

Открытый резонатор с отрезком круглого волновода: расчет и эксперимент

А. Ю. Попков, И. К. Кузьмичев

*Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины,
ул. Ак. Проскуры, 12, г. Харьков, 61085, Украина
E-mail: lytc@yandex.ru*

Статья поступила в редакцию 27 февраля 2009 г.

Исследован полусферический открытый резонатор (ОР), в центре плоского зеркала которого расположен отрезок сверхразмерного круглого волновода. Проанализирован TE_{01q} тип колебаний этой резонансной системы. Проведены экспериментальные исследования ОР указанной геометрии. Показано, что в таком ОР в 4-миллиметровом диапазоне при перестройке порядка 12 % существует только одно колебание TE_{01q} . При этом амплитудное распределение электрической компоненты поля рассматриваемого колебания имеет форму кольца. Предложенная модель резонатора описывает процессы в такой резонансной системе с достаточной для практических целей точностью.

Введение

В работе рассматривается полусферический открытый резонатор (ОР) с отрезком круглого волновода в центре плоского зеркала (см. рис. 1). Такая резонансная система может найти широкое применение в различных приборах миллиметровых и субмиллиметровых диапазонов длин волн. В частности, она может быть использована для измерения электрофизических свойств веществ с большими потерями. В работе [1] на основе метода Бубнова–Галеркина разработан численный алгоритм для нахождения спектра собственных колебаний осесимметричных объемных резонаторов и показана возможность его применения к ОР указанной геометрии. Метод решения задачи основан на том, что в таком ОР возбуждаются только аксиально-симметричные типы колебаний, которые ограничены внешними каустическими поверхностями и, следовательно, обладают малыми дифракционными потерями. Поэтому, если поместить металлические стенки в области экспоненциально спадающего поля для такой резонансной системы, структура поля в резонаторе

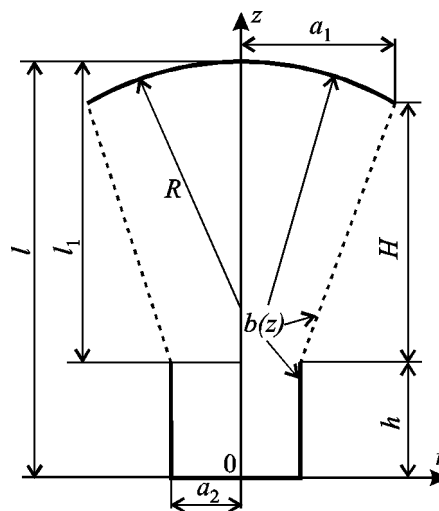


Рис. 1. Геометрия резонатора

практически не изменится. С целью проверки достоверности полученных в работе [1] результатов необходимо провести более детальные экспериментальные исследования полусферического ОР с отрезком сверхразмерного круглого волновода. Изучению этого вопроса и посвящена настоящая работа.

1. Алгоритм решения и численный анализ

В работе [1] проанализирован объемный резонатор, образованный цилиндрической, конической и сферической идеально проводящими граничными поверхностями (см. рис. 1). Резонатор заполнен однородной изотропной средой с относительными диэлектрической и магнитной проницаемостями ϵ и μ соответственно. Рассматривались только осесимметричные колебания *TE*-типа. Благодаря этому задача свелась к нахождению волновых чисел $k = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon\mu}$, при которых существуют нетривиальные решения двумерного уравнения Гельмгольца

$$\Delta_{rz}U + \left(k^2 - \frac{1}{r^2}\right)U = 0 \quad (1)$$

в области $\{(r, z) : 0 < z < l, 0 < r < b(z)\}$, удовлетворяющие граничным условиям:

$$U(r, 0) = 0, \quad (2)$$

$$U(b(z), z) = 0.$$

Здесь $\Delta_{rz} \equiv \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – двумерный оператор Лапласа; $b(z)$ – образующая граничной поверхности, которая является кусочно-дифференцируемой функцией на интервале $0 < z < l$, где l – длина резонатора (см. рис. 1). Необходимо также отметить, что для осесимметричных колебаний $U(0, z) = 0$.

Как было показано в [1], задача (1), (2) сводится к алгебраической задаче на собственные значения

$$\mathbf{AC} + k^2\mathbf{BC} = 0, \quad (3)$$

где $\mathbf{C} = (c_n)_{n=1}^N$ – вектор-столбец искомых коэффициентов; $\mathbf{A} = \|a_{mn}\|_{m,n=1}^N$ и $\mathbf{B} = \|b_{mn}\|_{m,n=1}^N$ – матрицы с матричными элементами, задаваемыми формулами:

$$a_{mn'} = \int_0^l dz \int_0^{b(z)} \left(\nabla\phi_n \nabla\phi_{n'} + \frac{\phi_n\phi_{n'}}{r^2} \right) r dr, \quad (4)$$

$$b_{mn'} = \int_0^l dz \int_0^{b(z)} \phi_n\phi_{n'} r dr. \quad (5)$$

В качестве базисных функций $\phi_n(r, z)$ выберем систему функций, предложенную в [2],

$$\phi_n(r, z) = b^{-1}(z) J_1\left(\frac{\mu_p}{b(z)} r\right) \sin \frac{\pi m}{l} z, \quad (6)$$

где $J_1\left(\frac{\mu_p}{b(z)} r\right)$ – функция Бесселя первого порядка; $n = (p, m)$; $p, m = 1, 2, \dots$; μ_p – p -й корень функции Бесселя $J_1(\mu_p) = 0$.

Подставляя (6) в (4) и (5), после ряда преобразований определим конечные формулы для нахождения матричных элементов матриц \mathbf{A} и \mathbf{B} [1]. Матрица \mathbf{A} , в этом случае, является действительной и симметричной относительно главной диагонали, матрица \mathbf{B} – диагональной [1]. Приближенное решение задачи при конечных значениях M и P можно представить в виде:

$$U(r, z) = \sum_{p=1}^P \sum_{m=1}^M c_m^p b^{-1}(z) J_1\left(\frac{\mu_p}{b(z)} r\right) \sin \frac{\pi m}{l} z,$$

где P и M – максимальные значения количества базисных функций, соответствующих радиальному и продольному направлениям.

Численное решение уравнения (3) может быть проведено стандартными методами [3].

Чтобы определиться с выбором числа базисных функций для обеспечения наиболее быстрой стабилизации решения, на примере резонатора (см. рис. 1), рассмотренного в работах [1, 4], была проведена оценка (см. рис. 2) при следующих геометрических размерах резонатора: радиус кривизны сферичес-

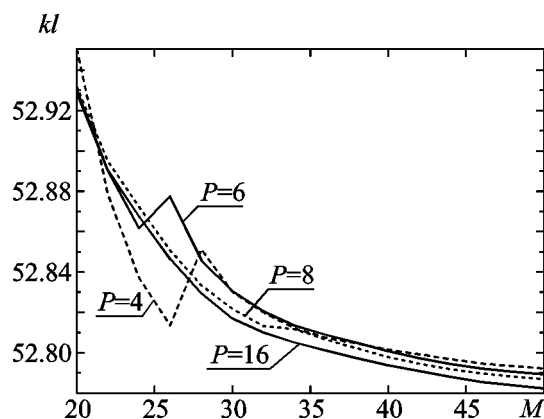


Рис. 2. Оценка сходимости алгоритма

кого зеркала – $R = 39$ мм, апертура зеркала – $2a_1 = 38$ мм, диаметр и глубина круглого волновода, расположенного в центре плоского зеркала, – $2a_2 = 18$ мм и $h = 12.434$ мм, длина резонатора – $l = 35$ мм. Алгоритм был применен для поиска частоты собственного колебания резонатора при различных значениях P и M . Как видно из рис. 2, уже при $P = 4$, а $M = 50$ решение стабилизируется. Скачки, которые видны на рисунке при $P = 4$ и $P = 6$, по-видимому, связаны с неполнотой базиса при недостаточных значениях параметра M .

В круглом волноводе, радиус которого равен 19 мм, на исследуемых частотах могут распространяться девять волн TE_{0n} -типа, а в волноводе, радиус которого 9 мм, – четыре. Учитывая этот факт, можно было бы ожидать, что результаты расчета резонансной частоты колебания TE_{016} объемного резонатора с конической металлической поверхностью будут стабилизироваться по крайней мере при $P = 9$, однако, как видно из графика, можно ограничиться меньшим числом базисных функций, соответствующих разному количеству вариаций поля в радиальном направлении. По-видимому, этот факт можно объяснить тем, что найденные распределения полей колебаний TE_{01q} -типа (см. рис. 3) характеризуются достаточно малыми значениями напряженности электрического поля в области металлических стенок конической поверхности резонатора. В дальнейших расчетах было положено $P = 6$.

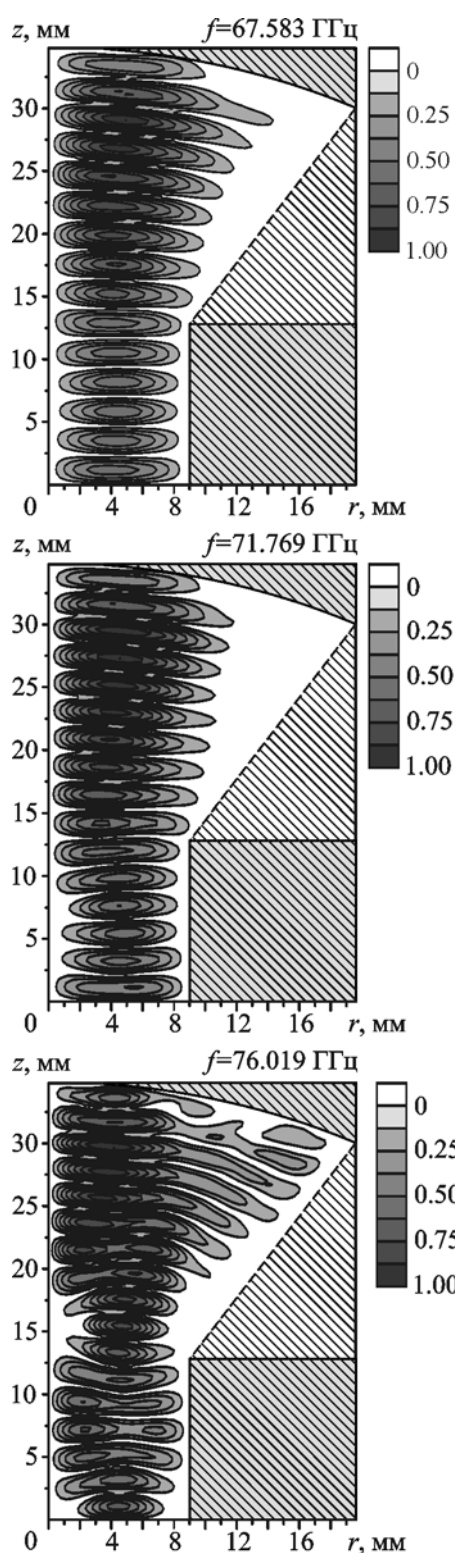


Рис. 3. Распределение полей в резонаторе

При $P=6$, $M=50$ резонансная частота собственного колебания объемного резонатора TE_{0116} равна $f=71.7786$ ГГц, а при $P=6$, $M=60$ составляет $f=71.7712$ ГГц, т. е. уменьшается на 7.4 МГц. При проведении экспериментальных исследований для определения частоты колебаний полусферического ОР используется резонансный волномер, погрешность которого $\pm 0.05\%$ [5]. В рассматриваемом частотном диапазоне это составляет величину порядка 36 МГц. Поэтому для уменьшения времени счета останавливаемся на значении $M=50$ и предполагаем, что этого достаточно для проведения сравнения расчетных и экспериментальных данных.

С помощью разработанного алгоритма было проведено исследование спектра собственных частот резонатора, геометрические размеры которого приведены выше.

На рис. 3 показаны линии равных амплитуд E_φ -компоненты электрического поля аксиально-симметричных собственных колебаний TE_{0115} , TE_{0116} и TE_{0117} , для которых коническая часть поверхности резонатора лежит в области экспоненциально спадающего поля. Рисунок симметричен относительно оси вращения, а все размеры приведены в миллиметрах.

Таким образом, в формировании распределений полей таких колебаний, основную роль играют цилиндрическая и сферическая поверхности. На рисунке приведены колебания TE_{01q} -типа, которые характеризуются наличием каустической поверхности и поэтому обладают малыми дифракционными потерями. По этой причине наличие конической металлической поверхности для них не принципиально. В то же время все остальные колебания, возбуждаемые в такой резонансной системе, не локализованы вблизи оси резонатора. Поэтому в отсутствие конической металлической поверхности они не могут существовать в резонансном объеме в силу больших дифракционных потерь [1]. Именно этим объясняется тот факт, что, как было показано в работе [4], в ОР, имеющем такие же геометрические размеры, в диапазоне перестройки порядка 8 ГГц возбуждается только одно высокочастотное колебание.

Для более детального изучения возбуждаемых в такой резонансной системе колебаний были проведены экспериментальные исследования.

2. Экспериментальные исследования

Для проведения экспериментальных исследований нами был изготовлен полусферический ОР указанной выше геометрии. Отличие состояло в том, что отрезок круглого волновода выполнен в центре плоского зеркала, диаметр которого составлял 38 мм. Кроме этого, рассматриваемый резонатор имел связь со свободным пространством. Для возбуждения TEM_{01q} колебания в ОР (в волноводной трактовке ему соответствует колебание TE_{01q}) и вывода сигнала из резонатора использовались два щелевых элемента связи, расположенные на поверхности сферического зеркала симметрично относительно плоскости, проходящей через ось резонатора. Они представляли собой плавные переходы от сечения 3.6×0.14 мм к основному сечению прямоугольного волновода 3.6×1.8 мм. Ориентация обоих элементов связи была такой, чтобы вектор напряженности электрического поля волны TE_{10} в прямоугольном волноводе был параллелен плоскости симметрии резонатора, которая в данном случае была перпендикулярна плоскости рис. 3. Расстояние s от оси резонатора, на котором были расположены элементы связи, определялась максимальным значением напряженности электрического поля колебания TEM_{01q} на сферическом зеркале и составляло 5.5 мм (см. рис. 4). В этом случае колебание TEM_{01q} возбуждалось с максимальной эффективностью.

Блок-схема экспериментальной установки, с помощью которой проводились исследования, приведена на рис. 4.

Сигнал от высокочастотного генератора Г4-142, модулированный с частотой 1 кГц, поступает в резонансный объем. Для более точного измерения частоты генератора в схеме предусмотрен дополнительный тракт, в состав которого входят: направленный ответвитель 1, развязывающий аттенуатор 2, ре-

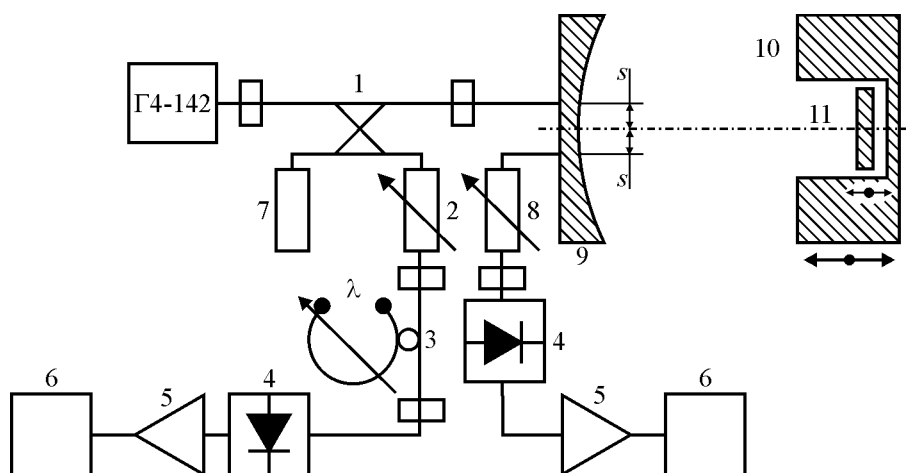


Рис. 4. Блок-схема экспериментальной установки

зонансный волномер 3, детекторная секция 4, селективный усилитель 5 и осциллограф 6. Во второе плечо вспомогательной линии направленного ответвителя включена согласованная нагрузка 7. Сигнал из резонатора через поляризационный аттенюатор 8, детекторную секцию 4, селективный усилитель 5 поступает на осциллограф 6.

Представляет интерес измерить распределение поля колебания TE_{0116} в рассматриваемом полусферическом ОР. Здесь необходимо отметить, что колебания в анализируемом резонаторе классифицируются как TE_{0116} . Это связано с тем, что при наличии E_ϕ -компоненты поля, которая равна нулю на оси резонатора, существует H_z -компонента поля (см. рис. 1). Поэтому, если предположить, что в рассматриваемом ОР будут существовать колебания аналогичные тем, что наблюдаются в объемном резонаторе, т. е. характеризующиеся наличием E_ϕ -компоненты и ее равенством нулю на оси резонатора, то такие колебания ОР необходимо классифицировать не как TEM_{01q} , а как TE_{01q} . Исследования проводились методом пробного тела [5]. Рассеивающий зонд представлял собой металлическую сферу диаметром 0.9 мм [6], закрепленную на капроновой нити толщиной 0.1 мм. Измерения проводились на частоте $f = 75.339$ ГГц. В центре плоского зеркала 10 (см. рис. 4) резонатора располагался отрезок круглого

волновода диаметром 18 мм и длиной $3\lambda_g$ ($h = 12.434$ мм). Здесь λ_g – волноводная длина волны TE_{01} в круглом волноводе. Распределение поля снималось в первой пучности электрической компоненты поля стоячей волны в резонаторе, отсчитывая от плоского зеркала, в двух плоскостях X и Y . Причем плоскость X проходит через ось резонатора и центры обоих волноводов и в данном случае совпадает с плоскостью рис. 4, а плоскость Y проходит через ось резонатора перпендикулярно плоскости X .

На рис. 5 представлено распределение поля колебания TE_{01q} в плоскостях X (кривая 1) и Y (кривая 2). Как видно, в такой открытой электродинамической системе колебание является аксиально-симметричным, т. е. в поперечном сечении резонатора амплитудное распределение электрической компоненты поля рассматриваемого колебания имеет форму кольца [7]. Это подтверждает сделанное выше предположение. Колебания в полусферическом ОР с отрезком круглого волновода в центре плоского зеркала, которые являются аксиально-симметричными, необходимо называть TE_{01q} . На этом же рисунке представлено расчетное распределение поля (кривая 3), полученное с помощью описанного в первой части работы алгоритма. Расчеты проводились для колебания TE_{0116} резонатора таких же геометрических размеров, как и в эксперименте.

Отличие состояло в наличии конической металлической поверхности. В этом случае расчетная частота собственного колебания $f = 75.180$ ГГц. Из рисунка видно, что интенсивность поля спадает практически до нуля на краях отрезка круглого волновода. Это говорит о том, что плоское зеркало, по-видимому, практически не влияет на формирование колебания резонатора, которое теперь всецело определяется волной TE_{01} , излучаемой из круглого волновода в объем резонатора. Поэтому выбранная модель резонатора, образованного цилиндрической, конической и сферической поверхностями, была физически правильной. С другой стороны, как показано выше, колебание в резонаторе является аксиально-симметричным, а в первой части статьи мы рассматривали именно аксиально-симметричные колебания. Отсюда становится понятным хорошее совпадение результатов расчета и эксперимента. Как видно из рис. 5, измеренные и рассчитанные размеры пятен поля колебания TE_{0116} (по уровню $1/e$) качественно совпадают.

Важное практическое значение имеет дисперсионная зависимость резонансной частоты f от расстояния l между сферическим зеркалом 9 и поршнем 11 (см. рис. 4) при разных диаметрах отрезка круглого волновода в центре плоского зеркала 10. Методика проведения эксперимента для установления этой

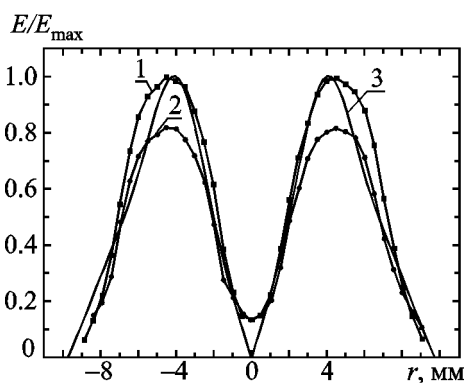


Рис. 5. Измеренное и расчетное распределения поля в исследуемом ОР

зависимости состоит в следующем. Первоначально поршень помещается заподлицо с плоским зеркалом и для частоты f генератора Г4-142 находится резонансное расстояние l_1 между сферическим и плоским зеркалами, при котором в резонаторе возбуждается колебание TEM_{0110} . Идентификация колебания производится методом пробного тела. Теперь по известным диаметру отрезка круглого волновода и резонансной частоте f определяется λ_g для волны TE_{01} круглого волновода. В качестве следующего шага с помощью микрометрического винта поршень перемещается на величину $3\lambda_g$, считая от поверхности плоского зеркала, и в окрестности этого значения ищется резонанс. Идентификация возбуждаемого в резонаторе колебания опять производится с помощью метода пробного тела. Поскольку длина отрезка круглого волновода h получается очень близкой к расчетному значению $3\lambda_g$, это является косвенным доказательством существования именно волны TE_{01} в таком сверхразмерном волноводе. Доказательством может служить и тот факт, что стенки круглого волновода окислированы, а поршень не имеет с ними электрического контакта. Здесь необходимо отметить, что выбор длины отрезка круглого волновода, равной $3\lambda_g$, связан с тем, что между сферическим зеркалом и поршнем должно укладываться 16 полуволн. Ведь именно колебание TE_{0116} рассматривалось при теоретическом анализе. Таким образом, для данной частоты f получено резонансное расстояние $l = h + l_1$ (рис. 1), при котором в ОР существует колебание TE_{0116} . Теперь частота f изменяется и процедура повторяется.

Результаты измерений представлены на рис. 6 (треугольные метки). На этом же рисунке сплошными линиями показаны теоретические зависимости резонансной частоты f от длины l резонатора для колебания TE_{0116} .

Исследования проводились для трех значений диаметра отрезка круглого волновода: 14, 16 и 18 мм. На рис. 6. приведены зависимости частоты колебаний f резонатора от перестройки его длины l для двух значений: 14 мм (кривые 1, 2) и 18 мм (кривые 3, 4). Кривые, полученные для диаметра круглого волновода

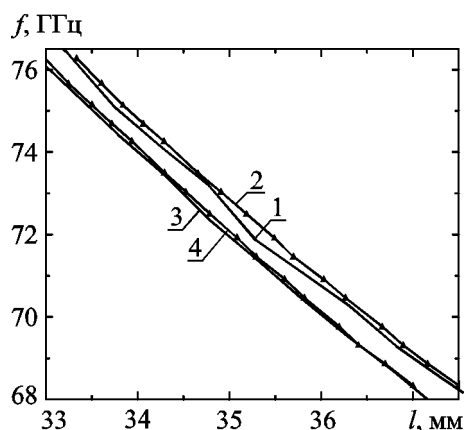


Рис. 6. Зависимости резонансной частоты от длины резонатора

16 мм, аналогичны приведенным на рисунке. Во всем диапазоне перестройки по частоте зависимости f от l носят линейный характер для всех рассмотренных значений диаметра круглого волновода. Только в случае значения 14 мм (кривая 1) и при длине резонатора $l = 35.285$ мм наблюдается существенное отклонение от линейного закона. Это связано с явлением междутипового взаимодействия колебаний в резонансной системе [8]. Кроме того, диаметр круглого волновода $2a_2 = 14$ мм не является оптимальным при возбуждении колебания TE_{0116} в резонансной системе заданной геометрии [4]. В общем случае отличие расчетных и измеренных значений частоты ($l = \text{const}$) не превышает 3 %, что в абсолютных величинах составляет около 210 МГц. Это говорит о хорошем совпадении результатов расчета и эксперимента.

Выводы

Таким образом, проведенные исследования позволяют сделать ряд важных выводов. В полусферическом ОР с отрезком круглого волновода в центре плоского зеркала в диапазоне перестройки порядка 9 ГГц существует только одно колебание TE_{01q} . При этом амплитудное распределение электрической компоненты поля рассматриваемого колебания имеет форму

кольца, т. е. колебание является аксиально-симметричным. Плоское зеркало в рассматриваемом ОР практически не участвует в формировании колебания в резонаторе. Поэтому предложенная в работе [1] модель резонатора, образованного сферической, конической и цилиндрической поверхностями, является физически обоснованной для анализа аксиально-симметричных колебаний в таких ОР. Разработанный на основе метода Бубнова–Галеркина численный алгоритм для нахождения спектра собственных колебаний осесимметричных объемных резонаторов с достаточной для практических целей точностью может быть применен для анализа открытых резонансных систем, в которых возбуждаются аксиально-симметричные колебания. Резонансные системы такого типа могут быть использованы для измерения электрофизических характеристик веществ с большими потерями.

Литература

1. Попков А. Ю., Поединчук А. Е., Кузьмичев И. К. Объемные резонаторы в виде тел вращения сложной формы: численный алгоритм расчета спектра // Радиофизика и электроника. – Харьков: Ин-т радиофизики и электроники НАН Украины. – 2008. – Т. 13, №3. – С. 473-480.
2. Ильинский А. С., Слепян Г. Я. Колебания и волны в электродинамических системах с потерями. – М.: Изд-во МГУ, 1983. – 232 с.
3. Уилксон Дж Х. Алгебраическая проблема собственных значений. – М.: Наука, 1970. – 564 с.
4. Kuzmichev I. K., Melezhik P. N. and Poedinchuk A. Ye. An open resonator for physical studies // Int. J. Infrared Millimeter Waves. – 2006. – Vol. 27, No. 6. – P. 857-869.
5. Техника субмиллиметровых волн / Под ред. Р. А. Валитова. – М.: Сов. радио, 1969. – 480 с.
5. Кузьмичев И. К. Выбор диаметра зонда для исследования распределений поля в малоапертурных открытых резонаторах // Радиофизика и электроника. – Харьков: Ин-т радиофизики и электроники НАН Украины. – 2000. – Т. 5, №2. – С. 92-95
7. Мэйтлэнд А., Данн М. Введение в физику лазеров / Пер. с англ. под ред. С. И. Анисимова. – М.: Наука, 1978. – 408 с.
7. Штейншлегер В. Б. Явление взаимодействия волн в электромагнитных резонаторах. – М.: Гостехиздат, 1955. – 114 с.

**Відкритий резонатор із відрізком
круглого хвилеводу:
розрахунок і експеримент**

А. Ю. Попков, І. К. Кузьмичов

Досліджено півсферичний відкритий резонатор (ВР), в центрі плоского дзеркала якого є відрізок надрозмірного круглого хвилеводу. Проаналізовано TE_{01q} тип коливань цієї резонансної системи. Виконано експериментальні дослідження ВР вказаної геометрії. Показано, що в такому ВР в 4-міліметровому діапазоні з перестройкою близько 12 % існує лише одне коливання TE_{01q} . При цьому амплітудний розподіл електричної компоненти поля розглянутого коливання має форму кільця. Запропонована модель резонатора описує процеси у такій резонансній системі з достатньою для практичних цілей точністю.

**Open Resonator with Fragment
of Circular Waveguide:
Model Computation and Experiment**

A. Yu. Popkov and I. K. Kuzmichev

A hemispherical open resonator (OR) with the fragment of circular waveguide in the centre of a flat reflector is investigated. The TE_{01q} oscillation mode of such a resonance system is analyzed. The OR of the said geometry is experimentally studied. The existence of only one oscillation mode TE_{01q} within the tuning range of about 12 percent in the 4-mm wavelength band is shown. In addition, an amplitude distribution of electrical field component of the studied oscillation mode has the shape of a ring. The resonator model offered describes the processes in such a resonance system with sufficient working accuracy.