

# РАСПРОСТРАНЕНИЕ, ДИФРАКЦИЯ И РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

УДК 537.874.6

М. Е. КАЛИБЕРДА, С. А. ПОГАРСКИЙ, В. А. БЕЛОУСОВ

Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина,

пл. Свободы, 4, г. Харьков, 61022, Украина

E-mail: Sergey.A.Pogarsky@univer.kharkov.ua

## ОПЕРАТОРНЫЙ МЕТОД В ЗАДАЧЕ ИЗЛУЧЕНИЯ ИЗ ОТКРЫТОГО КОНЦА КРУГЛОГО ГОФРИРОВАННОГО ВОЛНОВОДА

*С использованием операторного метода получено решение задачи дифракции аксиально-несимметричных волн на неперриодической системе гофр в круглом волноводе с открытым концом. Рассмотрен случай, когда открытый конец заменяется полубесконечной периодической системой гофр. Приведены зависимости коэффициента отражения от частоты и диаграммы направленности излученного из волновода поля. Проведено сравнение с результатами, доступными в литературе.*

*Ключевые слова:* гофрированные волноводы, рупорные антенны, операторные уравнения

### 1. Введение

В антенной технике достаточно широкое применение находят апертурные антенны, в качестве облучателей которых используются гофрированные волноводы. Привлекательность излучателей на основе круглых гофрированных волноводов обусловлена возможностью возбуждать в таких волноводах волну квази- $HE_{11}$ , которая может обеспечить аксиально-симметричную диаграмму направленности, низкий уровень боковых лепестков и кросс-поляризации. Для расчета геометрических параметров преобразователя волн  $H_{11} - HE_{11}$  используют полубесконечный периодический гофрированный волновод и требуют выполнения условия минимального значения коэффициента отражения либо определенного распределения электромагнитного поля в периодической части структуры. После чего к преобразователю волн пристыковывают гофрированный волновод переменного радиуса с открытым концом и оптимизируют его свойства. Однако для определения свойств полубесконечного гофрированного волновода, как правило, либо применяют приближенные методы, основанные на определении поверхностного сопротивления волновода,

заполненного анизотропным веществом, либо приходится решать трансцендентное уравнение относительно постоянных распространения (в общем случае комплексных) собственных волн волновода. Процесс решения таких уравнений достаточно сложно автоматизировать, так как существует вероятность потери корней.

Можно выделить несколько подходов, которые использовались для моделирования параметров таких структур. Один из них основан на методе интегральных уравнений [1]. Однако в случае исследования этим методом конечноэлементных структур возникают ограничения на геометрические параметры: меньший радиус гофрированного волновода должен быть постоянным. Еще один основан на методе частичных областей [2, 3]. При этом подходе, как правило, свойства всей структуры определяются из условия каскадного соединения элементов, составляющих структуру, (методом  $S$ -матриц).

Можно указать и на иной способ решения этой задачи. В известных работах [4–10] развит метод решения задач дифракции волн на широком классе конечноэлементных и полубесконечных периодических структур. В качестве одиночной неоднородности таких структур рассматривались ленточные решетки, экраны с отверстиями, пластины

© М. Е. Калиберда, С. А. Погарский,  
В. А. Белоусов, 2012

диэлектриков и др. Метод получил название операторного метода. Представляется целесообразным применить операторный метод для исследования гофрированного круглого волновода.

При использовании операторного метода необходимо решить “ключевую задачу” – задачу дифракции на одиночной неоднородности, которой, в данном случае, является ступенчатая неоднородность в круглом волноводе. Отличительной чертой применяемого подхода является то, что удается свести решение задачи к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений второго рода, минуя стадию сведения краевой задачи к решению интегрального уравнения.

Целью настоящей работы явилось построение использующих операторный метод эффективных математических моделей двух электродинамических структур: стыка неперриодической конечной системы гофр в круглом волноводе и либо полубесконечного периодически гофрированного волновода, либо открытого конца круглого волновода (см. рис. 1). Такие модели в силу определенного формализма самой процедуры построения решения обладают как более высокой степенью универсальности, так и существенным преимуществом, состоящим в возможности автоматизации численного решения операторного уравнения и повышения точности определения его корней. Кроме того, они позволяют проводить детальное исследование многопараметрических зависимостей характеристик устройств. Используя такой подход можно значительно повысить скорость решения задач по синтезу и оптимизации параметров излучающих систем.

## 2. Ступенчатая неоднородность

Рассмотрим одиночную ступенчатую неоднородность схематическое изображение которой приведено на рис. 2. В силу линейности задачи рас-

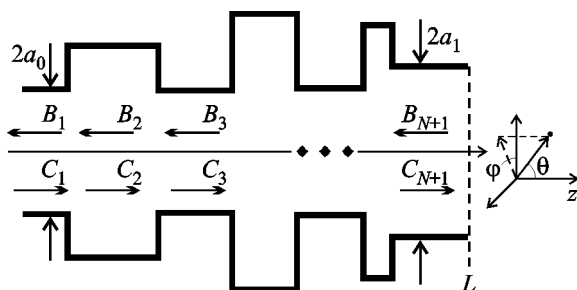


Рис. 1. Геометрия исследуемой структуры

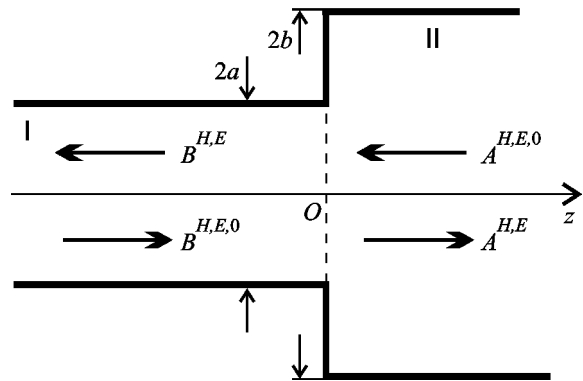


Рис. 2. Ступенчатая неоднородность

сеянное поле в каждой из областей можно представить в виде суперпозиции полей, возбужденных волнами, набегающими из области I с амплитудами  $B_n^{H,0}$ ,  $B_n^{E,0}$ , из области II с амплитудами  $A_n^{H,0}$ ,  $A_n^{E,0}$ ,  $n = 1, 2, \dots$ . Подставляя последовательно вместо амплитуды одной из падающих волн 1, а вместо других 0, получим элементы операторов рассеяния структуры. Далее, используя операторные уравнения, найдем операторы рассеяния ограниченной системы неоднородностей.

Для определения свойств одиночной неоднородности представим поперечные компоненты электрического поля при помощи скалярных потенциалов  $\Psi_j^H$ ,  $\Psi_j^E$  [11]:

$$\vec{E}_{\tau,j} = \sum_{n=1}^{\infty} \{ \vec{e}_{j,n}^H(r, \varphi) V_{j,n}^H(z) + \vec{e}_{j,n}^E(r, \varphi) V_{j,n}^E(z) \},$$

где  $\vec{e}_{j,n}^H(r, \varphi) = z \times \nabla_{\tau} \Psi_{j,n}^H$ ,  $\vec{e}_{j,n}^E(r, \varphi) = -\nabla_{\tau} \Psi_{j,n}^E$  – базисные вектор-функции, соответствующие  $H_{1n}$ - и  $E_{1n}$ -волнам, индекс  $j$  отвечает номеру области I или II,  $\nabla_{\tau}$  – градиент по поперечным координатам относительно оси  $z$ . Остальные компоненты электрического и магнитного полей могут быть найдены из уравнений Максвелла. Скалярные потенциалы и функции  $V_{j,n}^H(z)$ ,  $V_{j,n}^E(z)$  могут быть записаны в виде:

$$\Psi_{I,n}^H = J_1 \left( \frac{\mu_{n,1} r}{a} \right) \cos \varphi,$$

$$\Psi_{II,n}^H = J_1 \left( \frac{\mu_{n,1} r}{b} \right) \cos \varphi,$$

$$\Psi_{I,n}^E = J_1 \left( \frac{\mu_n r}{a} \right) \sin \varphi,$$

$$\Psi_{\Pi,n}^E = J_1\left(\frac{\mu_n r}{b}\right) \sin \varphi,$$

$$V_{I,n}^H = B_n^H \exp(-ik\gamma_n^{H,I} z) + B_n^{H,0} \exp(ik\gamma_n^{H,I} z),$$

$$V_{\Pi,n}^H = A_n^H \exp(ik\gamma_n^{H,\Pi} z) + A_n^{H,0} \exp(-ik\gamma_n^{H,\Pi} z),$$

$$V_{I,n}^E = B_n^E \exp(-ik\gamma_n^{E,I} z) + B_n^{E,0} \exp(ik\gamma_n^{E,I} z),$$

$$V_{\Pi,n}^E = A_n^E \exp(ik\gamma_n^{E,\Pi} z) + A_n^{E,0} \exp(-ik\gamma_n^{E,\Pi} z),$$

$$\text{где } \gamma_n^{H,I} = \sqrt{1 - \left(\frac{\mu_{n,1}}{ka}\right)^2}, \quad \gamma_n^{H,\Pi} = \sqrt{1 - \left(\frac{\mu_{n,1}}{kb}\right)^2},$$

$$\gamma_n^{E,I} = \sqrt{1 - \left(\frac{\mu_n}{ka}\right)^2}, \quad \gamma_n^{E,\Pi} = \sqrt{1 - \left(\frac{\mu_n}{kb}\right)^2}, \quad \text{Re } \gamma \geq 0,$$

$\text{Im } \gamma \geq 0$ ,  $k$  – волновое число,  $\mu_n$  –  $n$ -й корень уравнения  $J_1(x) = 0$ ,  $\mu_{n,1}$  –  $n$ -й корень уравнения  $J_1'(x) = 0$ ,  $J_1(x)$  – функция Бесселя первого порядка,  $a$  и  $b$  – радиусы волноводов.

Используя процедуру метода частичных областей, можно получить следующую систему линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных амплитуд  $B_n^H$  и  $B_n^E$ :

$$\begin{aligned} & \langle \bar{e}_{1,m}^H, \bar{e}_{1,m}^H \rangle \gamma_m^{H,\Pi} (B_m^H - B_m^{H,0}) - \\ & - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n^{H,\Pi} \langle \bar{e}_{\Pi,n}^H, \bar{e}_{1,m}^H \rangle A_n^{H,0} + \\ & + \sum_{l=1}^{\infty} (B_l^H + B_l^{H,0}) (Q_{m,l}^{H,H,1,1} + S_{m,l}^{H,H,1,1}) + \\ & + \sum_{l=1}^{\infty} (B_l^E + B_l^{E,0}) S_{m,l}^{E,E,1,1} - \\ & - \sum_{n=1}^{\infty} 2 \langle \bar{e}_{\Pi,n}^E, \bar{e}_{1,m}^H \rangle / \gamma_n^{E,\Pi} A_n^{E,0} = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & \langle \bar{e}_{1,m}^E, \bar{e}_{1,m}^E \rangle / \gamma_m^{E,\Pi} (B_m^E - B_m^{E,0}) + \\ & + \sum_{l=1}^{\infty} (B_l^H + B_l^{H,0}) S_{m,l}^{E,H,1,1} + \sum_{l=1}^{\infty} (B_l^E + B_l^{E,0}) S_{m,l}^{E,E,1,1} - \\ & - \sum_{n=1}^{\infty} 2 \langle \bar{e}_{\Pi,n}^E, \bar{e}_{1,m}^E \rangle / \gamma_n^{E,\Pi} A_n^{E,0} = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

$$m = 1, 2, \dots$$

Здесь угловыми скобками обозначено скалярное произведение в полярной системе координат;

$$Q_{m,l}^{\alpha,\beta,q,r} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\gamma_n^{H,\Pi} \langle \bar{e}_{\Pi,n}^H, \bar{e}_{q,m}^\alpha \rangle \langle \bar{e}_{\Pi,n}^H, \bar{e}_{r,l}^\beta \rangle}{\langle \bar{e}_{\Pi,n}^H, \bar{e}_{\Pi,n}^H \rangle},$$

$$S_{m,l}^{\alpha,\beta,q,r} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\langle \bar{e}_{\Pi,n}^E, \bar{e}_{q,m}^\alpha \rangle \langle \bar{e}_{\Pi,n}^E, \bar{e}_{r,l}^\beta \rangle}{\gamma_n^{E,\Pi} \langle \bar{e}_{\Pi,n}^E, \bar{e}_{\Pi,n}^E \rangle},$$

индексы  $q, r$  соответствуют номеру области I или II; индексы  $\alpha, \beta$  соответствуют типу волн  $H$  или  $E$ . Выражения для определения коэффициентов  $A_n^H$  и  $A_n^E$  имеют вид:

$$A_n^H = \sum_{l=1}^{\infty} (B_l^H + B_l^{H,0}) \frac{\langle \bar{e}_{\Pi,n}^H, \bar{e}_{1,l}^H \rangle}{\langle \bar{e}_{\Pi,n}^H, \bar{e}_{\Pi,n}^H \rangle} - A_n^{H,0}, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} A_n^E &= \sum_{l=1}^{\infty} (B_l^H + B_l^{H,0}) \frac{\langle \bar{e}_{\Pi,n}^E, \bar{e}_{1,l}^H \rangle}{\langle \bar{e}_{\Pi,n}^E, \bar{e}_{\Pi,n}^E \rangle} + \\ & + \sum_{l=1}^{\infty} (B_l^E + B_l^{E,0}) \frac{\langle \bar{e}_{\Pi,n}^E, \bar{e}_{1,l}^E \rangle}{\langle \bar{e}_{\Pi,n}^E, \bar{e}_{\Pi,n}^E \rangle} - A_n^{E,0}. \end{aligned} \quad (4)$$

В уравнениях (1)–(4) учтено, что

$$\langle \bar{e}_{\Pi,n}^H, \bar{e}_{1,m}^E \rangle = 0.$$

Используя теоремы Стокса и Остроградско-Гаусса, коэффициенты в формулах (1)–(4) можно выразить в явном виде:

$$\langle \bar{e}_{\Pi,n}^H, \bar{e}_{1,m}^H \rangle = -\frac{\mu_{m,1}^2 ab J_1(\mu_{m,1}) \mu_{n,1} J_1'(\mu_{n,1} a/b)}{b^2 \mu_{m,1}^2 - a^2 \mu_{n,1}^2},$$

$$\begin{aligned} \langle \bar{e}_{\Pi,m}^H, \bar{e}_{\Pi,m}^H \rangle &= \langle \bar{e}_{1,m}^H, \bar{e}_{1,m}^H \rangle = \\ &= \mu_{m,1} (\mu_{m,1} J_1^2(\mu_{m,1}) - J_0(\mu_{m,1}) J_1(\mu_{m,1})) / 2, \end{aligned}$$

$$\langle \bar{e}_{\Pi,n}^E, \bar{e}_{1,m}^E \rangle = -\frac{\mu_m J_0(\mu_m) \mu_n^2 J_1(\mu_n a/b)}{b^2 \eta_m^2 - a^2 \mu_n^2},$$

$$\langle \bar{e}_{\Pi,m}^E, \bar{e}_{\Pi,m}^E \rangle = \langle \bar{e}_{1,m}^E, \bar{e}_{1,m}^E \rangle = \mu_m J_0^2(\mu_m) / 2,$$

$$\langle \bar{e}_{\Pi,n}^E, \bar{e}_{\Pi,m}^H \rangle = J_1(\mu_n a_0/b) J_1(\mu_{m,1}).$$

### 3. Конечная система неоднородностей

Рассмотрим конечную систему неоднородностей в волноводе, радиус которого может меняться по произвольному закону от значения  $a_0$  при  $z = 0$  до значения  $a_1$  при  $z = L$ . В полупространстве  $z > L$  располагается либо свободное пространство, либо полубесконечная периодическая структура. Обозначим векторы амплитуд Фурье падающего поля как  $C_1$ , отраженного поля как  $B_1$ , а рассеянного поля между  $(n-1)$ -й и  $n$ -й неоднородностью как  $B_n$  и  $C_n$ . Тогда уравнения для определения амплитуд Фурье отраженного, прошедшего поля и поля между неоднородностями имеют вид:

$$B_n = t_{n21}e_n B_{n+1} + t_{n11}e_{n-1}C_n, \quad n = 2m-1 \leq N;$$

$$C_n = t_{n11}e_{n-1}B_n + t_{n21}e_{n-2}C_{n-1}, \quad n = 2m+1 \leq N;$$

$$B_n = t_{n12}e_n B_{n+1} + t_{n22}eC_n, \quad n = 2m \leq N;$$

$$C_n = t_{n22}e_n B_n + t_{n12}e_{n-1}C_{n-1}, \quad n = 2m \leq N;$$

$$m = 1, 2, \dots;$$

$$B_{N+1} = Re_N C_{N+1},$$

$$C_{N+1} = \rho e_N B_{N+1} + \tau e_{N-1} C_N.$$

Здесь  $t_{nij}$  – операторы преобразования волны из области  $i$  в область  $j$  одиночной  $n$ -й ступенчатой неоднородности (см. рис. 2);  $i, j = 1, 2$ ;  $\tau = t_{N21}$  и  $\rho = t_{N11}$ , если  $N$  – четное;  $\tau = t_{N12}$  и  $\rho = t_{N22}$ , если  $N$  – нечетное; диагональные матричные операторы  $e_n$  определяют изменение комплексных амплитуд поля при смещении плоскости отсчета на расстояние, равное расстоянию между  $n$ -й и  $(n+1)$ -й неоднородностями,  $e_0 = I$ ,  $I$  – единичный оператор. В качестве оператора  $R$  можно выбрать оператор отражения полубесконечной периодической структуры, найденный из нелинейного операторного уравнения второго рода вида [5]

$$R = r + t(I - eRet)^{-1}eRet,$$

либо оператор отражения от открытого конца круглого волновода с бесконечно тонкими стенками, найденный методом Винера–Хопфа [12]. Оператор  $e$  определяет изменение комплексных амплитуд поля при смещении плоскости отсчета на расстояние, равное периоду следования гофр,  $t$  и  $r$  – операторы прохождения и отражения гофры в периодической части структуры.

### 4. Численные результаты

С использованием решения приведенных выше уравнений построены зависимости коэффициента отражения от частоты и диаграммы направленности поля (по мощности), излученного из открытого конца гофрированного волновода. Диаграмма направленности выражается через вектор амплитуд  $C_{N+1} = (C_{n,N+1}^H, C_{n,N+1}^E)_{n=1}^\infty$ , где индексы  $H$  и  $E$  соответствуют  $H$ - и  $E$ -волнам, и вычисляется по формуле, приведенной в [12]:

$$D_1(\theta, \varphi) = \frac{k^4 c}{8\pi} \sum_{n=1}^\infty \left( (C_{n,N+1}^H)^2 |\Pi^H(R, \theta)R|^2 \sin^2(\varphi) + C_{n,N+1}^E |\Pi^E(R, \theta)R|^2 \cos^2(\varphi) \right),$$

где  $\Pi^{H,E}(R, \theta)$  – функции Герца, выражение для которых при  $kR \gg 1$  получено методом перевала, причем величина  $|\Pi^{H,E}(R, \theta)R|$  не зависит от  $R$ ;  $c$  – скорость света в вакууме.

На рис. 3 представлены зависимости коэффициента отражения  $H_{11}$ -волны от параметра  $ka_0$  структуры, представляющей собой стык ограниченного гофрированного волновода, высота гофр которого меняется от значения  $b = 5.5$  см до значения  $b = 4.7$  см, а радиусы  $a_0 = a_1 = 2.9$  см, и полубесконечного гофрированного волновода. Геометрические размеры структуры взяты из

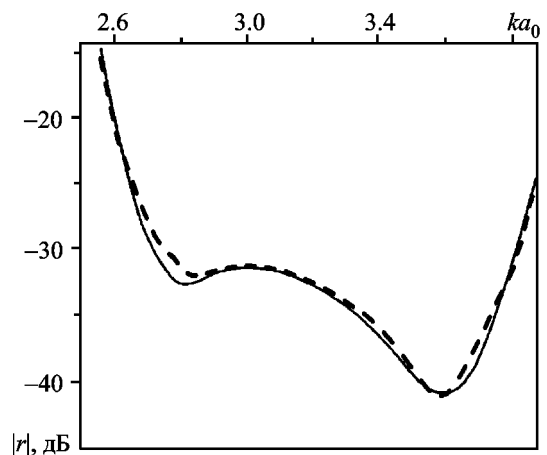


Рис. 3. Зависимость коэффициента отражения волны  $H_{11}$  от параметра  $ka_0$  для гофрированного волновода с параметрами из табл. 1(и), приведенной в [13]: сплошная кривая – из работы [13], пунктирная кривая получена представленным методом

табл. 1(i), приведенной в работе [13]. При расчетах между неоднородностями учитывались 3 волны типа  $H$  и 3 волны типа  $E$ . Увеличение этого числа волн приводило к изменению значений амплитуды коэффициента отражения не более чем на 0.1 % на всем рассматриваемом частотном отрезке. Для сравнения на рис. 3 приведена также зависимость коэффициента отражения, представленная на рис. 4 в работе [13]. Расхождения в значениях амплитуды коэффициента отражения не превышают 1 %.

На рис. 4 приведены зависимости коэффициента отражения  $H_{11}$ -волны гофрированного волновода с открытым концом от параметра  $ka_0$ . На вставке представлена геометрия структуры. Радиусы  $a_0 = 2.9$  см,  $a_1 = 4.2$  см. На отрезке  $ka_0 = 2.8 \div 4$  коэффициент отражения не превосходит  $-20$  дБ, за исключением значений, близких к  $ka_0 \approx 3.05$ , при которых коэффициент отражения достигает  $-18$  дБ.

На рис. 5 представлены диаграммы направленности излученного из волновода поля в 20 %-й полосе частот, возбужденного волной  $H_{11}$ ; геометрия волновода соответствует рис. 4. Сплошные кривые соответствуют диаграмме направленности в  $H$ -плоскости, пунктирные кривые – в  $E$ -плоскости. Они совпадают с графической точностью до уровня  $-20$  дБ во всем рассматриваемом частотном отрезке. Поэтому можно сделать вывод, что из исследуемого гофрированного волновода излучается волна квази- $HE_{11}$ , диаграмма направленности которой близка к осесимметричной.

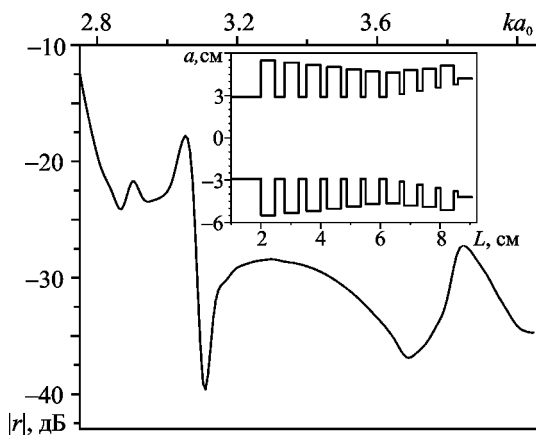


Рис. 4. Зависимость коэффициента отражения  $H_{11}$ -волны гофрированного волновода с открытым концом от параметра  $ka_0$  ( $a_0 = 2.9$  см,  $a_1 = 4.2$  см)

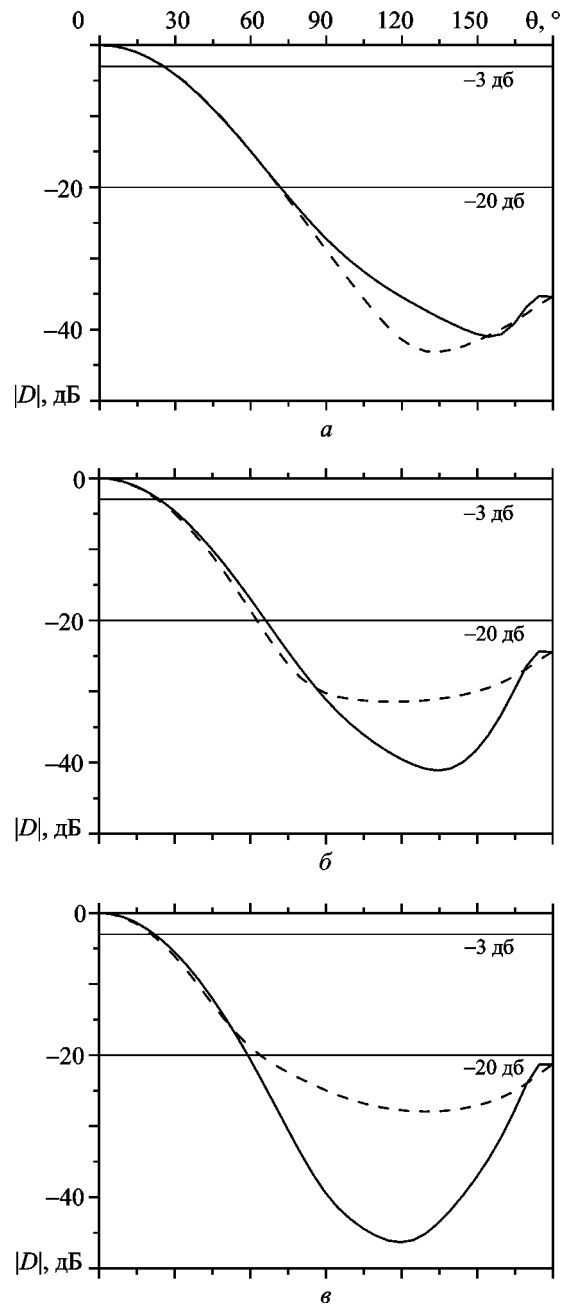


Рис. 5. Диаграммы направленности излученного из гофрированного волновода поля, возбужденного волной  $H_{11}$  (геометрия волновода соответствует рис. 4): сплошная кривая – в  $H$ -плоскости, пунктирная кривая – в  $E$ -плоскости;  $ka_0 = 2.85$  (а);  $ka_0 = 3.15$  (б);  $ka_0 = 3.48$  (в)

Ширина диаграммы направленности по уровню  $-3$  дБ уменьшается с ростом частоты от значения  $24.5^\circ$  до значения  $23^\circ$ , а по уровню  $-20$  дБ от  $71.5^\circ$  до  $59^\circ$ . С ростом частоты растет излучение в направлении  $z < 0$ , что в условиях реального фланца конечной толщины будет приводить к появлению дополнительных боковых лепест-

ков и росту кросс-поляризационного излучения. В работе [14] показано, что при соответствующем выборе геометрии внешней стенки (в виде конуса) расхождение в значениях ширины диаграммы направленности излученного поля из волновода в предположении нулевой толщины стенок и стенок конечной толщины не превосходит  $1^\circ$  по уровню 12 дБ. При этом значение соотношения между радиусами внешней и внутренней стенки не должно превышать 1.1 и должно выполняться условие  $ka_1 > 3$ . Для сравнения на рис. 6 представлены диаграммы направленности  $H_{11}$ -волны, излученной из регулярного круглого волновода радиусом  $a_0 = a_1 = 4.2$  см вблизи центральной частоты рассматриваемого частотного интервала ( $ka_0 = 2.8 \div 4$ ). Ширина диаграммы направленности по уровню  $-3$  дБ в  $H$ -плоскости составляет приблизительно  $24^\circ$  (как и в случае, представленном на рис. 5, б), однако отчетливо видно расхождение диаграмм направленности в  $H$ - и  $E$ -плоскости.

## 5. Выводы

В работе с использованием операторного метода построено решение задачи дифракции несимметричных волн на системе гофр в круглом волноводе с открытым концом. Кроме этого, в рамках единого подхода рассмотрена полубесконечная гофрированная структура. Подход позволил повысить скорость оптимизации параметров исследуемой структуры. Получены оптимальные характеристики излучения. Сравнение этих характеристик

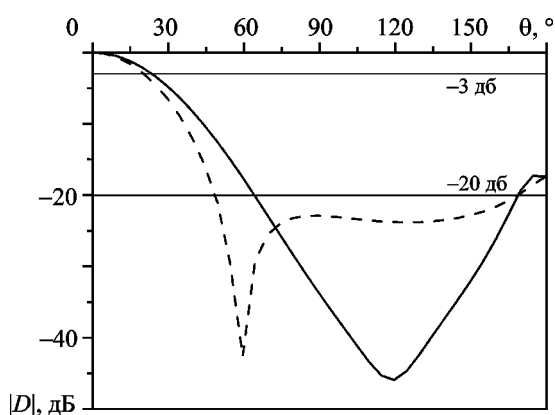


Рис. 6. Диаграммы направленности  $H_{11}$ -волны, излученной из регулярного круглого волновода радиусом  $a_0 = a_1 = 4.2$  см ( $ka_0 = 4.5$ ): сплошная кривая – в  $H$ -плоскости, пунктирная кривая – в  $E$ -плоскости

с известными из литературы и преимуществами представленного метода позволяют утверждать, что такой подход имеет перспективы при создании систем автоматизированного проектирования и при оптимизации антенных систем.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Lee H. S. and Eom H. J. Scattering from a Cylindrical Waveguide with Rectangular Corrugations // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – 2001. – Vol. 49, No. 2. – P. 315–320.
2. James G. L. Analysis and design of  $TE_{11}$ -to- $HE_{11}$  corrugated cylindrical waveguide mode converters // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – 1981. – Vol. 29, No. 10. – P. 1059–1066.
3. Lucci L., Nesti R., Pelosi G, and Selleri S. Phase Centre Optimization in Profiled Corrugated Circular Horns with Parallel Genetic Algorithms // Progress in Electromagnetic Research (PIER). – 2004. – Vol. 46. – P. 127–142.
4. Литвиненко Л. Н., Просвирнин С. Л. Спектральные операторы рассеяния в задачах дифракции волн на плоских экранах. – Киев: Наукова думка, 1984. – 239 с.
5. Литвиненко Л. М., Резник І. І., Литвиненко Д. Л. Дифракція хвиль на напівнескінченних періодичних структурах // Доповіді АН Української РСР. – 1991. – № 6. – С. 62–66.
6. Литвиненко Л. Н., Просвирнин С. Л. Анализ дифракции волн на последовательности идентичных ленточных решеток. Многоволновый режим // Радиофизика и радиоастрономия. – 1999. – Т. 4, № 3. – С. 276–286.
7. Литвиненко Д. Л., Литвиненко Л. Н., Просвирнин С. Л. Метод анализа дифракции волн на многослойных периодических структурах // Радиофизика и радиоастрономия. – 1997. – Т. 2, № 4. – С. 485–491.
8. Kaliberda M. E., Lytvynenko L. M., and Pogarsky S. A. Diffraction of  $H_{0m}$  and  $E_{0m}$  modes by a system of axially symmetric discontinuities in a coaxial circuit // J. Comm. Tech. Electron. – 2010. – Vol. 55, No. 5. – P. 505–511.
9. Vorobyov S. N. and Lytvynenko L. M. Electromagnetic Wave Diffraction by Semi-Infinite Strip Grating // IEEE Trans. Antennas Propag. – 2011. – Vol. 59, No. 6. – P. 2169–2177.
10. Lytvynenko L. M., Kaliberda M. E., and Pogarsky S. A. Solution of waves transformation problem in axially symmetric structures // Frequenz. – 2012. – Vol. 66, No. 1–2. – P. 21–29.
11. Marcuvitz N. Waveguide Handbook. – New York: McGraw-Hill, 1951. – 426 p.
12. Вайнштейн Л. А. Теория дифракции и метод факторизации. – М.: Сов. радио, 1966. – 431 с.
13. Oliver D. A. and Xiang J. Design of Profiled Corrugated Horns // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1988. – Vol. 36, No. 7. – P. 936–940.
14. Conforti E. and Giarola A. J. Radiation from Cone-Shaped Flanged Open-Ended Thin-Wall Circular Waveguide // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1988. – Vol. 36, No. 5. – P. 623–628.

*М. Є. Калиберда, С. О. Погарський, В. А. Білоусов*

Харківський національний університет  
імені В. Н. Каразіна,  
пл. Свободи, 4, м. Харків, 61077, Україна

### ОПЕРАТОРНИЙ МЕТОД У ЗАДАЧІ ВИПРОМІНЕННЯ З ВІДКРИТОГО КІНЦЯ КРУГЛОГО ГОФРОВАНОГО ХВИЛЕВОДУ

З використанням операторного методу отримано розв'язок задачі дифракції аксиально-несиметричних хвиль на неперіодичній системі гофрів у круглому хвилеводі. Розглянуто випадок, коли відкритий кінець замінюється напівнескінченною періодичною системою гофрів. Наведено залежності коефіцієнта відбиття від частоти та діаграми спрямованості випроміненого з хвилеводу поля. Виконано порівняння з результатами, доступними у літературі.

*M. E. Kaliberda, S. A. Pogarsky, and V. A. Belousov*

V. Karazin National University of Kharkiv,  
4, Svoboda Sq., Kharkiv, 61077, Ukraine

### OPERATOR METHOD IN RADIATION BY A CIRCULAR CORRUGATED WAVEGUIDE

With the use of the operator method, the solution of axially-nonsymmetric waves diffraction by nonperiodic system of corrugations in a circular waveguide is obtained. The case when the waveguide open end is exchanged by semiinfinite periodic system of corrugations is considered. The dependences of reflection coefficient versus frequency and directional patterns of waveguide radiated field are presented. For comparison, the results available in literature are also shown.

*Стаття поступила в редакцію 20.12.2011*