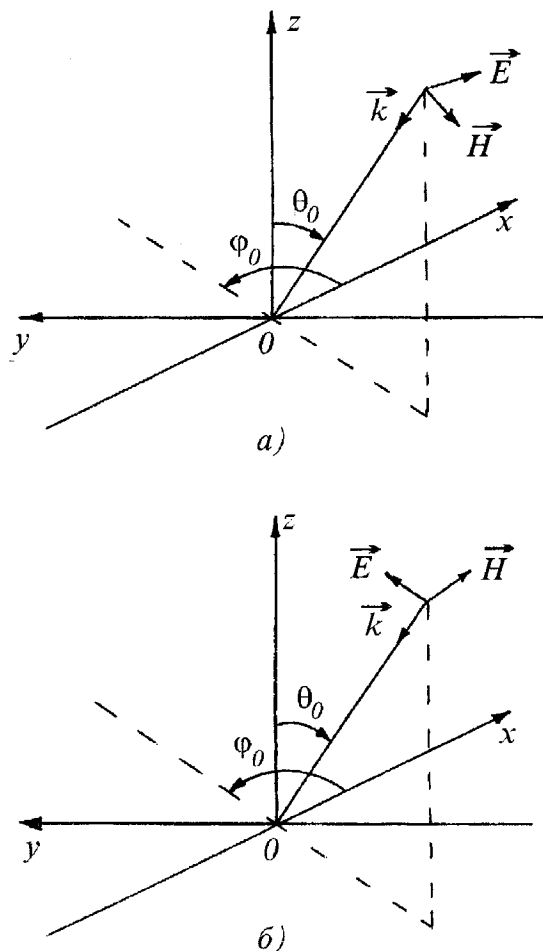


Рис.3. Пространственная ориентация векторов \vec{E} и \vec{H} в TE - и TM - волнах

Метод решения данной задачи аналогичен методу решения первой задачи. Опуская промежуточные выкладки, получим бесконечную систему линейных алгебраических уравнений второго рода относительно неизвестных амплитуд дифракционных гармоник отраженного от решетки поля:

$$\begin{cases} b_{qs}^{(1)} + \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} \sum_{\beta=-\infty}^{\infty} [A_{1qs}^{\alpha\beta} b_{\alpha\beta}^{(1)} - A_{2qs}^{\alpha\beta} b_{\alpha\beta}^{(2)}] = P_0^{qs}, \\ b_{qs}^{(2)} - \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} \sum_{\beta=-\infty}^{\infty} [B_{1qs}^{\alpha\beta} b_{\alpha\beta}^{(1)} - B_{2qs}^{\alpha\beta} b_{\alpha\beta}^{(2)}] = P_1^{qs}, \end{cases} \quad (14)$$

$$q, s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Матричные элементы системы (14) вычисляются по формулам (10), в которых надо положить

$\theta = \theta_0$, $\varphi = \varphi_0$, а правые части имеют вид:

$$\begin{aligned}
 P_0^{qs} &= -\cos\alpha \cdot \delta_{0q} \delta_{0s} + \frac{16k\kappa_{yr}}{S_1 S_2} f_x f_x^0 \cdot NZ \cdot A_0 + \frac{16k\kappa_{xr}}{S_1 S_2} f_y f_y^0 \cdot MZ \cdot B_0 + \\
 &+ \frac{4k^2 \sin\theta_0 \kappa_x \kappa_{yr}}{S_1 S_2} \left\{ C_0 \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\kappa_{\perp mn}^2}{\gamma_{mn}} G_{mn}^{qs} + \sin\alpha \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} D_{mn} \cdot G_{mn}^{qs} \right\}; \\
 P_1^{qs} &= -\sin\alpha \cdot \cos\theta_0 \cdot \delta_{0q} \delta_{0s} - \frac{16k}{S_1 S_2} \left[f_y f_y^0 \cdot MZ \cdot B_0 \cdot \kappa_{yr} - f_x f_x^0 \cdot NZ \cdot A_0 \cdot \kappa_{xr} \right] + \\
 &+ \frac{4k^2 \sin\theta_0}{S_1 S_2} \left\{ C_0 \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} F_{mn} G_{mn}^{qs} + \sin\alpha \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\gamma_{mn}}{\kappa_{\perp mn}^2} D_{mn} \cdot F_{mn} \cdot G_{mn}^{qs} \right\} + \\
 &+ \frac{4\kappa_r \sin\theta_0 \sin\alpha}{S_1 S_2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\kappa_{\perp m0}^2 \kappa_{\perp 0n}^2 \gamma_{mn}}{\kappa_{\perp mn}^2} G_{mn}^{qs};
 \end{aligned} \tag{15}$$

$$A_0 = \sin\varphi_0 \cos\theta_0 \cos\alpha + \cos\varphi_0 \sin\alpha;$$

$$B_0 = \cos\varphi_0 \cos\theta_0 \cos\alpha - \sin\varphi_0 \sin\alpha;$$

$$C_0 = \sin\varphi_0 \cos\varphi_0 \cos\theta_0 \cos\alpha;$$

$$G_{mn}^{qs} = K_m K_n K_m^0 K_n^0;$$

$$K_m^0 = \hat{K}_m | \hat{\kappa}_x = \kappa_x^0;$$

$$K_n^0 = \hat{K}_n | \hat{\kappa}_y = \kappa_y^0; \quad \kappa_x^0 = k \sin\theta_0 \cos\varphi_0;$$

$$\kappa_y^0 = k \sin\theta_0 \sin\varphi_0;$$

$$f_x^0 = f_x | \kappa_x = \kappa_x^0; \quad f_y^0 = f_y | \kappa_y = \kappa_y^0;$$

$$D_{mn} = \frac{(\kappa_{\perp 0n} \cos\varphi_0)^2 - (\kappa_{\perp m0} \sin\varphi_0)^2}{\gamma_{mn}};$$

$$F_{mn} = \frac{\kappa_{\perp 0n}^2 \kappa_{xr} \kappa_x - \kappa_{\perp m0}^2 \kappa_{yr} \kappa_y}{\gamma_{mn}};$$

$$NZ = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\kappa_{\perp 0n}^2}{\gamma_{0n}} K_n K_n^0; \quad MZ = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\kappa_{\perp m0}^2}{\gamma_{m0}} K_m K_m^0.$$

Коэффициенты прохождения ТЕ - и ТМ - волн в волновод вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned}
 a_{mn}^{(1)} &= \frac{2k}{\sqrt{S_1 S_2}} \sin\theta_0 K_m^0 K_n^0 \times \\
 &\times \left\{ C_0 \frac{\kappa_{\perp mn}^2}{\gamma_{mn}} + \sin\alpha \cdot D_{mn} \right\} - \frac{2\kappa_{\perp mn}^2}{k\sqrt{S_1 S_2} \gamma_{mn}} \times \\
 &\times \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} \sum_{\beta=-\infty}^{\infty} b_{\alpha\beta}^{(1)} \hat{\kappa}_{xr} \hat{\kappa}_{y} \Gamma_{\alpha\beta} \hat{K}_m \hat{K}_n + \frac{2k}{\sqrt{S_1 S_2} \gamma_{mn}} \times \\
 &\times \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} \sum_{\beta=-\infty}^{\infty} b_{\alpha\beta}^{(2)} \frac{\hat{K}_m \hat{K}_n}{\Gamma_{\alpha\beta}} \left(\kappa_{\perp m0}^2 \hat{\kappa}_{yr} \hat{\kappa}_y - \kappa_{\perp 0n}^2 \hat{\kappa}_{xr} \hat{\kappa}_x \right);
 \end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned}
 a_{mn}^{(2)} &= \frac{2}{\sqrt{S_1 S_2}} \sin\theta_0 \sin\alpha \cdot \kappa_{\perp m0} \cdot \kappa_{\perp 0n} \cdot K_m^0 \cdot K_n^0 - \\
 &- \frac{2\pi^2 mn}{\sqrt{S_1 S_2} \cdot S_1} \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} \sum_{\beta=-\infty}^{\infty} b_{\alpha\beta}^{(2)} \frac{\hat{\kappa}_r}{\Gamma_{\alpha\beta}} \hat{K}_m \cdot \hat{K}_n.
 \end{aligned}$$

Пусть теперь на решетку полубесконечных волноводов падает спектр плоских волн, представляющих собой суперпозиции ТЕ_{Qs} - и ТМ_{Qs} - пространственных гармоник с амплитудами равными амплитуде нулевой волны (13) для распространяющихся гармоник, или с амплитудами равными амплитуде нулевой волны в плоскости $z = 0$ для нераспространяющихся гармоник. Варьируя параметры Q и S, найдем с помощью разработанного алгоритма элементы обобщенных матриц отражения и прохождения ФАР из полубесконечных волноводов со стороны свободного пространства.

$$R_+ = \|b_{QS,qs}^{(p)}\|_{-\infty}^{\infty}; \quad T_+ = \|A_{QS,mn}^{(p)}\|_{-\infty,0}^{\infty,0}. \tag{17}$$

Таким образом, построены все операторы необходимые для решения задачи дифракции плоской волны на решетке из прямоугольных волноводов конечной глубины.

Вернемся к исходной задаче о рассеянии плоской линейно поляризованной электромагнитной волны (13) на ФАР из прямоугольных волноводов конечной глубины. Поперечную составляющую электрического поля в волноводной ячейке с номером (r, μ) представим в виде:

$$\begin{aligned}
 \vec{E}_r^-(x, y, z) &= e^{i(r\psi_{x0} + \mu\psi_{z0})} \left[-ik \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\kappa_{\perp mn}} \times \right. \\
 &\times \vec{\Phi}_{mn}^{(1)} \left(a_{mn}^{(1)} e^{-i\gamma_{mn} z} + c_{mn}^{(1)} e^{i\gamma_{mn} z} \right) - \\
 &\left. - i \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\gamma_{mn}}{\kappa_{\perp mn}} \vec{\Phi}_{mn}^{(2)} \left(a_{mn}^{(2)} e^{-i\gamma_{mn} z} + c_{mn}^{(2)} e^{i\gamma_{mn} z} \right) \right],
 \end{aligned} \tag{18}$$

где

$$\Psi_{x_0} = kd_1 T_{x_0}; \quad \Psi_{\xi_0} = kd_2 (T_{y_0} + T_{x_0} \cdot \text{ctg}\psi);$$

$T_{x_0} = \sin\theta_0 \cdot \cos\varphi_0$; $T_{y_0} = \sin\theta_0 \cdot \sin\varphi_0$; θ_0, φ_0 – углы падения плоской волны. Связь между неизвестными амплитудами волноводных волн $a_{mn}^{(p)}$ и $c_{mn}^{(p)}$ найдем из последнего уравнения системы (1).

В общем случае оператор e_+ представляет собой диагональную матрицу, элементы которой легко находятся, если известны глубина волноводов и постоянные распространения волноводных волн. Так как глубина волноводов равна $h_{r\mu}$ и постоянные распространения – γ_{mn} , то элементы матрицы e_+ имеют вид:

$$e_+ = \left\| \delta_{Mm, Nn} e^{i\gamma_{mn} h_{r\mu}} \right\|_0^\infty. \quad (19)$$

Элементы матрицы \hat{R}_- могут быть найдены из решения электродинамической задачи об отражении волноводных волн от плоскости $z = -h_{r\mu}$.

Глубина волноводов может регулироваться электронными устройствами (например, *pin*-диодами), включенными в поперечном сечении волноводов на различных расстояниях от плоскости раскрытия решетки. Для таких устройств может быть найдена обобщенная матрица отражения \hat{R}_- и затем использована при решении задачи. Однако в дальнейшем мы будем предполагать, что глубина волноводов изменяется перемещением идеально проводящих заглушек. Тогда, воспользовавшись граничными условиями $\vec{E}_t^-(x, y, -h_{r\mu}) = 0$, найдем связь между неизвестными амплитудами волноводных волн:

$$c_{mn}^{(p)} = -a_{mn}^{(p)} e^{i2\gamma_{mn} h_{r\mu}}, \quad p = 1, 2. \quad (20)$$

Соотношения (20) эквивалентны последнему уравнению системы (1).

Выберем глубину волноводов $h_{r\mu}$ такой, чтобы электромагнитное поле в каждой волноводной ячейке в плоскости $z = 0$ имело одинаковую амплитуду и для двух любых соседних волноводов сдвинуто по фазе на одинаковую величину, т. е. отличалось линейным набегом фазы. Таким образом, в режиме синфазного отражения фаза электромагнитного поля в волноводной ячейке с номером (r, μ) будет определяться соотношением

$$\Psi_{r\mu} = r\Psi_x + \mu\Psi_\xi, \quad (21)$$

а линейное фазовое распределение (21) в плоскости раскрытия решетки будет порождать излучение

в направлении θ, φ , определяемом соотношениями:

$$\Psi_x = kd_1 \cdot \sin\theta \cos\varphi, \quad \Psi_\xi = kd_2 \sin\theta (\sin\varphi + \cos\varphi \cdot \text{ctg}\psi). \quad (22)$$

В этом случае рассеянное решеткой поле в свободном пространстве будет периодическим, и его можно представить в виде суперпозиции векторных ТЕ- и ТМ-пространственных гармоник аналогично (6).

Закон изменения глубины волноводов $h_{r\mu}$ вдоль осей ОХ и Оξ неортогональной системы координат определим из условия синфазного отражения электромагнитной волны от плоскости раскрытия ФАР. Поскольку поперечные размеры волноводов такие, что в них может распространяться только основной тип колебаний – волна ТЕ₁₀, то рассеянное решеткой поле формируется, в основном, полем, отраженным от плоскости $z = 0$, и волной ТЕ₁₀, излученной из волноводов. Глубина волноводов $h_{r\mu}$ должна изменяться по закону, обеспечивающему заданный фазовый сдвиг основной волны, излучаемой из волноводов, поэтому

$$h_{r\mu} = h_{00} + \frac{l}{2\gamma_{10}} [r(\Psi_x - \Psi_{x_0}) + \mu(\Psi_\xi - \Psi_{\xi_0})], \quad (23)$$

где γ_{10} – постоянная распространения ТЕ₁₀-волны в волноводе; $h_{00} = \frac{\pi(2N+1)}{2\gamma_{10}}$ – глубина волновода в нулевой ячейке ($N=0, 1, 2, \dots$).

Амплитуды пространственных гармоник электромагнитного поля в области над решеткой и амплитуды волноводных волн в нулевой ячейке найдем, зная обобщенные матрицы отражения и прохождения (12) и (17). Так, амплитуды пространственных гармоник отраженного от плоскости раскрытия ФАР поля, определяются из выражений:

$$b_{qs}^{(p)} = b_{00,qs}^{(p)} \cdot q_{00}; \quad q, s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad p = 1, 2. \quad (24)$$

Амплитуды волноводных волн в нулевой ячейке находятся из решения системы уравнений:

$$a_{mn}^{(p)} = a_{00,mn}^{(p)} - {}_{10}^{(1)} a_{mn}^{(p)} \cdot a_{10}^{(1)} e^{i2\gamma_{10} h_{00}}; \quad m, n = 0, 1, 2, \dots, \quad p = 1, 2. \quad (25)$$

Амплитуды пространственных гармоник излученного из волноводов поля основной волны в направлении θ, φ находятся по формуле:

$$b_{qs}^{(p)} = -{}_{10}^{(1)}b_{qs}^{(p)} \cdot a_{10}^{(1)} e^{i2\gamma_{10}h_{00}}; \quad (26)$$

$$q, s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, p = 1, 2.$$

С помощью разработанного алгоритма были проведены численные исследования возможности сканирования главным лепестком диаграммы направленности отражательной ФАР при возбуждении решетки нормально падающей на раскрыв ТЕ- волной, у которой вектор электрического поля параллелен узким стенкам волноводов. Геометрические параметры исследуемой решетки имели следующие значения:

$$\frac{a}{\lambda} = 0,575, \quad \frac{b}{\lambda} = 0,25, \quad \frac{d_1}{\lambda} = 0,625,$$

$$\frac{d_2}{\lambda} = 0,3, \quad \psi = 70^\circ.$$

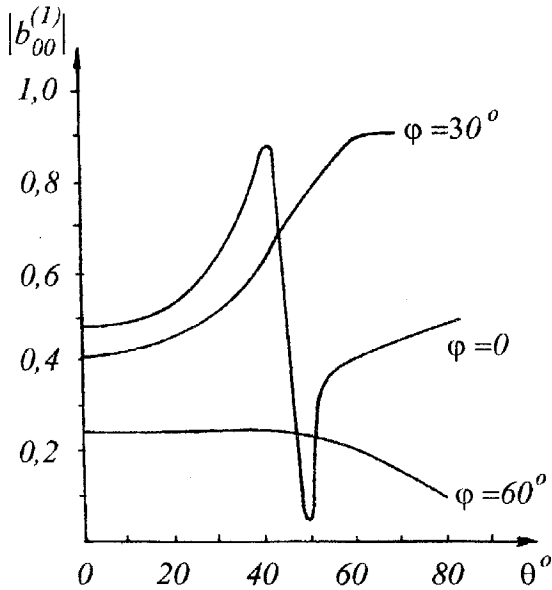


Рис.4. Зависимость амплитуды нулевой ТЕ- волны от углов сканирования θ и φ

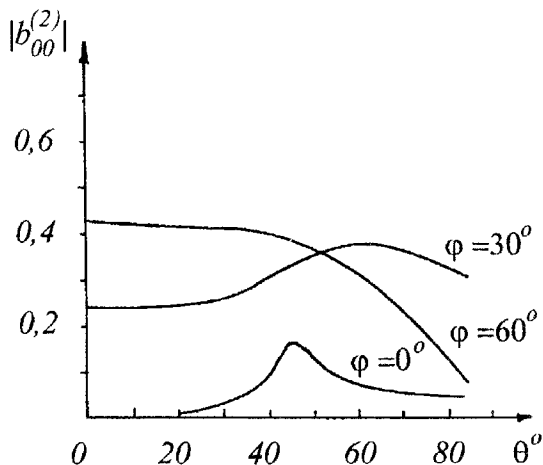


Рис.5. Зависимость амплитуды нулевой ТМ- волны от углов сканирования θ и φ

На рис. 4 и рис. 5 представлены результаты расчетов амплитуд нулевых $TE(b_{00}^{(1)}) - TM(b_{00}^{(2)})$ — пространственных гармоник, рассчитанных по формуле (26), в зависимости от углов сканирования θ , φ . Точность расчетов зависит как от числа учитываемых волноводных волн, так и от количества учитываемых пространственных гармоник. Так, для расчета нулевых амплитуд пространственных гармоник с точностью не хуже, чем 0,1%, количество учитываемых волноводных волн должно быть не менее 50, а число пространственных гармоник — не менее 100. Число учитываемых пространственных гармоник зависит также и от углов сканирования. Так, для углов, лежащих в пределах $0^\circ \leq \theta \leq 50^\circ$, число учитываемых пространственных гармоник, при котором точность расчетов сохраняется, должно быть не менее 36.

Из рисунков видно, что амплитуды нулевых пространственных ТЕ - и ТМ - гармоник, которые и формируют, в основном, главный лепесток диаграммы направленности отражательной ФАР, зависят как от угла сканирования θ , так и от плоскости сканирования $\varphi = const$. Проведенные исследования показали, что существуют широкие возможности управления главным лепестком диаграммы направленности и поляризацией электромагнитного поля, излученного из волноводов, при изменении глубины волноводов по заданному закону.

Таким образом, получено решение задачи о рассеянии плоской линейно поляризованной волны, падающей произвольно на раскрыв бесконечной периодической ФАР из прямоугольных волноводов конечной глубины.

Литература

1. Никольский В.В. Проекционные методы в электродинамике (экранированные и открытые системы). Прикладная электродинамика. Москва, Высшая школа, 1977, Вып. 1, с. 86.
2. Гринев А.Ю., Ильинский А.С., Котов Ю.В., Чепурных К.П. Радиотехника и радиоэлектроника. 1979, т. 24, №7, с. 1291.
3. Баржиотти Г.В. ТИИЭР. 1968, т. 56, №11, с. 138.
4. Амитей Н., Галиндо В., Ву Ч. Теория и анализ фазированных антенных решеток. Москва, Мир, 1974, 455с.
5. Литвиненко Л.Н., Просвирнин С.Л. Спектральные операторы рассеяния в задачах дифракции волн на плоских экранах. Киев, Наукова думка, 1984, 239с.

Reflecting Phased Array Antenna Consisting of Rectangular Waveguides of Finite Depth

A.V. Gribovsky, S.L. Prosvirnin, I.I. Reznik

The problem of the wave diffraction of a linear polarized electromagnetic wave incident arbitrary on the aperture of the infinite phased antenna array con-

sisting of the rectangular waveguides of the finite depth is solved using the operator method. The waveguides are placed at the nodal points of the nonorthogonal grid. The possibility of the pattern main beam scanning of the reflecting phased array antenna via the varying of the waveguides depth over some law is investigated.