

## Дифракция трехмерного гауссовского пучка с круговой симметрией пространственного распределения поля на проницаемых экранах при малых углах падения

В. В. Ячин, Т. Л. Зиненко<sup>1</sup>, В. К. Киселев<sup>1</sup>, С. Н. Воробьев

*Радиоастрономический институт НАН Украины,  
ул. Краснознаменная, 4, г. Харьков, 61002, Украина  
E-mail: yachin@rian.kharkov.ua*

*<sup>1</sup>Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины,  
ул. Ак. Проскуры, 12, г. Харьков, 61085, Украина*

*Статья поступила в редакцию 7 мая 2009 г.*

Сформулирована и решена задача рассеяния трехмерного гауссовского пучка, падающего под малым углом на двухпериодический магнитоэлектрический слой. Предложена новая формула представления рассеянного поля трехмерного гауссовского пучка однократным интегралом, что дает возможность уменьшить время численных расчетов пространственного распределения поля и увеличить их точность. Представлены графики, иллюстрирующие применение этой формулы к расчету рассеяния наклонно падающего пучка на магнитоэлектрический слой.

### Введение

Для коллимации электромагнитного излучения различного рода высокочастотных источников, гиротронов, ЛОВ и т. д. применяются квазиоптические линии передачи на основе полых диэлектрических волноводов различного типа [1-3]. В настоящее время существуют технологические возможности для производства различных волноводов с диэлектрическим покрытием стенок, обладающих приемлемыми параметрами передачи энергии в инфракрасном [2, 4], миллиметровом [5], ближнем миллиметровом и субмиллиметровом диапазонах длин волн [6].

Основным типом колебаний в таких волноводах является мода  $HE_{11}$ . Хорошей аппроксимацией распределения поля для моды  $HE_{11}$  является пучок с гауссовским распределением амплитуды поля по сечению в направлении, поперечном относительно направления распространения [3]. Плоскостойкие маг-

нитоэлектрические периодические структуры могут служить в качестве рассеивателей, используемых для управления характеристиками высокочастотного поля в квазиоптической линии передачи.

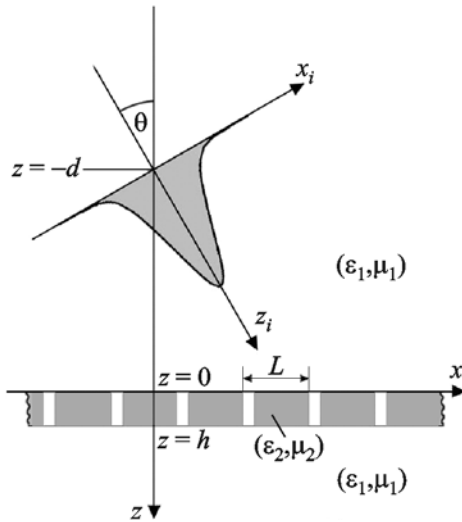
Рассеяние пучка на плоскостойких структурах обычно рассматривается с помощью метода комплексного источника [7], используется парааксиальное приближение, когда энергия пучка полагается распределенной в небольшом секторе углов [8]. Стандартным методом для моделирования распространения и взаимодействия трехмерного пучка с различного рода рассеивателями является представление пучка в виде непрерывного пространственного спектра плоских волн [8-10]. В этом случае полагается, что для каждой волны коэффициенты рассеяния от структуры уже известны. В представленной статье выражение для трехмерных рассеянных полей, выраженных двукратным интегралом, сво-

дится к однократному интегралу, что существенно уменьшает время счета и увеличивает точность результатов. Мы используем аналитические выражения для коэффициентов отражения и прохождения плоской электромагнитной волны, дифрагирующей на магнитоэлектрическом двоякопериодическом слое, полученные методом интегральных функционалов [11] для случая, когда период структуры гораздо меньше длины падающей волны.

### Постановка и решение задачи

Рассмотрим рассеяние трехмерного гауссовского пучка с круговой симметрией распределения поля, падающего в среде с  $\epsilon_1, \mu_1$  под малым углом  $\theta$  на двухпериодический магнитоэлектрический слой (рис. 1). Координаты пучка и слоя связаны соотношениями:

$$\begin{aligned} z_i &= x \sin \theta + (z + d) \cos \theta, \\ x_i &= x \cos \theta - (z + d) \sin \theta, \\ y_i &= y. \end{aligned} \quad (1)$$



**Рис. 1.** Геометрия задачи в плоскости  $(x, z)$ . Оси  $x$  и  $y_i$  направлены перпендикулярно плоскости рисунка

Распределение амплитуды поля в плоскости  $z_i = 0$  имеет вид гауссовской функции и представляется следующим образом:

$$F(x_i, y_i, 0) = \exp\left(-\frac{x_i^2 + y_i^2}{w_0^2}\right),$$

где  $F = \begin{cases} E_y^{\text{пад}}, \\ H_y^{\text{пад}}, \end{cases}$  а  $w_0$  – минимальная полуширина пучка, определяемая в точке, где максимальная амплитуда поля уменьшается в  $e$  раз.

Пучок является монохроматическим с временной зависимостью  $\exp(-i\omega t)$  и квазиоптическим, когда выполняется условие  $k_0 w_0 = 2\pi(w_0/\lambda_0) \gg 1$ , где  $k_0$  и  $\lambda_0$  – волновое число и длина волны в свободном пространстве соответственно. При малых углах падения  $\theta$  поле пучка в плоскости  $(x, y)$  при  $z = -d$  хорошо аппроксимируется выражением [8-10]:

$$F(x, y, -d) = F(x_i, y_i, 0) \exp(ik_0 z_i). \quad (2)$$

Наши исследования показали, что данное приближение задает поле пучка практически без искажений в диапазоне углов падения пучка  $0 \leq \theta \leq 18^\circ$ .

Из (2) с помощью (1) для поля в плоскости  $(x, y)$  при  $z = -d$  получаем

$$\begin{aligned} F(x, y, -d) &= \exp\left[-(x \cos \theta / w_0)^2 - y^2 / w_0^2\right] \times \\ &\times \exp(ik_0 x \sin \theta). \end{aligned} \quad (3)$$

Поле пучка в области  $-d < z < 0$  можно представить в виде разложения в двойной интеграл Фурье по плоским волнам, т. е. можно записать

$$\begin{aligned} F(x, y, z) &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(k_x, k_y) \exp(ik_x x) \exp(ik_y y) \times \\ &\times \exp(ik_z(z+d)) dk_x dk_y = F^{-1}\{\Phi(k_x, k_y) \exp(ik_z z)\}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $F^{-1}\{\dots\}$  – обратное двойное преобразование Фурье;  $k_x$ ,  $k_y$  и  $k_z$  – волновые числа в направлениях  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , и  $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k_0^2$ ;  $\Phi(k_x, k_y)$  – спектральная амплитуда Фурье поля пучка в плоскости  $(x, y)$  при  $z = -d$ , которую можно получить с помощью преобразования Фурье

$$\begin{aligned} \Phi(k_x, k_y) = \\ = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(x, y, -d) \exp(-ik_x x) \exp(-ik_y y) dx dy. \end{aligned} \quad (5)$$

После подстановки (3) в (5) и интегрирования получаем

$$\begin{aligned} \Phi(k_x, k_y) = \frac{\pi w_0^2}{\cos \theta} \exp\left(-\frac{(k_0 \sin \theta - k_x)^2 w_0^2}{4 \cos^2 \theta}\right) \times \\ \times \exp(-k_y^2 w_0^2 / 4). \end{aligned} \quad (6)$$

При представлении поля  $E_y^{\text{пад}}$ -поляризованного или  $H_y^{\text{пад}}$ -поляризованного пучков в виде спектра плоских волн нельзя обойтись только парциальными волнами одной поляризации (параллельной или перпендикулярной). Будем иметь в виду, что из дивергентной части уравнений Максвелла следует, что

$$E_z^{\text{пад}}(x, y, z) = F^{-1} \left\{ -\frac{k_y}{k_z} \Phi(k_x, k_y) \exp(ik_z z) \right\}.$$

Учитывая этот факт, а также свойства плоских волн:  $(\vec{k}, \vec{E}_{\perp}) = 0$ ,  $(\vec{k}, \vec{E}_{\parallel}) = 0$ ,  $(\vec{E}_{\perp}, \vec{E}_{\parallel}) = 0$ , – и то, что в разложении по плоским волнам  $k_x$ ,  $k_y$  изменяются от  $-\infty$  до  $\infty$ , можно определить, что  $E_y^{\text{пад}}$ -компонента падающего поля будет описываться выражением (4), а  $y$ -компоненты отраженного и прошедшего полей пучка можно представить как [8, 15]:

$$\begin{aligned} E_y^{\text{отр}}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left( R_{\perp} - (R_{\perp} + R_{\parallel}) \frac{k_y^2}{k_x^2 + k_y^2} \right) \times \\ \times \Phi(k_x, k_y) \exp(ik_x x) \exp(ik_y y) \times \\ \times \exp(-ik_z(z-d)) dk_x dk_y, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} E_y^{\text{прош}}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left( T_{\perp} - (T_{\perp} + T_{\parallel}) \frac{k_y^2}{k_x^2 + k_y^2} \right) \times \\ \times \Phi(k_x, k_y) \exp(ik_x x) \exp(ik_y y) \times \\ \times \exp(ik_z z) dk_x dk_y, \text{ при } z > h. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь  $R_{\perp}$  и  $R_{\parallel}$  – коэффициенты отражения от слоя, а  $T_{\perp}$  и  $T_{\parallel}$  – коэффициенты прохождения для перпендикулярно поляризованных и параллельно поляризованных плоских волн соответственно. Компоненты  $E_x^{\text{отр}}$ ,  $E_z^{\text{отр}}$ ,  $E_x^{\text{прош}}$  и  $E_z^{\text{прош}}$  могут быть получены аналогичным образом.

В дальнейшем ограничимся рассмотрением  $y$ -компоненты падающего и отраженного полей. Из формулы (4), используя (6), получаем выражение для поля падающего волнового пучка:

$$\begin{aligned} E_y^{\text{пад}}(x, y, z) = \\ = \frac{w_0^2}{4\pi \cos \theta} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\left(\frac{k_x - k_0 \sin \theta}{2 \cos \theta}\right)^2 w_0^2\right] \times \\ \times \exp\left[-\left(\frac{k_y}{2}\right)^2 w_0^2\right] \exp[i(k_x x + k_y y)] \times \\ \times \exp[ik_z(z+d)] dk_x dk_y. \end{aligned} \quad (9)$$

Рассеивающей структурой в данном случае является двухпериодический магнитоэлектрический бесконечный слой, расположенный в плоскости  $z = 0$ . Периодическая ячейка толщиной  $h$  является параллелепипедом с квадратным основанием и квадратным отверстием со стороной  $a$ ,  $L_x = L_y = L$  – периоды

слоя в направлениях  $x$  и  $y$ , а  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$  – диэлектрические,  $\mu_1$  и  $\mu_2$  – магнитные проницаемости окружающей среды и слоя соответственно.

Рассматриваемая рассеивающая структура обладает аксиальной симметрией при повороте на  $\pi/2$  вокруг оси  $z$ , и коэффициенты прохождения и отражения не зависят от азимутального угла  $\varphi$ . Поэтому при решении поставленной задачи для данной структуры целесообразно перейти от декартовой системы координат  $(x, y, z)$  к цилиндрической системе координат  $(\rho, \varphi, z)$ . При этом  $k_x = k_\rho \sin \varphi$ ,  $k_y = k_\rho \cos \varphi$  и  $k_z = \sqrt{k_0^2 - k_\rho^2}$ . Таким образом, поле наклонно падающего трехмерного гауссовского пучка в цилиндрической системе координат представляется выражением:

$$E_y^{\text{над}}(k_\rho, \varphi, z) = \frac{1}{4\pi \cos \theta} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \exp \left[ - \left( \frac{k_\rho \sin \varphi - k_0 \sin \theta}{2 \cos \theta} \right)^2 \right] \times \exp \left[ - \left( \frac{k_\rho \cos \varphi}{2} \right)^2 \right] \exp \left[ i \sqrt{k_0^2 - k_\rho^2} (z + d) \right] \times \exp \left[ i(k_\rho \sin \varphi x + k_\rho \cos \varphi y) \right] k_\rho dk_\rho d\varphi. \quad (10)$$

Здесь и далее  $x, y, z, d, k_0, k_\rho$  – это безразмерные величины, нормированные на величину  $w_0$ .

Воспользовавшись известными разложениями [12],

$$e^{ik\rho \cos(\varphi-\alpha)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m e^{-im(\varphi-\alpha)} J_m(k\rho),$$

$$e^{-ik\rho \cos(\varphi-\alpha)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-i)^n e^{in(\varphi-\alpha)} J_n(k\rho),$$

где  $J_n(\rho)$  – функция Бесселя с целым индексом, после определенных преобразований и интегрирования по  $\varphi$ , получаем падающее поле трехмерного гауссовского пучка в виде однократного интеграла по  $k_\rho$ :

$$E_y^{\text{над}}(k_\rho) = \frac{1}{2 \cos \theta} \exp \left( - \frac{k_0^2}{4} \text{tg}^2 \theta \right) \times \int_0^\infty \exp \left[ - \frac{k_\rho^2}{4} \left( 1 + \frac{\text{tg}^2 \theta}{2} \right) \right] \left[ J_0(\zeta) J_0(k_\rho r) + \sum_{m=1}^{\infty} i^{-m} J_m(\zeta) J_{2m}(k_\rho r) \right] \times \left[ \left( \frac{B + iA}{B - iA} \right)^m + \left( \frac{B + iA}{B - iA} \right)^{-m} \right] \times \exp \left[ i \sqrt{k_0^2 - k_\rho^2} (z + d) \right] k_\rho dk_\rho. \quad (11)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$A = \frac{ik_0 \sin \theta}{2 \cos^2 \theta} - x, \quad B = -y,$$

$$r = \sqrt{B^2 + A^2}, \quad \zeta = \frac{k_\rho^2}{2i} \left( \frac{\text{tg} \theta}{2} \right)^2.$$

Преимущество выражения (11) заключается в значительном сокращении времени численных расчетов, а также существенном увеличении точности вычислений по этой формуле по сравнению с результатами, полученными по формуле (10), где поле пучка представлено в виде двойного интеграла. Сравнение расчетов поля падающего пучка по формулам (9) и (11) показало совпадение результатов с точностью до третьей значащей цифры, что подтверждает правомерность проведенных преобразований.

Таким образом, в цилиндрической системе координат поле отраженного от структуры пучка (7) представляется следующим выражением:

$$E_y^{\text{отр}}(k_\rho) = \frac{1}{2 \cos \theta} \exp \left( - \frac{k_0^2}{4} \text{tg}^2 \theta \right) \times \left( \frac{1}{4} \text{Int}_1(k_\rho) + \text{Int}_2(k_\rho) \right),$$

где

$$\begin{aligned} \text{Int}_1(k_p) &= \int_0^\infty (R_\perp + R_\parallel) \exp\left[-\frac{k_p^2}{4}\left(1 + \frac{\text{tg}^2 \theta}{2}\right)\right] \times \\ &\times \left( J_0(\zeta) J_0(k_p r) + \sum_{m=1}^\infty i^{-m} J_m(\zeta) J_{2m}(k_p r) \times \right. \\ &\times \left. \left[ \left(\frac{B+iA}{B-iA}\right)^m + \left(\frac{B+iA}{B-iA}\right)^{-m} \right] \right) \times \\ &\times \exp\left[-i\sqrt{k_0^2 - k_p^2}(z-d)\right] k_p dk_p, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \text{Int}_2(k_p) &= \int_0^\infty (R_\perp - R_\parallel) \exp\left[-\frac{k_p^2}{4}\left(1 + \frac{\text{tg}^2 \theta}{2}\right)\right] \times \\ &\times \left( J_0(\zeta) J_2(k_p r) \left(\frac{B+iA}{B-iA} + \frac{B-iA}{B+iA}\right) + \right. \\ &+ \sum_{m=1}^\infty i^{-m} J_m(\zeta) (J_{2(m+1)}(k_p r) \times \\ &\times \left. \left[ \left(\frac{B+iA}{B-iA}\right)^{m+1} + \left(\frac{B+iA}{B-iA}\right)^{-(m+1)} \right] + \right. \\ &+ \left. J_{2(m-1)}(k_p r) \left[ \left(\frac{B+iA}{B-iA}\right)^{m-1} + \left(\frac{B+iA}{B-iA}\right)^{-(m-1)} \right] \right) \times \\ &\times \exp\left[-i\sqrt{k_0^2 - k_p^2}(z-d)\right] k_p dk_p. \end{aligned}$$

Поле прошедшего через структуру пучка (8) в цилиндрической системе координат  $E_y^{\text{прош}}(k_p)$  находится аналогичным образом.

Определение функций коэффициентов отражения и прохождения для плоской волны, падающей на двухпериодический магнитодиэлектрический слой, представляет собой отдельную задачу. Она была решена методом, основанным на решении объемных интегральных уравнений макроскопической электродинамики, так называемом “методе интегральных функционалов” [11].

В квазистатическом приближении, когда  $\lambda_0 \gg L$ , для получения решения достаточно рассматривать основную волну многомодового представления поля. В этом случае задача может быть решена аналитически. Методом интегральных функционалов нами были получены выражения для следующих коэффициентов отражения и прохождения для двухпериодического слоя:

$$\begin{aligned} R_\perp(\tilde{k}_p) &= \\ &= \frac{2iCD \sin(-i\chi h)}{\cos(-i\chi h)(C^2 - D^2) - i \sin(-i\chi h)(C^2 + D^2)}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_\perp(\tilde{k}_p) &= \\ &= \frac{C^2 - D^2}{\cos(-i\chi h)(C^2 - D^2) - i \sin(-i\chi h)(C^2 + D^2)}, \end{aligned}$$

где

$$C = \left( \chi + i\sqrt{1 - \tilde{k}_p^2} \right) \left( W_1 + \sqrt{1 - \tilde{k}_p^2} W_2 - \tilde{k}_p W_3 \right),$$

$$D = \left( \chi - i\sqrt{1 - \tilde{k}_p^2} \right) \left( W_1 - \sqrt{1 - \tilde{k}_p^2} W_2 - \tilde{k}_p W_3 \right),$$

$$W_1 = \frac{1}{\chi^2 + 1 - \tilde{k}_p^2},$$

$$W_2 = i\chi \frac{1 - \left( 1 - \frac{1}{L_x L_y} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \frac{1}{\epsilon(x, y)} dx dy \right)^{-1}}{\left( 1 - \frac{1}{L_x L_y} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \frac{1}{\mu(x, y)} dx dy \right)^{-1} (\chi^2 + 1 - \tilde{k}_p^2)},$$

$$W_3 =$$

$$\begin{aligned} &\tilde{k}_p \left( 1 - \left( 1 - \frac{1}{L_x L_y} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \frac{1}{\epsilon(x, y)} dx dy \right)^{-1} \right) \\ &= \frac{\tilde{k}_p \left( 1 - \left( 1 - \frac{1}{L_x L_y} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \frac{1}{\epsilon(x, y)} dx dy \right)^{-1} \right)}{\left( \left( \frac{1}{L_x L_y} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \mu(x, y) dx dy - 1 \right)^{-1} + 1 \right) (\chi^2 + 1 - \tilde{k}_p^2)} \end{aligned}$$

$$\chi = i \left( 1 - \frac{\tilde{k}_p^2 \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \frac{1}{\varepsilon(x,y)} dx dy}{\int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \mu(x,y) dx dy} \right)^{1/2} \times$$

$$\times \left( \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \frac{1}{\mu(x,y)} dx dy \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \frac{1}{\varepsilon(x,y)} dx dy \right)^{-1/2}.$$

При этом  $\tilde{k}_p = k_p/k_0$ . Коэффициенты  $R_{\parallel}$  и  $T_{\parallel}$  определяются заменой  $\varepsilon$  на  $\mu$  и  $\mu$  на  $\varepsilon$  в выражениях для  $R_{\perp}$  и  $T_{\perp}$  согласно дуализму уравнений Максвелла.

Очевидно, что подынтегральные выражения в (12) сложнее, чем в (11), поскольку они содержат простые полюса, связанные с коэффициентом отражения от структуры, которые должны быть исключены при численном интегрировании [13]. Используя неравенство Каптейна [14]

$$|J_n(nz)| \leq \frac{z^n \exp\{n\sqrt{1-z^2}\}}{\{1+\sqrt{1-z^2}\}^n},$$

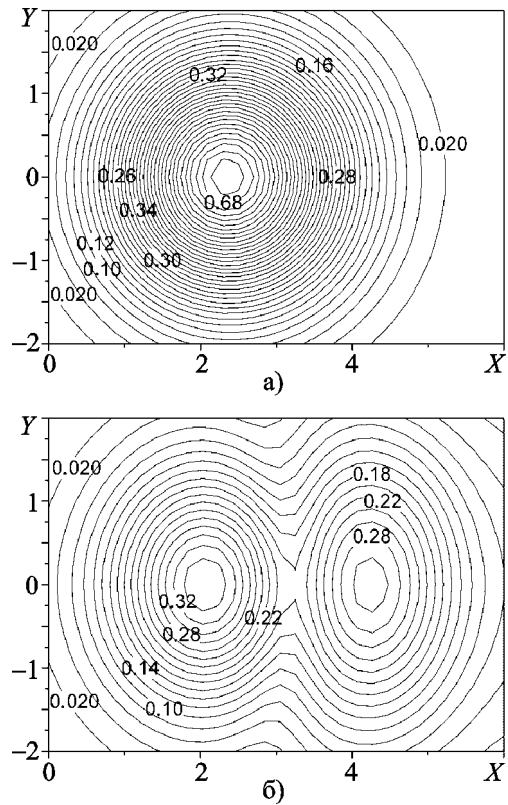
которое верно для любого  $z$  (вещественного или комплексного), когда  $z^2 - 1$  не является вещественным положительным числом, можно показать, что абсолютная величина  $n$ -го члена ряда в (11) является бесконечно малой величиной порядка  $O(1/n^n)$  при  $n \rightarrow \infty$ . Суммы рядов в (11) и (12) рассчитывались с точностью до пятого знака после запятой. При этом число членов ряда не превышало 30 для любых значений  $k_p$ .

### Численные результаты

Наиболее интересное явление в случае параллельной поляризации поля пучка наблюдается при его падении на границу раздела “немагнитных” диэлектриков ( $\mu_1 = \mu_2 = 1$ ) под углом Брюстера, который характеризуется отсутствием отраженной волны от границы

раздела двух сред при падении параллельно поляризованной плоской волны. Угол Брюстера для параллельно поляризованной падающей плоской волны вычисляется как  $\theta_B = \arcsin\left(1 + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right)^{-1/2}$ , что следует из формулы (11). Расчеты показали, что при падении пучка под углом Брюстера отраженный пучок расщепляется на два незначительно отличающихся по интенсивности (см. рис. 2).

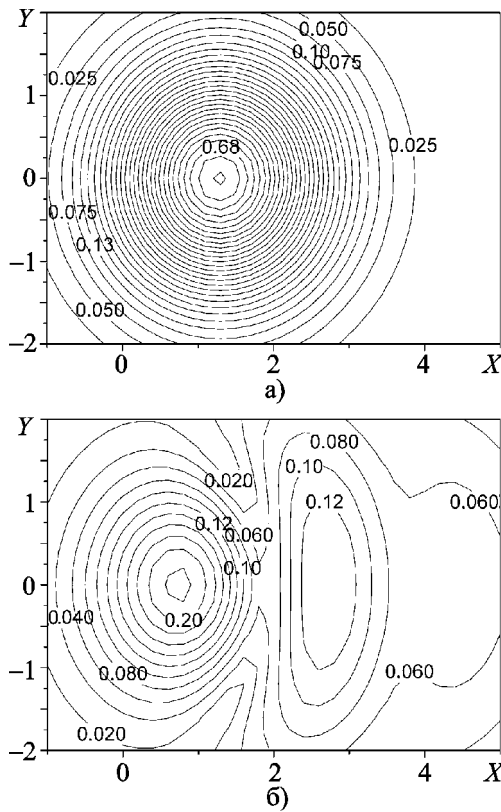
На рис. 2 показана зависимость модуля компоненты  $H_y$  параллельно поляризованного гауссовского пучка на частоте 110 ГГц, падающего под углом  $\theta_B = 18^\circ$  на поверхность оптически менее плотного по сравнению с оптической плотностью окружающей среды ди-



**Рис. 2.** Зависимость модуля  $H_y$ -компоненты гауссовского пучка от координат  $x$  и  $y$  при  $z = 0$ : а) – пучок, падающий под углом  $\theta = 18^\circ$  на поверхность диэлектрического слоя толщиной  $h = 3$  мм; б) – отраженный пучок. Здесь и далее  $x$  и  $y$  нормированы на  $w_0$ ,  $w_0 = 0.69$  см

электрического слоя ( $\epsilon_2/\epsilon_1 = 0.1$ ), (рис. 2, а) и отраженного от этой поверхности пучка (рис. 2, б) от координат  $x$  и  $y$  на поверхности слоя при  $z = 0$ . Расстояние от начала координат координатной системы  $(x_i, y_i, z_i)$  до поверхности структуры составляет 5 см. Такая же картина распределения поля наблюдалась в эксперименте при падении параллельно поляризованного гауссова пучка на слой полиэтилена [15].

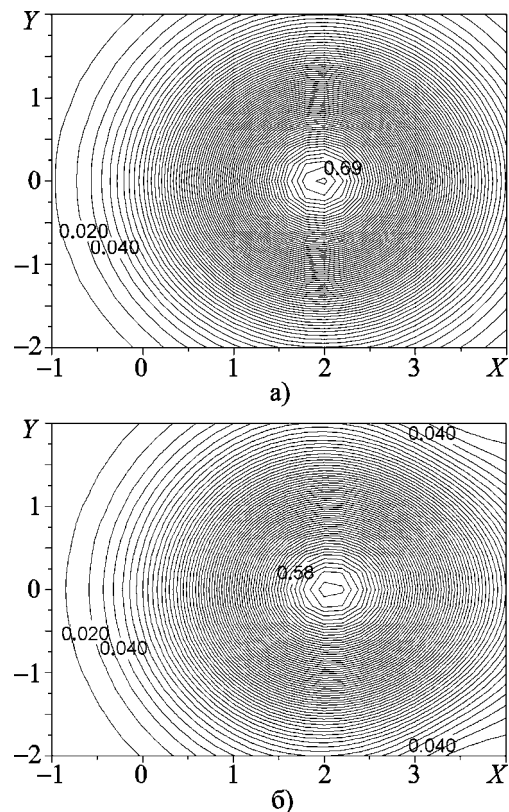
На рис. 3 представлены изолинии модуля  $H_y$  параллельно поляризованного гауссовского пучка на частоте 110 ГГц, падающего под углом  $\theta = 10^\circ$  на поверхность диэлектрического слоя ( $\epsilon_2/\epsilon_1 = 0.1$ ), (рис. 3, а) и отраженного от этой поверхности пучка (рис. 3, б) как функции координат  $x$  и  $y$  на поверхности слоя



**Рис. 3.** Зависимость модуля  $H_y$ -компоненты гауссовского пучка от координат  $x$  и  $y$  при  $z = 0$ : а) – пучок, падающий под углом  $\theta = 10^\circ$  на поверхность диэлектрического слоя толщиной  $h = 5.16$  мм; б) – отраженный пучок

при  $z = 0$ . Расстояние от начала координат координатной системы  $(x_i, y_i, z_i)$  до поверхности структуры – 5 см. Толщина слоя соответствует интерференционному минимуму для плоской волны, падающей под таким же углом на данную структуру. Попеременно формирующиеся возвышенности и впадины на рис. 3, б определяются расщеплением пучка при интерференции в слое.

Еще одним явлением, характеризующим рассеяние пучка на диэлектрическом слое, является сдвиг центра отраженного пучка относительно падающего на границе раздела двух сред, когда угол падения лежит вблизи угла полного внутреннего отражения. На рис. 4 можно наблюдать такой сдвиг при падении перпендикулярно поляризованного пучка под



**Рис. 4.** Зависимость модуля  $E_y$ -компоненты гауссовского пучка от координат  $x$  и  $y$  при  $z = 0$ : а) – пучок, падающий под углом  $\theta = 15^\circ$  на поверхность диэлектрического слоя толщиной  $h = 2.17$  мм; б) – отраженный пучок

углом  $\theta = 15^\circ$  на поверхность диэлектрического слоя ( $\epsilon_2/\epsilon_1 = 0.067$ ) с расстояния 5 см.

### Выводы

В статье предложено новое представление поля трехмерного наклонно падающего гауссовского пучка и поля пучка, рассеянного плоской периодической структурой, обладающей аксиальной симметрией при повороте на  $\pi/2$ . Поле представляется однократным интегралом, что дает возможность уменьшить время и увеличить точность расчета пространственного распределения поля. Приведены графики, иллюстрирующие применение полученной формулы для численного моделирования рассеяния наклонно падающего гауссовского пучка на диэлектрическом слое (оптически менее плотном по сравнению с оптической плотностью окружающей среды). Рассмотрены физические явления, характерные для дифракции гауссовского пучка на диэлектрическом слое.

### Литература

- Ogawa I., Sakai A., Idehara T., Kawahata K., Kasparek W. A quasi-optical transmission line for plasma scattering measurements using a submillimeter wave gyrotron // *Int. J. Electronics.* – 1997. – Vol. 83, No. 5. – P. 635-644.
- Miyagi M., Hongo A., Kawakami S. Fabrication of germanium coated nickel hollow waveguides // *Appl. Phys. Lett.* – 1983. – Vol. 43, No. 5. – P. 430-432.
- Ohkubo K., Kubo S., Idei H., Sato M., Shimozuma T., Tkita Y. Coupling of tilting Gaussian beam with hybrid mode in the corrugated waveguide // *Int. J. Infrared Millimet. Waves* – 1997. – Vol. 18, No. 1. – P. 23-41.
- Garmie E., McMahon T., Bass M. Flexible infrared waveguides for high-power transmission // *IEEE J. Quantum Electron.* – 1980. – Vol. 16, No. 1. – P. 23-32.
- Boyd R. J., Cohen W. E., Doran W. P., Tuminaro R. D. WT4 millimeter waveguide system. Waveguide design and fabrication // *Bell Syst. Tech. J.* – 1977. – Vol. 56, No. 10. – P. 1873-1897.
- Безбородов В. И., Киселев В. К., Кулешов Е. М., Яновский М. С. Квазиоптические радиоизмерительные устройства ближнего миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов волн на основе металлодиэлектрического волновода квадратного сечения // *Радиофизика и электроника.* – 2007. – Т. 12, №3. – С. 589-594.
- Maciel J. J., Felsen L. B. Gaussian beam analysis of propagation from an extended aperture distribution through dielectric layers, part I - Plane layer // *IEEE Trans. Antennas Propag.* – 1990. – Vol. 38, No. 10. – P. 1607-1617.
- Luk K. M., Cullen A. L. Three-dimensional Gaussian beam reflection from short-circuited isotropic ferrite slab // *IEEE Trans. Antennas Propag.* – 1993. – Vol. 41, No. 7. – P. 962-966.
- Horowitz B. R., Tamir T. Lateral displacement of a light beam at a dielectric interface // *J. Opt. Soc. Am.* – 1971. – Vol. 61, No. 5. – P. 586-594.
- Tamir T., Bertoni H. L. Lateral displacement of optical beam at multilayered and periodic structures // *J. Opt. Soc. Am.* – 1971. – Vol. 61, No. 10. – P. 1397-1412.
- Yachin V., Yasumoto K. Method of integral functionals for electromagnetic wave scattering from a double-periodic magnetodielectric layers // *J. Opt. Soc. Am.* – 2007. – Vol. 24, No. 11. – P. 3606-3618.
- Марков Г. Т., Чаплин А. Ф. Возбуждение электромагнитных волн. – М.: Радио и связь, 1983. – 295 с.
- Воробьев С. Н., Просвирнин С. Л. Дифракция электромагнитных волн на ограниченной плоской структуре: спектральный метод и приближение заданного тока // *Радиотехника и электроника.* – 1994. – Т. 39, №12. – С. 1951-1960.
- Ватсон Г. Н. Теория Бесселевых функций. – М: Из-во иностранной литературы, 1949. – 787 с.
- Li Q., Vernon R. J. Theoretical and experimental investigation of Gaussian beam transmission and reflection by a dielectric slab at 110 GHz // *IEEE Trans. Antennas Propag.* – 2006. – Vol. 54, No. 11. – P. 3449-3457.

### Дифракція тривимірного гаусівського пучка з круговою симетрією просторового розподілу поля на проникних екранах за малих кутів падіння

**В. В. Ячін, Т. Л. Зіненко,  
В. К. Кисельов, С. М. Воробьов**

Сформульовано та розв'язано задачу розсіяння тривимірного гаусівського пучка, що падає під малим кутом на двоперіодичний магнітодіелектричний шар. Запропоновано нову формулу репрезентації розсіяного поля тривимірного гаусівського пучка однократним інтегралом, що уможливило скорочення часу числових розрахунків просторового розподілу поля та покращення їх точності. Наведені графіки ілюструють застосування цієї формули до розрахунку розсіяння похило падаючого пучка на магнітодіелектричний шар.



**Diffraction of 3-D Gaussian Beam  
with Circular Symmetry of the Field Space  
Distribution by Permeable Screens  
at Small Angles of Incidence**

**V. V. Yachin, T. L. Zinenko, V. V. Kiseliy,  
and S. N. Vorobiev**

The problem of scattering of 3-D Gaussian beam incident at a small angle onto a double-periodic magnetodielectric slab has been formulated and solved. The new formulas for incident and scattered 3-D Gaussian beam fields in the form of single integrals have been derived. These allow reducing the time spent upon numerical calculations of the incident and scattered beam fields and improving their accuracy. The calculations of the 3-D Gaussian beam obliquely incident onto magnetodielectric slab with the derived formulas are illustrated in figures presented in the paper.