

Дифракция волны типа H_{10} на поперечной щели в широкой стенке прямоугольного волновода с локальным диэлектрическим включением

Л. П. Яцук, Д. Ю. Пенкин

*Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина,
пл. Свободы, 4, г. Харьков, 61077, Украина
E-mail: Ludmila.P.Yatsuk@univer.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 5 мая 2010 г.

Решена задача рассеяния волны типа H_{10} на узкой поперечной щели, расположенной над диэлектрической вставкой конечной длины, полностью заполняющей поперечное сечение прямоугольного волновода. Магнитное поле, возбужденное этой щелью в диэлектрической вставке непосредственно под щелью, найдено с помощью метода собственных волн и тензорной функции Грина. Определены энергетические параметры волноводно-щелевого излучателя. Корректность построенной математической модели подтверждена сравнением результатов тестовых расчетов на ее основе с данными, полученными с помощью коммерческой вычислительной программы. Обнаружена возможность обеспечения коэффициента излучения щели близкого к единице.

1. Введение

В современной технике СВЧ широко используются узкие щели, прорезанные в боковой поверхности волноводов, как элементы связи волноводов с различными электродинамическими объемами, так и в качестве самостоятельных антенн или излучателей антенных решеток. Классическими излучающими элементами являются узкие щели, прорезанные в широкой стенке полого прямоугольного волновода, фундаментальная теория которых разработана в [1]. В [2] приведен обширный обзор конструктивных решений и методов расчета волноводно-щелевых решеток.

Для расширения возможностей управления характеристиками волноводно-щелевых излучателей прибегают к усложнению внутренней структуры волноводов, в частности, к частичному заполнению их диэлектриком. Введение в волновод замедляющей диэлектрической структуры позволяет уменьшать расстояние

между соседними излучателями с целью подавления нежелательных интерференционных максимумов в диаграмме направленности решетки. Одним из типов структур, полезных для практических применений, могут быть щели в волноводе с диэлектрическими вставками конечной длины. Известны работы по исследованию щелей в бесконечных волноводах, однородно заполненных вдоль длины слоистым диэлектриком, например, [3]. При наличии диэлектрических вставок конечной длины появляются дополнительные степени свободы для управления характеристиками рассеяния щелей. Решение задачи рассеяния при этом усложняется. В работе [4] впервые решена задача рассеяния волны H_{10} в прямоугольном волноводе продольной щелью, расположенной над диэлектрической вставкой конечной длины, полностью заполняющей поперечное сечение волновода. Целью настоящей работы является построение математической модели процесса рассеяния основной волноводной моды узкой поперечной щелью над аналогич-

ной вставкой в предположении, что щель излучает в полупространство, ограниченное идеально проводящим плоским экраном.

2. Постановка задачи

Рассмотрим узкую поперечную щель (длиной $2l$ и шириной d) в широкой стенке конечной толщины h одномодового прямоугольного волновода с внутренним поперечным сечением $a \times b$, идеально проводящими стенками и согласованной нагрузкой на конце (рис. 1). Щель расположена над диэлектрической вставкой конечной длины c с произвольной относительной диэлектрической проницаемостью ϵ и магнитной проницаемостью μ , равной единице. Волновод возбуждается волной H_{10} единичной амплитуды, бегущей от генератора в сторону $z > 0$. Необходимо найти энергетические параметры неоднородности вида “щель–диэлектрическая вставка”, а именно: коэффициенты отражения, прохождения по мощности и излучения в свободное полупространство. Первые два могут определяться как по полю, так и по мощности, последний – только по мощности. Указанные энергетические параметры можно найти, если известно наведенное в щели электрическое поле.

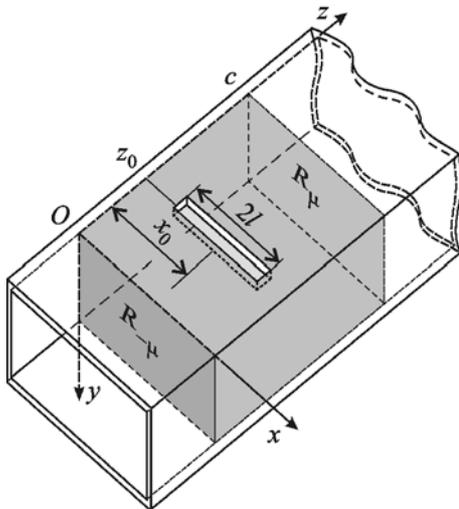


Рис. 1. Геометрия волноводно-щелевого излучателя

3. Этапы решения задачи по определению электрического поля в щели

3.1. Формулировка уравнений относительно электрического поля, наведенного в щели полем падающей волны

Поле, наведенное в щели, определяем из условия непрерывности тангенциальных составляющих магнитного поля на поверхностях щели s_1 и s_2 , обращенных соответственно к внутреннему “ i ” и внешнему “ e ” объемам, связываемым щелью через ее полость (для нее используем индекс “ v ”). Условия непрерывности сводятся к двум функциональным уравнениям относительно неизвестных тангенциальных составляющих векторов электрических полей \vec{e}_{s_1} , \vec{e}_{s_2} на поверхностях щели s_1 и s_2 . Эти уравнения принимают вид:

$$\begin{cases} s_1 \Rightarrow \vec{H}_\tau^i(\vec{e}_{s_1}) + \vec{H}_{0\tau}^i = \vec{H}_\tau^v(\vec{e}_{s_1}) + \vec{H}_\tau^v(\vec{e}_{s_2}), \\ s_2 \Rightarrow \vec{H}_\tau^v(\vec{e}_{s_1}) + \vec{H}_\tau^v(\vec{e}_{s_2}) = \vec{H}_\tau^e(\vec{e}_{s_2}), \end{cases} \quad (1)$$

где $\vec{H}_\tau^i(\vec{e}_{s_1})$, $\vec{H}_\tau^e(\vec{e}_{s_2})$, $\vec{H}_\tau^v(\vec{e}_{s_1})$, $\vec{H}_\tau^v(\vec{e}_{s_2})$ – тангенциальные по отношению к плоскости щели составляющие вектора магнитного поля в соответствующих электродинамических объемах, возбужденные полями \vec{e}_{s_1} и \vec{e}_{s_2} , $\vec{H}_{0\tau}^i$ – тангенциальная компонента вектора не возмущенного щелью магнитного поля внутри диэлектрической вставки при падении на нее волны H_{10} .

Магнитные поля из (1) в областях “ e ” и “ v ” находим с помощью функций Грина для полупространства и резонатора. Главная трудность решения задачи заключается в определении поля $\vec{H}_\tau^i(\vec{e}_{s_1})$ ввиду сложности внутренней структуры волновода, содержащего диэлектрическую вставку конечной длины. Определение этого поля является важнейшим этапом решения поставленной задачи, о нем пойдет речь дальше.

3.2. Путь решения функциональных уравнений (1)

Систему функциональных уравнений (1) решаем методом Галеркина. Для аппроксимации векторных функций \vec{e}_{s_1} и \vec{e}_{s_2} пользуемся

набором векторных базисных функций (гармоник функции распределения электрического поля на щели), которые в системе координат рис. 1 запишем в виде

$$\vec{e}_q = \vec{z}^0 \frac{1}{d} \sin \frac{q\pi}{2l} (x - x_0 + l), \quad (2)$$

где \vec{z}^0 – орт вдоль оси z , $q = 1, 2, \dots, Q$. В первом приближении распределение поля поперек щели принимаем постоянным, условие Мейкснера на ребре не учитываем. Представляем искомые поля \vec{e}_{s_1} и \vec{e}_{s_2} в виде

$$\vec{e}_{s_1(2)} = \sum_{q=1}^Q V_{1(2)q} \vec{e}_q. \quad (3)$$

Здесь V_{1q} , V_{2q} – неизвестные комплексные амплитуды, подлежащие определению из системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) Галеркина, которая в нашем случае принимает вид:

$$\begin{cases} \sum_{q=1}^Q V_{1q} (Y_{11,pq}^i + Y_{11,pq}^v) + \sum_{q=1}^Q V_{2q} Y_{12,pq}^v = F_p^1, \\ \sum_{q=1}^Q V_{1q} Y_{21,pq}^v + \sum_{q=1}^Q V_{2q} (Y_{22,pq}^v + Y_{22,pq}^e) = 0, \end{cases} \quad (4)$$

$$p = 1, 2, \dots, Q.$$

Матричные элементы СЛАУ имеют размерность проводимости, амплитудные коэффициенты V_{1q} и V_{2q} – напряжения. Проводимости $Y_{mn,pq}^{i,v,e}$ определяются в общем виде формулой

$$Y_{mn,pq}^{i,v,e} = \iint_{s_m} [\vec{e}_p, \vec{H}_n^{i,v,e}(\vec{e}_q)] \vec{n}^{i,v,e} ds, \quad (5)$$

где m, n – номера взаимодействующих поверхностей s_1 и s_2 , ограничивающих полость щели в стенке конечной толщины. Источником поля $\vec{H}_n^{i,v,e}(\vec{e}_q)$ являются попеременно поверхности

s_1 или s_2 ($n=1$ или $n=2$). Интегрирование в (5) тоже ведется то по s_1 , то по s_2 ($m=1$ или $m=2$). Индекс p обозначает номер весовой функции из набора (2), в котором множитель q следует заменить на p ; $\vec{n}^{i,v,e}$ – орты нормали к поверхностям s_1 и s_2 , направленные внутрь объема, в котором происходит взаимодействие щелей.

В правой части СЛАУ (4) содержится F_p^1 – так называемая магнитодвижущая сила [1] на щели по гармонике с номером p :

$$F_p^1 = - \iint_{s_1} [\vec{e}_p, \vec{H}_{0\tau}^i] \vec{n}^i ds, \quad (6)$$

где $\vec{H}_{0\tau}^i$ определено в комментарии к функциональной системе уравнений (1).

Поскольку определение полей $\vec{H}_n^e(\vec{e}_q)$, $\vec{H}_n^v(\vec{e}_q)$ не встречает принципиальных трудностей, проводимости $Y_{mn,pq}^{v,e}$ также могут быть легко найдены. Определение $Y_{mn,pq}^i$ ($m=1, n=1$) проблематично ввиду сложности нахождения поля $\vec{H}_{n=1}^i(\vec{e}_q)$. Обозначим его просто $\vec{H}^i(\vec{e}_q)$.

4. Главная часть поставленной задачи: определение поля $\vec{H}^i(\vec{e}_q)$

Физика процесса формирования поля $\vec{H}_\tau^i(\vec{e}_{s_1})$ состоит в следующем. При падении на вставку первичной волны H_{10} внутри нее в отсутствие щели возникает поле \vec{H}_0^i . Когда появляется щель, \vec{H}_0^i наводит на поверхности щели s_1 поле \vec{e}_{s_1} (3). Ввиду линейности задачи в дальнейшем будем вести рассуждение для одной пространственной гармоники \vec{e}_q . Пусть электрическое поле на поверхности щели s_1 описывается векторной функцией \vec{e}_q . Оно является источником вторичных волн, который сначала возбуждает под щелью такое же поле, как в бесконечном волноводе, полностью заполненном диэлектриком. Поля за пределами щели описывается H - и E -волнами, такими же, как в бесконечном волноводе, полностью заполненном диэлектриком. Эти волны бегут (или затухают) от щели в обе стороны, затем многократно отражают-

ся от границ “диэлектрик–воздух” и от самой щели. Часть энергии, отраженной от границ “диэлектрик–воздух” вновь возвращается под щель, добавляясь к первичному полю и формируя под ней полное поле $\vec{H}^i(\vec{e}_q)$. Таким образом, поле $\vec{H}_\tau^i(\vec{e}_q)$ можно представить как сумму двух полей разной структуры:

$$\vec{H}_\tau^i(\vec{e}_q) = \vec{H}_{\tau\infty}^i(\vec{e}_q) + \vec{H}_{\tau refl}^i(\vec{e}_q). \quad (7)$$

Одно из них, $\vec{H}_{\tau\infty}^i(\vec{e}_q)$, соответствует полю под щелью в бесконечном волноводе, полностью заполненном диэлектриком. Мы находим его с помощью тензорной функции Грина для бесконечного волновода [5]. Другое поле, $\vec{H}_{\tau refl}^i(\vec{e}_q)$, обусловлено многократными отражениями от границ “диэлектрик–воздух”. Его мы определяем, используя в качестве исходного полученное в [1] решение задачи возбуждения щелью волновода с нагрузками или торцевыми стенками.

Запишем полученное в [1] решение применительно к нашей задаче. Оно справедливо в случае, когда с обеих сторон от щели находятся нагрузки, сохраняющие при отражении тип волны. В нашем случае можно полагать, что щель находится в волноводе, заполненном диэлектриком, где роль нагрузок выполняют границы “диэлектрик–воздух” слева и справа от нее. Поперечная щель, в отличие от продольной [4], возбуждает в волноводе как $H^{(\pm\mu)}$ -, так и $E^{(\pm\mu)}$ -волны (индекс $\pm\mu$ для конкретного типа волны введен в [1]. Их коэффициенты отражения $R_{-\mu}^{\varepsilon(M)}$ и $R_{\mu}^{\varepsilon(M)}$ для E - и H -волн (индексы “ ε ” и “ M ” соответственно) на указанных границах отличаются друг от друга. Нечто подобное происходит при падении на плоскую границу двух сред плоской волны с вертикальной и горизонтальной поляризацией. При отражении не происходит преобразования H - и E -волн в другие, что дает возможность использовать теоретические предпосылки из [1].

В соответствии с [1] слева от щели в области $0 < z < (z_0 - d/2)$ имеем

$$\vec{H}^i(\vec{e}_q) = \sum_{\mu} B_{q\mu}^{\varepsilon(M)}(\vec{e}_q) \left\{ \vec{H}_{\varepsilon(M)}^{(-\mu)} + R_{-\mu}^{\varepsilon(M)} \vec{H}_{\varepsilon(M)}^{(\mu)} \right\}. \quad (8)$$

Справа от щели в области $(z_0 + d/2) < z < c$

$$\vec{H}^i(\vec{e}_q) = \sum_{\mu} A_{q\mu}^{\varepsilon(M)}(\vec{e}_q) \left\{ \vec{H}_{\varepsilon(M)}^{(\mu)} + R_{\mu}^{\varepsilon(M)} \vec{H}_{\varepsilon(M)}^{(-\mu)} \right\}. \quad (9)$$

Здесь векторными функциями $\vec{H}_{\varepsilon(M)}^{(\pm\mu)}$ представлено магнитное поле собственных волн единичной амплитуды. Обобщенный индекс μ идентифицирует разные моды в рамках каждого типа волн (E или H); знаки (\pm) во всех индексах соответствуют волнам, распространяющимся в направлениях $z > 0$ (знак “+”) и $z < 0$ (знак “-”). Амплитудные коэффициенты $A_{q\mu}^{\varepsilon(M)}(\vec{e}_q)$ и $B_{q\mu}^{\varepsilon(M)}(\vec{e}_q)$, полученные в [1] с помощью леммы Лоренца, представляют собой суммарные амплитуды всех волн, бегущих в сторону $z > 0$ ($A_{q\mu}^{\varepsilon(M)}(\vec{e}_q)$) и в сторону $z < 0$ ($B_{q\mu}^{\varepsilon(M)}(\vec{e}_q)$). Формулы для коэффициентов отражения $R_{-\mu}^{\varepsilon(M)}$ и $R_{\mu}^{\varepsilon(M)}$ от границ слева и справа от щели в системе координат, выбранной на рис. 1, принимают вид:

$$R_{-\mu}^{\varepsilon} = \frac{\gamma_{mn}^{\varepsilon} - \varepsilon \gamma_{mn}}{\gamma_{mn}^{\varepsilon} + \varepsilon \gamma_{mn}}, \quad R_{-\mu}^M = \frac{\gamma_{mn}^{\varepsilon} - \gamma_{mn}}{\gamma_{mn}^{\varepsilon} + \gamma_{mn}},$$

$$R_{\mu}^{\varepsilon(M)} = R_{-\mu}^{\varepsilon(M)} e^{-2\tilde{\gamma}_{mn}^{\varepsilon} c},$$

где $\gamma_{mn}^{\varepsilon} = \sqrt{k^2 \varepsilon - \kappa^2}$, $\gamma_{mn} = \sqrt{k^2 - \kappa^2}$, $k = 2\pi/\lambda$, λ – длина волны в свободном пространстве, $\kappa^2 = \kappa_m^2 + \kappa_n^2$, $\kappa_m = m\pi/a$ и $\kappa_n = n\pi/b$, m и n соответствуют числу вариаций поля собственных волн в поперечном сечении волновода вдоль осей x и y .

Еще раз подчеркнем, что выражения (8), (9) получены в [1] для представления поля за пределами щели. Первые слагаемые в фигурных скобках описывают волны, удаляющиеся от щели, вторые – бегущие к ней от нагрузок. Именно они, попадая под щель, формируют в области $z_{s11} \leq z \leq z_{s12}$ поле $\vec{H}_{\tau refl}^i(\vec{e}_q)$ (здесь z_{s11} , z_{s12} – координаты начала и конца щели). Следовательно, поле $\vec{H}_{\tau refl}^i(\vec{e}_q)$ определяется фрагментами формул (8) и (9), которые соответствуют волнам, бегущим от границ диэлектрической вставки по направлению к щели (рис. 2):

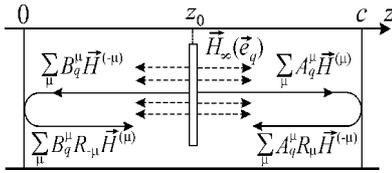


Рис. 2. Структура магнитного поля в диэлектрической вставке

$$\begin{aligned} \vec{H}_{refl}^i(\vec{e}_q) = & \sum_{\mu} A_{q\mu}^M R_{\mu}^M \vec{H}_M^{-\mu}(\vec{e}_q) + \sum_{\mu} B_{q\mu}^M R_{-\mu}^M \vec{H}_M^{\mu}(\vec{e}_q) + \\ & + \sum_{\mu} A_{q\mu}^3 R_{\mu}^3 \vec{H}_3^{-\mu}(\vec{e}_q) + \sum_{\mu} B_{q\mu}^3 R_{-\mu}^3 \vec{H}_3^{\mu}(\vec{e}_q). \end{aligned}$$

Таким образом, решение задачи возбуждения, полученное в [1] для области за пределами щели, нами дополнено решением, справедливым непосредственно под щелью. Теперь не представляет принципиальных трудностей получение явных выражений для обоих слагаемых в формуле (7) для поля $\vec{H}_{\tau}^i(\vec{e}_q)$.

5. Выражение для внутренней проводимости Y_{pq}^i

Подставляя в формулу (5) найденное в явном виде выражение (7) для $\vec{H}^i(\vec{e}_q)$, путь определения которого указан выше, после интегрирования получим окончательное выражение для внутренней проводимости $Y_{11,pq}^i \equiv Y_{pq}^i$:

$$\begin{aligned} Y_{pq}^i = & \frac{2}{i\omega\mu_0abd^2} \sum_{m,n} \frac{(2-\delta_{0n})U_m(q)U_m(p)}{(\gamma_{mn}^e)^3} \times \\ & \times \left[k^2\varepsilon - \kappa_m^2 \right] \left[d\gamma_{mn}^e - \sin(\gamma_{mn}^e d) + 2i \left(\sin \frac{\gamma_{mn}^e d}{2} \right)^2 \right] - \\ & - \frac{4}{abd^2} \sum_{m,n} \frac{(2-\delta_{0n})}{\gamma_{mn}^e} \frac{U_m(q)U_m(p)}{\kappa_m^2 + \kappa_n^2} \left(\sin \frac{\gamma_{mn}^e d}{2} \right)^2 \times \\ & \times \left\{ \kappa_m^2 \frac{R_{-\mu}^M}{\omega\mu} \frac{e^{-2i\gamma_{mn}^e(c-z_0)} - 2R_{-\mu}^M e^{-2i\gamma_{mn}^e c} + e^{-2i\gamma_{mn}^e z_0}}{1 - R_{\mu}^M R_{-\mu}^M} + \right. \end{aligned}$$

$$\left. + \kappa_n^2 \frac{\omega\varepsilon R_{-\mu}^3}{(\gamma_{mn}^e)^2} \frac{e^{-2i\gamma_{mn}^e(c-z_0)} + 2R_{-\mu}^3 e^{-2i\gamma_{mn}^e c} + e^{-2i\gamma_{mn}^e z_0}}{1 - R_{\mu}^3 R_{-\mu}^3} \right\}. \quad (10)$$

Здесь суммирование производится начиная с индексов $m = 1$ и $n = 0$; ω – круговая частота; δ_{0m}, δ_{0n} – символы Кронекера; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ – магнитная постоянная в системе единиц СИ, Гн/м. Обозначению $U_m(v)$ соответствует выражение:

$$\begin{aligned} U_m(v) = & \frac{\left(\kappa_m \cos \frac{v\pi}{2} \sin(\kappa_m l) - \frac{v\pi}{2l} \cos(\kappa_m l) \sin \frac{v\pi}{2} \right) \sin(\kappa_m x_0)}{\kappa_m^2 - \left(\frac{v\pi}{2l} \right)^2}. \end{aligned}$$

Формулы для расчета проводимости $Y_{mn,pq}^v$ можно найти в [6], а для проводимости $Y_{22,pq}^e \equiv Y_{pq}^e$ – в [7] (аналитическое выражение) и в [8] (выражение для численного интегрирования).

Таким образом, указан путь определения всех матричных элементов СЛАУ (4). Приведем также стоящее в правой части СЛАУ выражение для магнитодвижущей силы F_p^1 . После интегрирования в (6) оно принимает вид:

$$\begin{aligned} F_p^1 = & \frac{4\pi i \gamma_{10}}{ad} U_1(p) \frac{\gamma_{10}^e + \gamma_{10}}{(\gamma_{10}^e + \gamma_{10})^2 - (\gamma_{10}^e - \gamma_{10})^2} e^{-2i\gamma_{10}^e c} \times \\ & \times \sin \frac{\gamma_{10}^e d}{2} e^{-i\gamma_{10}^e z_0} \left[1 - \frac{\gamma_{10}^e - \gamma_{10}}{\gamma_{10}^e + \gamma_{10}} e^{-2i\gamma_{10}^e(c-z_0)} \right]. \end{aligned}$$

6. Энергетические характеристики щелевого излучателя

После определения из СЛАУ (4) неизвестных амплитуд гармоник V_{1q} и V_{2q} можно найти основные энергетические характеристики щелевого излучателя рассматриваемой

геометрии. Коэффициент отражения S_{11} от структуры “щель–диэлектрик” определяется суммой амплитуды T_0 волны типа H_{10} , отраженной от диэлектрической вставки, и амплитуд $\sum_{q=1}^Q B_{q,1}^M$ волн типа $H^{(-1)}$, возбужденных каждой гармоникой в щели в направлении $z < 0$ и прошедших через границу “диэлектрик–воздух” с коэффициентом прохождения $T_{-1} = 1 + R_{-1}^M$ [4]:

$$S_{11} = T_0 + T_{-1} \sum_{q=1}^Q B_{q,1}^M = -1 + 2\gamma_{10} \times \\ \times \frac{(\gamma_{10}^\varepsilon + \gamma_{10}) + (\gamma_{10}^\varepsilon - \gamma_{10})e^{-2i\gamma_{10}^\varepsilon c}}{(\gamma_{10}^\varepsilon + \gamma_{10})^2 - (\gamma_{10}^\varepsilon - \gamma_{10})^2 e^{-2i\gamma_{10}^\varepsilon c}} + \sum_{q=1}^Q \frac{4V_{1q}U_1(q)}{i\omega\mu_0 b d \pi} \times \\ \times \sin\left(\frac{\gamma_{10}^\varepsilon d}{2}\right) e^{-i\gamma_{10}^\varepsilon z_0} \frac{(\gamma_{10}^\varepsilon + \gamma_{10}) - (\gamma_{10}^\varepsilon - \gamma_{10})e^{-2i\gamma_{10}^\varepsilon (c-z_0)}}{(\gamma_{10}^\varepsilon + \gamma_{10})^2 - (\gamma_{10}^\varepsilon - \gamma_{10})^2 e^{-2i\gamma_{10}^\varepsilon c}}.$$

При определении коэффициента прохождения S_{12} суммируются амплитуда T_2 волны типа H_{10} , прошедшей за вставку, и амплитуды $\sum_{q=1}^Q A_{q,1}^M$ волн, возбужденных всеми гармониками функции распределения поля в щели, бегущих в сторону $z > 0$ и прошедших границу “диэлектрик–воздух” с коэффициентом $T_1 = \frac{2\gamma_{10}^\varepsilon}{\gamma_{10}^\varepsilon + \gamma_{10}} e^{-i(\gamma_{10}^\varepsilon - \gamma_{10})c}$:

$$S_{12} = T_2 + T_1 \sum_{q=1}^Q A_{q,1}^M = \\ = \frac{4e^{-i(\gamma_{10}^\varepsilon - \gamma_{10})c}}{(\gamma_{10}^\varepsilon + \gamma_{10})^2 - (\gamma_{10}^\varepsilon - \gamma_{10})^2 e^{-2i\gamma_{10}^\varepsilon c}} \left\{ \gamma_{10} \gamma_{10}^\varepsilon + \right. \\ \left. + \sum_{q=1}^Q \frac{V_{1q}U_1(q)}{i\omega\mu_0 b d \pi} \sin\left(\frac{\gamma_{10}^\varepsilon d}{2}\right) \times \right. \\ \left. \times \left[(\gamma_{10}^\varepsilon - \gamma_{10})e^{-i\gamma_{10}^\varepsilon z_0} - (\gamma_{10}^\varepsilon + \gamma_{10})e^{i\gamma_{10}^\varepsilon z_0} \right] \right\}.$$

Коэффициент излучения $|S_\Sigma|^2$ можно найти по известной формуле [1]:

$$|S_\Sigma|^2 = \frac{2}{N_{10}} \operatorname{Re} \sum_p \sum_q \dot{V}_{2p} \dot{V}_{2q}^* Y_{pq}^e,$$

где $N_{10} = \omega\mu_0 ab\gamma_{mn} k^2$. Уравнение баланса мощности $|S_{11}|^2 + |S_{12}|^2 + |S_\Sigma|^2 = 1$ используется для проверки корректности работы численного алгоритма.

7. Результаты тестовых расчетов

На основании построенной математической модели волноводно-щелевого излучателя была создана программа на языке Visual Fortran. Результаты тестовых расчетов для различной геометрии щели в случае полого бесконечного волновода ($\varepsilon = 1$ и $\gamma_{mn}^\varepsilon = \gamma_{mn}$) согласуются с известными ранее. При этом максимальные значения индексов суммирования m, n в формуле (10) задавались равными 20. Отметим, что дальнейшее увеличение их значений приводит к уточнению расчетных величин мнимых частей проводимости менее чем на 1%. При проведении расчетов число базисных функций Q в аппроксимации (3) выбиралось равным от 1 до 5, толщина стенки волновода h полагалась равной 1 мм.

Для частных случаев был проведен сравнительный анализ тестовых расчетов и численных результатов, полученных с помощью коммерческой вычислительной программы. На рис. 3 представлены результаты одного из вариантов расчета.

Сплошными линиями 1, 2, 3 нанесены данные расчета коэффициентов отражения, прохождения и излучения по мощности, $|S_{11}|^2$, $|S_{12}|^2$, $|S_\Sigma|^2$, полученные по аналитическим формулам, кружочками – с помощью коммерческой программы. Отметим, что расчетное время одной частотной точки с использованием программы на языке Fortran Visual не зависит от геометрических размеров системы и составляет не более $0.5 \div 1$ с в зависимости от числа учитываемых гармоник (от 1 до 5). При использовании коммерческой программы, в основу ко-

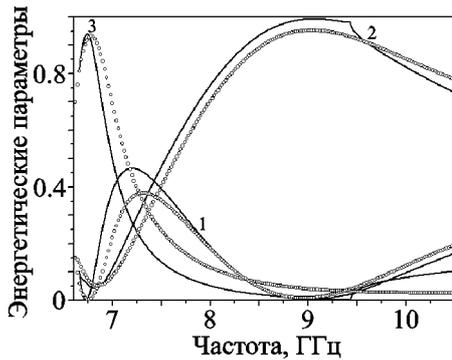


Рис. 3. Диапазонные характеристики волноводно-щелевого излучателя с параметрами $a = 23$ мм, $b = 10$ мм, $x_0 = a/2$, $z_0 = 0.75$ мм, $c = 10.5$ мм, $\epsilon = 3.0$, $2l = 16$ мм; $d = 1$ мм: кривые 1 – коэффициент отражения $|S_{11}|^2$; кривые 2 – коэффициент прохождения $|S_{12}|^2$; кривые 3 – коэффициент излучения $|S_{\Sigma}|^2$

торой заложен метод малых элементов, время счета существенно больше само по себе и растет при увеличении размеров объекта рассеяния. Так, при изменении длины вставки от 2 до 30 мм оно увеличивается от 11 до 90 с.

Известно, что резонансное значение коэффициента излучения поперечной щели, прорезанной в полом бесконечном волноводе, не превосходит уровень 0.5. При наличии диэлектрической вставки оно может оказаться гораздо выше, например, 0.95 на частоте 6.8 ГГц (рис. 3). Здесь же на частоте 9.1 ГГц наблюдается эффект полного прохождения падающей волны за неоднородность “щель–диэлектрик”. Оба эти факта, очевидно, объясняются нарушением симметрии системы, детали которого заслуживают дальнейшего изучения.

8. Выводы

На основании теории, разработанной в [1] и получившей дальнейшее развитие в [4], решена задача рассеяния волны типа H_{10} на узкой поперечной щели, прорезанной в широкой стенке конечной толщины прямоугольного волновода над локальным диэлектрическим включением. Для определения внутренней

проводимости щели поле внутри диэлектрической вставки, возбужденное поперечным магнитным током, представлялось в классе H - и E -волн. Корректность построенной математической модели подтверждена тестовыми расчетами и сравнением их результатов с данными, полученными с помощью коммерческой вычислительной программы. Обнаруженная возможность обеспечения коэффициента излучения щели близкого к единице (что совершенно недостижимо в случае однородного диэлектрического заполнения вдоль продольной оси волновода), приводит к необходимости дополнительного досконального анализа энергетических параметров волноводно-щелевого устройства рассматриваемого типа.

Литература

1. Фельд Я. Н., Бененсон Л. С. Антенно-фидерные устройства. Ч. 2. – М.: Изд-во ВВИА им. Н. Е. Жуковского, 1959. – 551с.
2. Мануилов М. Б., Лерер В. А., Синявский Г. П. Методы расчета и новые применения волноводно-щелевых антенных решеток // Успехи современной радиоэлектроники. – 2007. – №5. – С. 7-28.
3. Яцук Л. П., Ляховский А. А. Энергетические и резонансные свойства продольной щели в волноводе, частично заполненном диэлектриком // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 2006. – №5-6. – С. 40-51.
4. Яцук Л. П., Бердник С. Л., Катрич В. А. Энергетические характеристики щели в волноводе с диэлектрической вставкой конечной длины // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 2007. – №11. – С. 44-55.
5. Марков Г. Т., Панченко Б. А. Тензорные функции Грина прямоугольных волноводов и резонаторов // Изв. вузов. Радиотехника. – 1964. – Т.1, №1. – С. 34-41.
6. Жиронкина А. В., Яцук Л. П., Катрич В. А. Сдвоенная щель как элемент связи электродинамических объемов // Изв. вузов. Радиотехника. – 1993. – №1. – С. 56-63.
7. Лященко В. А., Булгаков А. А. Распределение поля и энергетические характеристики волноводно-щелевых излучателей: Препр. / Харьковский гос. университет; №50. – Харьков: 1975. – 57 с.
8. Яцук Л. П. Взаимная проводимость произвольно ориентированных узких щелей в бесконечном плоском идеально проводящем экране // Всеукр. межвед. научн.-техн. сб. Радиотехника. – Харьков: ХНУРЕ. – 1997. – Вып. 102. – С. 41-46.

**Дифракція хвилі типу H_{10}
на поперчній щілині у широкій стінці
прямокутного хвилеводу з локальним
діелектричним включенням**

Л. П. Яцук, Д. Ю. Пенкін

Розв'язано задачу розсіяння хвилі типу H_{10} на вузькій поперчній щілині, розташованій над діелектричною вставкою кінцевої довжини, яка цілком заповнює поперечний переріз прямокутного хвилеводу. Магнітне поле, збуджене цією щілиною у діелектричній вставці безпосередньо під щілиною, знайдене за допомогою метода власних хвиль та тензорної функції Гріна. Визначено енергетичні параметри хвилеводно-щілинного випромінювача. Коректність запропонованої математичної моделі була підтверджена шляхом порівняння тестових розрахунків на її основі з даними, отриманими за допомогою комерційної обчислювальної програми. Виявлено можливість забезпечення коефіцієнта випромінювання близького до одиниці.

**Diffraction of the H_{10} -Mode
on a Transverse Slot Cut in a Wide Wall
of Rectangular Waveguide
with a Dielectric Insertion of Finite Length**

L. P. Yatsuk and D. Y. Penkin

The H_{10} -mode scattering on a narrow transverse slot positioned over a dielectric insertion of finite length completely filling the cross section of a rectangular waveguide has been solved. The magnetic field, excited by the slot in the dielectric insert immediately under the slot, was determined by means of the eigenwave method and dyadic Green's function. Energy parameters of the slotted-guide radiator were numerically investigated. The mathematical model under consideration has been validated by comparison of the test calculations using this model versus the data obtained with commercial software. The possibility to provide the radiation efficiency of the slotted-guide radiator around 100 % is shown.