

## МЕХАНИЗМ РАЗРУШЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ ПРИ НАБЛЮДЕНИИ СКВОЗЬ СРЕДУ СО СЛУЧАЙНЫМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ

*Рассмотрены причины, вызывающие снижение качества изображения объекта при его наблюдении сквозь среду со случайными неоднородностями показателя преломления. Подробно изложен механизм разрушения информации под влиянием фазовых искажений. Проведен краткий обзор существующих методов достижения дифракционного предела разрешения инструмента, исследованы причины потери их эффективности при среднеквадратичном отклонении фазовых искажений  $2\pi$  и более, а также предложен способ, позволяющий преодолеть это ограничение.*

*Ключевые слова:* неоднородная среда, неоднородности показателя преломления, фазовая проблема, накопление фазы

### 1. Введение

Электромагнитная волна, приходящая от удаленного объекта, содержит в себе информацию о распределении яркости по объекту. Измеряя характеристики волны, можно восстановить это распределение и сформировать изображение объекта. Наилучшее угловое разрешение, достижимое при этом, определяется дифракцией волны на принимающем устройстве и составляет величину порядка отношения длины волны к поперечному размеру антенны. Однако реальное разрешение может быть намного хуже под влиянием различных мешающих факторов. В настоящей работе нас интересует мешающее влияние случайных неоднородностей показателя преломления в среде распространения. Это влияние создает в изображении пространственный шум. Как и в случае любого другого шума, его влияние может быть уменьшено путем накопления сигнала. Оптимальная процедура такого накопления пока еще не найдена, к тому же она может быть разной при разных условиях наблюдения. Предложено много субоптимальных процедур такого рода. Одной из перспективных среди них представляется процедура усреднения фаз фурье-компонент изображения. Она предложена давно [1, 2], прошла довольно долгую эволюцию [3] и достигла в последнее время такой стадии развития [4], что уже можно увидеть принципиальный предел ее применимости. В связи с этим хотелось бы подробнее понять механизм разрушения информации под влиянием неоднородностей в надежде найти путь дальнейшего прогресса. Этому и посвящена статья.

### 2. Изображение и функция когерентности

Возможность получить изображение удаленного некогерентно освещенного (или излучающего) объекта основана на теореме Ван Циттерта–Цернике [5]: функция когерентности  $C(k_x, k_y)$  поля приходящей от объекта волны является фурье-образом яркости как функции точки на объекте  $B(x, y)$ . Этим исчерпывается принципиальная сторона вопроса о получении изображений удаленных объектов. Однако возникает множество проблем, связанных с получением изображений в том или ином конкретном диапазоне тем или иным конкретным способом.

Функция когерентности определяется соотношением

$$C(k_x, k_y) = \langle E(\xi - k_x, \eta - k_y) E(\xi, \eta) \rangle, \quad (1)$$

где  $\xi, \eta$  – декартовы координаты в плоскости наблюдения (в апертурной плоскости);  $k_x, k_y$  – компоненты пространственной частоты (т. е. декартовы координаты в частотной плоскости);  $E$  – напряженность поля приходящей от объекта электромагнитной волны, а угловые скобки означают усреднение по статистическому ансамблю. Такое усреднение является нереализуемой математической абстракцией, и на практике обычно имеют дело со средним по времени, которое в силу эргодичности рассматриваемой системы при достаточном времени усреднения приближенно совпадает со средним по ансамблю. При больших расстояниях до объекта параллакс не имеет значения, объект из всех точек (вблизи наблюдателя) имеет один и тот же вид  $B(x, y)$ , и потому среднее (1) не зависит от  $\xi, \eta$ . Измеряя функцию  $C(k_x, k_y)$  и выпол-

няя над ней преобразование Фурье, можно получить изображение объекта, т. е. функцию  $B(x, y)$ .

Способ измерения функции когерентности существенно зависит от диапазона электромагнитного спектра, в котором производится наблюдение объекта. В декаметровом и даже в метровом диапазонах есть возможность непосредственно измерять мгновенные значения напряженности поля и затем усреднять по времени произведение, входящее в (1), цифровым способом после или даже во время наблюдения. С повышением частоты такая непосредственная процедура становится затруднительной. Однако еще долго остается возможность выполнить то же самое аналоговым способом с помощью соответствующих электрических схем. Все же исследователь рано или поздно вторгается в такой диапазон частот, где уже становится невозможным оперировать с электрическими цепями, работающими на частоте принимаемого сигнала. Это происходит в терагерцовом диапазоне, и тогда приходится применять новые принципы измерений, например квазиоптические [6, 7], а затем и оптические [5].

Оптические методы измерений появились в ту далекую эпоху, когда еще не было известно, что оптические явления – это выражение тех же закономерностей, которые мы знаем по экспериментам над статическим или медленно меняющимся электромагнитным полем. Формирование изображения в оптике осуществляется с помощью линзы (или зеркала) и описывается “ходом лучей”, т. е. в терминах геометрической оптики. Однако в контексте настоящей статьи будет более рациональным описать его в понятиях волновой оптики.

Формирование изображения с помощью линзы основано на том факте, что по отношению к когерентной волне она является аналоговым преобразователем Фурье: поле в ее задней фокальной плоскости является фурье-образом поля в передней фокальной плоскости. Отсюда нетрудно заключить, что в случае некогерентной волны яркость в задней фокальной плоскости в силу теоремы Винера–Хинчина является фурье-образом функции когерентности поля в передней фокальной плоскости (или в какой-либо параллельной ей плоскости). С учетом теоремы Ван Циттерта–Цернике в задней фокальной плоскости получается фурье-образ фурье-образа яркости объекта  $B(x, y)$ , т. е. перевернутое изображение объекта. Таким образом, светоприемник, расположенный

в задней фокальной плоскости, будет измерителем не функции когерентности, а уже готового ее фурье-образа.

В настоящей статье мы ограничимся только случаем формирования изображения оптическим способом.

### 3. Влияние среды со случайными неоднородностями показателя преломления

Пусть теперь между объектом и наблюдателем находится плоскопараллельный слой статистически однородной среды со случайными неоднородностями показателя преломления. Плоская монохроматическая волна, приходящая от объекта, проходя через этот слой, подвергается искажению: ее амплитуда и фаза теперь случайным образом зависят от поперечных координат. Характер этой зависимости определяется статистическими свойствами флуктуаций показателя преломления. Будем для простоты полагать, что неоднородный слой расположен в непосредственной близости от наблюдателя и имеет пренебрежимо малую геометрическую толщину. Такое предположение позволяет приближенно считать амплитуду волны невозмущенной, а искажение фазы  $\delta(\xi, \eta, t)$  – реализацией некоторого случайного процесса, который здесь мы будем полагать стационарным и гауссовым со среднеквадратичным значением  $q$  и радиусом корреляции  $l$  в пространстве и  $\tau$  во времени.

Если бы мы наблюдали когерентно освещенный объект, фурье-образ  $\tilde{E}(\xi, \eta, t)$  искаженного изображения  $E(x, y, t)$  был бы связан с фурье-образом  $\tilde{E}_0(\xi, \eta)$  истинного изображения  $E_0(x, y)$  (в отсутствие среды) соотношением

$$\tilde{E}(\xi, \eta, t) = \tilde{E}_0(\xi, \eta) e^{i\delta(\xi, \eta, t)}. \quad (2)$$

Это означало бы, что при таком наблюдении пространственный шум, порождаемый средой, был бы мультипликативным, а по отношению к логарифму амплитуды поля в апертурной плоскости он был бы аддитивным, стационарным и гауссовым с уже упомянутыми параметрами  $q$ ,  $l$  и  $\tau$ .

Для некогерентно освещенного объекта соотношение (2) остается в силе, однако от него мало пользы, поскольку на высоких частотах быстро меняющаяся со временем амплитуда поля не поддается непосредственному измерению. Вместо нее остается измерять интенсивность излучения

$$J(x, y, t) = \langle E^*(x, y, t)E(x, y, t) \rangle$$

(звездочка обозначает комплексное сопряжение), для фурье-образа которой из теоремы о свертке следует

$$\tilde{J}'(k'_x, k'_y, t) = \int \langle E^*(\xi - k'_x, \eta - k'_y, t) \times E(\xi, \eta, t) \rangle d\xi d\eta.$$

Отсюда и из (2) для фурье-образа возмущенной яркости изображения имеем

$$\tilde{J}'(k'_x, k'_y, t) = \tilde{J}'_0(k'_x, k'_y) \tilde{G}(k'_x, k'_y, t), \quad (3)$$

где

$$\tilde{G}(k'_x, k'_y, t) = \int e^{i[\delta(\xi, \eta, t) - \delta(\xi - k'_x, \eta - k'_y, t)]} d\xi d\eta. \quad (4)$$

Здесь интеграл берется формально по всей апертурной плоскости, а фактически только по области, в пределах которой подынтегральное выражение отлично от нуля. (В случае круглой линзы диаметра  $D$  – это круг диаметром  $2D$ ).

Таким образом, в некогерентном случае пространственный шум  $\tilde{G}(k'_x, k'_y, t)$ , создаваемый средой, по-прежнему остается мультипликативным (в частотном представлении) с нормально распределенными фазами (при малых  $q$ ), однако теперь модули фурье-компонент тоже оказываются затронутыми возмущающим действием среды, и это сыграет существенную роль при дальнейшем рассмотрении.

Влияние случайных неоднородностей на распространение волн в среде было обстоятельно исследовано в работах известного специалиста в этой области В. И. Татарского [8, 9]. Однако в настоящей работе нас интересует простейший случай, при рассмотрении которого нет необходимости привлекать результаты столь мощной теории.

#### 4. Информативность изображения наблюдаемого объекта

Целью эксперимента или наблюдения является получение новых знаний об исследуемом объекте. Для оценки продуктивности эксперимента желательно иметь некоторую количественную меру его информативности. Такой мерой может успешно служить информационная матрица Фишера, введенная в 1925 г. [10, 11]. Если эксперимент состоит в измерении некоторого  $n$ -мерного вектора

$\mathbf{V} = (V_1, V_2, \dots, V_n)$ , и апостериорная плотность его распределения  $\rho(\mathbf{V})$  дважды дифференцируема, элементы матрицы Фишера можно представить в виде

$$F_{ik} = -\frac{d^2 \ln \rho(\mathbf{V})}{dV_i dV_k}.$$

В частности, если эксперимент состоит из большого числа независимых измерений  $\mathbf{V}$ , величина  $\rho(\mathbf{V})$  в силу центральной предельной теоремы будет близка к гауссовой функции

$$C \exp[-\alpha_{ik}(V_i - V_{0i})(V_k - V_{0k})],$$

где  $C$  – нормирующий множитель,  $\hat{\alpha}$  – матрица точности, а  $V_{0i}, V_{0k}$  – наиболее вероятные значения компонент  $\mathbf{V}$ . В этом очень распространенном случае

$$F_{ik} = \alpha_{ik}.$$

Для скалярного  $\mathbf{V}$  единственный элемент матрицы Фишера равен обратной величине апостериорной дисперсии  $\mathbf{V}$ .

Исходя из матрицы Фишера можно определить скалярную информативность изображения [12], которой во многих случаях достаточно, чтобы характеризовать информационную эффективность эксперимента или наблюдения.

Определенная таким образом информативность эксперимента обладает рядом полезных качеств, главным из которых является ее аддитивность: если выполнена серия независимых измерений  $\mathbf{V}$ , то совокупная информативность ее равна сумме значений информативности составляющих ее отдельных измерений. Заметим мимоходом, что этим она в корне отличается от количества информации по Шеннону [13], которое было введено для количественного описания хранения и передачи информации. Понятия информации по Фишеру и по Шеннону хорошо дополняют друг друга, как бы разделяя сферы своего влияния: информация по Фишеру характеризует многократные измерения постоянной величины, а информация по Шеннону описывает передачу сведений об изменении интересующей нас величины во времени или пространстве.

Когда исследуют удаленный объект с помощью инструмента с высоким угловым разрешением, обычно стремятся получить его изображение, т. е. яркость как функцию координат.

Точность измерения яркости при этом оказывается ограниченной различными случайными факторами, которые объединяются понятием шума. Этот шум снижает информативность изображения. Об этом говорят как о разрушении информации шумом.

Типичными видами шума, которые мешают наблюдению заатмосферных объектов, являются шум регистрации и атмосферный шум. Они вносят случайные, неизвестные наблюдателю искажения в значения величин, характеризующих изображение объекта, и тем снижают точность их измерения, т. е. разрушают информацию об этих значениях. В настоящей работе нас интересует прежде всего атмосферный шум; шума регистрации мы пока касаться не будем. Подробнее эти вопросы рассматриваются в [12, 14].

### 5. Разрушение информации под влиянием фазовых искажений и накопление сигнала

Соотношение (3) можно записать в координатном представлении:

$$J(x, y) = \int G(x' - x, y' - y) J_0(x', y') dx' dy', \quad (5)$$

где  $G(x' - x, y' - y)$  – атмосферно-апертурное ядро (аппаратная функция, функция рассеяния точки), фурье-образом которой является входящая

в (3) частотная характеристика системы “среднелинза”  $\tilde{G}(k'_x, k'_y)$ .

Таким образом, изображение, зарегистрированное при наблюдении объекта сквозь среду со случайными неоднородностями, оказывается сверткой истинного изображения объекта со случайным атмосферно-апертурным ядром  $G$ . На рис. 1 приведены примеры реализаций таких ядер в типичном случае, когда поле фазовых искажений  $\delta(\xi, \eta)$  является реализацией стационарного гауссова процесса с гауссовой функцией корреляции и различными значениями среднеквадратичного искажения  $q$  (результаты получены с помощью численного моделирования). Так выглядят, например, изображения звезды при наблюдении сквозь турбулентную атмосферу, когда диаметр телескопа заметно больше размера неоднородностей. Примеры изображений протяженного объекта можно найти в [4, 15].

Искажения изображения объекта, описываемые формулами (3) или (5), приводят к значительной потере информации о наблюдаемом объекте. Это выражается в увеличении погрешностей, с которыми удастся измерить фазы фурье-компонент изображения, и соответствующем уменьшении элементов матрицы Фишера, а потому и скалярной информативности изображения. Как и в случае шума любой другой природы, на помощь может прийти накопление сигнала, т. е. оценка истинного изображения по совокуп-

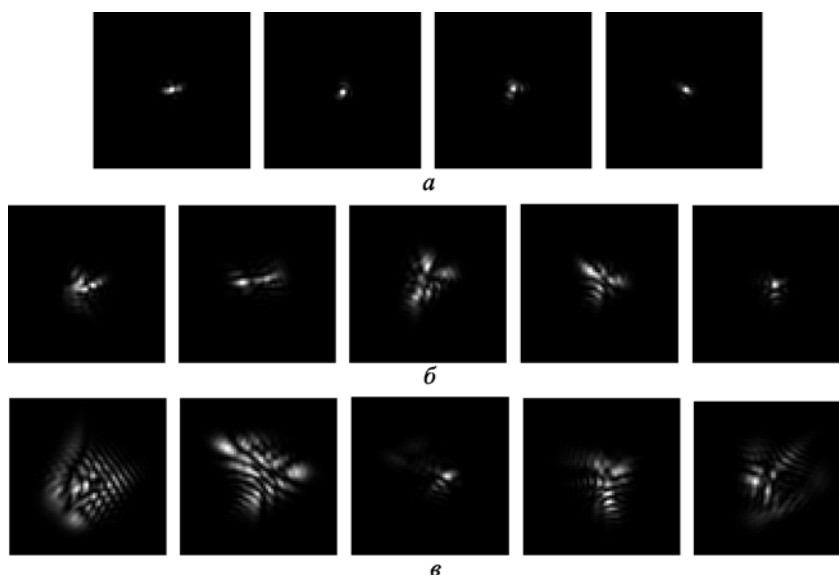


Рис. 1. Примеры изображений неразрешимой звезды в случае, когда размер неоднородностей значительно меньше размера апертуры, а  $q = 1$  (а),  $q = \pi$  (б) и  $q = 2\pi$  (е)

ности изображений, полученных при наблюдении. Обычно поле фазовых искажений  $\delta(\xi, \eta)$  зависит еще и от времени. Повторяя регистрацию изображения в разные моменты времени, можно накопить больше информации об объекте и получить изображение лучшего качества. Это хорошо известное в радиотехнике временное накопление сигнала [13]. При работе с изображениями возможно и пространственное накопление сигнала [16]. Оно основано на том, что при наблюдении из разных точек пространства фазовые искажения будут разными.

Теория накопления сигнала при работе с изображениями еще слабо разработана. Простейшим видом временного накопления является метод суммирования изображений, возможно, с выбором лучших из них [17]. Такое накопление уменьшает пространственный шум, но подавляет высокие пространственные частоты, в результате чего теряется угловое разрешение. Существуют более утонченные методы накопления, однако большинство из них сложны технически и требуют дополнительных теоретических и экспериментальных исследований.

Снижение углового разрешения при наблюдении сквозь земную атмосферу с помощью большого телескопа относительно разрешения, которое мог бы дать тот же телескоп в отсутствие атмосферы, составляет полтора порядка и более. Это означает, что только за счет уменьшения числа различимых элементов изображения информативность изображения снижается на три порядка. Ситуацию хорошо иллюстрирует рис. 1, на котором показаны разные реализации мгновенного изображения светящейся точки при разных значениях  $q$ . Конечно, это побуждает исследователей искать пути борьбы с таким явлением. Этой задаче посвящен следующий параграф.

## 6. Методы достижения дифракционного предела разрешения

К задаче достижения дифракционного предела разрешения возможны различные подходы. При этом исследованию подлежат как способы формирования изображений, так и методы последующей их обработки. Например, для повышения качества уже зарегистрированных изображений логичным представляется использование накопления сигнала, хорошо известного в радиотехнике. Одна из первых идей как раз и состояла в том,

чтобы просуммировать последовательность изображений, а затем восстановить неискаженное изображение, рассматривая усредненное по времени соотношение (5) как интегральное уравнение и решая его [18]. В работе [19] показана некорректность задачи в такой постановке и предложен винеровский фильтр в качестве средства восстановления. Там же проведена оценка перспектив такого подхода и показано, что дифракционный предел разрешения на этом пути практически недостижим – требуется слишком большое отношение сигнал/шум.

Значительно более эффективным оказался метод Лабейри [20] (спекл-интерферометрия). В нем применяется другой способ накопления: суммирование по последовательности не самих изображений, а квадратов модуля их фурье-образов. Это значительно снижает подавление высших пространственных частот. Однако этот метод позволяет измерять только модули фурье-компонент, но не их фазы. Вопрос о способе получения фаз с тех пор стоял на повестке дня.

Идею прямого усреднения фаз по последовательности изображений предложил Л. Г. Содин [1]. Однако в то время она не встретила интереса из-за низкого уровня вычислительной техники. Другой, косвенный вариант накопления фаз, был предложен Ноксом и Томпсоном [2]. Его практическое преимущество тогда состояло в том, что он осуществим с помощью когерентно-оптической установки. Как показали наши компьютерные эксперименты, оба метода хорошо работают при небольших значениях  $q$  – до единицы или немного больше, однако при дальнейшем увеличении  $q$  разрушение информации неоднородностями среды становится непреодолимым.

Это связано с тем, что поддающееся вычислению значение фазы фурье-компоненты  $f$  представляет собой главное значение многолистной функции  $\text{Ln}f$  (ее мнимой части), определенное в интервале  $(-\pi, +\pi)$ . Когда искаженная фаза, т. е.  $\text{Im} \text{Ln}f$ , переходит границу интервала, скажем,  $-\pi$ , ее главное значение изменяется скачком до  $+\pi$ . В результате таких событий в накапливаемой сумме фаз в случайные моменты времени появляются слагаемые  $\pm\pi$ , искажающие среднее значение фазы. (Хотя изменение фазы фурье-компоненты на  $2\pi l$  является тождественным преобразованием отдельного изображения, оно может изменить результат усреднения на

величину, отличную от  $2\pi$ .) Поэтому методы накопления фаз [1, 2] эффективны только до тех пор, пока такие события маловероятны, т. е. при достаточно малых  $q$ .

Еще один вариант метода накопления предложен в работе [3]. Там же сделана попытка более обстоятельно выяснить механизм разрушения информации при увеличении  $q$ . Результаты исследований показали, что этот вопрос весьма непрост и нуждается в обстоятельной проработке.

## 7. Новый метод: накопление полных фаз

Из сказанного выше следует, что для корректного усреднения фаз необходимо оперировать с полным значением логарифма фурье-компоненты, а не только с его главным значением. Здесь, однако, возникает деликатный вопрос: как, вычислив главное значение фазы, найти недостающее слагаемое  $2\pi l$ ? Авторы работы [3] хотели ответить на него, сравнивая значения фазы данной и соседних фурье-компонент и используя непрерывность зависимости фазы фурье-компоненты от пространственной частоты. Однако на этом пути они не достигли успеха по причинам принципиального характера. В наших исследованиях был принят другой курс [4]: мы сравнивали значение фазы в текущий момент времени с ее значениями в соседние моменты времени и исходили из предположения, что изменение фазового искажения со временем описывается непрерывной функцией. Это позволяет найти необходимую добавку к фазе из условия максимальной близости данного значения к предыдущему.

Таким образом, процедура усреднения фаз состояла из двух шагов: сначала отслеживание фазы, позволяющее найти полную фазу по вычисленному ее главному значению и предыдущим значениям, а затем суммирование полных фаз, приводящее в конечном счете к получению среднего по времени значения полной фазы. Эта процедура оказалась заметно эффективнее, чем прямое или косвенное усреднение главных значений. Она давала приемлемые изображения при  $q = \pi$ , а критическое значение  $q$ , при превышении которого реконструированное изображение полностью разрушалось фазовыми искажениями, достигло величины около  $2\pi$ .

Этот результат можно считать успехом, однако желательно выяснить, каково же происхождение такого ограничения: почему при увеличении

$q$  до значения выше критического теряется возможность реконструкции изображения теперь, когда, казалось бы, вся процедура усреднения выполняется вполне корректно?

Предпринятые исследования позволили прояснить природу этого явления, однако потребовали рассмотрения весьма специфических подробностей.

## 8. Фаза фурье-компоненты как случайная величина

Поскольку фазовое искажение в среде  $\delta$  является случайной величиной, распределенной нормально, то же можно отнести и к разности в показателе степени (4). Поэтому того же можно ожидать и от фазового искажения фурье-компоненты

$$\Phi(\tilde{k}_x, \tilde{k}_y) = \text{Im} \text{Ln} \tilde{G}(\tilde{k}_x, \tilde{k}_y),$$

по крайней мере приближенно, при не слишком больших  $q$ . Отсюда следует, что оптимальное накопление фазы фурье-компоненты по последовательности изображений сводится к простому суммированию, что и делается в нашем случае. Положительный результат, полученный нами, косвенно свидетельствует о правильности этих представлений.

Однако с увеличением  $q$  картина меняется: начинают играть роль те факторы, которые до сих пор казались несущественными.

Когда мы говорим о нормально распределенной вещественной случайной величине, само собой подразумевается, что эта величина принимает значения на вещественной оси. Однако она может принимать значения и из какого-нибудь другого топологического пространства. Тогда ее свойства могут быть существенно другими.

Именно с таким случаем мы имеем дело здесь. В рассматриваемой задаче “первичными” физическими величинами являются яркость изображения и ее фурье-компоненты. Фаза фурье-компоненты имеет физический смысл лишь постольку, поскольку она может быть измерена. Между тем измерению поддается лишь главное значение фазы.

Математически это означает, что фаза принимает значения не на вещественной оси, а на окружности, т. е. на интервале  $(-\pi, +\pi)$ , в котором точки  $-\pi$  и  $+\pi$  отождествлены. В этом пространстве статистика в некоторых отношениях заметно отличается от статистики на вещественной оси.

Например, предельное распределение суммы независимых случайных величин является не гауссовым (как на вещественной оси в силу центральной предельной теоремы), а равномерным.

Когда  $q$  мало, все распределения, с которыми мы имеем здесь дело, являются приближенно нормальными с шириной, малой по сравнению с  $2\pi$ . Поэтому все события, связанные с выходом фазы за пределы интервала  $(-\pi, +\pi)$ , маловероятны, и мы не замечаем разницы между вещественной осью и окружностью. С увеличением  $q$  пересечение фазой границы  $\pm\pi$  становится все более частым событием и разница в статистике начинает существенно влиять на результат усреднения.

Сказанное здесь является предпосылкой для дальнейшего математического рассмотрения этого вопроса, которому посвящен следующий параграф.

### 9. Механизм разрушения информации: математический аспект

Если теперь рассмотреть искаженную компоненту  $\tilde{J}(k'_x, k'_y, t)$  при каких-то фиксированных  $k'_x, k'_y$  как функцию времени, мы увидим, что она описывает некоторую траекторию в комплексной плоскости  $z$ . При малых  $q$  эта траектория близка к окружности

$$|z| = \tilde{J}'_0(k'_x, k'_y),$$

а угол поворота  $\tilde{J}$  относительно  $\tilde{J}'_0$  представляет собой реализацию стационарного гауссова процесса с дисперсией  $q^2$ , средним значением 0 и радиусом корреляции  $\tau$ . Примеры таких траекторий, полученные путем численного моделирования при разных  $q$ , приведены на рис. 2. Хотя угол поворота может заметно превышать  $2\pi$ , его среднее значение по времени при достаточной статисти-

стике будет мало отличаться от нуля. На этом основан новый метод накопления [4].

Однако картина начинает меняться с увеличением  $q$ . Несинфазное сложение вкладов разных участков апертуры под интегралом в (4) приводит к уменьшению модуля фурье-компоненты. На рис. 2, б, в мы видим, что полоса, в которой проходит большая часть траектории, постепенно расширяется, а на рис. 2, г – она начинает заполнять весь круг. При немалых  $q$  некоторые участки траектории проходят близко к нулю. Это и порождает эффекты, ведущие к разрушению информации об объекте.

Чтобы увидеть в деталях, как происходит разрушение, выберем три соседних (искаженных средой) фурье-компоненты  $\tilde{J}'_1, \tilde{J}'_2$  и  $\tilde{J}'_3$  и проследим их траектории на том участке, где они проходят вблизи нуля. Если наблюдаемый объект имеет достаточно малые угловые размеры, эти три компоненты будут мало отличаться друг от друга. В частности, будут мало отличаться между собой их фазы. Поэтому три их траектории пройдут по комплексной плоскости плотным пучком. Так продолжается до тех пор, пока они находятся на достаточном удалении от нуля. Однако когда они подходят близко к нулю, появляется вероятность такой ситуации, когда две траектории обходят ноль с разных сторон (см. рис. 3). Это приводит к появлению большого различия между их фазами. Когда пучок снова удаляется от нуля, их фазы уже не близки, а отличаются друг от друга на величину порядка  $2\pi$ . Если такое событие происходит где-нибудь в середине накапливаемой последовательности изображений, среднее значение этой добавки может заметно отличаться от 0 и  $2\pi$  и таким образом внести существенную ошибку в измеряемую фазу.

Поскольку мы имеем дело со случайными процессами, возможность такого события измерят-

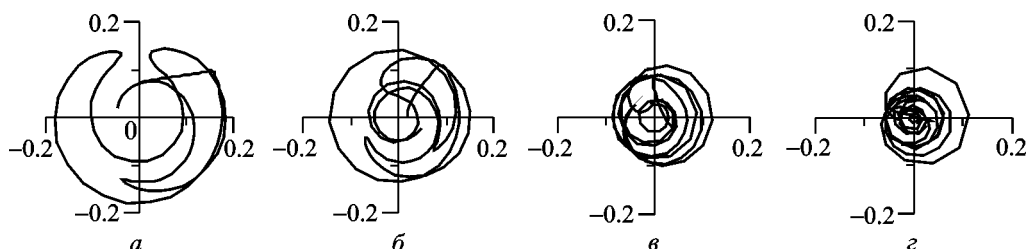


Рис. 2. Траектории изменения одной фурье-компоненты изображения на комплексной плоскости при наблюдении сквозь среду со случайными неоднородностями показателя преломления для  $q = 2\pi/3$  (а),  $q = \pi$  (б),  $q = 3\pi/2$  (в) и  $q = 2\pi$  (г)

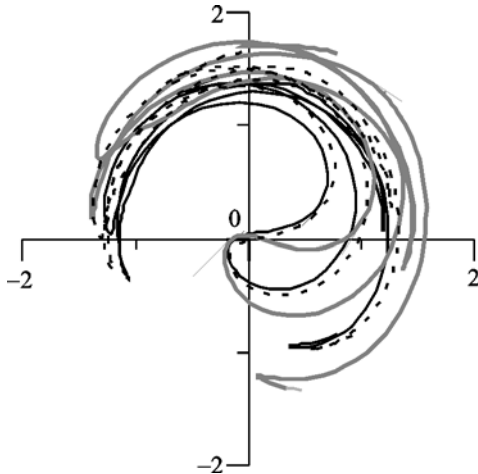


Рис. 3. Траектории трех соседних фурье-компонент, которые обходят 0 с разных сторон (пунктирная кривая проходит верно, а в двух других возникает ошибка, равная  $2\pi$ )

ся его вероятностью. Эта вероятность зависит от  $q$ . При достаточно малых  $q$  она пренебрежимо мала; эта ситуация иллюстрируется рис. 2, а, б. Уже при  $q \sim 1$  такие события происходят, однако достаточно редко, и производят в реконструируемом изображении эффект дополнительного шума. При  $q \sim \pi$  они происходят часто и весьма заметно снижают качество реконструируемого изображения. При  $q > 2\pi$  такие события происходят с большинством фурье-компонент и изображение оказывается разрушенным полностью.

## 10. Механизм разрушения информации: физический аспект

Чтобы лучше увидеть физическую сторону вопроса, полезно рассмотреть измерение функции когерентности с помощью интерферометра Физо–Майкельсона [5, 21, 22]. Он представляет собой линзу с диафрагмой, содержащей два отверстия диаметром  $d$  на расстоянии  $L$  друг от друга. Изображение объекта в фокальной плоскости представляет собой сумму изображений, построенных через каждое отверстие в отдельности. Они не отличаются друг от друга по яркости, но имеют разную зависимость фазы световой волны от координат. В результате изображение объекта в фокальной плоскости оказывается изрезанным серией интерференционных полос, глубина которых несет информацию об амплитуде фурье-компоненты изображения на пространственной частоте, соответствующей расстоянию между отверстиями.

Обычно такой интерферометр применяют в астрономических наблюдениях для разрешения дисков звезд, диаметр которых всегда значительно меньше ширины ядра, описывающего замыкающее действие атмосферы. При описании принципа его работы обычно считают, что фазовое искажение в атмосфере  $\delta$  остается одним и тем же в пределах отверстия. Это приводит к тому, что изображения от каждого отверстия остаются неизменными по интенсивности и своему положению в фокальной плоскости и изменяются только по фазе, поэтому атмосферные флуктуации только смещают случайным образом систему интерференционных полос. Отслеживая это смещение, можно выполнить все измерения, несмотря на фазовые искажения в атмосфере.

Однако картина меняется при увеличении  $q$ , когда изменением фазового искажения  $\delta$  с координатами в пределах одного отверстия пренебрегать уже нельзя. Полагая его малым, представим его рядом Тейлора, ограничиваясь линейными членами

$$\delta(\xi, \eta) = \delta_0 + X\xi + Y\eta.$$

Это значит, что в пределах отверстия фазовый фронт волны по-прежнему считается плоским, однако теперь будет учитываться его наклон, который приводит к смещению изображения точки в фокальной плоскости относительно невозмущенного положения. Типичная величина этого смещения составляет

$$\zeta = F\lambda q / 2\pi l,$$

где  $F$  – фокусное расстояние линзы. Что касается размера изображения точечного источника, то он определяется дифракцией волны на отверстии и потому равен

$$\rho = F\lambda / d.$$

Если  $\zeta > \rho$ , что наступает при

$$q > 2\pi l / d, \tag{6}$$

изображения точки, формируемые через каждое из отверстий, перестают совмещаться и интерференция пучков становится невозможной.

Сказанное относится к интерферометру Физо–Майкельсона, однако легко переносится и на случай формирования изображения зеркалом или линзой. Пусть диаметр линзы или зеркала  $D$  намного



превосходит размер неоднородностей  $l$  (к его увеличению нас побуждает стремление получить возможно большее дифракционное разрешение). Электромагнитный поток, приходящий на приемник излучения, является суммой потоков от отдельных элементов поверхности линзы. Размером элемента следует считать размер неоднородностей  $l$  (предполагается, что он намного больше длины волны). Применяя к этому случаю формулу (6), для критического значения  $q$  получим

$$q'_0 = 2\pi.$$

Данное равенство и определяет “магический” рубеж  $q = 2\pi$ , за которым метод накопления фаз перестает работать.

## 11. Возможность преодоления рубежа $2\pi$

Нарисованная здесь картина может породить пессимизм в отношении перспектив достижения дифракционного предела разрешения при наблюдении объекта сквозь среду со случайными неоднородностями показателя преломления. Это в значительной степени обусловлено тем, что новый рубеж имеет принципиальный характер и порождается теперь уже не несовершенством метода накопления фаз, а спецификой традиционного оптического способа формирования изображений. Однако остается место и для оптимизма.

Наше время характеризуется неуклонным продвижением радиофизики в область все более коротких волн, что приводит к встречному проникновению методов оптики в радиофизику. В частности, это относится к способу формирования изображений. Оптический способ формирования изображений, применимый и желательный в терагерцовом диапазоне, включает в себя элемент аналоговой обработки сигнала. Однако в более длинноволновых диапазонах, например в метровом, задачи измерения функции когерентности и ее фурье-преобразования обычно разделены. Если сделать шаг в эту сторону, можно рассчитывать на какой-то выигрыш в сложившейся трудной ситуации.

Простейшее решение задачи при таком подходе могло бы состоять в применении достаточно-го набора интерферометров Физо–Майкельсона для измерения функции когерентности во всей области, которая старым способом передавалась,

скажем, линзой диаметром  $D$ . Тогда, в соответствии с предыдущим параграфом, критическое значение  $q$  было бы равно уже не  $2\pi$ , а  $2\pi l/d$  и рубеж был бы отодвинут, может быть, значительно. Вопрос о том, как именно реализовать этот подход, требует дальнейших исследований. На этом пути может встретиться много проблем как технического, так, возможно, и принципиального характера, однако он открывает определенные перспективы.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Содин Л. Г.* О возможности достижения дифракционного предела разрешения при работе телескопа в турбулентной атмосфере // Письма в астрономический журнал. – 1976. – Т. 2. – С. 554–558.
2. *Knox K. T. and Thompson B. J.* Recovery of images from atmospherically degraded short exposure images // *Astrophys. J.* – 1974. – Vol. 193. – P. L45–L48.
3. *Бакут П. А., Куклин Е. Н., Ряхин А. Д., Свиридов К. Н., Устинов Н. Д.* Сравнительный анализ методов восстановления фазы пространственного спектра астрономического объекта по серии искаженных атмосферой короткоэкспозиционных изображений // *Оптика и спектроскопия.* – 1985. – Т. 58, № 6. – P. 1314–1317.
4. *Корниенко Ю. В., Скуратовский С. И.* О реконструкции неискаженного изображения объекта по серии его изображений, искаженных средой со случайными неоднородностями показателя преломления // *Доповіді АН України.* – 2010. – № 2. – С. 83–89.
5. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики – М.: Наука, 1973. – 719 с.
6. *Кулеиов Е. М.* Измерения в миллиметровом диапазоне радиоволн / *Электроника и радиофизика миллиметровых и субмиллиметровых радиоволн: научная монография / под общ. ред. А. Я. Усикова.* – К.: Наукова думка, 1986. – С. 126–139.
7. *Кулеиов Е. М.* Измерения в субмиллиметровом диапазоне радиоволн / *Электроника и радиофизика миллиметровых и субмиллиметровых радиоволн: научная монография / под общ. ред. А. Я. Усикова.* – К.: Наукова думка, 1986. – С. 140–157.
8. *Татарский В. И.* Распространение волн в турбулентной атмосфере. – М.: Наука, 1967. – 548 с.
9. *Татарский В. И.* Теория флуктуационных явлений при распространении волн в турбулентной атмосфере. – М.: Изд. АН СССР, 1959. – 230 с.
10. *Де Гроот М.* Оптимальные статистические решения. – М.: Мир, 1974. – 491 с.
11. *Ченцов Н. Н.* Информационная матрица / *Математическая энциклопедия.* Т. 2. – М.: Советская энциклопедия, 1979. – С. 655.
12. *Корниенко Ю. В.* Статистический подход к фильтрации и информативность изображения // *Радиофизика и электроника.* – Харьков: ИРЭ НАН Украины, 2005. – Т. 10, спецвыпуск. – С. 652–676.

13. *Голдман С.* Теория информации. – М.: ИЛ, 1957. – 446 с.
14. *Корниенко Ю. В.* Проблема углового разрешения при наблюдении астрономических объектов сквозь атмосферу / 200 лет астрономии в Харьковском университете / Под ред. проф. Шкуратова Ю. Г. – Харьков: ХНУ, 2008. – С. 353–379.
15. *Корниенко Ю. В., Дулова И. А., Копилович Л. Е., Пугач В. В., Масалов О. С., Скуратовский С. И., Бондаренко Н. В., Каньгин С. А., Стулова Л. В., Ильинский А. В., Бабичев А. А., Бронников А. С.* Развитие оптических и радиофизических методов исследования космических объектов // Развитие квазиоптических и оптических методов в радиофизических исследованиях: [отчет по НИР “ОПОРА”, № ГР 01.03U002263], Книга 2. – Харьков: ИРЭ НАН Украины, 2006. – 324 с.
16. *Корниенко Ю. В., Уваров В. Н.* Накопление сигнала при наблюдении астрономического объекта сквозь турбулентную атмосферу // Доклады АН УССР. Сер. А. – 1987. – № 4. – С. 60–63.
17. *Platt J. R.* Increase of telescope resolution with timeselection and an image forming stellar interferometer // *Astrophys. J.* – 1957. – Vol. 125. – P. 601.
18. *Коваль И. К.* О возможности восстановления изображения, замытого атмосферными неоднородностями // *Астрономический циркуляр.* – 1965. – № 317. – С. 1.
19. *Дудинов В. Н.* О возможности учета погрешностей, вызванных замытием изображения планет // *Астрономический журнал.* – 1969. – Т. 46, вып. 5. – С. 1064–1073.
20. *Labeyrie A.* Attainment of diffraction limited resolution in large telescopes by fourier analysing speckle patterns in star images // *Astron. Astrophys.* – 1970. – Vol. 6, No. 1. – P. 85–87.
21. *Fizeau M. H.* Recherches sur les modifications que subit la vitesse de la lumiere dans le verre et plusieurs autres corps solides sous l’influence de la chaleur // *Ann. Chim. Phys.* – 1862. – Vol. 66. – P. 429–482.
22. *Michelson A. A.* On the application of interference methods to astronomical measurements // *Philos. Mag. Ser. 5.* – 1890. – Vol. 30, Is. 182. – P. 1–21.

*Ю. В. Корниенко, С. І. Скуратовський*

Інститут радіофізики та електроніки  
ім. А. Я. Усикова НАН України,  
вул. Ак. Проскури, 12, Харків, 61085, Україна

#### МЕХАНІЗМ РУЙНУВАННЯ ІНФОРМАЦІЇ У СПОСТЕРЕЖЕННЯХ КРІЗЬ СЕРЕДОВИЩЕ З ВИПАДКОВИМИ НЕОДНОРІДНОСТЯМИ

Розглянуто причини, що призводять до зниження якості зображення об’єкту під час його спостереження крізь середовище з випадковими неоднорідностями показника заломлення. Детально викладено механізм руйнування інформації під впливом фазових спотворень. Виконано стислий огляд існуючих методів досягнення дифракційної межі розрізнення інструменту, досліджено причини втрати їх ефективності з середньоквадратичним відхиленням фазових спотворень  $2\pi$  та більше, а також запропоновано спосіб, який дозволяє подолати це обмеження.

*Y. V. Kornienko and S. I. Skuratovskiy*

A. Usikov Institute of Radio Physics and Electronics,  
National Academy of Sciences of Ukraine,  
12, Akad. Proskura St., Kharkiv, 61085, Ukraine

#### MECHANISM OF INFORMATION DEGRADATION IN OBSERVATIONS THROUGH A RANDOMLY INHOMOGENEOUS MEDIUM

The reasons for degrading the quality of an object image during its observation through a medium with randomly inhomogeneous refraction index are discussed. The information degradation mechanism impacted by phase distortions is described in detail. The earlier proposed methods for attaining diffraction limit of an instrument are briefly outlined. The reasons why the efficiency of such methods is lost in the mean-square deviation of phase distortions of  $2\pi$  and more are studied. A method for overcoming this limitation is proposed.

*Статья поступила в редакцию 24.11.2011*