

Квазистатическое приближение для рассеяния плоской волны на двухпериодическом гиротропном слое

В. В. Ячин, Т. Л. Зиненко¹, В. К. Киселев¹

*Радиоастрономический институт НАН Украины,
ул. Краснознаменная, 4, г. Харьков, 61002, Украина
E-mail: yachin@rian.kharkov.ua*

*¹Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины,
ул. Ак. Проскуры, 12, г. Харьков, 61085, Украина*

Статья поступила в редакцию 21 октября 2008 г.

Задача о рассеянии плоской электромагнитной волны на двухпериодическом гиротропном слое, однородном в поперечном направлении, сведена к решению дифференциальных уравнений второго порядка относительно интегральных функционалов. Численные результаты рассматриваются в квазистатическом приближении.

Введение

Новые композиционные материалы, основой которых являются фотонные кристаллы, [1] широко используются сегодня при разработке приборов и устройств, работающих в миллиметровом и оптическом диапазонах длин волн [2]. Примеры применения таких структур хорошо известны в электронике, интегральной оптике, акустооптике, спектроскопии, голографии и т. д. В то же время использование материалов с гиротропными свойствами позволяет не только создавать на их основе фотонные кристаллы, но также управлять их параметрами с помощью внешнего подмагничивающего поля [3-6]. Плазма и ферриты являются хорошо известными примерами сред с такими свойствами соответственно диэлектрической и магнитной проницаемостей. Аппаратура, использующая такие ферритовые устройства, как быстродействующие фазовращатели, переключатели, вентили, фильтры, линии задержки и т. д., прочно вошла в арсенал технических средств диапазона СВЧ. Исследование искусственных сред на основе периодических структур,

изготовленных из материалов, обладающих тензорными (гиротропными) свойствами, перспективно для разработки устройств, совмещающих в себе полезные качества гиротропных и периодических сред с перестраиваемыми при помощи внешнего магнитного поля характеристиками, таких, как пространственные фильтры, зеркала и т. д.

В статье мы рассматриваем многомодовое решение задачи рассеяния плоской волны на двухпериодическом ферромагнитном слое методом интегральных функционалов, основанном на точных интегро-дифференциальных уравнениях макроскопической электродинамики [7]. В том случае, когда длина волны падающего поля сравнима с периодом облучаемого слоя, результирующие матричные уравнения имеют большие порядки и могут быть решены только численно, что требует использования больших компьютерных ресурсов. Однако в случае длинноволнового приближения, т. е. когда период структуры намного меньше длины волны и поле остается практически постоянным на всем ее периоде (такой режим называется квазистатическим), для получения решения достаточно рассматривать

основную моду многомодового представления поля. В этом случае решение задачи для квазистатического режима может быть получено аналитически.

Квазистатическая аппроксимация является начальным этапом для многомодового анализа периодических структур с анизотропными элементами. Кроме того, данные, полученные с применением этой аппроксимации, могут быть использованы для сравнения при отладке компьютерной программы для решения многомодовой задачи. Настоящая статья является продолжением серии статей, посвященных анализу периодических структур при помощи метода интегральных функционалов, и является этапом дальнейшего его развития. Метод применялся ранее для решения трехмерных задач рассеяния плоских волн на двухпериодических магнитоэлектрических структурах [8-10].

Постановка задачи. Метод решения

Рассмотрим рассеяние произвольно падающей плоской волны на двухпериодический гиротропный слой (ферромагнитный). Геометрия задачи проиллюстрирована на рис. 1. ТМ-волна, имеющая единичную амплитуду, падает из полупространства $z < 0$ под

произвольным углом φ на двухпериодический бесконечный слой, расположенный в свободном пространстве. Мы полагаем, что α – это угол между осью x и вектором магнитного поля \vec{H}_0 , лежащим в плоскости слоя. Периодическая ячейка толщиной h является параллелепипедом, L_x и L_y периоды слоя в направлениях x и y соответственно.

Тензоры, характеризующие гиротропные среды, могут быть записан как

$$\vec{\mu} = \begin{bmatrix} \mu & -i\mu_g & 0 \\ i\mu_g & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z \end{bmatrix}, \quad \vec{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon & -i\varepsilon_g & 0 \\ i\varepsilon_g & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где ε , ε_g и ε_z – компоненты тензора относительной диэлектрической проницаемости, а μ , μ_g , и μ_z – компоненты тензора относительной магнитной проницаемости [11].

Эквивалентные электрический и магнитный токи поляризации на каждом сегменте ферромагнитной ячейки (сегменты обозначены различной штриховкой на рис. 1) связаны с электрическим и магнитным полями с помощью следующих выражений:

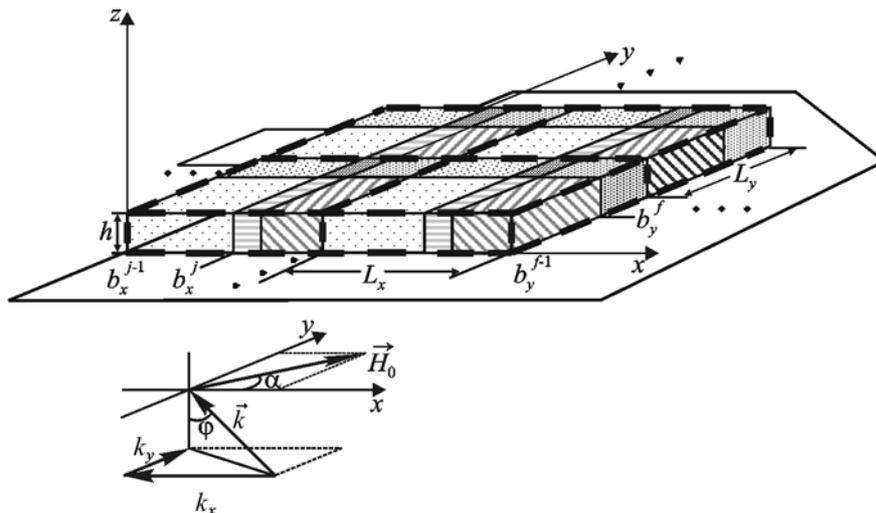


Рис. 1. Падение ТМ-волны на двухпериодический гиротропный слой

$$\bar{J}^{m,jf}(x, y, z) = \begin{cases} J_x^{m,jf} = (\mu_{jf} - 1)H_x^{jf} - i\mu_{g,jf}H_y^{jf} \neq 0, \\ J_y^{m,jf} = i\mu_{g,jf}H_x^{jf} + (\mu_{jf} - 1)H_y^{jf} \neq 0, \\ J_z^{m,jf} = (\mu_{z,jf} - 1)H_z^{jf} \neq 0, \\ \text{если } b_x^{j-1} \leq x \leq b_x^j, \quad b_y^{f-1} \leq y \leq b_y^f; \\ 0, \text{ на любом другом сегменте ячейки;} \end{cases}$$

$$\bar{J}^{e,jf}(x, y, z) = \begin{cases} (\epsilon_{jf} - 1)E^{jf} \neq 0, \\ \text{если } b_x^{j-1} \leq x \leq b_x^j, \quad b_y^{f-1} \leq y \leq b_y^f; \\ 0, \text{ на любом другом сегменте ячейки.} \end{cases}$$

Здесь ϵ_{jf} – относительная диэлектрическая проницаемость соответствующего сегмента слоя, j и f – номера сегментов ячейки вдоль осей x и y соответственно.

Данная трехмерная векторная задача решалась методом интегральных функционалов. Набор первоначальных интегральных уравнений в частотной области может быть записан в общем виде [7]:

$$\begin{aligned} \bar{E}(\vec{r}) &= \bar{E}_0(\vec{r}) + \frac{1}{4\pi} (\nabla \nabla + k_0^2) \times \\ &\times \int_V (\epsilon - 1) \bar{E}(\vec{r}') G(|\vec{r} - \vec{r}'|) d\vec{r}' + \\ &+ \frac{ik_0}{4\pi} \nabla \times \int_V (\bar{\mu} - 1) \bar{H}(\vec{r}') G(|\vec{r} - \vec{r}'|) d\vec{r}', \\ \bar{H}(\vec{r}) &= \bar{H}_0(\vec{r}) + \frac{1}{4\pi} (\nabla \nabla + k_0^2) \times \\ &\times \int_V (\bar{\mu} - 1) \bar{H}(\vec{r}') G(|\vec{r} - \vec{r}'|) d\vec{r}' - \\ &- \frac{ik_0}{4\pi} \nabla \times \int_V (\epsilon - 1) \bar{E}(\vec{r}') G(|\vec{r} - \vec{r}'|) d\vec{r}'. \end{aligned} \tag{2}$$

Здесь $G(|\vec{r} - \vec{r}'|) = \exp(ik|\vec{r} - \vec{r}'|)/|\vec{r} - \vec{r}'|$ есть скалярная функция Грина свободного пространства, $\bar{E}_0(\vec{r})$ и $\bar{H}_0(\vec{r})$ – электрические и магнитные компоненты падающего поля, k_0 – волновое число в свободном пространстве, V – объем рассеивателя, \vec{r} и \vec{r}' обозначают положение точек наблюдения и источника соответственно. Временная зависимость поля предполагается в виде $\exp(-i\omega t)$. Если \vec{r} расположена внутри объема интегрирования V , то эти выражения становятся связанными интегральными уравнениями, которые определяют внутренние поля через падающее поле. Если \vec{r} расположена вне объема, то (2) определяют выражения для рассеянных структурой полей.

Как следует из теоремы Флоке, поле в каждой ячейке структуры может быть представлено в виде ряда пространственных гармоник [12]. Следуя методу Галеркина, мы действуем линейным оператором на уравнения (2),

$$\hat{A}_{rs}^{jf} J_{qp}^{jf}(x', y', z) = \frac{1}{L_x L_y} \times \int_{b_x^{j-1}}^{b_x^j} \int_{b_y^{f-1}}^{b_y^f} e^{-i\left(k_x + \frac{2\pi r}{L_x}\right)x'} e^{-i\left(k_y + \frac{2\pi s}{L_y}\right)y'} J_{qp}^{jf}(x', y', z) dx' dy',$$

и получаем набор линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами для функционалов поля:

$$I_{rs}^{jf}(z) = \frac{1}{\chi_{rs}} \int_0^h F_{rs}^{jf}(z') e^{i|z-z'|\chi_{rs}} dz',$$

где F_{rs}^{jf} – это амплитуды гармоник Флоке; r, s и q, p – номера гармоник.

Общее решение полученной системы линейных неоднородных дифференциальных уравнений есть сумма ее частного решения и решения соответствующей системы однородных дифференциальных уравнений. Частное решение ищется в виде свободного члена, определяемого падающим полем:

$I_{x,qp}^{part} = \frac{2i}{k_0^2} H_{0x} \delta_{q0} \delta_{p0} e^{ik_z z}$ и $I_{y,qp}^{part} = \frac{2i}{k_0^2} H_{0y} \delta_{q0} \delta_{p0} e^{ik_z z}$, где δ – символ Кронекера. Мы ищем решение системы однородных дифференциальных уравнений в виде $I_{\zeta,qp}^{e(m)} = e^{\eta z} W_{\zeta,qp}^{e(m)}$, где $\zeta \in \{x, y, z\}$, $I_{\zeta,qp}^{e(m)}(z) = \sum_{j=1}^{M_x} \sum_{f=1}^{M_y} I_{\zeta,qp}^{e(m),jf}$, а η и $W_{\zeta,qp}^{e(m)}$ есть собственные значения и собственные векторы структуры соответственно. Используя выражения, связывающие компоненты поляризованного тока на различных сегментах (kl и mn), полученные суммированием уравнений (2) для всех сегментов ячейки,

$$\begin{pmatrix} s^{kl} & t^{kl} & 0 \\ -t^{kl} & s^{kl} & 0 \\ 0 & 0 & u^{kl} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_{x,qp}^{m,kl} \\ F_{y,qp}^{m,kl} \\ F_{z,qp}^{m,kl} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s^{mn} & t^{mn} & 0 \\ -t^{mn} & s^{mn} & 0 \\ 0 & 0 & u^{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_{x,qp}^{m,mn} \\ F_{y,qp}^{m,mn} \\ F_{z,qp}^{m,mn} \end{pmatrix},$$

$$F_{x(y),qp}^{e,kl} = \frac{\varepsilon_{mn}(\varepsilon_{kl} - 1)}{\varepsilon_{kl}(\varepsilon_{mn} - 1)} [a_{r-q}^k a_{s-p}^l] [a_{r-q}^m a_{s-p}^n]^{-1} F_{x(y),qp}^{e,mn},$$

$$F_{z,qp}^{e,kl} = \frac{\varepsilon_{kl} - 1}{\varepsilon_{mn} - 1} [a_{r-q}^k a_{s-p}^l] [a_{r-q}^m a_{s-p}^n]^{-1} F_{z,qp}^{e,mn},$$

где

$$\begin{cases} s^{kl} = [a_{r-q}^k a_{s-p}^l]^{-1} \frac{\mu_{kl}(\mu_{kl} - 1) - \mu_{g,kl}^2}{(\mu_{kl} - 1)^2 - \mu_{g,kl}^2}, \\ t^{kl} = [a_{r-q}^k a_{s-p}^l]^{-1} \frac{i\mu_{g,kl}}{(\mu_{kl} - 1)^2 - \mu_{g,kl}^2}, \\ u^{kl} = [a_{r-q}^k a_{s-p}^l]^{-1} \frac{1}{(\mu_{z,kl} - 1)} \end{cases}$$

и

$$a_{r-q}^j = \frac{1}{L_x} \int_{b_x^{j-1}}^{b_x^j} e^{-i \frac{2\pi(r-q)x}{L_x}} dx,$$

$$a_{s-p}^f = \frac{1}{L_y} \int_{b_y^{f-1}}^{b_y^f} e^{-i \frac{2\pi(s-p)y}{L_y}} dy,$$

мы получаем систему матричных однородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами. Для решения системы находятся собственные числа и собственные вектора матричного уравнения

$$\begin{bmatrix} \tilde{A} - \eta^2 & \tilde{D} \\ \tilde{C} & \tilde{B} - \eta^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{W}_{x,qp}^m \\ \tilde{W}_{y,qp}^m \end{bmatrix} = 0.$$

Здесь $\tilde{W}_{x,qp}^m = (\eta^2 + \chi_{qp}^2) W_{x,qp}^m$, $\tilde{W}_{y,qp}^m = (\eta^2 + \chi_{qp}^2) W_{y,qp}^m$, $\chi_{qp} = \sqrt{1 - \Psi_q^2 - \Theta_{qp}^2}$, $\Psi_q = k_x + \frac{2\pi q}{L_x}$, $\Theta_{qp} = k_y + \frac{2\pi p}{L_y}$, коэффициенты χ_{qp} , Ψ_q , Θ_{qp} и η нормированы на k_0 ;

$$\tilde{A} = (c - bd^{-1}a)^{-1} (-bd^{-1}a + C),$$

$$\tilde{B} = (b - ca^{-1}d)^{-1} (B - ca^{-1}d),$$

$$\tilde{C} = (b - ca^{-1}d)^{-1} (C - ca^{-1}A),$$

$$\tilde{D} = (c - bd^{-1}a)^{-1} (B - bd^{-1}D),$$

$$A = \chi^2 A_x^m + \theta^2 + ((A_y^e)^{-1} \Psi A_z^m + \Psi) (A_z^m + I)^{-1} \times$$

$$\times (\Psi A_x^m - \Theta A_y^m) + \theta (A_z^e + I)^{-1} (\theta (A_x^m - I) + \Psi A_y^m),$$

$$B = \chi^2 A_y^m + \psi^2 + ((A_x^e)^{-1} \Theta A_z^m + \Theta) (A_z^m + I)^{-1} \times$$

$$\times (\Theta A_x^m + \Psi A_y^m) + \psi (A_z^e + I)^{-1} (\Psi (A_x^m - I) - \Theta A_y^m),$$

$$C = -\chi^2 A_y^m - \theta \Psi + (\theta + (A_x^e)^{-1} \Theta A_z^m) (A_z^m + I)^{-1} \times$$

$$\times (\Psi A_x^m - \Theta A_y^m) - \psi (A_z^e + I)^{-1} (\theta (A_x^m - I) + \Psi A_y^m),$$

$$D = \chi^2 A_y^m - \theta \Psi + (\psi + (A_y^e)^{-1} \Psi A_z^m) (A_z^m + I)^{-1} \times$$

$$\times (\Psi A_y^m + \Theta A_x^m) - \theta (A_z^e + I)^{-1} (\Psi (A_x^m - I) - \Theta A_y^m).$$

Индексы r, s , и q, p опущены для упрощения записи; I есть единичная матрица;

$$a = \left(I - (A_y^e)^{-1} \right) \left(I - A_x^m \right),$$

$$b = \left(I - (A_x^e)^{-1} \right) \left(I - A_y^m \right),$$

$$c = \left(I - (A_x^e)^{-1} \right) A_y^m, \quad d = \left((A_y^e)^{-1} - I \right) A_x^m;$$

$$A_x^m = \frac{\sum_{j,f}^M \frac{s^{jf}}{(s^{jf})^2 + (t^{jf})^2}}{\left(\sum_{j,f}^M \frac{s^{jf}}{(s^{jf})^2 + (t^{jf})^2} \right)^2 + \left(\sum_{j,f}^M \frac{t^{jf}}{(s^{jf})^2 + (t^{jf})^2} \right)^2},$$

$$A_y^m = \frac{\sum_{j,f}^M \frac{t^{jf}}{(s^{jf})^2 + (t^{jf})^2}}{\left(\sum_{j,f}^M \frac{s^{jf}}{(s^{jf})^2 + (t^{jf})^2} \right)^2 + \left(\sum_{j,f}^M \frac{t^{jf}}{(s^{jf})^2 + (t^{jf})^2} \right)^2},$$

$$A_z^m = \left(\sum_{j,f}^M (u^{jf})^{-1} \right)^{-1},$$

$$A_{x,y}^e = \left(\sum_{j,f}^M \frac{(\epsilon_{jf} - 1)}{\epsilon_{jf}} \left[a_{r-q}^j a_{s-p}^f \right] \right)^{-1}$$

$$\text{и } A_z^e = \left(\sum_{j,f}^M (\epsilon_{jf} - 1) \left[a_{r-q}^j a_{s-p}^f \right] \right)^{-1} -$$

квадратные матрицы, M есть общее число сегментов ячейки. В результате, интегральные функционалы могут быть представлены в виде:

$$I_{\zeta,qp}^m(z) = \sum_{j=1}^{4N} C_j e^{\eta_j z} W_{\zeta,qp,j}^m \delta_{\zeta x} \frac{2i}{k_0^2} H_{0x} e^{ik_z z} + \delta_{\zeta y} \frac{2i}{k_0^2} H_{0y} e^{ik_z z}$$

$$\text{и } I_{\zeta,qp}^e(z) = \sum_{j=1}^{4N} C_j e^{\eta_j z} W_{\zeta,qp,j}^e.$$

Здесь $N = N_x N_y$, а N_x и N_y – число учитываемых пространственных гармоник, распространяющихся в направлениях x и y соответственно, $\zeta \in \{x, y, z\}$. Для того чтобы найти неизвестные коэффициенты C_j , нам нужно принять во внимание факт отсутствия электромагнитного поля внутри рассеивающей структуры, когда она не облучается падающим полем [9]. После нахождения неизвестных коэффициентов мы можем определить внешнее рассеянное поле. Решение задачи для ТЕ-волны может быть получено аналогичным образом.

Ограничившись длинноволновым приближением, можно получить аналитическое решение задачи. Длинноволновое решение применимо в случае, когда $L_{x(y)}/\lambda_0 \ll 1$ (λ_0 – длина волны в свободном пространстве), т. е. разложение поля ограничивается только нулевой гармоникой, и выражения для прошедшего и отраженного полей значительно упрощаются. В качестве примера мы приводим выражения для прошедшего магнитного поля в квазистатическом приближении:

$$H_x^{tr}(x, y, z) = \frac{e^{i(k_x x + k_y y + k_z(z-h))}}{4k_z} \sum_{j=1}^4 C_j e^{\eta_j h} (\eta_j + ik_z) \times \\ \times \left\{ -k_z W_{y,j}^e + k_y W_{z,j}^e + (1 - k_x^2) W_{x,j}^m - k_x k_y W_{y,j}^m - k_x k_z W_{z,j}^m \right\},$$

$$H_y^{tr}(x, y, z) = \frac{e^{i(k_x x + k_y y + k_z(z-h))}}{4k_z} \sum_{j=1}^4 C_j e^{\eta_j h} (\eta_j + ik_z) \times \\ \times \left\{ k_z W_{x,j}^e - k_x W_{z,j}^e - k_x k_y W_{x,j}^m + (1 - k_y^2) W_{y,j}^m - k_z k_y W_{z,j}^m \right\},$$

$$H_z^{tr}(x, y, z) = \frac{e^{i(k_x x + k_y y + k_z(z-h))}}{4k_z} \sum_{j=1}^4 C_j e^{\eta_j h} (\eta_j + ik_z) \times \\ \times \left\{ -k_y W_{x,j}^e + k_x W_{y,j}^e - k_z k_x W_{x,j}^m - k_z k_y W_{y,j}^m + (1 - k_z^2) W_{z,j}^m \right\}.$$

Здесь $k_x = -\sin \phi \sin \alpha$, $k_y = \sin \phi \cos \alpha$, $k_z = \sqrt{1 - k_x^2 - k_y^2}$ нормированы на k ; η_j – собственные числа и $W_{\zeta,j}^{e(m)}$ – соответствующие

собственному числу компоненты собственного вектора.

Численные результаты

Для подтверждения достоверности полученного решения, используя описанный выше метод, мы решили задачу рассеяния плоской ТЕ-волны на слое намагниченной плазмы и построили зависимости абсолютной величины компоненты E_x прошедшего поля от отношения параметров слоя ϵ_g/ϵ , которые полностью графически совпали с зависимостями [11]. Зависимости представлены на рис. 2. Каждое значение ϵ_g/ϵ было посчитано при разных значениях толщины слоя в соответствии с аппроксимирующей формулой $\theta = \pi h_\lambda \sqrt{\mu} [\sqrt{\epsilon - \epsilon_g} - \sqrt{\epsilon + \epsilon_g}]$ [11], где μ – относительная магнитная проницаемость слоя; h_λ – толщина слоя, нормированная на длину волны; θ – угол фарадеева вращения при нормальном падении линейно поляризованной волны на слой намагниченной плазмы; ϵ и ϵ_g – компоненты тензора относительной диэлектрической проницаемости (1), характеризующего среду слоя намагниченной плазмы.

На рис. 3 представлены зависимости нормированных мощностей волны, прошедшей

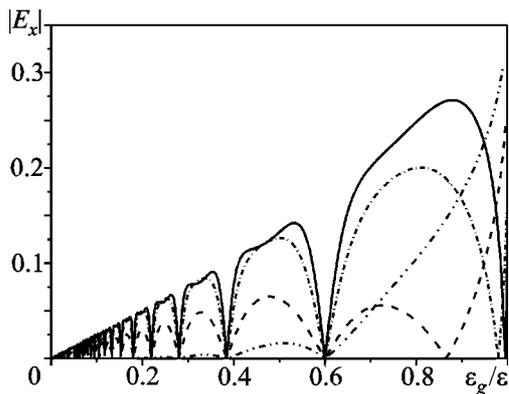


Рис. 2. Компонента $|E_x|$ прошедшего поля как функция ϵ_g/ϵ при нормальном падении плоской ТЕ-волны на слой намагниченной плазмы, $\theta = -\pi/2$, $\epsilon_g = 5$: — — $\epsilon = 10$; - - - $\epsilon = 5$; . . . $\epsilon = 2$; - . . $\epsilon = 1,01$

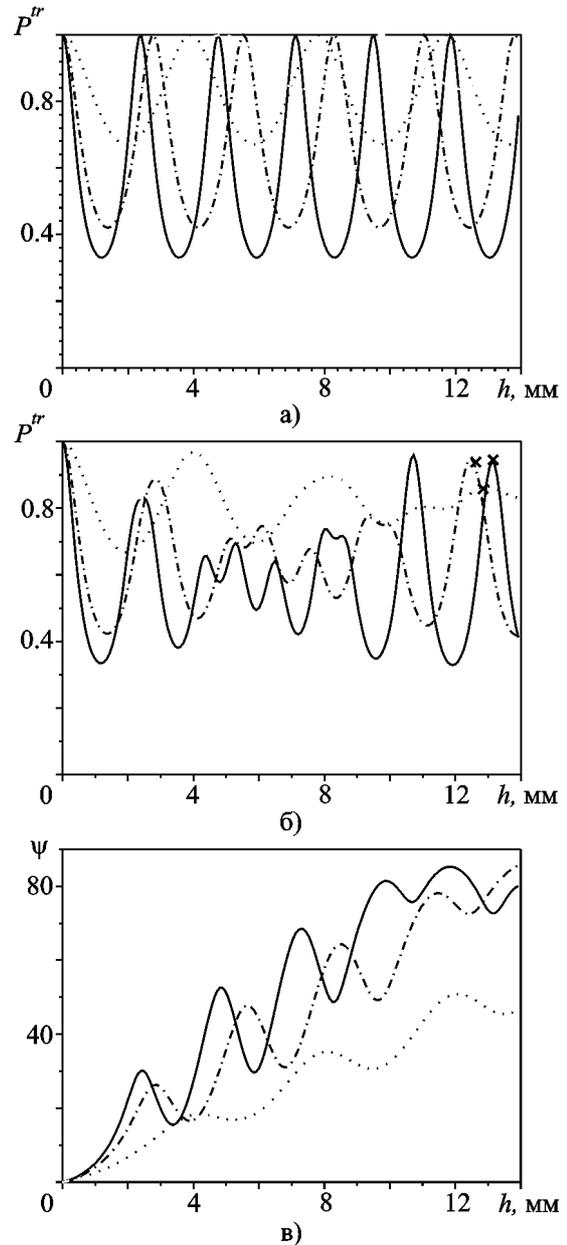


Рис. 3. Зависимости нормированной мощности прошедшего поля P^{tr} (а) и б) и фарадеева вращения ψ (в) от толщины слоя для разных коэффициентов заполнения ячейки S (— — $S = 1$; - - - $S = 0.96$; . . . $S = 0.81$) при нормальном падении плоской ТМ-волны: а) – на слой диэлектрика с параметрами $\mu = \mu_z = 1$, $\mu_g = 0$, $\epsilon = 10$; б) и в) – на слой ферромагнетика $MnOZnOFe_2O_3$ с параметрами $\mu = \mu_z = 1$, $\mu_g = 0.2$, $\epsilon = 10$. Частота падающей ТМ-волны $f = 2 \cdot 10^{10}$ Гц, $\alpha = 0^\circ$

через периодически перфорированные слои диэлектрика (а), ферромагнетика (б), и зависимости фарадеева вращения (в) от толщины слоя при падении ТМ-волны. Каждая кривая соответствует фиксированному значению коэффициента заполнения S поляризационно-независимой квадратной ячейки с квадратным отверстием. В квазистатическом режиме коэффициенты рассеяния не зависят от размера периодической ячейки, но зависят от коэффициента заполнения, который определяется как $S = 1 - \frac{b_x^1 b_y^1}{L_x L_y}$. Мы сравнили характеристики рассеяния периодически перфорированного изотропного слоя с данными, полученными строгим методом с учетом нераспространяющихся гармоник для $L_{x(y)}/\lambda_0 = 0.1$. При совпадении формы кривых максимум расхождения результатов составлял не более 15%. Из приведенного рисунка видно, что при малых изменениях коэффициента заполнения (S уменьшается от 1 до 0.81), характеристики прошедшего поля изменяются значительно как для ферромагнитного (б) и диэлектрического (а) слоев, так и для угла вращения плоскости поляризации (в). При этом зависимость мощности прошедшей волны от толщины анизотропного слоя носит более нетривиальный характер (рис. 3, б). Это позволяет оптимизировать определенные характеристики для гиротропных перфорированных материалов при помощи подбора соответствующих коэффициентов заполнения. Сравнение результатов, относящихся к углу фарадеева вращения для сплошного ферромагнитного слоя (сплошная линия, рис. 3, в), с данными [13] показали графическое совпадение.

На рис. 4 представлены зависимости нормированных мощностей волны, прошедшей через периодически перфорированные слои диэлектрика (а) и ферромагнетика (б), от угла падения ТМ-волны при различных коэффициентах заполнения ячейки. Толщина слоя для каждой кривой соответствует пику прохождения, обозначенному крестами на рис. 3, б. Следует заметить, что полное прохождение наблюдается только в случае падения ТМ-волны на слой диэлектрика под углом Брюстера (рис. 4, а). Зависимость мощности прошед-

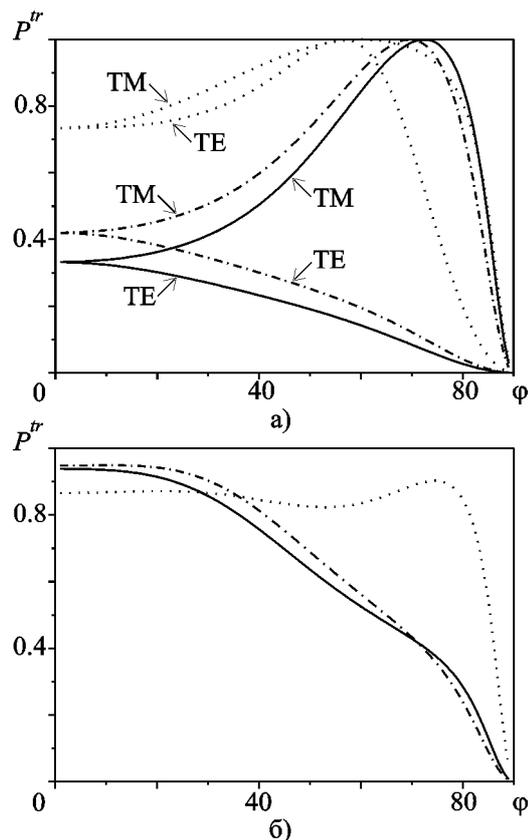


Рис. 4. Зависимости нормированной мощности прошедшего поля для разных коэффициентов заполнения ячейки (— — $S = 1$; - - - $S = 0.96$; — $S = 0.81$) от угла падения плоской ТМ-волны: а) — на слой диэлектрика с параметрами $\mu = \mu_z = 1$, $\mu_g = 0$, $\epsilon = 10$; б) — на слой ферромагнетика $MnOZnOFe_2O_3$ с параметрами $\mu = \mu_z = 1$, $\mu_g = 0.2$, $\epsilon = 10$. Частота падающей ТМ-волны $f = 2 \cdot 10^{10}$ Гц, $\alpha = 0^\circ$

шего поля от угла падения волны на анизотропный ферромагнитный слой выглядит сложнее. Несмотря на тот факт, что и здесь при угле падения, отличном от нормального, наблюдается мощность близкая к единице (рис. 4, б), определенный эффект, связанный с анизотропией, был обнаружен при рассмотрении зависимостей мощности компонент прошедшего магнитного поля H_x^t , H_y^t и H_z^t от угла падения плоской волны на ферромагнитный слой (рис. 5). А именно величина кросс-компоненты H_y^t (рис. 5, б), появляющейся в результате фарадеева вращения и имеющей

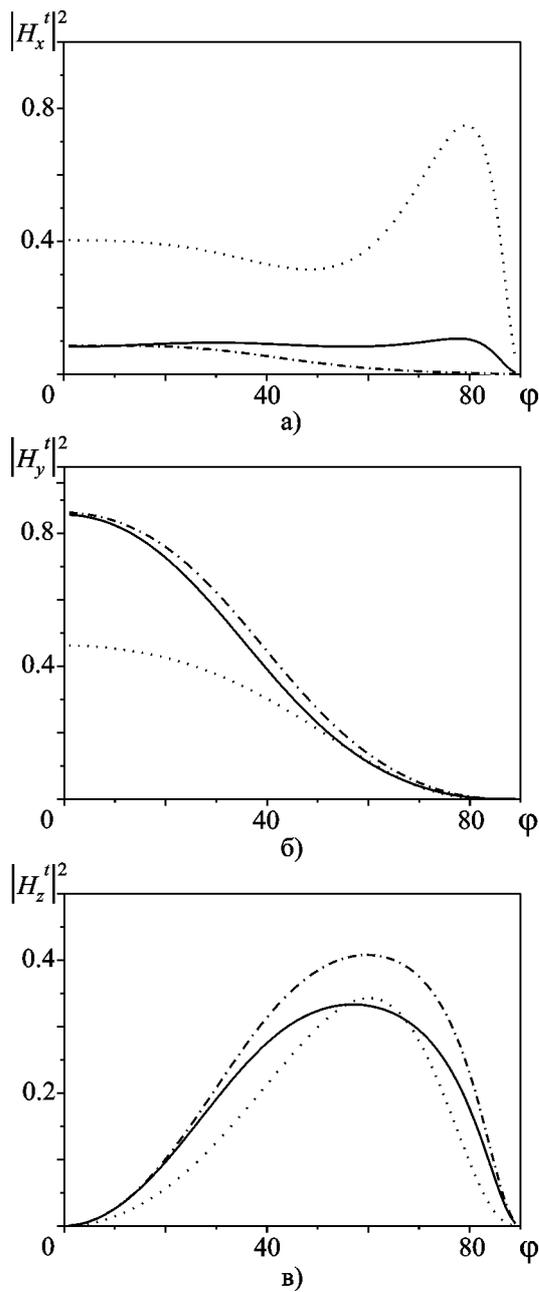


Рис. 5. Мощности компонент H_x^t (а) H_y^t (б) и H_z^t (в) прошедшего магнитного поля как функции φ для ферромагнитного слоя $MnOZnOF_2O_3$ с параметрами $\mu = \mu_z = 1, \mu_g = 0.2, \varepsilon = 10$ при различных коэффициентах заполнения (— — $S = 1$; - - - — $S = 0.96$; — $S = 0.81$). Частота падающей ТМ-волны $f = 2 \cdot 10^{10}$ Гц, $\alpha = 0^\circ$. Толщина слоя для каждой кривой соответствует пику прохождения, обозначенному крестами на рис. 3, б

максимальное значение при нормальном падении волны, вносит незначительный вклад в мощность прошедшего поля при угле Брюстера, соответствующем максимальной величине мощности прошедшего поля при угле падения, отличном от нормального. Такого рода эффекты необходимо учитывать, а возможно, и применять при проектировании СВЧ приборов, использующих в качестве рабочего компонента элемент, сделанный из перфорированного гиротропного материала.

Выводы

Таким образом, решена задача дифракции плоской волны на двухпериодическом гиротропном слое методом интегральных функционалов. Рассмотрено квазистатическое приближение, полученное из многомодового решения. Исследованы эффекты, связанные с изменением коэффициентов прохождения облучаемого гиротропного слоя при изменении толщины слоя, угла падения волны на слой и коэффициента заполнения ячейки периодически модулированного слоя.

Литература

1. Yablonovitch E. Photonic crystals: what's in a name? // Optics & Photonics News. – 2007. – Vol. 18, No. 3. – P. 12-13.
2. Kyriazidou C. A., Contopanagos H. F., Merrill W. M., Alexopoulos N. G. Artificial versus Natural Crystals: Effective Wave Impedance of Printed Photonic Band-gap Materials // IEEE Trans. Antennas Propag. – 2000. – Vol. 48, No. 1. – P. 95-106.
3. Mumcu G., Sertel K., Volakis J. L., Vitebskiy I., Figotin A. RF Propagation in Finite Thickness Nonreciprocal Magnetic Photonic Crystals // IEEE Trans. Antennas Propag. – 2005. – Vol. 53, No. 12. – P. 4026-4034.
4. How H., Shi P., Vittoria C., Hokanson E., Champion M. H., Kempel L. C., Trott K. D. Steerable phased array antennas using single-crystal YIG phase shifters – Theory and experiments // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – 2000. – Vol. 48, No. 9. – P. 1544-1549.
5. Koerdts C., Rikken G. L. J. A., Petrov E. P. Faraday Effect of Photonic Crystals // Appl. Phys. Lett. – 2003. – Vol. 82, No. 10. – P. 1538-1540.

6. Jalali A. A., Friberg A. T. Faraday Rotation in a Two-dimensional Photonic Crystal with a Magneto-Optic Defect // *Opt. Lett.* – 2005. – Vol. 30, No. 10. – P. 1213-1215.
7. Хижняк Н. А. Интегральные уравнения макроскопической электродинамики. – Киев: Наукова думка, 1986. – 480 с.
8. Yachin V. V., Ryazantseva N. V. The Scattering of Electromagnetic Waves by Rectangular-Cell Double-Periodic Magnetodielectric Gratings // *Microwave Opt. Technol. Lett.* – 1999. – Vol. 23, No. 3. – P. 177-183.
9. Yachin V. and Yasumoto K. Method of Integral Functionals for Electromagnetic Wave Scattering from a Double Periodic Magnetodielectric Layer // *J. Opt. Soc. Am.* – 2007. – Vol. 24, No. 11. – P. 3606-3618.
10. Сидорчук Н. В., Ячин В. В., Просвирнин С. Л. Длинноволновое приближение в задаче распространения электромагнитных волн в двупериодическом магнитодиэлектрическом слое // *Радиофизика и электроника.* – Харьков: Ин-т радиофизики и электроники НАН Украины. – 2002. – Т. 7, спец. вып. – С. 208-212.
11. Grzegorzczak T. M., Kong J. A. Visualization of Faraday Rotation and Optical Activity at Oblique Incidence // *IEEE Antennas Propag. Magazine.* – 2005. – Vol. 47, No. 5. – P. 23-33.
12. Amitay N., Galindo V., Wu C. P. Theory and Analysis of Phased Array Antennas. – New York: Wiley, 1972. – 443 p.
13. Гинзбург М. А. О распространении электромагнитных волн в гиротропном слое // *ДАН СССР.* – 1954. – Т. XCV, №4. – С. 753-756.

**Квазістатичне наближення
для розсіяння плоскої хвилі
на двоперіодичному гіротропному шарі**

**В. В. Ячин, Т. Л. Зиненко,
В. К. Кисельов**

Задачу про розсіяння плоскої електромагнітної хвилі на двоперіодичному гіротропному шарі, однорідному у поперечному напрямі, зведено до розв'язання диференційних рівнянь другого порядку відносно інтегральних функціоналів. Числові результати розглядаються у квазістатичному наближенні.

**Quasi-Optical Approximation for Plane
Wave Scattering by Two-Periodical
Gyrotropic Layer**

**V. V. Yachin, T. L. Zinenko,
and V. K. Kiseliiov**

Electromagnetic wave scattering by a two-periodic gyrotropic layer homogeneous in transverse direction has been reduced to solving the second order differential equations with respect to integral functionals. The numerical results are considered in quasi-static approximation.