

Электромагнитная теория смерча. II. Гидродинамика вихря

А. Г. Боев

*Радиоастрономический институт НАН Украины,
ул. Краснознаменная, 4, г. Харьков, 61002, Украина
E-mail: boev@ri.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 8 сентября 2008 г.

Настоящая статья представляет собой вторую часть работы, посвященной электромагнитной теории смерча. В ней сформулирована и исследована гидродинамическая задача о движении плазменно-капельной среды, образующей вихрь. Получено выражение для вращающей силы. Она пропорциональна вертикальной компоненте геомагнитного поля и радиальному току в плазме и усилена радиальной компонентой силы Лоренца и центробежной силой. Проведен расчет поля скоростей, плотности и давления дозвукового вихря. Найденная картина движения качественно и количественно соответствует данным наблюдений.

1. Уравнения движения среды.

Вращающая сила

$$-\frac{V_\phi^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{1}{c\rho} j_z B_\phi; \quad (1.2)$$

Атмосфера под грозовым облаком обычно турбулизована. Вихревое движение, создаваемое облачным зарядом, не коррелировано с этой турбулентностью, поэтому в качестве уравнений вихревого движения среды далее будут использоваться уравнения Навье–Стокса. Однако коэффициенты переноса в этих уравнениях будут определяться не тепловым движением, а атмосферной турбулентностью. В [1] показано, что под зарядом, расположенным на относительной высоте $h/a \geq 0.5$, радиальные градиенты электрического поля преобладают над высотными градиентами ($\partial/\partial r \gg \partial/\partial z$). В связи с этим далее для упрощения гидродинамической задачи будет использоваться приближение пограничного слоя [2]:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\rho V_r) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho V_z) = 0, \quad p = \rho R_g T; \quad (1.1)$$

$$V_r \frac{\partial V_\phi}{\partial r} + \frac{V_r V_\phi}{r} + V_z \frac{\partial V_\phi}{\partial z} = \frac{F_\phi}{\rho} + \frac{\mu_T}{\rho} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r V_\phi) \right]; \quad (1.3)$$

$$V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g + \frac{1}{c\rho} j_r B_\phi + \frac{\mu_T}{\rho r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial V_z}{\partial r} \right); \quad (1.4)$$

Здесь V_r , V_ϕ , V_z – соответственно радиальная, азимутальная и осевая скорости движения; p , ρ , T – давление, массовая плотность и температура; μ_T – коэффициент турбулентной вязкости; g – ускорение силы тяжести; R_g – газовая постоянная воздуха. Электромагнитные силы в уравнениях (1.2) – (1.4) отличны от нуля лишь в области разряда, т. е.

при $0 \leq r \leq R_E$. Вне разряда токов нет, однако нейтральный газ также движется, захваченный силами вязкости. Все гидродинамические поля должны быть конечны на оси вихря и убывать при удалении от него. Здесь и далее не учитывается изменение температуры среды, вызванное движением и токами, т. к. наблюдения [3-5] показывают, что оно не играет существенной роли в формировании и динамике вихря.

Использованное выше пограничное приближение не применимо для тонкого слоя вблизи поверхности земли, т. к. здесь, наоборот, $\partial/\partial z \gg \partial/\partial r$. Решение в этом случае должно строиться отдельно и сопрягаться с решением уравнений (1.1) – (1.4).

Выражение (1.2) с учетом уравнения состояния записывается следующим образом:

$$\frac{\partial \rho}{\partial r} + \frac{\rho}{R_g T} \left[-\frac{V_\phi^2}{r} + R_g \frac{\partial T}{\partial r} \right] + \frac{1}{R_g T} \frac{j_z B_\phi}{c} = 0.$$

Его решение имеет вид:

$$\rho(r, z) = \rho_\infty(z) \frac{T_\infty}{T} \exp \left\{ -\int_r^\infty \frac{V_\phi^2(t, z)}{t R_g T} dt \right\} + \frac{1}{R_g T} \int_r^\infty dx \frac{j_z B_\phi}{c} \exp \left\{ -\int_r^x \frac{V_\phi^2(t, z)}{t R_g T} dt \right\},$$

где ρ_∞ и T_∞ – плотность и температура невозмущенной вращением атмосферы. Умножая плотность на $R_g T$, найдем следующее выражение для давления:

$$p(r, z) = p_\infty(z) \exp \left\{ -\int_r^\infty \frac{V_\phi^2(t, z)}{t R_g T} dt \right\} + \int_r^\infty dx \frac{j_z B_\phi}{c} \exp \left\{ -\int_r^x \frac{V_\phi^2(t, z)}{t R_g T} dt \right\}.$$

Вводя в рассмотрение скорость звука в невозмущенной атмосфере $a_s = (\gamma R_g T_\infty)^{1/2}$, где $\gamma = 1.4$ – показатель изэнтропы, а также вращательное число Маха $M_\phi = V_\phi/a_s$, запишем предыдущие формулы в виде:

$$\rho(r, z) = \rho_\infty(z) \frac{T_\infty}{T} \left[\exp \left\{ -\gamma \int_r^\infty \frac{M_\phi^2(t, z)}{t} dt \right\} + \int_r^\infty dx \frac{j_z B_\phi}{p_\infty c} \exp \left\{ -\gamma \int_r^x \frac{M_\phi^2(t, z)}{t} dt \right\} \right], \tag{1.5}$$

$$p(r, z) = p_\infty(z) \left[\exp \left\{ -\gamma \int_r^\infty \frac{M_\phi^2(t, z)}{t} dt \right\} + \int_r^\infty dx \frac{j_z B_\phi}{p_\infty c} \exp \left\{ -\gamma \int_r^x \frac{M_\phi^2(t, z)}{t} dt \right\} \right].$$

Согласно нижней формуле (1.5) давление внутри вихря определяется двумя факторами: центробежной силой и радиальной компонентой силы Лоренца, ее величиной и направлением. Центробежная сила всегда вызывает разрежение среды, а радиальная компонента силы Лоренца в зависимости от направления может вызывать либо сжатие среды, либо ее разрежение. В случае разрежения стационарный вихрь будет существовать только при таком соотношении центробежной и радиальной силы Лоренца, когда

$$\int_r^\infty dx \left| \frac{j_z B_\phi}{p_\infty c} \right| \exp \left\{ \gamma \int_x^\infty \frac{M_\phi^2(t, z)}{t} dt \right\} \leq 1, \quad 0 \leq r \leq \infty.$$

В противном случае вихрь схлопывается.

Из уравнения (1.3) видно, что источником вращения среды является действующая на единицу массы среды азимутальная сила Лоренца (см. [1], формулы (5.6), (6.3)):

$$\frac{F_\varphi}{\rho} = \frac{-j_r \mathcal{B}}{c \rho_\infty \frac{T_\infty}{T} \left[\exp \left\{ -\gamma \int_r^\infty \frac{M_\varphi^2(t, z)}{t} dt \right\} + \int_r^\infty \frac{dx}{p_\infty} \frac{j_z B_\varphi}{c} \exp \left\{ -\gamma \int_r^x \frac{M_\varphi^2(t, z)}{t} dt \right\} \right]}, \quad (1.6)$$

$$\mathcal{B} = \begin{cases} B_0 + \frac{4\pi}{c} \int_{R_T}^\infty \rho_d V_\varphi dr, & 0 \leq r \leq R_T; \\ B_0 + \frac{4\pi}{c} \int_r^\infty \rho_d V_\varphi dr, & R_T \leq r \leq R_E; \\ 0, & R_E \leq r < \infty. \end{cases}$$

Она представляет собой вращающую силу, созданную в плазме геомагнитным полем и магнитным полем капельного соленоида и увеличенную действием центробежной силы и радиальной компоненты силы Лоренца. Роль силы Лоренца существенна либо вблизи заряда, где величина ее очень велика, либо в начальной стадии раскручивания вихря, когда скорость вращения еще мала. Отсюда следует, что возникновение вихря затруднено в условиях, когда плазма сжата электромагнитной силой, как в Z-пинче. Это является дополнительным аргументом в пользу того, что вихри развиваются только под относительно низкими и широкими зарядами, когда $h/a \leq 0.72$. Относительное влияние радиальной компоненты силы Лоренца может быть оценено с помощью магнитного параметра

$$\beta_{M,r} \equiv -\frac{F_r R_T}{p_\infty},$$

представляющего собой отношение магнитного давления к невозмущенному атмосферному давлению. Отрицательное значение этого параметра соответствует разрежению среды, положительное – сжатию. Для типичного значения радиуса вихря $R_T = 10 \div 300$ м, нормального атмосферного давления $p_\infty = 750$ мм рт. ст. ($\approx 10^6$ дин/см²)

$$\beta_{M,r} = -(10^{-3} \div 10^{-1}) F_r.$$

Оставляя в стороне случай очень низкого облака, аппроксимируем отношение давлений следующей формулой:

$$\beta_{M,r}(r, z) \equiv \frac{j_z(r) B_\varphi(r) R_E}{p_\infty(z) c} = 4\beta_{r,m}(z) \frac{r}{R_E} \left(1 - \frac{r}{R_E} \right), \quad (1.7)$$

где $\beta_{r,m}(z)$ – экстремальное значение радиального магнитного давления, которое достигается практически на половине радиуса разряда [1]. Для высокого заряда ($h/a > 0.72$) величина $\beta_{r,m}(z) > 0$, для более низкого – $\beta_{r,m}(z) < 0$. Зависимость этого параметра от высоты определяется зависимостями от высоты атмосферного давления, плотности тока и азимутального магнитного поля.

В приближении малости $\beta_{M,r}$ выражение для вращающей силы упрощается:

$$\frac{F_\varphi}{\rho} = -\frac{j_r}{c \rho_\infty} \exp \left\{ \gamma \int_r^\infty \frac{M_\varphi^2(t, z)}{t} dt \right\} \mathcal{B}. \quad (1.8)$$

Вращающая сила имеет электромагнитное происхождение. Она зависит от скорости вращения и знака капельного заряда стенки, осевого и радиального токов в плазме. В гидродинамике обычной непроводящей среды аналога ей нет. Именно по этой причине построение теории интенсивных атмосферных вихрей в рамках обычной гидродинамики невозможно.

Из (1.6) и (1.8) видно, что при $B_0 = 0$ вращающая сила становится однородной функ-

цией скорости вращения. Отсюда следует, что вихрь будет отсутствовать там, где геомагнитное поле не имеет вертикальной компоненты. Такая ситуация наблюдается на магнитном экваторе (на географических широтах от +8 до -15°). Районы Земли, характеризующиеся максимальной смерчевой активностью, обладают и повышенными значениями вертикальной компоненты геомагнитного поля. Это центральная и юго-восточная области США ($0.4 \div 0.55$ Гс), Австралия (0.55 Гс) [6].

Далее, знак вращающей силы зависит от знака радиального тока, который, в свою очередь, определяется знаком облачного заряда. Для отрицательного заряда j_r отрицателен, и знак плазменно-геомагнитной силы совпадает со знаком вертикальной компоненты B_0 . Поэтому она, а с ней и сила (1.6), будут создавать циклоническое вращение вихря: влево – в северном полушарии и вправо – в южном полушарии. Именно такие вихри наблюдаются, в основном, в природных условиях. Это обстоятельство указывает на то, что облачные заряды, образующие циклонические смерчи, являются отрицательными. Антициклонические вихри также наблюдаются, однако крайне редко и, как правило, над водными поверхностями [5]. Они создаются положительными облачными зарядами.

Анализ формул (1.6) и (1.8) показывает, что чем быстрее вращается вихрь, тем больше становится вращающая сила, действующая на него. Под действием такой вращающей силы вихрь будет раскручиваться, до тех пор пока не схлопнется. Для существования стационарных вихрей, какие наблюдаются в природе, вращающая сила должна быть чем-то компенсирована. И такую компенсацию частично осуществляет капельный соленоид. При отрицательно заряженных каплях и определенной скорости вращения магнитное поле соленоида уничтожает внутри него вертикальную компоненту геомагнитного поля, а вместе с ней и вращающую силу. В стенке соленоида и вне ее вращающая сила существует, однако здесь она, вследствие радиальной неоднородности, компенсируется силой вязкости.

2. Спектры облачных капель

Смерч образуется из облачной массы и является как бы продолжением облака. Это связано с движением отрицательно заряженных облачных капель к земле как под действием силы тяжести и электрического поля заряда, так и под действием вертикальной компоненты силы Лоренца, также направленной вниз под относительно низко расположенным зарядом [1]. Будучи затем выброшенными центробежной силой из ядра вихря, капли останавливаются (об этом далее в п. 3) на некотором расстоянии от центра, образуя вращающуюся заряженную капельную стенку. Ее дисперсную и пространственную структуру естественно связать со свойствами облачных капель.

Распределение капель по размерам (спектры размеров) для капельных облаков достаточно хорошо описываются гамма-распределением [7]:

$$n(\tilde{a}) = \frac{N_0}{\Gamma(\alpha + 1)\beta^{\alpha+1}} \tilde{a}^\alpha \exp\left(-\frac{\tilde{a}}{\beta}\right), \quad (2.1)$$

где \tilde{a} – радиус капли, мкм; N_0 – объемная плотность капель, см^{-3} ; α и β – параметры распределения; Γ – гамма-функция.

Радиус капель \tilde{a}_m , соответствующий максимуму распределения, (модальный радиус) и их средний радиус $\bar{\tilde{a}}$ определяются параметрами распределения:

$$\tilde{a}_m = \beta\alpha, \quad \bar{\tilde{a}} = \beta(\alpha + 1).$$

При $\alpha \gg 1$ эти радиусы практически совпадают. Среднее квадратичное отклонение радиусов капель от среднего σ_r и относительная ширина спектра $\sigma_r/\bar{\tilde{a}}$ определяются формулами:

$$\sigma_r = \beta(\alpha + 1)^{1/2}, \quad \sigma_r/\bar{\tilde{a}} = (\alpha + 1)^{-1/2}.$$

Видно, что относительно малого разброса капель по радиусам можно добиться только при больших значениях параметра α .

Момент распределения порядка n и соответствующий ему средний радиус капли \tilde{a}_n даются следующими выражениями:

$$M_n = M(\tilde{a}_n) = \beta^n \frac{\Gamma(\alpha + n + 1)}{\Gamma(\alpha + 1)},$$

$$\tilde{a}_n = (M_n)^{1/n} = \beta \left[\frac{\Gamma(\alpha + n + 1)}{\Gamma(\alpha + 1)} \right]^{1/n}.$$

Распределения капель по размерам в облаках неоднородны и сильно зависят от масштаба осреднения [7]. Спектры размеров, осредненные по большим объемам (1 км и более), обычно широкие, σ_r/\tilde{a} порядка 0.5 и более. Локальные спектры (с масштабом осреднения 1÷10 м) довольно узкие, σ_r/\tilde{a} не превышает 0.1÷0.2. Из приведенных выше формул следует, что узкие спектры должны характеризоваться большими значениями параметра α .

Для облаков в умеренных широтах распределение внутриоблачных капель по размерам хорошо описывается распределением Хргиана–Мазина [7], когда в (2.1) $\alpha = 2$. Средний размер капель в таких облаках изменяется от 3 до 7 мкм. На периферии облаков, в нижней их части, локальные спектры размеров более узкие ($\alpha = 5 \div 6$ и более) и более мелкокапельные ($\beta\alpha < 0.4$ мкм). Здесь средний размер капель может быть на 1÷3 мкм меньше среднего для всего облака [7].

Нормированный на N_0 спектр размеров Хргиана–Мазина при значении параметра $\beta = 0.3$ мкм представлен на рис. 1 (кривая 1). Он характеризует ансамбль капель с модальным радиусом 0.6 мкм и средним квадратичным отклонением 0.519 мкм. Там же (кривая 2) приведен аналогичный спектр капель с параметрами $\alpha = 100$, $\beta = 0.005$ мкм. Модальный радиус этого распределения практически совпадает со средним радиусом – 0.5 мкм, квадратичное отклонение для этого спектра – 0.05 мкм. Спектр моделирует достаточно однородный по размерам ансамбль капель на периферийной нижней части облака.

Спектры зарядов капель, нормированных на их объемную концентрацию, при линейной

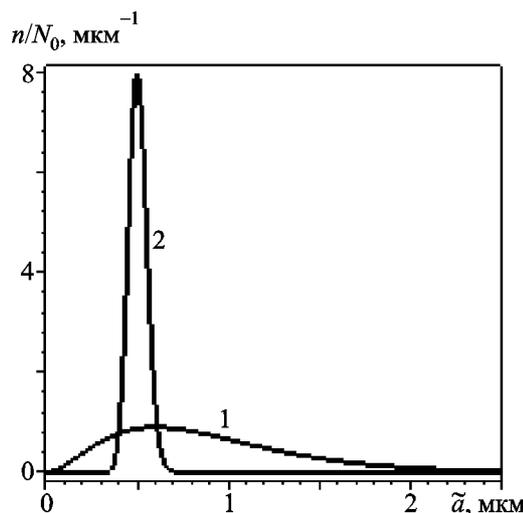


Рис. 1. Нормированные распределения капель по размерам: кривая 1 – спектр Хргиана–Мазина, кривая 2 – спектр на периферии нижней части облака

зависимости заряда капли от радиуса [7, 8], повторяют, с небольшими изменениями, спектры капель по размерам. Модальный радиус распределения Хргиана–Мазина равен среднему радиусу спектра размеров – 0.9 мкм. Для мелких капель модальные радиусы обоих распределений практически совпадают.

Используя распределение (2.1) и формулы для заряда q и массы m капли в единицах СГС [7, 8],

$$q = 10^{-7} \tilde{a}, \quad m = 4.19 \cdot 10^{-12} \tilde{a}^3, \quad (2.2)$$

можно получить следующие выражения для объемной плотности заряда капель ρ_d , и относительной влажности w :

$$\rho_d = 10^{-7} N_0 \beta (\alpha + 1),$$

$$w = 3.25 \cdot 10^{-9} N_0 \beta^3 (\alpha + 1)(\alpha + 2)(\alpha + 3).$$

Для спектра Хргиана–Мазина полная плотность заряда $\rho_{d,2}$ в единицах СГС и относительная влажность w_2 равны:

$$\rho_{d,2} = 1.5 \cdot 10^{-8} N_0, \quad w_2 = 5.26 \cdot 10^{-9} N_0.$$

Аналогичные величины для капель на краю облака:

$$\rho_{d,100} = 5 \cdot 10^{-8} N_0, \quad w_{100} = 4.06 \cdot 10^{-13} N_0.$$

При плотности капель $N_0 = 10^8 \div 10^9 \text{ см}^{-3}$ и соответствующей водности $w = 4.06 \cdot (10^{-4} \div 10^{-5})$ плотность заряда равна

$$\rho_{d,100} = 1.7 \cdot 10^{-3} \div 8.5 \cdot 10^{-2} \text{ Кл/м}^3, \quad (2.3)$$

что на пять – шесть порядков превышает наблюдаемые в облаках сильные неоднородности объемного заряда [9]. Несмотря на такую большую плотность капель, среднее расстояние между ними на два порядка превышает их размеры.

3. Стенка капельного соленоида

Основная трудность, возникающая при объяснении существования стационарной стенки капельного соленоида, связана с нахождением механизма пространственного удержания вращающихся капель. Механизм, который обсуждается ниже, состоит в том, что капли, являющиеся макроскопическими образованиями, останавливаются под действием лобового сопротивления воздушного центростремительного потока, сопровождающего вращение плазменного столба в атмосфере.

Уравнение равновесия радиальных сил, действующих на вращающуюся каплю с радиусом \tilde{a} , массой m и зарядом q , имеет следующий вид:

$$\frac{mV_\phi^2}{r} + qE_r(r) = 6\pi\tilde{a}\mu V_r(r). \quad (3.1)$$

Правая часть этого уравнения представляет собой силу сопротивления Стокса [10], $E_r(r)$ –

радиальное электрическое поле в плазме вихря, $\mu = 1.81 \cdot 10^{-4} \text{ г/(см} \cdot \text{с)}$ – коэффициент вязкости воздуха.

Уравнение (3.1) должно решаться одновременно с уравнениями движения воздуха в стенке. Однако, чтобы оценить порядок величин, входящих в него, исследуем сначала зависимости радиальной скорости от радиуса капли, скорости вращения и расстояния до центра вихря. Это позволит также связать толщину капельной стенки и закон распределения объемного заряда со спектром размеров облачных капель.

Используя зависимости (2.2) массы и заряда капель от радиуса, уравнение (3.1) можно представить в следующем виде:

$$\tilde{V}(r) \equiv [V_r(r) - V_E(r)] = 1.58 \cdot 10^{-4} \frac{\tilde{a}^2 V_\phi^2}{r}, \quad (3.2)$$

$$V_E(r) \equiv 9.7 \cdot 10^{-4} E_r(r).$$

Здесь радиус капли выражен в микронах, расстояние от центра вихря r – в километрах, радиальное электрическое поле E_r – в В/см, скорость вращения V_ϕ нормирована на 10 м/с, скорость V_r измеряется в см/с. Такое различие в нормировке величин отражает реальную картину рассматриваемого явления – микронные капли, радиусы вихря в десятки и сотни метров, большие скорости вращения. Величина, обозначенная в (3.2) как V_E , представляет собой радиальную скорость, при которой сила лобового сопротивления капли компенсирует радиальную кулоновскую силу. Эта скорость не зависит от радиуса капли, т. к. и сила сопротивления, и кулоновская сила пропорциональны его первой степени.

На рис. 2 представлены зависимости V_E от расстояния до центра вихря под зарядом средней высоты ($h/a = 0.5$). Кривая 1 соответствует нижнему основанию вихря, кривая 2 – верхнему. Видно, что скорость растет с расстоянием, т. к. при этом увеличивается радиальная компонента электрического поля.

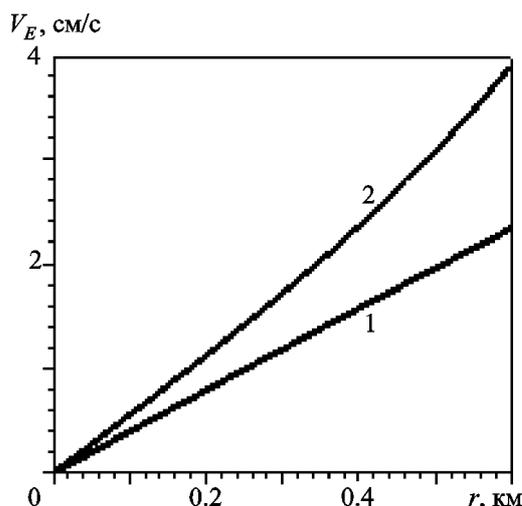


Рис. 2. Зависимости V_E от расстояния до оси вихря при $h/a = 0.5$, $a = 1$ км: кривая 1 – в нижнем основании, кривая 2 – в верхнем основании вихря

С приближением к центру вихря скорость стремится к нулю, поскольку поле E_r на оси равно нулю. Расчеты показывают, что и при других значениях параметра h/a величина V_E также изменяется по сечению вихря в пределах нескольких сантиметров в секунду.

Зависимости скорости торможения (радиальной скорости, необходимой для компенсации центробежной силы) от скорости вращения вихря для капель типичных облачных размеров представлены на рис. 3. Видно, что при изменении скорости вращения от 10 до 300 м/с скорость торможения изменяется в пределах 1 м/с, даже для крупных капель радиусом 10 мкм. Учет влияния кулоновской силы здесь необходим лишь при скоростях вращения не более 10 м/с. Рис. 4 иллюстрирует аналогичные зависимости для ансамбля мелких капель с узким спектром размеров (рис. 1, кривая 2). Радиальные скорости, необходимые для их остановки на расстоянии 10 м от центра вихря, составляют всего несколько сантиметров в секунду. Для капель таких размеров учет влияния кулоновской силы важен лишь на расстояниях порядка 100 м и более от оси вихря. Величина радиальной скорости, необходимая для остановки капли, увеличивается пропорционально квадрату ее радиуса (рис. 5).

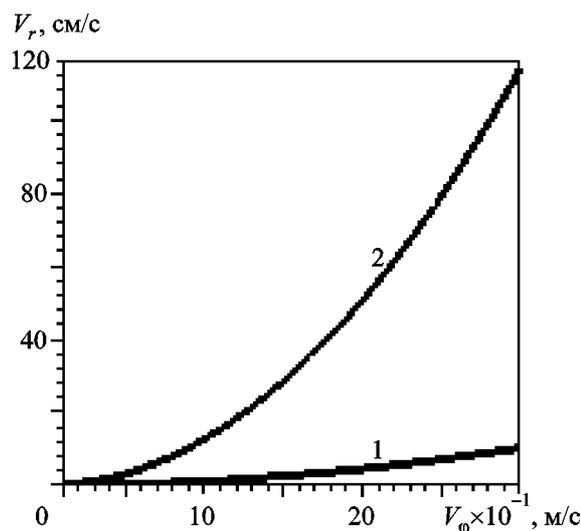


Рис. 3. Зависимости скорости торможения капель от скорости вращения вихря: кривая 1 – $\tilde{a} = 3$ мкм, кривая 2 – $\tilde{a} = 10$ мкм. Расстояние от оси вихря $r = 100$ м

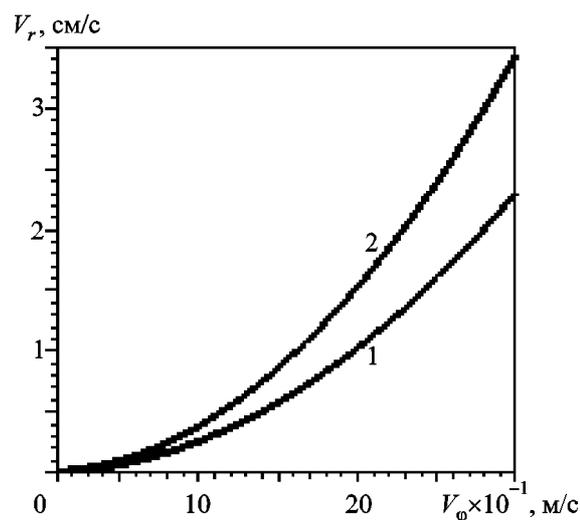


Рис. 4. Зависимости скорости торможения капель от скорости вращения вихря: кривая 1 – $\tilde{a} = 0.45$ мкм, кривая 2 – $\tilde{a} = 0.55$ мкм. Расстояние от оси вихря $r = 10$ м

Из приведенных графиков следует, что в качестве границы ядра вихря R_T естественно принять значение расстояния до его центра, на котором останавливаются капли, размеры которых соответствуют меньшей границе их статистической дисперсии. Напри-

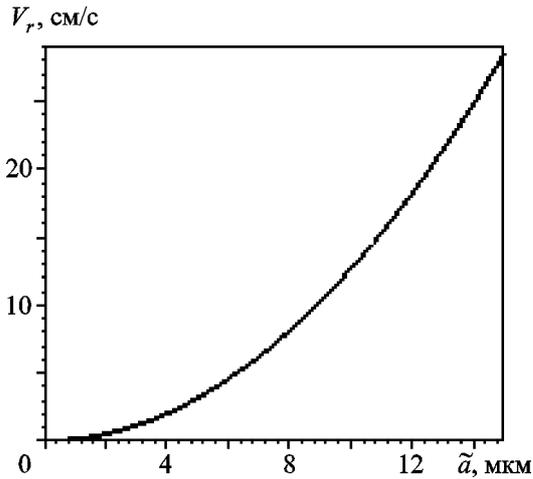


Рис. 5. Зависимость скорости торможения от радиуса капли. Расстояние от оси вихря $r = 10$ м, скорость вращения – 100 м/с

мер, для узкого спектра на рис. 1 это будут капли размером 0.45 мкм. Отсюда следует, что стенка капельного соленоида должна располагаться вблизи нулевого значения скорости радиального потока и в области ее отрицательных значений. Таким образом, граница между ядром и стенкой вихря должна характеризоваться нулевым значением скорости радиального потока.

За толщину капельной стенки δ_a может быть принята разность расстояний до центра вихря, соответствующих границам статистической дисперсии. Толщина капельной стенки может быть достаточно большой для широкого спектра размеров капель типа Хргиана–Мазина. Отмеченные в наблюдениях [5] стенки с очень резкими границами могут соответствовать только узким спектрам (2.1) с очень большими значениями α и малыми значениями β . Величина капельного заряда по сечению стенки будет иметь экстремум внутри стенки и резко убывать к ее краям.

Для узкого спектра размеров капель ($\sigma_r \ll \bar{a}$) толщина стенки δ_a связана с дисперсией следующим соотношением:

$$\frac{\delta_a}{R_T} = 2 \frac{\sigma_r}{\bar{a}} \left[1 + \frac{R_T}{\bar{V}} \left(\frac{\partial \bar{V}}{\partial r} \right)_{R_T} \right]^{-1}$$

Вблизи поверхности земли в тело вихря попадает еще и пыль. Независимо от знака своего начального заряда пылинки в плазменном столбе заряжаются отрицательно [8] и играют такую же роль, что и капли. Уравнение (3.1) описывает также условие равновесия пылевой компоненты. Однако распределение пылинок по размерам и зависимость их заряда от диаметра могут быть другими.

Капельно-пылевая стенка является отражателем света и радиоволн, поэтому она формирует еще и видимую форму вихря. Для малодисперсного распределения капель и пыли вихрь будет выглядеть тонким цилиндром, локализованным вблизи оси разряда. Для распределения с большой дисперсией капельно-пылевая стенка может расшириться вплоть до внешней границы разряда. В этом случае вихрь будет иметь форму широкого конуса.

4. Ядро вихря.

Скорость стационарного вращения

Рассмотрим вращательное движение внутри капельного соленоида ($0 \leq r \leq R_T$). Капельная фракция здесь отсутствует, магнитное поле соленоида не зависит от радиуса. Для определения скорости вращения в этой области пространства ограничимся для простоты случаем относительной малости радиальной компоненты силы Лоренца. Уравнение (1.3) для скорости вращения будет иметь следующий вид:

$$\frac{V_{r,K}}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r M_{\phi,K}) + V_{z,K} \frac{\partial M_{\phi,K}}{\partial z} = - \frac{J_r}{c \rho_\infty} \times \exp \left\{ \gamma \int_r^\infty \frac{M_{\phi,K}^2(t,z)}{t} dt \right\} \left(\frac{B_0}{a_S} + \frac{4\pi}{c} \int_{R_T}^\infty \rho_d M_\phi dr \right), \quad (4.1)$$

где нижний индекс “K” характеризует поля внутри соленоида, число Маха M_ϕ – вращение капельной стенки. Решение уравнения (4.1) должно быть конечным на оси вихря и сопрягаться с решением в области стенки вихря при $r = R_T$. На поверхности земли должны быть

выполнены условия прилипания, т. е. $V_{\varphi,K} = 0$ при $z = 0$.

Рассмотрим теперь вращающую силу в правой части (4.1) более детально. Видно, что она увеличивается с ростом скорости вращения и радиального тока. Эти факторы связаны между собой, т. к. уменьшение давления приводит к увеличению параметра E/p , увеличению плотности радиального тока и, как следствие, к усилению действия силы и увеличению скорости вращения. В результате даже небольшая плазменно-геомагнитная сила будет неограниченно увеличиваться в процессе вращения, все сильнее и сильнее закручивая поток. Это указывает на существование вращательной неустойчивости неоднородного цилиндрического столба сжимаемой среды.

Ясно, что строгое рассмотрение процесса раскручивания потока и перехода к стационарному вращению должно проводиться отдельно и в рамках нестационарных уравнений. Здесь же и далее будет анализироваться только стационарная фаза вращения.

Процесс раскручивания вихря будет развиваться до тех пор, пока азимутальная компонента силы Лоренца, зависящая от вращательного числа Маха стенки, не обратится в нуль. Это условие может быть выполнено только в ядре вихря, где индуцированное осевое магнитное поле постоянно:

$$B_0 = -\frac{4\pi}{c} \int_{R_T}^{\infty} \rho_d V_{\varphi} dr. \quad (4.2)$$

При выполнении этого условия уравнение (4.1) будет удовлетворено, если скорость вращения среды здесь будет равна нулю, т. е.

$$V_{\varphi,K}(r, z) = 0 \text{ при } 0 \leq r < R_T, \quad 0 \leq z \leq h.$$

Следовательно, плазма внутри капельного соленоида не вращается. Не трудно убедиться, что этот результат справедлив и при учете в уравнении (4.1) силы вязкости и радиальной компоненты силы Лоренца. Таким образом,

внутренность капельного соленоида представляет собой ядро вихря.

Условие стационарности вращения (4.2) будет выполнено лишь тогда, когда

$$\text{sign} B_0 = -\text{sign}(\rho_d V_{\varphi}).$$

Отсюда следует, что при $B_0 V_{\varphi} > 0$ знак капельного заряда, образующего стенку, должен быть отрицательным, т. е. иметь знак облачного заряда, образующего вихрь. Этот результат соответствует наблюдательным данным свидетельствующим, что тело вихря образуется из облака и является как бы его продолжением. Отметим, что вследствие постоянства геомагнитного поля по сечению вихря условие (4.2) выполняется на заданной высоте только при некотором значении радиуса и, следовательно, внутренняя стенка вихря всегда четко выражена. Этот факт также соответствует наблюдательным данным [5]. Оценивая интеграл в (4.2) через средние (по сечению капельной стенки) скорость вращения \bar{V}_{φ} , плотность заряда $\bar{\rho}_d$ и толщину капельной стенки δ , получим:

$$\bar{V}_{\varphi,K} = \frac{c}{4\pi} \frac{B_0}{|\bar{\rho}_d| \delta}. \quad (4.3)$$

Видно, что чем меньше средняя поверхностная плотность заряда стенки, тем сильнее успевает раскрутиться вихрь в нестационарной фазе. Эту плотность можно связать с плотностью облачного заряда $\rho_{d,0}$, если считать, что капли со всего сечения воронки собраны в стенке. Для тонкой стенки

$$|\bar{\rho}_d| = \frac{2R_T}{\delta} |\rho_{d,0}| \gg |\rho_{d,0}|.$$

Формула для средней скорости вращения капельной стенки при этом имеет вид:

$$\bar{V}_{\varphi,K}(\lambda, \psi) = \frac{c B_0(\lambda, \psi)}{8\pi |\rho_{d,0}| R_T}, \quad (4.4)$$

где λ и ψ – соответственно географическая долгота и широта вихря.

Из (4.4) можно получить оценку объемной плотности облачного заряда. Например, для ядра радиусом $R_T = 100$ м, вертикальной компоненты геомагнитного поля $B_0 = 0.4$ Гс и скорости вращения $V_{\phi,K} = 50$ м/с имеем:

$$|\rho_{d,0}| \approx 3.3 \cdot 10^{-3} \text{ Кл/м}^3.$$

Это значение на четыре – пять порядков превышает плотность объемного заряда в неоднородностях грозových облаков, которые наблюдались в измерениях на борту самолета [9]. Оно вполне согласуется с оценкой (2.3) для однородного малодисперсного распределения капель (рис. 1). По-видимому, образование в облаках таких сильных и однородных зарядов является одной из причин сравнительно редкого появления смерчей при грозовой активности.

Как известно [3-5], смерчи способны появляться практически в любом районе земного шара, хотя и с разной частотой. Учитывая, что индукция геомагнитного поля во многих районах Земли (например, в Европе [6]) по величине мало отличается от индукции активных районов США, следует считать, что вероятность появления смерчей определяется в основном условиями образования очень сильных и протяженных неоднородностей облачного заряда.

Если условие (4.2) не выполняется, то конечного решения уравнение (4.1) не имеет. Это соответствует тому, что в результате неограниченного ускорения вращения плазма будет полностью выброшена из ядра и, в итоге, вихрь схлопнется.

5. Давление и плотность в ядре вихря

Поскольку вращение среды в ядре ($0 \leq r \leq R_T$) отсутствует, формулы (1.5) для плотности и давления внутри него запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned} \rho(r, z) &= \\ &= \rho_\infty(z) \frac{T_\infty}{T} \left[\exp \left\{ -\gamma \int_{R_T}^{\infty} \frac{M_\phi^2(t, z)}{t} dt \right\} + \int_r^{R_T} \frac{dx}{P_\infty} \frac{j_z B_\phi}{c} \right], \end{aligned} \quad (5.1)$$

$$\begin{aligned} p(r, z) &= \\ &= p_\infty(z) \left[\exp \left\{ -\gamma \int_{R_T}^{\infty} \frac{M_\phi^2(t, z)}{t} dt \right\} + \int_r^{R_T} \frac{dx}{P_\infty} \frac{j_z B_\phi}{c} \right]. \end{aligned}$$

Видно, что вращение стенки (первое слагаемое в скобках) приводит к постоянному распределению плотности и давления по сечению ядра, а влияние радиальной силы Лоренца при приближении к оси вихря усиливается. Это связано с тем, что часть вещества, находившегося сначала в ядре, выброшена из него в процессе раскручивания вихря, как в насосе после остановки поршня: воздух в нем покоится, давление понижено, перепад давлений определяется интенсивностью работы поршня. В нашем случае роль поршня играет вращающаяся стенка, интенсивность ее работы характеризуется разностью скоростей вращения за время формирования стационарного вихря.

Электромагнитная сила, в отличие от центробежной, действует и в объеме ядра, изменяя не только величину давления, но и его пространственное распределение. Таким образом, процесс создания вакуума в ядре вихря аналогичен процессу в центробежно-электромагнитном насосе.

Дальнейший анализ формул (5.1) требует знания распределения скорости вращения не только в капельной стенке, но и вне ее. Однако интегральный характер зависимости плотности и давления от скорости вращения допускает приближенное представление этих величин.

Будем считать, что капельная стенка тонкая ($\delta \ll R_T$), скорость вращения ее постоянна по толщине и задается формулой (4.3). Течение вне ее по характеру близко к течению в пограничном слое на стенке вращающегося цилиндра [2], так что

$$V_\varphi(r) = \bar{V}_\varphi \frac{R_T}{r}, \quad R_T \leq r < \infty. \quad (5.2)$$

При этом вычисление интеграла в показателе экспоненты (5.1) приводит к следующему результату:

$$\int_{R_T}^{\infty} \frac{M_\varphi^2(t, z)}{t} dt = \frac{\bar{M}_\varphi^2}{2}, \quad \bar{M}_\varphi \equiv \frac{c}{4\pi a_S} \frac{B_0}{|\bar{\rho}_d| \delta}. \quad (5.3)$$

Здесь \bar{M}_φ представляет собой среднее по сечению стенки вихря вращательное число Маха.

Используя аппроксимацию радиального магнитного параметра (1.7), формулы (5.2) и (5.3), получим для относительного давления и относительной плотности в ядре вихря следующие выражения:

$$\begin{aligned} \frac{p(r, z)}{p_\infty(z)} &= \\ &= \exp\left\{-\frac{\gamma \bar{M}_\varphi^2}{2}\right\} + \frac{2}{3} \beta_{r,m}(z) \left(1 - \frac{r}{R_E}\right)^2 \left(1 + 2 \frac{r}{R_E}\right), \end{aligned} \quad (5.4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\rho(r, z)}{\rho_\infty(z)} &= \frac{T_\infty}{T} \times \\ &\times \left[\exp\left\{-\frac{\gamma \bar{M}_\varphi^2}{2}\right\} + \frac{2}{3} \beta_{r,m}(z) \left(1 - \frac{r}{R_E}\right)^2 \left(1 + 2 \frac{r}{R_E}\right) \right]. \end{aligned}$$

На рис. 6–8 представлены радиальные распределения относительного давления (5.4) при различных значениях магнитного параметра и вращательного числа Маха. Во-первых, следует отметить, что изменение вращательного числа Маха от 0.1 до 1 вызывает уменьшение давления в ядре вихря на 400 мм рт. ст. Дом, имеющий внутри нормальное давление и внезапно попавший внутрь вихря, будет испытывать внутреннее давление около 5.5 т на каждый квадратный метр своей поверхности.

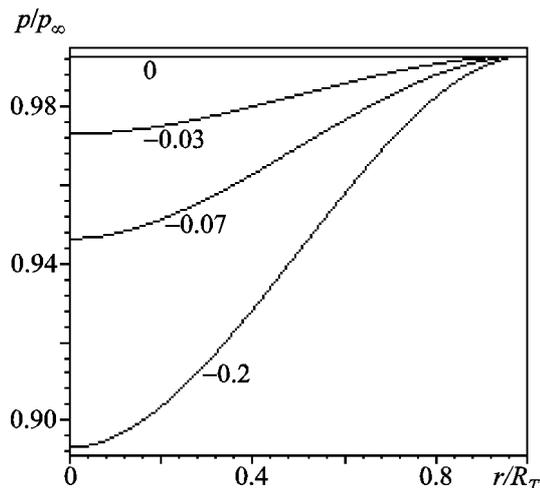


Рис. 6. Относительное давление в ядре вихря при различных отрицательных значениях магнитного параметра $\beta_{r,m}$ (указаны у кривых), $\bar{M}_\varphi = 0.1$

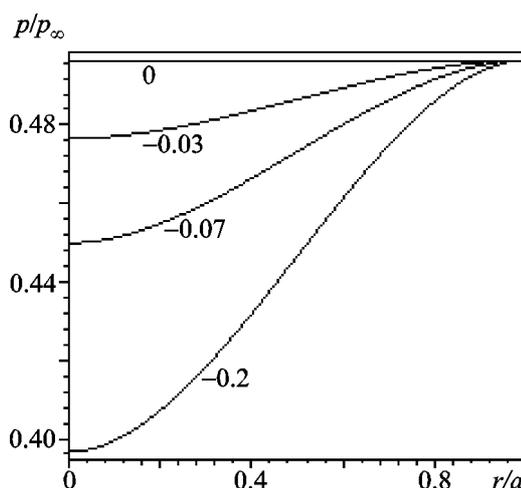


Рис. 7. Относительное давление в ядре вихря при различных отрицательных значениях магнитного параметра $\beta_{r,m}$ (указаны у кривых), $\bar{M}_\varphi = 1$

Значения магнитного параметра, оцененные по данным [1] для нормального атмосферного давления, изменяются в диапазоне $10^{-9} \div 10^{-2}$. Под облаком на высоте 1 км абсолютная величина магнитного параметра может достигать значений $0.1 \div 1$. Анализ показывает, что при изменении значений магнитного параметра от 0 до 0.1 и вращательного числа Маха от 0

до 1 изменение давления в центре вихря в ту или другую сторону (в зависимости от знака $\beta_{r,m}$) составляет порядка 10 % (70 ÷ 100 мм рт. ст., рис. 9). Для достаточно больших скоростей вращения такое изменение давления не может существенно влиять на состояние вихря. При малых скоростях вращения (рис. 8) в начальной фазе развития вихря сжатие плазмы

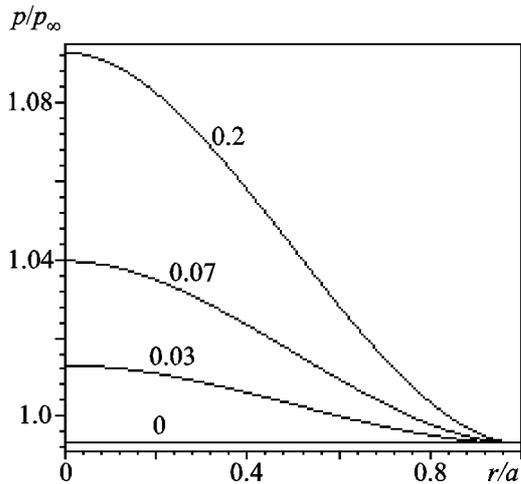


Рис. 8. Относительное давление в ядре вихря при положительных значениях магнитного параметра $\beta_{r,m}$ (указаны у кривых), $\bar{M}_\varphi = 0.1$

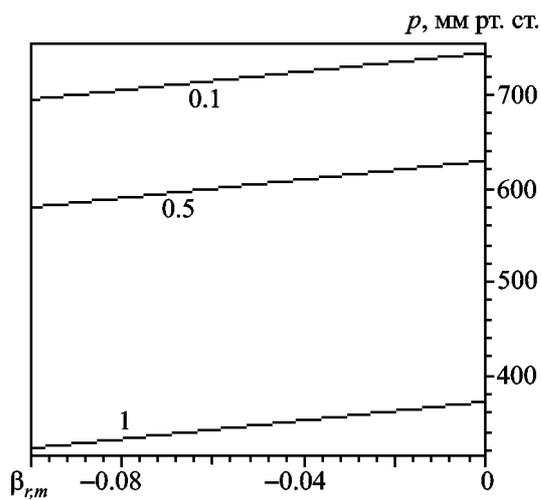


Рис. 9. Зависимости давления на оси вихря от магнитного параметра $\beta_{r,m}$ при различных значениях \bar{M}_φ (указаны у кривых)

($\beta_{r,m} > 0$) может не только замедлить, но и вообще не допустить развитие вращательной неустойчивости. При удалении от заряда магнитный параметр из отрицательного становится положительным, однако значительно уменьшается по модулю [1]. Поэтому на достаточном удалении от облака раскручивание вихря происходит в основном только под действием центробежной силы.

На рис. 10 представлена зависимость высоты подъема водяного столба в центре вихря при различных скоростях вращения. При вращательном числе Маха равном единице и $\beta_{r,m} = 0.1$ вода может подняться на высоту до 6 м. Подобные явления нередко отмечались в наблюдениях [5].

Центробежная сила с увеличением вращательного числа Маха существенно уменьшает давление в ядре вихря (рис. 11). Например, при $\bar{M}_\varphi = 3$ давление в ядре в 500 раз меньше атмосферного, что практически означает, что в нем присутствует глубокий вакуум. Поэтому смерч не может существовать при вращательных числах Маха больших 2–3.

В условиях, когда радиальная компонента силы Лоренца вызывает разрежение в ядре вихря ($\beta_{r,m} < 0$), ситуация может существен-

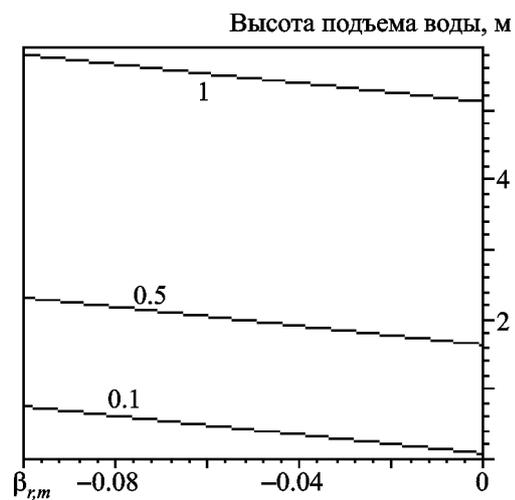


Рис. 10. Зависимости высоты подъема воды в центре вихря от магнитного параметра $\beta_{r,m}$ при различных значениях \bar{M}_φ (указаны у кривых)

но измениться. В ядре, и прежде всего в его центре, при некотором “критическом” значении магнитного параметра может быть создан полный вакуум даже при малых значениях вращательного числа Маха. Зависимость критического значения магнитного параметра от вращательного числа Маха для центра ядра приведена на рис. 12.

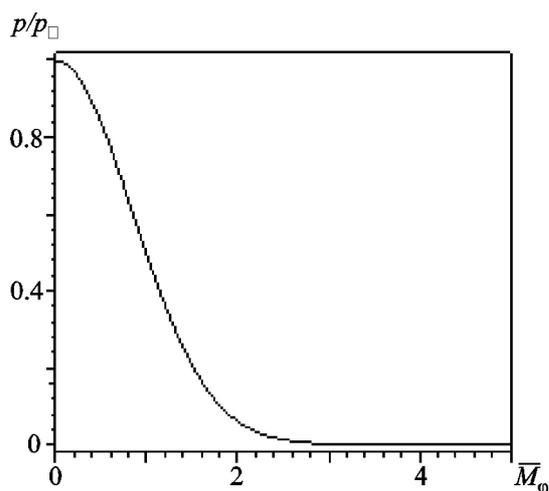


Рис. 11. Зависимость относительного давления в ядре вихря от среднего вращательного числа Маха при $\beta_{r,m} = 0$

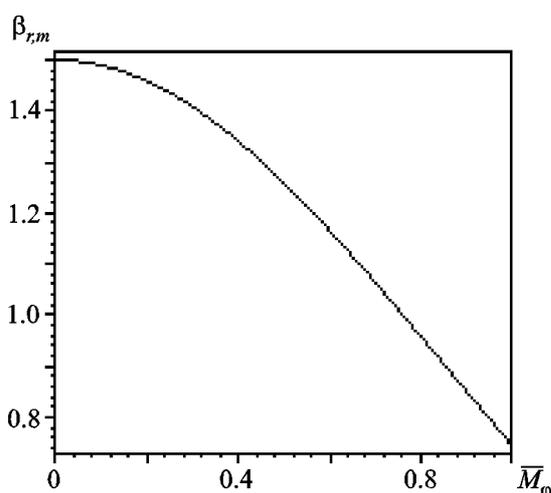


Рис. 12. Зависимость критического значения магнитного параметра $\beta_{r,m}$ от среднего вращательного числа Маха

Для малых скоростей вращения критическое значение $\beta_{r,m}$ порядка единицы, что при нормальном давлении соответствует радиальной силе примерно в 10^6 дин/см³. Такая сила возможна лишь под облаком, которое буквально ползет по земле. Подобный случай описан в [5], причем отмечается, что движение облака сопровождалось значительными разрушениями. В условиях сильного разрежения плазменно-геомагнитная сила способна инициировать интенсивное вращение облачной среды, из которой затем и рождается смерч. Именно такая картина наблюдается в начальной стадии образования смерча [3-5].

Рис.13 иллюстрирует влияние нагрева плазмы вихря на ее плотность при одновременном действии центробежной силы и радиального магнитного давления. Повышение температуры внутри вихря всегда приводит к выдавливанию плазмы из ядра на периферию и уменьшению плотности. Многочисленные наблюдения [3-5] не отмечают заметного увеличения температуры в смерчах. Как видно из рисунка, возможное изменение температуры даже на 10° уменьшает относительную плотность на величину всего на 2 %.

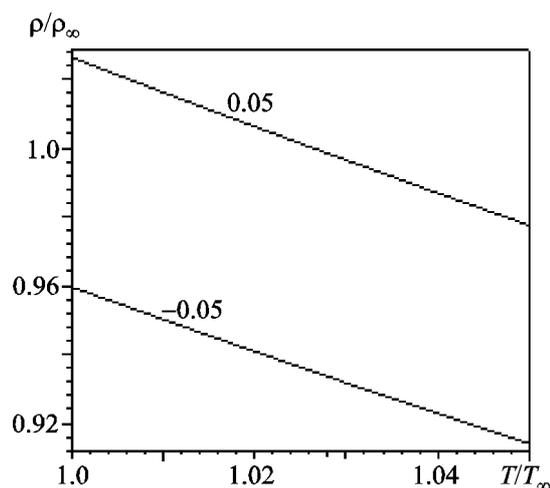


Рис. 13. Зависимости относительной плотности на оси вихря от отношения температур при различных значениях магнитного параметра $\beta_{r,m}$ (указаны у кривых), $\bar{M}_\phi = 0.1$

Это указывает на то, что гидродинамический и омический нагрев среды вихря не является определяющим фактором в процессе его образования.

6. Поле скоростей. Граница ядра

Одним из важных элементов описания движения среды в вихре является нахождение неизвестной границы ядра R_T . Она разделяет вихрь на вращающуюся и невращающуюся части и должна определяться в рамках единой задачи о движении среды в ядре и стенке. В ядре вращения нет, и здесь движение характеризуется только радиальной и вертикальной компонентами. Вне ядра движение более сложное, здесь существует еще и вращение. В упрощенной постановке (радиальная и осевая компоненты силы Лоренца малы) задача определения поля скоростей может быть сформулирована следующим образом.

Для радиального и осевого движения в области ядра и вне его ($0 \leq r < \infty$, $0 < z < h$):

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho V_r) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho V_z) = 0, \quad (6.1)$$

$$V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} = \frac{F_z}{\rho} + \tilde{v} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial V_z}{\partial r} \right),$$

$$\text{где } \frac{F_z}{\rho} \equiv -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g = \begin{cases} \int_1^{\infty} \frac{dt}{t} \frac{\partial V_\phi^2}{\partial z}; & 0 \leq r \leq R_T; \\ \int_{r/R_T}^{\infty} \frac{dt}{t} \frac{\partial V_\phi^2}{\partial z}; & R_T \leq r < \infty. \end{cases} \quad (6.2)$$

На оси вихря ($r=0$): $V_r=0$, $V_z < M$. Вдали от вихря ($r \rightarrow \infty$): $V_r, V_z \rightarrow 0$.

Для скорости вращения вне ядра ($R_T \leq r < \infty$, $0 < z < h$):

$$\frac{V_r}{r} \frac{\partial (r V_\phi)}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_\phi}{\partial z} = \frac{F_\phi}{\rho} + \tilde{v} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (r V_\phi)}{\partial r} \right),$$

$$\frac{F_\phi}{\rho} = -\frac{j_r \mathcal{B}_1}{c \rho_\infty \left[\exp \left\{ -\gamma \int_r^\infty \frac{M_\phi^2(t, z)}{t} dt \right\} \right]}, \quad (6.3)$$

$$\mathcal{B}_1 = \begin{cases} B_0 - \frac{4\pi}{c} \int_r^\infty |\rho_d| V_\phi dr, & R_T \leq r \leq R_E; \\ 0, & R_E \leq r < \infty. \end{cases}$$

Скорость вращения должна удовлетворять следующим условиям:

$$B_0 = \frac{4\pi}{c} \int_{R_T}^\infty |\rho_d| V_\phi dr, \quad V_\phi \rightarrow 0 \text{ при } r \rightarrow \infty. \quad (6.4)$$

Эффективный коэффициент кинематической вязкости имеет вид:

$$\tilde{v} = v_T \exp \left\{ \gamma \int_r^\infty \frac{M_\phi^2(t, z)}{t} dt \right\}. \quad (6.5)$$

Для образования стационарной капельной стенки радиальная скорость внутри ядра должна быть положительной, а вне его – отрицательной. Радиус ядра R_T определяется условием:

$$V_r = 0 \text{ при } r = R_T \neq 0. \quad (6.6)$$

На поверхности земли ($z=0$) для скоростей должны выполняться условия прилипания ($V_r, V_z, V_\phi = 0$). Однако приведенные уравнения справедливы при условии $\partial/\partial r \gg \partial/\partial z$ и не применимы непосредственно у поверхности земли, где, наоборот, $\partial/\partial z \gg \partial/\partial r$. Поэтому решения этих уравнений должны сопрягаться с решением для приземного пограничного слоя.

Из (6.1) – (6.6) видно, что даже при сделанных упрощающих предположениях задача описания гидродинамических полей вихря по-прежнему остается очень сложной. В связи с этим рассмотрим частный случай, когда:

а) движение дозвуковое ($\gamma M_\phi^2 \ll 1$), плотность среды и коэффициент кинематической вязкости при этом можно считать не зависящими от скорости вращения;

б) капельная стенка тонкая, что соответствует малодисперсному распределению капель по размерам, и можно считать, что вращающая сила скачком изменяется на границе ядра от нуля до своего максимального значения $F_{\phi,0}$; интегральное условие в (6.4) для скорости вращения становится начальным условием на границе ядра,

$$V_\phi = \bar{V}_\phi, \quad \bar{V}_\phi \equiv cB_0/4\pi|\bar{\rho}_d\delta| \quad \text{при} \quad r = R_T; \quad (6.7)$$

в) плотность радиального тока проводимости линейно зависит от высоты,

$$j_r = \begin{cases} -I \frac{r}{R_T} \left(\frac{R_E}{R_T} - \frac{r}{R_T} \right) \frac{(z+z_0)}{h}, & 0 \leq r \leq R_E; \\ 0, & r > R_E. \end{cases} \quad (6.8)$$

Зависимости плотности радиального тока, определяющего вращающую силу, от координат r и z находятся численно в рамках электрической задачи ([1], рис. 22) с использованием рис. 14. Анализ показывает, что они близки к квадратичным как по r , так и по z . Зависимость (6.8) (рис. 14, пунктир) хотя и не точно, но тем не менее соответствует характеру неоднородности радиального тока (монотонному увеличению с высотой). Величина I имеет размерность плотности тока и может быть определена по заданному распределению j_r . Эффективная глубина z_0 введена для учета конечности тока на поверхности земли.

В этих предположениях задача (6.1) – (6.6) допускает следующее решение.

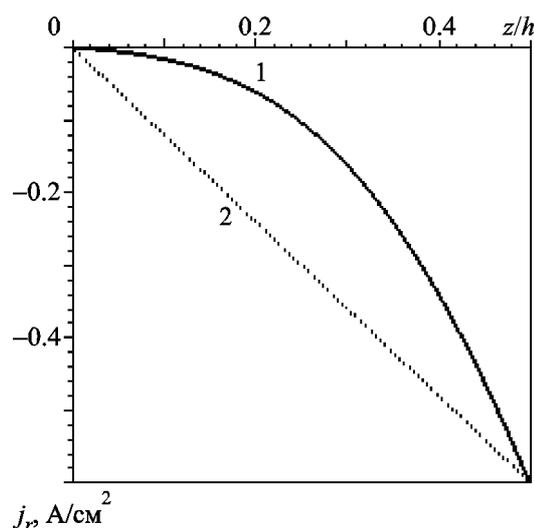


Рис. 14. Распределение радиального тока по высоте вихря при $Q = -63.19$ Кл, $h/a = 0.5$, $r/a = 0.009$: кривая 1 - расчет, кривая 2 - линейная модель

В области ядра ($0 \leq r \leq R_T$):

$$V_{r,k} = \frac{2v}{r} \phi(\eta), \quad V_{z,k} = -\bar{V}_{\phi,0} \frac{z}{h} \phi'(\eta), \quad (6.9)$$

$$\bar{V}_{\phi,0} = \frac{cB_0}{4\pi|\bar{\rho}_d\delta|_0},$$

$$\eta = \frac{\bar{V}_{\phi,0}}{4vh} J(1)r^2, \quad J(1) = \left[\int_1^\infty \frac{dt}{t^2} \Phi^2(t) \right]^{1/2}.$$

Здесь $\bar{V}_{\phi,0}$ и $(\rho_d\delta)_0$ скорость вращения и поверхностная плотность капельного заряда материнского вихря, функция Φ под интегралом описывает радиальное распределение скорости вращения в стенке (см. ниже). Функция ϕ является решением следующей одномерной краевой задачи:

$$(\eta\phi'')' - \phi\phi'' + \phi'^2 - 1 = 0, \quad (6.10)$$

$$\phi(0) = 0, \quad \phi'(0) < M, \quad \phi(\eta_T) = 0.$$

Последнее краевое условие в (6.10) получено из (6.6), η_T – значение переменной η , при котором функция ϕ обращается в нуль. Радиус ядра определяется по значению η_T формулой

$$R_T = (4\nu h \eta_T / \bar{V}_{\phi,0} J(1))^{1/2} \sim \bar{V}_{\phi}^{-1/2}. \quad (6.11)$$

Видно, что чем быстрее вращается вихрь, тем тоньше его воронка. На первый взгляд эта зависимость представляется необычной. Она есть следствие равенства вертикальных сил, действующих на границе ядра. Согласно (6.2) подъемная сила увеличивается со скоростью вращения. В условиях стационарного течения “градиентная” сила вязкости компенсирует это увеличение уменьшением радиуса ядра. Равенство этих сил при связи (6.9) вертикальной скорости со скоростью вращения и приводит к зависимости (6.11). Величина η_T отражает роль инерционных слагаемых во втором уравнении (6.1).

Вне ядра ($R_T \leq r < \infty$):

$$V_r = V_{r,0} \zeta^{-1/2} G(\zeta), \quad V_z = -V_{z,0} \frac{z}{h} G'(\zeta), \quad (6.12)$$

$$V_\phi = \bar{V}_{\phi,0} \zeta^{-1/2} \Phi(\zeta) \frac{z}{h},$$

$$V_{r,0} = \frac{2\nu}{R_T}, \quad V_{z,0} = \frac{4\nu h}{R_T^2}, \quad \zeta = \frac{r^2}{R_T^2},$$

где R_T определен формулой (6.11). Здесь введена уже другая переменная ζ , т. к. во внешней области расстояние удобнее измерять в радиусах ядра. Функции $G(\zeta)$ и $\Phi(\zeta)$ удовлетворяют при этом следующим уравнениям:

$$(\zeta G'')' - G G'' + G'^2 - P(J^2(\zeta)/J^2(1)) = 0, \quad (6.13)$$

$$\zeta \Phi'' - G \Phi' + G' \Phi + W \zeta H \left(\frac{R_E}{R_T} - \zeta^{1/2} \right) = 0,$$

где $P \equiv \eta_T^2$, $W \equiv -\frac{IB_0 h}{c} \frac{\eta_T}{\rho_\infty V_{\phi,0}^2}$, $H(x)$ – функция Хевисайда, $J(\zeta) \equiv \left[\int_{\zeta^{1/2}}^{\infty} \Phi^2(t) t^{-2} dt \right]^{1/2}$.

Согласно (6.7) и второму условию (6.4) функция Φ должна удовлетворять краевым условиям:

$$\Phi(1) = 1, \quad \Phi(\infty) = 0.$$

Функция G является продолжением функции ϕ во внешнюю область и связана с ней на границе ядра условиями непрерывности скоростей и вязких напряжений P_{rr} , $P_{r\phi}$, P_{rz} :

$$G(1) = 0, \quad G'(1) = -L^2, \\ G''(1) = \eta_T^2 \phi''(\eta_T), \quad L^2 \equiv \eta_T |\phi'(\eta_T)|.$$

Кроме того, $G'(\infty) = 0$.

Решения (6.9) и (6.12) зависят от коэффициента турбулентной кинематической вязкости ν , значение которого определяется степенью развитости турбулентности атмосферы под грозовым облаком. В атмосфере этот коэффициент может на четыре – пять, а иногда и на шесть порядков превышать значение соответствующего молекулярного коэффициента [7, 11].

Система (6.13) зависит от параметра W . Для значений $V_{\phi,0} = 150$ м/с, $h = 500$ м, $IB_0/c = 10^{-5}$ Н/м³, $\rho_\infty = 1.29$ кг/м³, $\eta_T \sim 6$ получим $W \approx 10^{-6}$. Малое значение параметра W указывает на то, что в стенке дополнительного увеличения скорости вращения практически не происходит. Поэтому последнее слагаемое во втором уравнении (6.13) можно опустить. Задача определения радиальной структуры вихревого движения становится при этом универсальной, т. к. в ней нет зависимости от скорости вращения, параметров облака и атмосферы. Здесь следует заметить, что закон изменения радиального тока с высотой при этом оказывается несущественным и предположение о его линейности (6.8) является излишним. Однако такая оценка параметра W справед-

лива лишь вдали от облака. Вблизи заряда значение этого параметра может многократно возрасти, и последнее слагаемое во втором уравнении (6.13) необходимо будет учитывать.

7. Стенка, каскад, периферия

Полученная система обыкновенных уравнений интегро-дифференциальная, поэтому решение ее будем строить методом итераций, определив его так, чтобы интегральные слагаемые на каждом шаге были уже заданы. Уравнение (6.10) зависит от распределения скорости вращения в стенке лишь неявно (через переменную η), поэтому рассмотрение этого процесса проведем далее только на системе (6.13). Уравнения для итераций имеют вид:

$$\begin{aligned} \zeta \Phi_n'' - G_n \Phi_n' + G_n' \Phi_n &= 0, \quad n = 1, 2, \dots, \\ (\zeta G_n'')' - G_n G_n'' + G_n'^2 - P \left(\frac{J_{n-1}^2(\zeta)}{J_{n-1}^2(1)} \right) &= 0, \\ G_n(1) = 0, \quad G_n'(1) = -L^2, \quad G_n'(\infty) = 0, \\ G_n''(1) = \eta_T^2 \Phi_n''(\eta_T), \quad \Phi_n(1) = 1, \quad \Phi_n(\infty) = 0. \end{aligned} \tag{7.1}$$

Нулевую итерацию определим как решение задачи о поведении поля скоростей вблизи границы ядра. При этом из (7.1) получим:

$$G_0 = 0, \quad G_0' = -L^2, \quad \Phi_0'' + L^2 \Phi_0 = 0, \quad \Phi_0(1) = 1.$$

Откуда

$$\Phi_0(\zeta) = \exp[-L(\zeta - 1)].$$

При этом

$$\begin{aligned} J^2(\zeta) &= \int_{\zeta^{1/2}}^{\infty} \frac{\Phi_0^2(t)}{t^2} dt = \frac{1}{2L} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} k \times \\ &\times \int_{2L(\zeta^{1/2}-1)}^{\infty} \left(\frac{x}{2L} \right)^{k-1} \exp(-x) dx, \quad \frac{\zeta-1}{2L} < 1. \end{aligned}$$

Ограничившись в этой сумме первым слагаемым, для определения первой итерации получаем следующую задачу:

$$\begin{aligned} (\zeta G_1'')' + G_1 G_1'' - G_1'^2 + P \exp[-2L(\zeta^{1/2} - 1)] &= 0, \\ \zeta \Phi_1'' + G_1 \Phi_1' - G_1' \Phi_1 &= 0, \\ G_1(1) = 0, \quad G_1'(1) = -L^2, \quad G_1'(\infty) = 0, \\ G_1''(1) = \eta_T^2 \Phi_1''(\eta_T), \quad \Phi_1(1) = 1, \quad \Phi_1(\infty) = 0. \end{aligned}$$

Эта и последующая для второй итерации системы интегрировались численно вместе с уравнением (6.10). На рис. 15 представлены три итерации (нулевая, первая и вторая) для функции Φ . С ростом номера итерации различие между ними уменьшается, что говорит о сходимости процесса. На этом основании процесс ограничивался нахождением лишь второй итерации. На рис. 16 представлены графики нормированных на свои характерные значения радиальной (кривая 1) и осевой (кривая 2) скоростей в ядре. Видно, что радиальная скорость внутри ядра положительна, т. е. направлена от оси. Вблизи оси ($\eta \approx 1.2$)

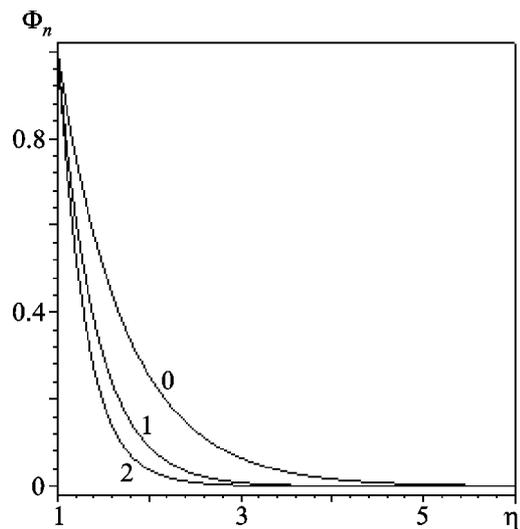


Рис. 15. Итерации нормированной скорости вращения. Номера итераций указаны у кривых

она имеет максимум. В точке $\eta_T = 5.95$ она обращается в нуль, как и положено на границе ядра. Осевая скорость в ядре изменяет знак при $\eta \approx 2.2$. Вблизи оси воздух опускается вниз, вблизи стенки поднимается вверх. На рис. 17 представлены радиальные распределения нормированных скоростей вне ядра.



Рис. 16. Нормированные скорости движения в ядре: кривая 1 – радиальная, кривая 2 – осевая

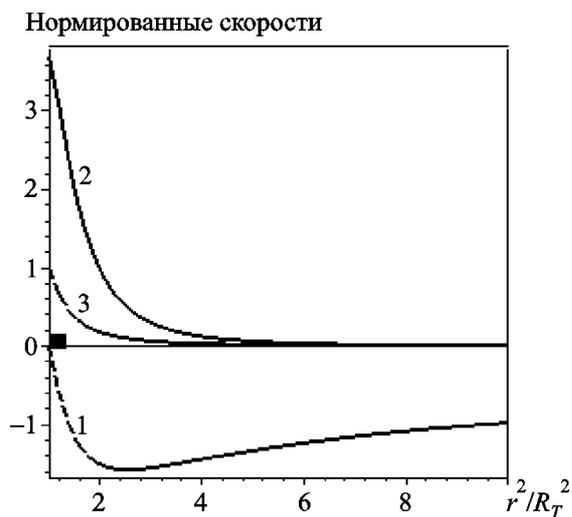


Рис. 17. Нормированные скорости движения в стенке вихря: кривая 1 – радиальная, кривая 2 – осевая, кривая 3 – вращательная

Радиальная скорость (рис. 17, кривая 1) отрицательна, т. е. воздух с периферии подсасывается к центру вихря. Согласно (6.9) и (6.12) она не зависит от z , т. е. подсос воздуха происходит равномерно по всей высоте вихря. Это означает, что внутренняя граница стенки капельного соленоида (рис. 17, черный квадрат) представляет собой прямой круговой цилиндр. Форма ее внешней границы определяется дисперсией капель по размерам. При однородном распределении капель по высоте капельная стенка, являющаяся отражателем света и радиоволн, будет видна в виде прямого цилиндра, окружающего ядро. Скорость радиального движения на расстоянии $0.4R_T$ от стенки ядра достигает своего экстремального значения, а с увеличением расстояния стремится к нулю по закону $\propto 1/r$. Скорость осевого движения (рис. 17, кривая 2) и скорость вращения (рис. 17, кривая 3) положительны, что соответствует циклоническому спиральному движению воздуха вверх. Оно ускоряется с высотой (см. (6.9), (6.12)), и, как видно из рис. 17, существует лишь в небольшой ($0.5R_T$) внешней окрестности границы ядра. Эту область естественно назвать спиральной стенкой. Она состоит из смеси воздуха с заряженными каплями и пылевыми частицами, поднятыми ветром с земли. Относительный шаг спирали (высота подъема за один оборот, отнесенная к радиусу ядра), с учетом (6.11), (6.12), равен

$$\lambda_s/R_T = 2\pi V_z(z, R_T)/V_\phi(z, R_T) = 2\pi J(1)|\phi'(\eta_T)|$$

и является универсальной величиной. Для нашего решения $|\phi'(\eta_T)| \approx 0.57$ и

$$\lambda_s/R_T \approx 1.86.$$

В области $(0.5 \div 1)R_T$ вне ядра воздух, проходящий с периферии, поднимается вверх практически без вращения. Здесь воздушный поток способен создавать вокруг вихря вертикальные пылевые столбы, поднимать в воздух листья, капли и мелкие предметы. Подобные явления носят названия каскадов и,

согласно наблюдениям [5], сопровождают каждый смерч. Над водными поверхностями смерчи образуют каскады из воды. Эту внешнюю окрестность стенки вихря естественно назвать областью каскада. Вне ее ($r > 2.4R_T$) вертикального движения воздуха и вращения уже нет. Это периферия вихря. Здесь существует только медленный радиальный приток воздуха к вихрю.

Проведем теперь оценку радиуса ядра и характерных скоростей, используя (6.11), (6.12) и полученное решение. Для коэффициента кинематической вязкости $\nu = 10 \text{ м}^2/\text{с}$ при высоте заряда 500 м, $J(1) \approx 0.52$, $\eta_T \approx 5.95$ получим:

$$R_T \approx 480 \cdot V_{\phi,0}^{-1/2}, \quad V_{z,0}/V_{\phi,0} \approx 0.284,$$

$$V_{r,0}/V_{z,0} = R_T/2h.$$

При скорости вращения $V_{\phi,0} = 150 \text{ м/с}$

$$R_T \approx 39.2 \text{ м}, \quad V_{z,0} \approx 43 \text{ м/с}, \quad V_{r,0} \approx 1.7 \text{ м/с}.$$

Полученное решение показывает, что толщина спирально вращающейся воронки много меньше ее высоты, поэтому использованное приближение пограничного слоя является справедливым.

Линейная зависимость скорости вращения предполагает, что поверхностная плотность капельного заряда $\bar{\rho}_d \delta$, согласно (6.7), обратно пропорциональна координате z :

$$\bar{\rho}_d \delta = (\bar{\rho}_d \delta)_0 \frac{h}{z}, \quad z \neq 0. \quad (7.2)$$

Такая зависимость не противоречит закону сохранения капельного заряда

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho_d r V_r) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho_d V_z) = 0.$$

Действительно, интегрирование этого уравнения по радиусу от границы ядра до бесконечности дает: $2R_T(\bar{\rho}_d \delta) \bar{V}_z = C_1$, где \bar{V}_z – средняя по сечению стенки вихря осевая скорость, зависящая от z линейно (см. (6.12)). При постоянном радиусе ядра поверхностная плотность капельного заряда должна увеличиваться с уменьшением высоты по закону (7.2).

Характер этой зависимости может быть объяснен взаимодействием ветра, создаваемого вихрем, с поверхностью земли. Макроскопические пылинки или капли, захватываемые сходящимся радиальным потоком с периферии вихря, попадают в плазменный столб, где перезаряжаются отрицательно. Они концентрируются вблизи стенки ядра, создавая дополнительный заряд, уменьшающийся с высотой. При этом должно происходить увеличение толщины стенки капельного солениода, поскольку распределение пыли и капель по размерам в приземном слое, скорее всего, характеризуется большой дисперсией. Таким образом, стенка вихря над поверхностью земли должна состоять не только из слабоионизованной плазмы, но и из заряженных капель и пылинок. Аналогичная картина должна наблюдаться и в вихрях над водной поверхностью, только роль пылинок здесь должны играть капли.

Отметим также, что из (7.2) следует, что конвективный ток не зависит от высоты, т. е. $\partial j_\phi / \partial z = 0$. Ранее ([1], формула (5.5)) при нахождении магнитных полей это условие вводилось в качестве предположения.

В формировании каскада может принимать участие не только сам вихрь, но и электрическое поле вне границ разряда. Здесь электрическое поле меньше порогового, тем не менее велико, порядка нескольких киловольт на сантиметр. Оно само способно поднять с поверхности земли заряженные капли и пыль и создать невращающийся каскад. При этом радиус a_d и высота z подъема капли могут быть оценены по следующей формуле [8]:

$$\frac{4\pi}{3} \tilde{a}_d^2 \rho_w g = \chi E_z(z),$$

где ρ_w – плотность воды, $\chi = 0.3$ В. Например, электрическое поле напряженностью $E_z = 3$ кВ/см способно поднять капли радиусом $\tilde{a}_d \approx 10^{-3}$ см. Такой каскад должен иметь вид диффузного облака, в котором более крупные капли расположены выше, чем мелкие. Это связано с тем, что более мелкие капли быстрее ускоряются полем, а значит, и останавливаются силой лобового сопротивления ближе к поверхности земли. Наличие каскадов у смерчей служит важным доказательством их электромагнитной природы. Это особенно заметно на примере водяных смерчей, у которых воронка не достает воды, а каскад существует [12].

Выводы

В формулировке задачи о движении плазменно-капельной среды в вихре основным является выражение для вращающей силы. Она имеет электродинамическую природу, ей нет аналога в гидродинамике обычной непроводящей среды. Эта сила пропорциональна радиальному току в плазме, вертикальной компоненте геомагнитного поля и является возрастающей функцией скорости вращения. Под ее действием слабое начальное вращение способно неоднократно ускоряться. Однако при этом начинает происходить усиление вертикального магнитного поля, индуцированного вращающимися заряженными каплями, играющими роль капельного соленоида. При некоторой скорости вращения и определенных знаке и величине заряда капель магнитное поле этого соленоида уничтожает вращающую силу в центре вихря. Здесь возникает ядро, которое характеризуется отсутствием в нем вращения и пониженным давлением. Плотность капельного заряда, необходимая для создания ядра, вполне достижима в сильных облачных неоднородностях. Границей ядра служит стенка из капель, остановленных воздушным центробежным потоком, созданным в атмосфере вращающимся вихрем.

Согласно описанному механизму возникновения и существование смерча определяется следующими факторами.

1. Периферийный облачный заряд – сильный ($\rho_{d,0} \sim 10^{-3} \div 10^{-2}$ Кл/м³), относительно низко расположенный ($h/a < 0.72$) и мелкокапельный ($\bar{a} \sim 0.5$ мкм). Вихрь под отрицательным зарядом имеет циклоническое направление вращения.

2. Атмосфера под зарядом – достаточно сухая ($w < 0.05$), и вертикальная компонента геомагнитного поля B_0 отлична от нуля.

3. Источником энергии вихря является аномально сильный облачный заряд. Электрическая энергия заряда радиусом 1 км и толщиной 10 м порядка $10^{12} \div 10^{14}$ МДж, мощность, развиваемая им в течении получаса, – $W \sim 5 \cdot 10^8 \div 10^{10}$ МВт.

4. Среда приводится во вращение плазменно-геомагнитной силой $F_{\phi,0} = -j_r B_0 / c$, увеличенной радиальной компонентой силы Лоренца и центробежной силой.

5. Стационарный режим вращения вихря характеризуется образованием в нем капельного соленоида из вращающихся заряженных капель. Магнитное поле соленоида уничтожает в центре вихря геомагнитное поле и вращающую силу, приводя к образованию невращающегося разреженного ядра.

6. Положение границы ядра характеризуется нулевым значением радиальной скорости движения среды. Радиус ядра уменьшается с увеличением скорости вращения $R_T \sim \bar{V}_\phi^{-1/2}$, толщина капельной стенки определяется распределением капель по размерам.

7. Капли рассеивают свет и радиоволны, определяя видимый образ вихря. При малодисперсном распределении капель вихрь представляется в виде тонкого кругового цилиндра. В противном случае – в виде широкого кругового конуса.

8. Кроме вертикальных смерчей, возможны и межоблачные, в том числе горизонтальные вихри с аналогичными свойствами.

9. Смерч характеризуется сильными, слабоубывающими с расстоянием электрическим и магнитным полями. Плазма разряда, образу-

ючого смерч, способна отражать радиоволны сантиметрового и миллиметрового диапазонов. Эти обстоятельства могут быть использованы для диагностики смерчей.

3. Проведенный анализ и корреляция полученных результатов с наблюдательными данными позволяют трактовать смерч как атмосферно-облачный газовый разряд.

Литература

1. Боев А. Г. Электромагнитная теория смерча. I. Электродинамика вихря // Радиофизика и радиоастрономия. – 2009. – Т.14, №2. – С. 121-149.
2. Лойцянский Л. Г. Ламинарный пограничный слой. – М.: Физматгиз, 1962. – 480 с.
3. Колобков Н. В. Грозы и шквалы. – М.-Л.: ГИТТЛ, 1951. – 356 с.
4. Сноу Д. Т. Торнадо // В мире науки. – 1984. – №6. – С. 44-54.
5. Наливкин Д. В. Смерчи. – М.: Наука, 1984. – 112 с.
6. Справочник по геофизике. – М.: Наука, 1965. – 572 с.
7. Облака и облачная атмосфера. Справочник / Под ред. И. П. Мазина и А. Х. Хргиана. – Л.: Гидрометеиздат, 1989. – 648 с.
8. Френкель Я. И. Теория явлений атмосферного электричества. – Л.-М.: ГИТТЛ, 1949. – 156 с.
9. Имянитов И. М., Чубарова Е. В., Шварц Я. М. Электричество облаков. – Л.: Гидрометеиздат, 1971. – 92 с.
10. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. – М.: ГИТТЛ, 1953. – 788 с.
11. Матвеев Л. Т. Курс общей метеорологии. – Л.: Гидрометеиздат, 1976. – 640 с.
12. Наливкин Д. В. Ураганы, бури, смерчи. – Л.: Наука, Ленинградское отделение, 1969. – 488 с.

Електромагнітна теорія смерчу. II. Гідродинаміка вихору

А. Г. Боев

Стаття є другою частиною роботи, присвяченої електродинамічній теорії смерчу. Сформульовано та досліджено гідродинамічну задачу про рух плазмово-крапельного середовища, що утворює смерч. Отримано вираз для обертальної сили. Вона є пропорційною вертикальній компоненті геомагнітного поля та радіальному струмові у плазмі і підсилена радіальною компонентою сили Лоренца та відцентровою силою. Виконано розрахунок поля швидкостей, густини та тиску дозвукового вихору. Отримана картина руху кількісно та якісно відповідає результатам спостережень.

The Electromagnetic Theory of Tornado. II. Hydrodynamics of a Whirlwind

A. G. Boev

This paper is the second part of the work devoted to the electromagnetic theory of a tornado. The hydrodynamic problem on the movement of a whirlwind-forming plasma-drop environment is formulated and investigated. The expression for the rotating force is obtained. The force is proportional to the vertical component of a geomagnetic field and to the radial current in plasma. It is increased by the Lorentz force radial component and centrifugal force. The field of speeds, density and pressure of a subsonic whirlwind is calculated. The picture of movement found corresponds qualitatively and quantitatively to the observational data.