

## Аппроксимация магнитного тока вдоль узкой щели в волноводе системой двух функций, учитывающих структуру возбуждающего поля

А. А. Ляховский, Л. П. Яцук, С. Л. Бердник, В. А. Катрич,  
А. Ф. Ляховский, М. В. Нестеренко

*Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина,  
пл. Свободы, 4, г. Харьков, 61077, Украина  
E-mail: Andrey.A.Lyakhovsky@univer.kharkov.ua*

*Статья поступила в редакцию 15 декабря 2008 г.*

Изучен вопрос допустимости аппроксимации распределения магнитного тока вдоль узкой щели в волноводе двумя функциями, которые учитывают структуру возбуждающего поля. Рассмотрена продольная щель в полном и частично заполненном диэлектриком прямоугольном волноводе. Показано, что такую аппроксимацию можно использовать для расчета частотных характеристик щели во всем рабочем диапазоне волновода, если на его высокочастотной границе электрическая длина щели не превосходит значения  $2l/\lambda = 2.5$  для полого волновода и  $2l/\lambda = 2$  для частично заполненного волновода при значениях коэффициента замедления в пределах  $1 < \lambda/\lambda_g \leq 1.3$ .

### Введение

Расчет свойств направленности и поляризации многощелевых антенн существенно упрощается, если поле на каждой щели описывается одной функцией. Именно такое представление поля в щели предполагается при расчете амплитудно-фазового распределения в многощелевой системе методом наведенных магнитодвижущих сил (МДС), разработанным в [1]. Если длины щелей соизмеримы с половиной длины волны, в качестве такой функции для узких щелей ( $d/2l < 0.1$ ,  $2l$  – длина щели,  $d$  – ее ширина) во многих работах использовалась полуволна синусоиды. Однако для нерезонансной щели при ее расширении, изменении структуры возбуждающего поля (например, при введении в волновод диэлектрической замедляющей системы) аппроксимации поля в щели одной функцией может оказаться недостаточной. Приходится находить распределение поля в щели методом Галеркина. Его базисом могут служить синусоидальные функции [2], полиномы Чебышева [3], полиномы

Гегенбауэра [4]. Если для каждой щели используется  $Q$  базисных функций, а число щелей  $2N$ , задача (при учете толщины стенки по методике, разработанной в [5]) сводится к системе  $2NQ$  линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). С ростом  $N$  и  $Q$  время, затрачиваемое на решение СЛАУ растет как  $(2NQ)^3$ . В результате заметно усложняется процедура получения элементов матрицы рассеяния щели, расчета диаграммы направленности и поляризационной диаграммы антенны.

Известно, что процесс сходимости решения к точному существенно зависит от того, насколько правильно базисные функции описывают реальную картину поля в щели. Если щель прорезана в бесконечно тонком экране, нормальная к ребру составляющая электрического поля  $\vec{E}$  стремится к бесконечности как  $1/\sqrt{\delta}$ , а тангенциальная – к нулю как  $\sqrt{\delta}$  ( $\delta$  – расстояние до ребра). Базисные функции в виде взвешенных полиномов Чебышева первого и второго рода каждая в отдельности учитывают специфику поведения поля на контуре щели. Но во внутренних точках щелей

с электрической длиной  $0.35 \leq 2l/\lambda \leq 0.65$  [2] ( $\lambda$  – длина волны в свободном пространстве) одна полуволна синусоиды описывает поле правильнее, чем один полином Чебышева. Оказалось, что последних в этом случае надо брать не менее семи.

При увеличении электрической длины щели по отношению к указанной выше нужно увеличивать число базисных функций. В работах [6, 7] сделана попытка ограничиться минимальным их числом – двумя функциями. В [6] выбраны полуволна и волна синусоиды. В [7] – симметричная  $e_s$  и антисимметричная  $e_a$  относительно середины щели тригонометрические функции, учитывающие структуру возбуждающего поля. Функции из [7] получены на основании представления первого приближения асимптотического решения Я. Н. Фельда [1] в виде комбинации симметричной и антисимметричной функций. В [8] приведены примеры, когда указанные функции можно использовать на фиксированной частоте для продольной щели вплоть до значения  $2l/\lambda = 2.75$ , тогда как функции из [6] годятся только до значения  $2l/\lambda = 1.5$ .

Возникает вопрос – правомерна ли такая аппроксимация, когда  $2l/\lambda$  изменяется за счет варьирования длины волны? Сохраняется ли эффективность использования функций  $e_s$  и  $e_a$  при смещении щели от стенки волновода? Имеет ли значение отношение длин волн в волноводе и в свободном пространстве, которое при наличии замедляющей системы может быть как больше, так и меньше единицы? Цель настоящей работы – на основе функций  $e_s$  и  $e_a$  построить математическую модель продольной щели в широкой стенке прямоугольного волновода с продольным диэлектрическим слоем, параллельным его узким стенкам, и провести на основе этой модели численные исследования для ответа на поставленные вопросы в случаях полого и частично заполненного диэлектриком волновода.

### 1. Постановка и решение задачи

Рассмотрим продольную щель в широкой стенке прямоугольного волновода с диэлектрическим слоем, параллельным его узким

стенкам (см. рис. 1);  $\epsilon_j, \mu_j$  – относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости  $j$ -й области шириной  $a_j$ , где  $j=1, 2, 3$ . Свяжем с волноводом систему координат  $(x, y, z)$ , а со щелью – локальную систему координат  $(v, y, u)$  с началом в центре щели. Собственными волнами такого волновода являются  $LE$ -волны, для которых  $E_x = 0$ , и  $LM$ -волны, для которых  $H_x = 0$  [9]. Предполагается, что в одномодовом режиме волновод возбуждается волной основного типа  $LE_{10}$  единичной амплитуды. Требуется найти элементы матрицы рассеяния щели и коэффициент излучения щели по мощности.

Для представления электрического поля в щели  $\vec{e}_{sl}(u)$ , возбуждаемого падающей волной, используем функции  $e_s$  и  $e_a$ :

$$\vec{e}_{sl}(u) = V_s \vec{e}_s(u) + V_a \vec{e}_a(u),$$

где

$$\vec{e}_s(u) = \vec{v}^0 (\cos(ku) \cos(h_{10}l) - \cos(kl) \cos(h_{10}u)),$$

$$\vec{e}_a(u) = \vec{v}^0 (\sin(ku) \sin(h_{10}l) - \sin(kl) \sin(h_{10}u)) -$$

соответственно симметричная и антисимметричная функции, построенные в [7]. Здесь

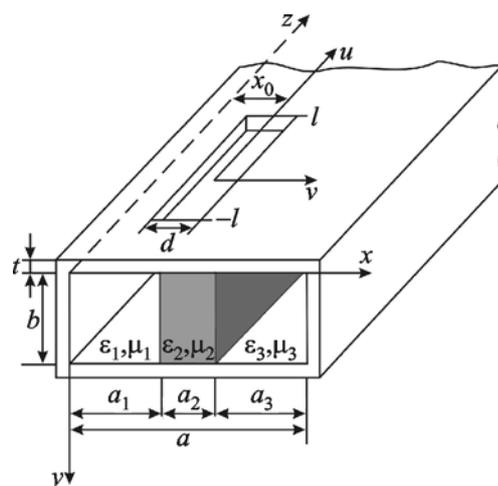


Рис. 1. Геометрия задачи

$k = 2\pi/\lambda$ ;  $h_{10}$  – постоянная распространения волны  $LE_{10}$ ;  $\vec{v}^0$  – орт вдоль координаты  $v$ . Рассматривается узкая щель, поэтому распределение поля поперек щели считается постоянным.

Неизвестные амплитудные коэффициенты  $V_s, V_a$  находим из двух независимых уравнений метода наведенных МДС, полученных из условия непрерывности тангенциальной составляющей магнитного поля на поверхности щели. Специфика поставленной задачи проявляется при определении внутренних собственных проводимостей щели  $Y_s^i, Y_a^i$ , обусловленных симметричной и антисимметричной функциями. Выражения для  $Y_s^i, Y_a^i$  состоят из трех частей:

$$Y_{s,a}^i = Y_{s,aLE}^i + Y_{s,aLM}^i + Y_{s,aP}^i, \quad (1)$$

связанных соответственно с  $LE$ -,  $LM$ -волнами и потенциальными функциями  $\vec{L} = \text{grad } \varphi$  ( $\varphi$  – скалярный потенциал) [10, 11].

Вид каждого слагаемого в (1) зависит от того, над какой из трех областей волновода (см. рис. 1) расположена щель. В рассматриваемом случае в первой и третьей областях  $\epsilon_1 = \epsilon_3 = 1$ , а во второй области  $\epsilon_2 > 1$ . Ограничимся рассмотрением щели, расположенной над первой областью. Слагаемые в правой части равенства (1) имеют вид:

$$Y_{s,aLE}^i = \sum_{n=0}^N \sum_{r=1}^R \frac{1}{N_{LE}} h_{rn}^2 \cos^2(\alpha_{1r} x_0) I_{rns,a},$$

$$Y_{s,aLM}^i = \sum_{n=1}^N \sum_{r=1}^R \frac{1}{N_{LM}} (\omega \epsilon_1)^2 \kappa_n^2 \cos^2(\alpha_{1r} x_0) I_{rns,a},$$

$$Y_{s,aP}^i = -\frac{1}{i \omega \mu_1 b} \sum_{n=0}^N \sum_{r=1}^R \frac{2 - \delta_{0n}}{N_P} l \cos^2(\alpha_{1r} x_0).$$

Здесь  $\alpha_{1r} = \sqrt{k^2 \epsilon_1 \mu_1 - h_{rn}^2 - \kappa_n^2}$ ;  $\kappa_n = n\pi/b$ ;  $N_{LE}, N_{LM}, N_P$  – нормирующие множители для  $LE$ -,  $LM$ -волн [12] и потенциальных функций [11];  $\omega$  – круговая частота;  $\delta_{0n}$  – символ Кронекера;  $h_{rn}$  – продольные волновые числа, которые определяются из дисперсионных урав-

нений для  $LE$ -,  $LM$ -волн [9] и потенциальных функций [11];  $r$  – индекс, который указывает номер корня каждого из дисперсионных уравнений;

$$\begin{aligned} I_{rns} = & 2ih_{rn} \frac{\cos(h_{10}l)}{k^2 - h_{rn}^2} \times \\ & \times \left\{ \left( l + \frac{\sin(2kl)}{2k} \right) \cos(h_{10}l) - \cos(kl) \times \right. \\ & \times \left. \frac{2k \cos(h_{10}l) \sin(kl) - 2h_{10} \cos(kl) \sin(h_{10}l)}{k^2 - h_{10}^2} \right\} - \\ & - 2ih_{rn} \frac{\cos(kl)}{h_{10}^2 - h_{rn}^2} \left\{ \cos(h_{10}l) \times \right. \\ & \times \frac{2k \cos(h_{10}l) \sin(kl) - 2h_{10} \cos(kl) \sin(h_{10}l)}{k^2 - h_{10}^2} - \\ & - \left. \left( l + \frac{\sin(2h_{10}l)}{2h_{10}} \right) \cos(kl) \right\} + 2 \left\{ \frac{\cos(h_{10}l)}{k^2 - h_{rn}^2} e^{-ih_{rn}l} \times \right. \\ & \times (k \sin(kl) - ih_{rn} \cos(kl)) - \frac{\cos(kl)}{h_{10}^2 - h_{rn}^2} e^{-ih_{rn}l} \times \\ & \times (h_{10} \sin(h_{10}l) - ih_{rn} \cos(h_{10}l)) \left. \right\} \left\{ \cos(h_{10}l) \times \right. \\ & \times \frac{2k \cos(h_{rn}l) \sin(kl) - 2h_{rn} \cos(kl) \sin(h_{rn}l)}{k^2 - h_{rn}^2} - \\ & - \cos(kl) \times \\ & \times \left. \frac{2h_{10} \cos(h_{rn}l) \sin(h_{10}l) - 2h_{rn} \cos(h_{10}l) \sin(h_{rn}l)}{h_{10}^2 - h_{rn}^2} \right\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{rna} = & 2ih_{rn} \frac{\sin(h_{10}l)}{k^2 - h_{rn}^2} \left\{ \sin(h_{10}l) \left( l - \frac{\sin(2kl)}{2k} \right) - \right. \\ & - \sin(kl) \times \\ & \times \left. \frac{2h_{10} \cos(h_{10}l) \sin(kl) - 2k \cos(kl) \sin(h_{10}l)}{k^2 - h_{10}^2} \right\} - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -2ih_{rn} \frac{\sin(kl)}{h_{10}^2 - h_{rn}^2} \left\{ \sin(h_{10}l) \times \right. \\
 & \times \frac{2h_{10} \cos(h_{10}l) \sin(kl) - 2k \cos(kl) \sin(h_{10}l)}{k^2 - h_{10}^2} - \\
 & - \sin(kl) \left( l - \frac{\sin(2h_{10}l)}{2h_{10}} \right) \left. \right\} + 2i \left\{ \frac{\sin(kl)}{h_{10}^2 - h_{rn}^2} e^{-ih_{rn}l} \times \right. \\
 & \times (ih_{rn} \sin(h_{10}l) + h_{10} \cos(h_{10}l)) - \frac{\sin(h_{10}l)}{k^2 - h_{rn}^2} e^{-ih_{rn}l} \times \\
 & \times (ih_{rn} \sin(kl) + k \cos(kl)) \left. \right\} \left\{ \sin(h_{10}l) \times \right. \\
 & \times \frac{2h_{rn} \cos(h_{rn}l) \sin(kl) - 2k \cos(kl) \sin(h_{rn}l)}{k^2 - h_{rn}^2} - \\
 & - \sin(kl) \times \\
 & \times \left. \frac{2h_{rn} \cos(h_{rn}l) \sin(h_{10}l) - 2h_{10} \cos(h_{10}l) \sin(h_{rn}l)}{h_{10}^2 - h_{rn}^2} \right\}.
 \end{aligned}$$

Выражения для магнитодвижущих сил  $F_{s,a}^{(\pm)}$ , фигурирующих в правой части уравнений метода наведенных МДС, в общем виде даны в [1]. В рассматриваемом конкретном случае получаем:

$$F_{s,a}^{(\pm)} = \mp ih_{10} \cos(\alpha_1 x_0) f_{s,a}^{(\pm)},$$

где

$$\begin{aligned}
 f_s^{(\pm)} &= \frac{\cos(h_{10}l)}{k^2 - h_{10}^2} \left\{ \mp ih_{10} \cos(kl) (e^{\mp ih_{10}l} - e^{\pm ih_{10}l}) + \right. \\
 & \left. + k \sin(kl) (e^{\mp ih_{10}l} + e^{\pm ih_{10}l}) \right\} - \frac{\cos(kl)}{2} \left\{ l + \frac{\sin(2h_{10}l)}{h_{10}} \right\}, \\
 f_a^{(\pm)} &= \frac{\sin(h_{10}l)}{k^2 - h_{10}^2} \left\{ \mp ih_{10} \sin(kl) (e^{\mp ih_{10}l} + e^{\pm ih_{10}l}) + \right. \\
 & \left. + k \cos(kl) (e^{\pm ih_{10}l} - e^{\mp ih_{10}l}) \right\} - \frac{\sin(kl)}{2} \left\{ l - \frac{\sin(2h_{10}l)}{h_{10}} \right\}.
 \end{aligned}$$

В случае, когда щель возбуждается волной, распространяющейся в сторону  $z > 0$ , выбираем выражение  $F_{s,a}^{(+)}$ , в противном случае ( $z < 0$ ) –  $F_{s,a}^{(-)}$ .

## 2. Пределы применимости функций $e_s$ и $e_a$ для аппроксимации распределения поля в продольной щели

О возможности аппроксимации поля в щели парой функций  $e_s$  и  $e_a$  (назовем ее комплектом  $V_{sa}$ ) будем судить на основании сравнения результатов расчета с использованием комплекта  $V_{sa}$  и синусоидального базиса. Введем понятие “согласованность” двух аппроксимаций, указывающее на то, что обе аппроксимации обеспечивают высокую степень совпадения результатов расчета коэффициента излучения щели по мощности  $|S_{\Sigma}|^2$  в открытое полупространство. На рис. 2 приведены результаты расчета коэффициента излучения узкой щели ( $d = 0.065a$ ) в полном волноводе сечением  $23 \times 10$  мм при фиксированном значении  $\lambda = 30$  мм. Зависимости коэффициента излучения от электрической длины щели  $2l/\lambda$ , рассчитанные с использованием аппрокси-

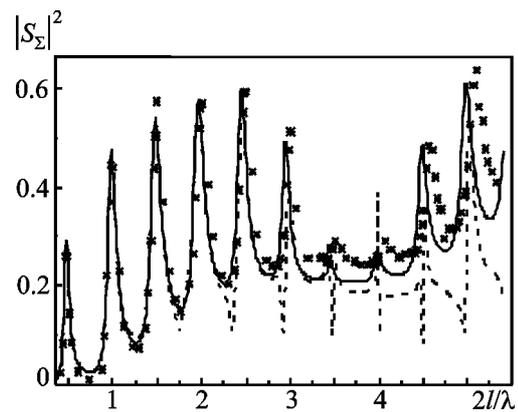


Рис. 2. Зависимость коэффициента излучения по мощности от электрической длины щели при  $x_0 = 0.25a$ ,  $\lambda = 1.304a$

мации поля в щели синусоидальным базисом, на рис. 2 и далее показаны сплошной линией, а комплектом  $V_{sa}$  – штриховой линией. Здесь же крестиками представлены экспериментальные данные. При электрических длинах щели кратных  $\lambda/2$  наблюдаются максимумы излучения вплоть до значения  $2l/\lambda = 3$ . При дальнейшем увеличении электрической длины щели имеется область ( $3.25 \leq 2l/\lambda \leq 4.25$ ) незначительного изменения  $|S_{\Sigma}|^2$ . Такая область наблюдалась и в [13]. Назовем ее “перешейком”. Из рис. 2 видно, что данные расчетов в обоих случаях аппроксимации хорошо соответствуют друг другу и согласуются с результатами эксперимента до значения  $2l/\lambda = 2.75$ . В области “перешейка” согласованность двух аппроксимаций нарушается. Замечено, что “перешеек” появляется и на других частотах, где выполняется такое соотношение между длинами волн в волноводе ( $\lambda_g$ ) и свободном пространстве ( $\lambda$ ):

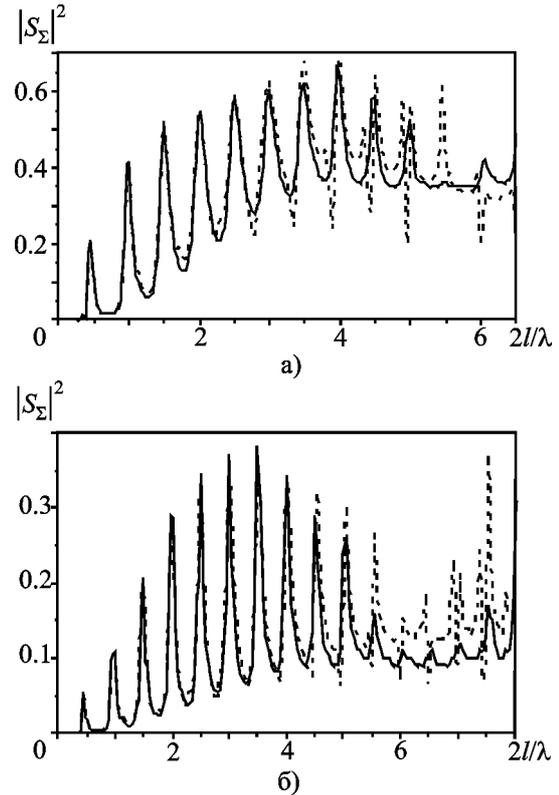
$$m\lambda = (m - 1)\lambda_g, \quad m = 2, 3, 4, 5, 6. \quad (2)$$

На кривой  $|S_{\Sigma}|^2$  оно совпадает с целочисленным значением электрической длины  $2l/\lambda$ , соответствующим первому подавленному максимуму излучения в “перешейке”.

На основании изложенного для ориентировочной оценки пределов применимости аппроксимации комплектом  $V_{sa}$  введем значение электрической длины щели  $(2l/\lambda)_{пр}$ , соответствующее максимуму излучения, которое предшествует появлению “перешейка”. В приведенном примере (рис. 2) – это  $(2l/\lambda)_{пр} = 3$ .

Интересно проследить закономерности появления “перешейка” и, соответственно, пределов применимости комплекта  $V_{sa}$  в полном волноводе и в волноводе частично заполненным диэлектриком.

С ростом частоты длины волн  $\lambda$  и  $\lambda_g$  в полном волноводе сближаются, благодаря чему значение  $m$ , при котором выполняется условие (2), увеличивается. С увеличением  $m$  “перешеек” наблюдается при большем значении электрической длины щели. Эту закономерность наглядно иллюстрирует рис. 3.



**Рис. 3.** Зависимости коэффициента излучения по мощности от электрической длины щели при  $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_3 = 1$ ,  $\lambda = 1.087a$ : а) –  $x_0 = 0.11a$ ; б) –  $x_0 = 0.37a$

При  $\lambda = 1.087a$  условию (2) соответствует  $6\lambda = 5\lambda_g$  и  $(2l/\lambda)_{пр} = 5$ . При  $\lambda = 1.304a$  (см. рис. 2) условию (2) соответствует  $4\lambda = 3\lambda_g$  и  $(2l/\lambda)_{пр} = 3$ . Из зависимостей, представленных на рис. 3 видно, что, если смещение щели от узкой стенки волновода  $x_0 = 0.11a$  (рис. 3, а), удовлетворительная согласованность двух аппроксимаций наблюдается при  $2l/\lambda \leq 3.5$ , а если  $x_0 = 0.37a$  (рис. 3, б), – при  $2l/\lambda \leq 4.5$ . Это указывает на то, что чем ближе к узкой стенке расположена щель, тем при меньших значениях  $2l/\lambda$  выполняется согласованность двух аппроксимаций.

Подчеркнем, что сам “перешеек” наиболее четко наблюдается, когда щель расположена вдали от узкой стенки волновода (отражающей поверхности волн Бриллюэна), и согласованность рассматриваемых аппроксимаций при этом выполняется до значений электрических

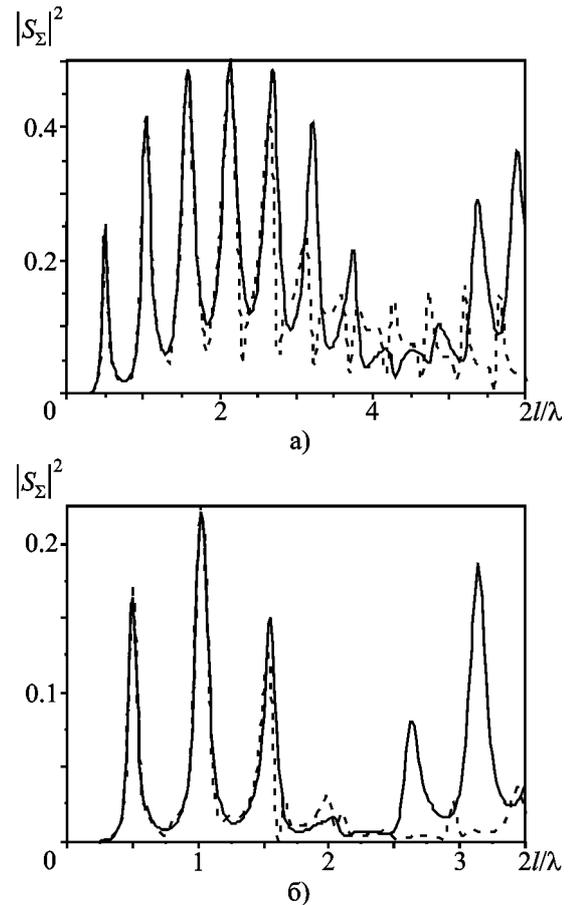
длин щели, близких к  $(2l/\lambda)_{\text{пр}}$ . Наилучшая согласованность двух аппроксимаций наблюдается на тех частотах, где точно выполняется условие (2). Итак, область применимости аппроксимации комплектом  $V_{sa}$  тем больше, чем больше  $m$  в соотношении (2) и чем дальше щель расположена от узкой стенки полого волновода.

Выясним, при каких условиях проявляется согласованность двух аппроксимаций в волноводе с замедляющей структурой в виде симметрично расположенного диэлектрического слоя, параллельного узким стенкам. При этом важно проследить, какое влияние на степень согласованности двух аппроксимаций оказывает коэффициент замедления волны в волноводе  $\lambda/\lambda_g$ . В волноводе с диэлектрическим слоем появляется дополнительная отражающая поверхность для волн Бриллюэна – граница “воздух–диэлектрик”. Поэтому на основе предыдущих исследований можно предположить, что согласованность аппроксимаций в волноводе с диэлектриком, в отличие от случая полого волновода, проявляется лучше не вблизи оси широкой стенки, а при отдалении щели от узкой стенки и от диэлектрического слоя.

Исследование согласованности двух аппроксимаций проводилось на фиксированных длинах волн при толщине диэлектрического слоя  $a_2 = 0.1a$ . Относительная диэлектрическая проницаемость слоя  $\epsilon_2$  выбиралась равной 2, 4, 6, что позволило рассмотреть в диапазоне длин волн  $1.087a \leq \lambda \leq 2.2a$  изменения значений коэффициента замедления волны в пределах  $1.56 \geq \lambda/\lambda_g \geq 0.45$ .

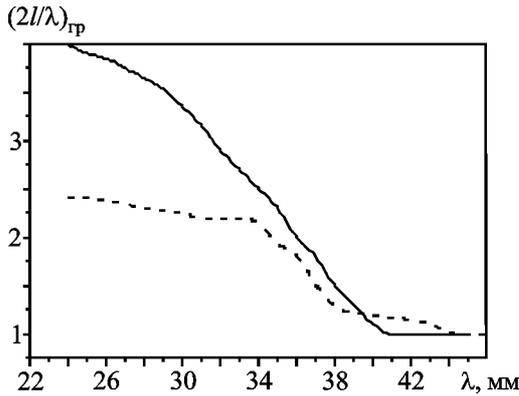
На рис. 4 приведены характерные зависимости коэффициента излучения от  $2l/\lambda$  для коэффициента замедления волны  $\lambda/\lambda_g > 1$ . Видно, что с увеличением диэлектрической проницаемости  $\epsilon_2$  “перешеек” сдвигается в сторону уменьшения электрической длины щели. При  $\lambda/\lambda_g > 1$  его появление можно определить из соотношения  $m\lambda_g = (m-1)\lambda$ . Согласованность двух аппроксимаций на этих рисунках при  $\epsilon_2 = 4$  (рис. 4, а) наблюдается до значения электрической длины щели  $2l/\lambda = 2.1$ , что не превышает  $(2l/\lambda)_{\text{пр}} = 3$ , а при  $\epsilon_2 = 6$  (рис. 4, б) – до значения  $2l/\lambda = 1.4$  меньшего  $(2l/\lambda)_{\text{пр}} = 1.5$ .

На основании проведенных исследований установлено, что для всех рассмотренных



**Рис. 4.** Зависимости коэффициента излучения по мощности от электрической длины щели при  $a_2 = 0.1a$ ,  $x_0 = 0.25a$ ,  $\lambda = 1.391a$ : а) –  $\epsilon_2 = 4$ ,  $\lambda/\lambda_g = 1.12$ ; б) –  $\epsilon_2 = 6$ ,  $\lambda/\lambda_g = 1.34$

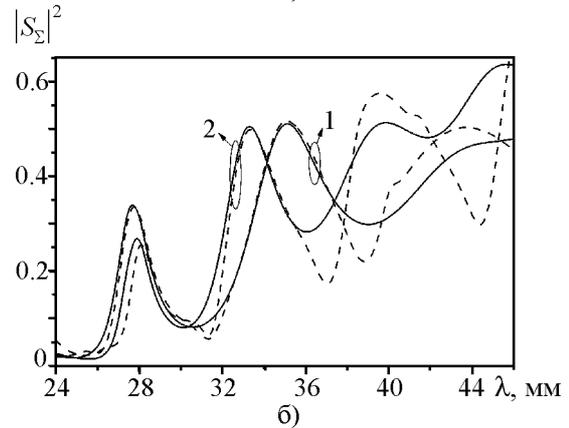
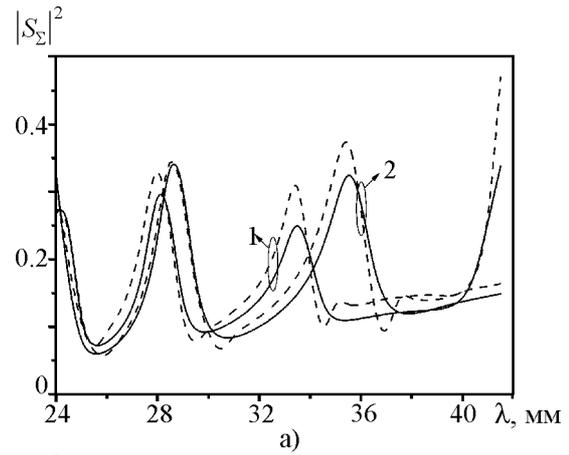
вариантов частичного заполнения волновода в длинноволновой части диапазона согласованность двух аппроксимаций наблюдается при меньших значениях  $2l/\lambda$ , чем в коротковолновой части. Пределы применимости аппроксимации комплектом  $V_{sa}$  можно оценить по зависимостям граничных значений электрической длины щели  $(2l/\lambda)_{\text{пр}}$  от  $\lambda$ , которые представлены на рис. 5. Здесь сплошная линия отображает значения  $(2l/\lambda)_{\text{пр}}$ , при которых еще выполняется согласованность двух аппроксимаций для полого волновода ( $x_0 = 0.37a$ ), штриховая – для частично заполненного волновода ( $a_2/a = 0.1$ ,  $\epsilon_2 = 4$ ,  $x_0 = 0.25a$ ). Из рис. 5 видно, что в высокочастотной части рабочего диапазона согласованность двух аппроксима-



**Рис. 5.** Значения  $(2l/\lambda)_{гр}$  в зависимости от длины волны

ций выполняется при наибольших значениях  $(2l/\lambda)_{гр}$ . В этой части диапазона в частично заполненном волноводе с  $\epsilon_2 > 4$  коэффициент замедления волны  $\lambda/\lambda_g > 1$ . При  $\epsilon_2 = 4$  максимальное значение граничной электрической длины щели не превышает 2.4, а при  $\epsilon_2 = 6$  значение  $(2l/\lambda)_{гр} \leq 1.6$ . В полном волноводе  $(2l/\lambda)_{гр}$  достигает максимального значения, равного 4. Значения  $2l/\lambda$ , при которых допустима аппроксимация комплектом  $V_{sa}$ , должны находиться под кривой  $(2l/\lambda)_{гр}$ .

При фиксированных значениях  $(2l/\lambda)_{гр}$  зависимости, приведенные на рис. 5, позволяют оценить диапазон длин волн, в котором допустима аппроксимация комплектом  $V_{sa}$  при заданной длине щели. Частотные зависимости коэффициента излучения для щелей разной длины в полном и частично заполненном диэлектриком волноводах представлены соответственно на рис. 6, а и рис. 6, б (сплошные кривые – синусоидальный базис, штриховые кривые – комплект  $V_{sa}$ ). Хорошая согласованность обеих аппроксимаций наблюдается в полном волноводе для щели длиной  $2l = 72$  мм вплоть до  $\lambda = 36$  мм, а для щели длиной  $2l = 85$  мм до  $\lambda = 34$  мм. Эти длины волн соответствуют значениям  $(2l/\lambda)_{гр} = 2$  и  $(2l/\lambda)_{гр} = 2.5$  на графике рис. 5. В случае частично заполненного волновода ( $\epsilon_2 = 4$ ) согласованность двух аппроксимаций выполняется при  $(2l/\lambda)_{гр} = 2$  до  $\lambda = 36$  мм ( $2l = 72$  мм), а при  $(2l/\lambda)_{гр} = 1.5$



**Рис. 6.** Зависимость коэффициента излучения по мощности от длины волны для фиксированных длин щели: а) – полный волновод ( $x_0 = 0.37a$ , пара кривых “1” –  $2l = 85$  мм; пара кривых “2” –  $2l = 72$  мм); б) – частично заполненный волновод ( $a_2/a = 0.1$ ,  $\epsilon_2 = 4$ ,  $x_0 = 0.25a$ , пара кривых “1” –  $2l = 57$  мм; пара кривых “2” –  $2l = 72$  мм)

до  $\lambda = 38$  мм ( $2l = 57$  мм). Следует подчеркнуть, что чем короче щель, тем в большей части рабочего диапазона можно использовать аппроксимацию комплектом  $V_{sa}$ .

Из анализа полученных данных следует вывод о том, что комплект  $V_{sa}$  можно использовать для расчета частотных характеристик щели во всем рабочем диапазоне волновода, если на его высокочастотной границе электрическая длина щели не превосходит значения  $2l/\lambda = 2.5$  для полого волновода и  $2l/\lambda = 2$  для частично заполненного волновода с коэффициентом замедления волны  $1 < \lambda/\lambda_g \leq 1.3$ .

## Литература

1. Фельд Я. Н., Бененсон Л. С. Антенно-фидерные устройства. Ч. 2. – М.: Изд-во ВВИА им. Жуковского Н. Е., 1959. – 551 с.
2. Лященко В. А., Булгаков А. А. Распределение поля и энергетические характеристики волноводно-щелевых излучателей: Препр. / АН УССР. Ин-т радиопроизводства и электроники; №50. – Харьков: 1975. – 57 с.
3. Лерер А. М. Учет особенности на ребре при расчете критических частот и полей прямоугольного волновода с Т-выступом // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 1974. – Т. 17, №9. – С. 91-94.
4. Фихманас Р. Ф., Фридберг П. Ш. Использование аналитических свойств преобразования Фурье при численной реализации вариационных принципов // Радиотехника и электроника. – 1978. – Т. 23, №7. – С. 1465-1476.
5. Панченко Б. А. Дифракция электромагнитной волны на плоском экране конечной толщины с регулярно расположенными отверстиями // Радиотехника и электроника. – 1967. – Т.13, №4. – С. 719-722.
6. Фридберг П. Ш. Характеристики рассеяния узкой продольной щели в прямоугольном волноводе // Радиотехника и электроника. – 1977. – Т.22, №6. – С. 1270-1273.
7. Катрич В. А., Нестеренко М. В., Хижняк Н. А. Асимптотическое решение интегрального уравнения для магнитного тока в щелевых излучателях и отверстиях связи // Радиофизика и радиоастрономия. – 2001. – Т.6, №3. – С. 230-240.
8. Катрич В. А., Нестеренко М. В., Яцук Л. П., Бердник С. Л. Метод наведенных магнитодвижущих сил для электрически длинных щелей в стенках волноводов // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 2002. – Т.45, №12. – С. 14-22.
9. Егоров Ю. В. Частично заполненные прямоугольные волноводы. – М.: Сов. радио, 1967. – 216 с.
10. Морс Ф. М., Фешбах Г. Методы теоретической физики. Т. 1. – М.: ИИЛ, 1958. – 930 с.  
Морс Ф. М., Фешбах Г. Методы теоретической физики. Т. 2. – М.: ИИЛ, 1960. – 886 с.
11. Яцук Л. П. Потенциальные функции в задаче возбуждения волновода с трехслойным диэлектриком продольным магнитным током // Радиофизика и электроника. – Харьков: Ин-т радиопроизводства и электроники НАН Украины. – 2001. – №2-3. – С. 212-217.
12. Яцук Л. П. Поперечные щели в прямоугольном волноводе со слоистым диэлектриком // Радиотехника. – Харьков: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. – 1997. – Вып. 104. – С. 3-12.
13. Бердник С. Л., Катрич В. А., Лященко В. А., Полуяненко Н. А. Энергетические характеристики и направленные свойства электрически длинных продольных щелей в прямоугольном волноводе // Радиофизика и электроника. – 2001. – Т. 6, №2-3. – С. 247-251.

## Апроксимація магнітного струму уздовж вузької щілини у хвилеводі системою двох функцій, що враховують структуру збуджуючого поля

**А. А. Ляховський, Л. П. Яцук,  
С. Л. Бердник, В. О. Катрич,  
А. Ф. Ляховський, М. В. Нестеренко**

Вивчено питання припустимості апроксимації розподілу магнітного струму уздовж вузької щілини у хвилеводі двома функціями, що враховують структуру збуджуючого поля. Розглянуто поперечну щілину в порожнистому та частково заповненому діелектриком прямокутному хвилеводі. Показано, що таку апроксимацію можна використовувати для розрахунку частотних характеристик щілини у всьому робочому діапазоні хвилеводу, якщо на його високочастотній границі електрична довжина не перевищує значення  $2l/\lambda = 2.5$  для порожнистого хвилевода і  $2l/\lambda = 2$  для частково заповненого хвилевода зі значеннями коефіцієнта уповільнення в межах  $1 < \lambda/\lambda_g \leq 1.3$ .

## Magnetic Current Approximation along the Waveguide Narrow Slot by the System of Two Functions Accounting for the Excitation Field Structure

**A. A. Lyakhovsky, L. P. Yatsuk,  
S. L. Berdник, V. A. Katrich,  
A. F. Lyakhovsky, and M. V. Nesterenko**

Admissibility of approximation of magnetic current distribution along the waveguide narrow slot by two functions accounting for the excitation field structure is studied. A longitudinal slot in a hollow and a partially filled with dielectric rectangular waveguides is considered. Such approximation is shown to be used to calculate the slot frequency characteristics within the whole waveguide operating frequency range provided an electrical slot length never exceeds at its upper frequency limit the value of  $2l/\lambda = 2.5$  for a hollow waveguide and that of  $2l/\lambda = 2$  for a partially filled waveguide at delay ratios  $1 < \lambda/\lambda_g \leq 1.3$ .