Радиофизика и радиоастрономия, 2008, т. 13, №4, с. 229-235

УДК 523.8

# Вклад электронов с максимальным гамма-фактором в индуцированное комптоновское рассеяние в вакуумном зазоре пульсара

А. Б. Фланчик

*Радиоастрономический институт НАН Украины,*
*ул. Краснознаменная, 4, г. Харьков, 61002, Украина*
*E-mail: alex_svs_fl@vk.kh.ua*

*Статья поступила в редакцию 16 июля 2008 г.*

Рассмотрено индуцированное излучение электронов с максимальным гамма-фактором при обратном комптоновском рассеянии мощного низкочастотного излучения в вакуумном зазоре пульсара. Показано, что из-за скачка функции распределения электронов на границе области, соответствующей максимально достижимому гамма-фактору, возникает дополнительный внеинтегральный вклад, который может существенно влиять на комптоновские потери и индуцированное излучение электронов в зазоре.

## 1. Введение

В вакуумном зазоре пульсара электроны ускоряются сильным продольным (по отношению к магнитному полю пульсара) электрическим полем. Гамма-фактор электрона $\Gamma(z)$ зависит от высоты $z$ над поверхностью звезды. Он растет с высотой, достигая максимального значения $\bar{\Gamma}$, и убывает при дальнейшем удалении от поверхности нейтронной звезды.

Комптоновское рассеяние низкочастотного излучения радиодиапазона [1] на электронах в зазоре должно приводить к возникновению мощного гамма-излучения. При высоких плотностях энергии низкочастотного поля существенную роль в формировании комптоновского гамма-излучения могут сыграть индуцированное излучение и комптоновское самопоглощение. При рассмотрении этих процессов подынтегральное выражение в интеграле столкновений фотонов с электронами раскладывается по малому изменению гамма-фактора электрона $\Delta\Gamma \ll \Gamma$ при рассеянии. При этом в интеграле столкновений, соответствующем индуцированным процессам, появляется производная $\partial f/\partial\Gamma$ функции распределения $f(\Gamma, z)$ электронов по гамма-факторам, являющаяся быстро меняющейся функцией $\Gamma$. От нее избавляются, выполнив интегрирование по частям. В таких вычислениях внеинтегральное слагаемое, представляющее собой вклад в интеграл столкновений на границах области интегрирования, обычно опускается, так что остается лишь интегральный вклад. На примере индуцированного рассеяния низкочастотного излучения в зазоре будет показано, что это внеинтегральное слагаемое может играть важную роль. В рассматриваемом случае оно определяется электронами с гамма-факторами $\Gamma \approx \bar{\Gamma}$ и соответствует индуцированному излучению, в то время как интегральное слагаемое определяет индуцированное поглощение и в нем участвуют электроны со всеми допустимыми гамма-факторами $\Gamma = \Gamma(z) \le \bar{\Gamma}$.

В работе рассматривается вклад электронов с максимальным гамма-фактором $\bar{\Gamma}$ в комптоновское рассеяние низкочастотного излучения в вакуумном зазоре пульсара.

© А. Б. Фланчик, 2008

## 2. Индуцированное излучение электронов с максимальным гамма-фактором

Кинетическое уравнение (КУ) для функции распределения $N(\vec{q})$ гамма-квантов в зазоре имеет вид [1, 2]:

$$c\frac{\partial N}{\partial z} = \int w(\vec{q},\vec{k},\Gamma) f(\Gamma,z) n(\vec{k}) \mathrm{d}\tau - D(\vec{q},z)N, \tag{1}$$

$$D(\vec{q},z) = -\frac{\hbar\omega_\gamma}{mc^2}\int_1^{\bar{\Gamma}} \mathrm{d}\Gamma \int w(\vec{q},\vec{k},\Gamma) n(\vec{k}) \frac{\partial f}{\partial \Gamma}\mathrm{d}^3k,$$

где $w(\vec{q},\vec{k},\Gamma)$ – вероятность комптоновского рассеяния с учетом влияния магнитного поля, $\omega_\gamma$ – частота гамма-кванта, $n(\vec{k})$ – функция распределения низкочастотных фотонов, $\mathrm{d}\tau = \mathrm{d}^3k\mathrm{d}\Gamma$. Если бы функция $f(\Gamma,z)$ была достаточно гладкой, то производную $\partial f/\partial\Gamma$ в (1) можно было бы оценить как $\partial f/\partial\Gamma \sim -f/\Gamma$. Но в рассматриваемом случае $f(\Gamma,z)$ – острая функция $\Gamma$, поэтому такая оценка неприменима. Величина $D(\vec{q},z)$ описывает усиление гамма-излучения, если она отрицательна, и поглощение – в обратном случае. В интеграле по $\mathrm{d}\Gamma$ произведем интегрирование по частям:

$$D(\vec{q},z) = -\frac{\hbar\omega_\gamma}{mc^2} f(\Gamma,z)\int w(\vec{q},\vec{k},\Gamma)n(\vec{k})\mathrm{d}^3k\Bigg|_1^{\bar{\Gamma}} +$$

$$+\frac{\hbar\omega_\gamma}{mc^2}\int_1^{\bar{\Gamma}}\mathrm{d}\Gamma f(\Gamma,z)\frac{\partial}{\partial\Gamma}\int w(\vec{q},\vec{k},\Gamma)n(\vec{k})\mathrm{d}^3k =$$

$$= D_1(\vec{q},z) + D_2(\vec{q},z), \tag{2}$$

где $m$ – масса электрона, $c$ – скорость света. Из (2) видно, что внеинтегральное слагаемое $D_1(\vec{q},z)$ определяется верхним пределом, т. е. максимальным гамма-фактором $\bar{\Gamma}$. Вклад на нижнем пределе $\Gamma=1$ оказывается пренебрежимо малым по сравнению с вкладом на верхнем пределе $\bar{\Gamma}$, далее мы его не рассматриваем.

Интегральный член $D_2(\vec{q},z)$ можно вычислить в предположении, что функция распределения электронов в зазоре имеет вид $f(\Gamma,z) = n_e\delta(\Gamma-\Gamma(z))$, где $n_e$ – концентрация электронов. Для вычисления внеинтегрального слагаемого $D_1(\vec{q},z)$ такого представления электронной функции распределения не достаточно – необходимо учитывать конечную ширину распределения электронов, которая может возникать за счет начального теплового разброса – электроны выходят из поверхности звезды с температурой $T \sim 10^6$ К. Распределение этих электронов по скоростям определяется формулой Больцмана, $f \sim \exp\left(-\frac{mV^2}{2k_BT}\right)$, где $k_B$ – постоянная Больцмана, $V$ – скорость электрона. Как будет показано ниже, с удалением от поверхности звезды существенный вклад в ширину распределения электронов может давать комптоновское рассеяние. Поэтому представим функцию распределения электронов в виде

$$f(\Gamma,z) = \frac{n_e}{\sqrt{\pi}\delta\Gamma(z)}e^{-\left(\frac{\Gamma-\Gamma(z)}{\delta\Gamma(z)}\right)^2}, \tag{3}$$

где $\delta\Gamma(z) \ll \Gamma$ – ширина распределения (3). При $\delta\Gamma(z)\to 0$ выражение (3) стремится к $f(\Gamma,z) = n_e\delta(\Gamma-\Gamma(z))$, а при $z\to 0$ переходит в распределение Больцмана. Ширина распределения в этом случае есть $\delta\Gamma(0) \approx \delta\Gamma_T = \sqrt{k_BT/mc^2}$.

Решение КУ (1) можно представить в виде

$$N(\vec{q},z) = \frac{1}{c}\int_0^z \mathrm{d}z' e^{-\frac{1}{c}\int_{z'}^{z} D(\vec{q},\zeta)\mathrm{d}\zeta} \times$$

$$\times\int w(\vec{q},\vec{k},\Gamma) f(\Gamma,z') n(\vec{k})\mathrm{d}^3k\mathrm{d}\Gamma, \tag{4}$$

где выражение для $n(\vec{k})$ имеет вид, приведенный в [1]:

$$n(\vec{k}) = \frac{\pi^2c^3}{\hbar}(\alpha_R-1)U\omega_{\min}^{\alpha_R-1}\omega^{-(3+\alpha_R)}, \tag{5}$$

$U$ и $\omega_{\min}$ – плотность энергии и минимальная частота низкочастотного излучения, $\alpha_R$ – спектральный индекс радиоизлучения пульсара. Вычисленные с помощью (4) комптоновские потери [3] энергии электрона имеют вид:

$$\mu(\Gamma,z)=\int\frac{2\mathrm{d}^3k\mathrm{d}^3q}{(2\pi)^3}\hbar\omega_\gamma w(\vec{q},\vec{k},\Gamma)\times$$

$$\times\varphi(\vec{q})n(\vec{k})e^{\frac{1}{c}\int\limits_0^z D(\vec{q},\zeta)\mathrm{d}\zeta}, \qquad (6)$$

$$\varphi(\vec{q})=\exp\left(-\frac{1}{c}\int\limits_0^h D(\vec{q},\zeta)\mathrm{d}\zeta\right). \qquad (7)$$

При этом мощность комптоновского гамма-излучения электронов выражается через (6) согласно соотношению $I_\gamma=\int\mu(\Gamma,z)f(\Gamma,z)\mathrm{d}\Gamma\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$, где пространственный интеграл берется по области рассеяния. Экспоненциальный множитель под интегралом в (6) описывает влияние индуцированных процессов на ускорение электронов. При $D\to 0$ уравнение (6) переходит в выражение для потерь при спонтанном рассеянии [1]:

$$\mu(\Gamma)=\frac{24(\alpha_R-1)}{5}\frac{c\omega_{\min}^{\alpha_R}\sigma_T U\Gamma^4}{\omega_B^2\omega_{\min}}\int\limits_{\omega_{\min}}^{\omega_2}\frac{\omega^2\mathrm{d}\omega}{\omega^{\alpha_R}}, \qquad (8)$$

где $\omega_B=eB/mc$ – циклотронная частота, $\sigma_T$ – томсоновское сечение, $\omega_2$ – максимальная частота низкочастотного излучения в зазоре. В зависимости от знака интеграла в экспоненциальном множителе в (6) возможно как усиление, так и ослабление комптоновских потерь по сравнению со спонтанным рассеянием. Используя (3) и (5), можно получить выражения для $D_1(\vec{q},z)$ и $D_2(\vec{q},z)$:

$$D_1(\vec{q},z)=-3\pi^2\frac{2^{\alpha_R}(\alpha_R-1)}{\alpha_R+2}\frac{c^2}{m\omega_B^2}\times$$

$$\times\frac{n_e\sigma_T U\omega_{\min}^{\alpha_R-1}}{\sqrt{\pi}\delta\Gamma\omega_\gamma^{\alpha_R}}\frac{1}{\left(1-\frac{V(\bar{\Gamma})}{c}\cos\theta'\right)^{\alpha_R}}e^{-\left[\frac{\bar{\Gamma}-\Gamma(z)}{\delta\Gamma}\right]^2}, \qquad (9)$$

$$D_2(\vec{q},z)=3\pi^2\alpha_R\frac{2^{\alpha_R}(\alpha_R-1)}{\alpha_R+2}\frac{c^2\sigma_T n_e U}{m\omega_B^2}\times$$

$$\times\frac{\omega_{\min}^{\alpha_R-1}\omega_\gamma^{-\alpha_R}\cos\theta'}{\Gamma(z)^3\left(1-\frac{V(\Gamma(z))}{c}\cos\theta'\right)^{\alpha_R+1}}, \qquad (10)$$

где $V(\Gamma)=c\sqrt{1-\Gamma^{-2}}$ – скорость электрона, $\theta'$ – угол между импульсом гамма-кванта и магнитным полем. В показателе экспоненты в (9) разложим функцию $\Gamma(z)$ вблизи ее максимума $\bar{\Gamma}$, т. е.

$$\Gamma(z)=\bar{\Gamma}+\beta(z-z_m)^2,$$

$$\beta=\frac{1}{2}\left(\frac{\mathrm{d}^2\Gamma(z)}{\mathrm{d}z^2}\right)_{z=z_m}<0, \qquad (11)$$

($z_m$ – высота, на которой достигается максимальное значение $\bar{\Gamma}=\Gamma(z_m)$). В результате согласно (11) имеем $D_1(\vec{q},z)\propto\exp\left(-\frac{\beta^2}{\delta\Gamma^2}(z-z_m)^4\right)$, и эффекты индуцированного излучения могут быть существенны лишь на высотах $z\approx z_m$. Заметим также, что из-за релятивистской аберрации в рассеянии существенна область малых углов $\theta'\ll 1$, в которой $1-\frac{V(\Gamma)}{c}\cos\theta'\sim 1/\Gamma^2$.

Независимый подход к выводу выражений (9) и (10) приведен в Приложении.

## 3. Потери энергии при индуцированном рассеянии

Рассматриваемый в работе внеинтегральный вклад (9) существенно влияет на потери энергии электронов из-за комптоновского рассеяния. Оценим индуцированные комптоновские потери энергии (6) и рассмотрим влияние индуцированного излучения на ускорение электронов в зазоре. Заметим, что индуцированные комптоновские потери при учете только интегрального вклада $D_2(\vec{q},z)$ рассмотрены в [3]. С учетом (9) и (10) оценим интегралы в (6) и (7), предполагая, что $z \approx z_m$ и $\Gamma \sim \bar{\Gamma}$. Имеем:

$$\int_0^{z_m} D(\vec{q}, z)\mathrm{d}z \approx$$

$$\approx \frac{cU}{U_0}\left(\frac{\omega_{\min}\bar{\Gamma}^2}{\omega_\gamma}\right)^{\alpha_R} \frac{z_m}{h}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\alpha_R}\sqrt{\frac{2\bar{\Gamma}}{\pi\delta\Gamma}}\right), \tag{12}$$

$$\int_0^{h} D(\vec{q}, z)\mathrm{d}z \approx$$

$$\approx \frac{cU}{U_0}\left(\frac{\omega_{\min}\bar{\Gamma}^2}{\omega_\gamma}\right)^{\alpha_R} \left(\frac{2z_m}{\alpha_R h}\sqrt{\frac{2\bar{\Gamma}}{\pi\delta\Gamma}} - 1\right),$$

$$U_0 \approx \frac{\alpha_R + 2}{2^{\alpha_R}\alpha_R(\alpha_R - 1)} \cdot \frac{m\omega_B^2\omega_{\min}\bar{\Gamma}}{3\pi^2 c\sigma_T n_e h}.$$

Дальнейшие вычисления существенно зависят от спектра низкочастотного излучения в зазоре. Действительно, при $\alpha_R > 3$ интеграл по частотам низкочастотных фотонов в (6) определяется нижним пределом $\omega_{\min}$, т. е. комптоновские потери энергии определяются гамма-квантами с энергиями $\sim \hbar\omega_{\min}\bar{\Gamma}^2$. Используя (12), найдем оценку комптоновских потерь электронов с $\Gamma = \bar{\Gamma}$:

$$\bar{\mu} \approx \mu^{(0)}(\bar{\Gamma}) e^{\frac{U}{U_0}\left(\frac{z_m}{2h} - 1 + \frac{z_m}{\alpha_R h}\sqrt{\frac{2\bar{\Gamma}}{\pi\delta\Gamma}}\right)}, \tag{13}$$

где $\mu^{(0)}(\bar{\Gamma})$ – комптоновские потери при спонтанном рассеянии (8). При выполнении условия

$$\frac{z_m}{h}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\alpha_R}\sqrt{\frac{2\bar{\Gamma}}{\pi\delta\Gamma}}\right) \gg 1 \tag{14}$$

потери энергии (13) существенно превосходят потери энергии (8) при спонтанном рассеянии. Это затрудняет процесс ускорения электронов при $\Gamma \approx \bar{\Gamma}$.

Проследим, как меняются максимальный гамма-фактор и соответствующая длина ускорения при увеличении потерь за счет индуцированного излучения. Уравнение для гамма-фактора электрона в зазоре имеет вид

$$\frac{\mathrm{d}\Gamma}{\mathrm{d}z} = \frac{eE_{\parallel}(z)}{mc^2} - \frac{\mu(\Gamma, z)}{mc^3}, \tag{15}$$

где $E_{\parallel}(z)$ – продольное электрическое поле зазора (см., например, [4, 5, 6]). Считая, что при $\Gamma \le \bar{\Gamma}$ все слагаемые в этом уравнении одного порядка, пишем $\mathrm{d}\Gamma/\mathrm{d}z \sim \Gamma/z$, $z \sim z_m$ (см. [3]). Тогда из (15) найдем связь между $\bar{\Gamma}$ и $z_m$ а также уравнение для $z_m$:

$$\bar{\Gamma} \approx \frac{eE_{\parallel}(z_m)z_m}{mc^2}, \tag{16}$$

$$\left(eE_{\parallel}(z_m)\right)^3 z_m^4 e^{\frac{U}{U_0}\left(\frac{z_m}{2h} - 1 + \frac{z_m}{h}\frac{1}{\alpha_R}\sqrt{\frac{2\bar{\Gamma}}{\pi\delta\Gamma}}\right)} \approx \frac{(mc^2)^4}{g\sigma_T U}, \tag{17}$$

$$g = \frac{24}{5}\frac{\alpha_R - 1}{\omega_B^2}\omega_{\min}^{\alpha_R - 1}\int_{\omega_{\min}}^{\omega_2} \omega^{2-\alpha_R}\mathrm{d}\omega.$$

Последнее слагаемое в экспоненте в (17) описывает вклад электронов с максимальным гамма-фактором. Показатель экспоненты – медленно меняющаяся функция $z_m$, при возрастании $U$ экспонента растет и значение корня уравнения (17) становится меньше, чем при спонтанном рассеянии. При этом, согласно (16), убывает максимальный гамма-фактор.

Из (13) следует, что индуцированное излучение фотонов с энергиями $\sim \hbar\omega_{\min}\bar{\Gamma}^2$ становится существенным при

$$U \sim U_0 \frac{\alpha_R h}{z_m}\sqrt{\frac{\pi\delta\Gamma}{2\bar{\Gamma}}}, \tag{18}$$

тогда как индуцированное самопоглощение проявляется при плотностях энергии $U \sim U_0$, больших, чем величина (18).

## 4. Оценка ширины электронного распределения при комптоновском рассеянии

Выше показано, что вклад электронов с $\Gamma \approx \bar{\Gamma}$ в индуцированное комптоновское рассеяние зависит от ширины распределения (3) по гамма-факторам. Рассмотрим ширину, связанную с комптоновским рассеянием. Для этого воспользуемся КУ для электронов:

$$\frac{\partial f}{\partial z} + \frac{eE_{\|}}{mc^2}\frac{\partial f}{\partial \Gamma} = \int \frac{2\mathrm{d}^3k\mathrm{d}^3q}{(2\pi)^3 c} w(\vec{q},\vec{k},\Gamma) \times$$
$$\times \left( q\left[ n(\vec{k}) - N(\vec{q}) \right] \cdot \frac{\partial f}{\partial \Gamma} + \frac{q^2}{2}\left[ n(\vec{k}) + N(\vec{q}) \right] \times \right.$$
$$\left. \times \frac{\partial^2 f}{\partial \Gamma^2} + q^2 n(\vec{k}) N(\vec{q}) \frac{\partial^2 f}{\partial \Gamma^2} \right). \qquad (19)$$

Интеграл столкновений разложен по малому изменению гамма-фактора до членов 2-го порядка. При учете только спонтанного рассеяния (19) принимает вид:

$$\frac{\partial f}{\partial z} + \frac{\mathrm{d}\Gamma(z)}{\mathrm{d}z}\frac{\partial f}{\partial \Gamma} = a(\Gamma)\frac{\partial^2 f}{\partial \Gamma^2}, \qquad (20)$$

где $a(\Gamma)$ играет роль коэффициента диффузии по гамма-факторам и определяется как

$$a(\Gamma) = \frac{1}{2c}\int \left( \frac{\hbar\omega_\gamma}{mc^2} \right)^2 w(\vec{q},\vec{k},\Gamma) n(\vec{k}) \frac{2\mathrm{d}^3k\,\mathrm{d}^3q}{(2\pi)^3} = K \cdot \Gamma^6,$$

$$K = \frac{16}{3}\frac{\alpha_R - 1}{4 - \alpha_R}\frac{\hbar\sigma_T U \omega_2^4}{(mc^2\omega_B)^2\omega_{\min}}\left( \frac{\omega_{\min}}{\omega_2} \right)^{\alpha_R}. \qquad (21)$$

Ищем решение (20) в виде (3). Подставляя (3) в (20), получим уравнение для $\delta\Gamma(z)$:

$$\delta\Gamma(z) \cdot \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\delta\Gamma(z) = 2K \cdot \Gamma^6(z). \qquad (22)$$

Здесь положено $a(\Gamma) \approx a\left(\Gamma(z)\right)$. Из (21) и (22) найдем оценку ширины распределения при $z = z_m$:

$$\delta\Gamma^{(s)} \approx 8\bar{\Gamma}^3 \sqrt{\frac{\hbar\sigma_T U z_m}{(mc^2)^2\omega_B^2}\frac{\omega_2^4}{\omega_{\min}}\left( \frac{\omega_{\min}}{\omega_2} \right)^{\alpha_R}}, \qquad (23)$$

где индекс $s$ обозначает вклад спонтанного рассеяния. При $B = 10^{12}$ Гс, $\omega_{\min} = 10^6$ с$^{-1}$, $\omega_2 = 10^{10}$ с$^{-1}$, $U = 10^{16}$ эрг/см$^3$, $z_m = 10^3$ см, $\bar{\Gamma} = 2 \cdot 10^7$ и спектральном индексе радиоизлучения $\alpha_R = 2.5$ оценка (23) дает значение $\delta\Gamma^{(s)} \approx 10^5$.

## Выводы

В работе показано, что внеинтегральный член, возникающий, при интегрировании по частям интеграла столкновений для гамма-квантов, не обращается в нуль из-за скачка функции распределения электронов вблизи границы интервала интегрирования. Он соответствует индуцированному излучению гамма-квантов. В зависимости от ширины электронного распределения, длины ускорения и максимального гамма-фактора индуцированное излучение может преобладать над поглощением гамма-квантов излучающими электронами (условие (14)). При этом возможно увеличение комптоновских потерь по сравнению со спонтанным рассеянием.

В работе получена также оценка ширины распределения ускоряемых в зазоре электронов по гамма-факторам, возникающей за счет комптоновского рассеяния.

Автор благодарен профессору В. М. Конторовичу за полезное обсуждение и замечания.

## Приложение. Независимый подход к вычислению вклада индуцированного рассеяния с использованием гауссового распределения

Поиск решения КУ для электронов в виде гауссового распределения (3) позволяет получить выражения (9) и (10) без интегрирования по частям. Действительно, подставляя (3) в (1), найдем:

$$D(\vec{q},z)=\frac{2n_e}{\sqrt{\pi}\delta\Gamma^3}\frac{\hbar\omega_\gamma}{mc^2}\left\{\int\limits_1^{\bar{\Gamma}}\Gamma A(\vec{q},\Gamma)e^{-\left(\frac{\Gamma-\Gamma(z)}{\delta\Gamma}\right)^2}\mathrm{d}\Gamma-\right.$$

$$\left.-\Gamma(z)\int\limits_1^{\bar{\Gamma}}A(\vec{q},\Gamma)e^{-\left(\frac{\Gamma-\Gamma(z)}{\delta\Gamma}\right)^2}\mathrm{d}\Gamma\right\},$$

$$A(\vec{q},\Gamma)=\int w(\vec{q},\vec{k},\Gamma)n(\vec{k})\,\mathrm{d}^3k=$$

$$=\frac{2^{\alpha_R}(\alpha_R-1)}{\alpha_R+2}\frac{3\pi^2c^4\sigma_T}{\hbar\omega_B^2}\frac{U\omega_{\min}^{\alpha_R-1}\omega_\gamma^{-(1+\alpha_R)}}{\left(1-\frac{V(\Gamma)}{c}\cos\theta'\right)^{\alpha_R}}.$$

Поэтому для $D(\vec{q},z)$ имеем

$$D(\vec{q},z)=3\pi^2\frac{2^{\alpha_R}(\alpha_R-1)}{\alpha_R+2}\frac{2n_e}{\sqrt{\pi}\delta\Gamma^3}\frac{c^2\sigma_TU}{m\omega_B^2}\times$$

$$\times\frac{\omega_{\min}^{\alpha_R-1}}{\omega_\gamma^{\alpha_R}}\left\{\int\limits_1^{\bar{\Gamma}}\Gamma F(\Gamma)e^{-\left(\frac{\Gamma-\Gamma(z)}{\delta\Gamma}\right)^2}\mathrm{d}\Gamma-\right.$$

$$\left.-\Gamma(z)\int\limits_1^{\bar{\Gamma}}F(\Gamma)e^{-\left(\frac{\Gamma-\Gamma(z)}{\delta\Gamma}\right)^2}\mathrm{d}\Gamma\right\},$$

$$F(\Gamma)=\frac{1}{\left(1-\frac{V(\Gamma)}{c}\cos\theta'\right)^{\alpha_R}}.$$

Интегралы в скобках имеют вид:

$$\int\limits_1^{\bar{\Gamma}}\Gamma F(\Gamma)e^{-\left(\frac{\Gamma-\Gamma(z)}{\delta\Gamma}\right)^2}\mathrm{d}\Gamma=$$

$$=\int\limits_{-\Gamma(z)}^{\bar{\Gamma}-\Gamma(z)}[\eta+\Gamma(z)]\cdot F(\eta+\Gamma(z))e^{-\frac{\eta^2}{\delta\Gamma^2}}\mathrm{d}\eta,$$

$$\int\limits_1^{\bar{\Gamma}}F(\Gamma)e^{-\left(\frac{\Gamma-\Gamma(z)}{\delta\Gamma}\right)^2}\mathrm{d}\Gamma=\int\limits_{-\Gamma(z)}^{\bar{\Gamma}-\Gamma(z)}F(\eta+\Gamma(z))e^{-\frac{\eta^2}{\delta\Gamma^2}}\mathrm{d}\eta.$$

Здесь учтено, что $\Gamma(z)\gg1.$ Основной вклад в эти интегралы дает область малых $\eta$, поэтому с точностью до членов первого порядка разность интегралов примет вид

$$\int\limits_{-\Gamma(z)}^{\bar{\Gamma}-\Gamma(z)}[\eta+\Gamma(z)]\cdot F(\eta+\Gamma(z))e^{-\frac{\eta^2}{\delta\Gamma^2}}\mathrm{d}\eta-$$

$$-\Gamma(z)\int\limits_{-\Gamma(z)}^{\bar{\Gamma}-\Gamma(z)}F(\eta+\Gamma(z))e^{-\frac{\eta^2}{\delta\Gamma^2}}\mathrm{d}\eta\approx$$

$$\approx\int\limits_{-\Gamma(z)}^{\bar{\Gamma}-\Gamma(z)}\left\{\eta\cdot F(\Gamma(z))+\left(\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}\Gamma}\right)_{\Gamma(z)}\eta^2\right\}e^{-\frac{\eta^2}{\delta\Gamma^2}}\mathrm{d}\eta. \tag{П1}$$

Оценим эти интегралы. Здесь необходимо различать два случая: $z\neq z_m$, когда $\bar{\Gamma}-\Gamma(z)\gg1$, и $z\approx z_m$ при $\bar{\Gamma}-\Gamma(z)\ll1$. В первом случае верхний и нижний пределы в интегралах можно заменить на $\pm\infty$, тогда первый интеграл в (П1) обращается в нуль, а второй дает

$$D(\vec{q},z)=3\pi^2\alpha_R\frac{2^{\alpha_R}(\alpha_R-1)}{\alpha_R+2}\frac{c^2n_e\sigma_TU}{m\omega_B^2}\frac{\omega_{\min}^{\alpha_R-1}}{\omega_\gamma^{\alpha_R}}\times$$

$$\times\frac{\cos\theta'}{\Gamma^3(z)\left(1-\frac{V(\Gamma(z))}{c}\cos\theta'\right)^{1+\alpha_R}},$$

что совпадает с коэффициентом $D_2(\vec{q},z)$ из (10). Таким образом, при $z\neq z_m$ внеинтегральный вклад обращается в нуль, что согласуется с (9). При $z=z_m$ интегрирование производится от $-\infty$ до 0 и дает

$$D(\vec{q}, z_m) \approx -\frac{2^{\alpha_R}(\alpha_R - 1)}{\alpha_R + 2} \frac{3\pi^2 c^2}{m\omega_B^2} \frac{n_e \sigma_T U}{\sqrt{\pi}\,\delta\Gamma} \times$$

$$\times \frac{\omega_{\min}^{\alpha_R - 1} \omega_\gamma^{-\alpha_R}}{\left(1 - \frac{V(\bar{\Gamma})}{c} \cos\theta'\right)^{\alpha_R}} + \frac{3\pi^2}{2} \alpha_R \frac{2^{\alpha_R}(\alpha_R - 1)}{\alpha_R + 2} \times$$

$$\times \frac{c^2 \sigma_T n_e U}{m\omega_B^2} \frac{\omega_{\min}^{\alpha_R - 1} \omega_\gamma^{-\alpha_R} \cos\theta'}{\bar{\Gamma}^3 \left(1 - \frac{V(\bar{\Gamma})}{c} \cos\theta'\right)^{\alpha_R + 1}},$$

причем первое слагаемое в этом выражении, описывающее индуцированное излучение, совпадает с внеинтегральным членом (9), возникающем при интегрировании по частям.

## Литература


1. Конторович В. М., Фланчик А. Б. О связи спектров гамма-излучения и радиоизлучения пульсаров // ЖЭТФ. – 2008. – Т. 133, №5. – С. 996-1004.
2. Blandford R. D., Scharlemann E. T. On the Scattering and Absorption of Electromagnetic Radiation within Pulsar Magnetospheres // MNRAS. – 1976. – Vol. 174, No. 1. – P. 59-85.
3. Конторович В. М., Фланчик А. Б. Влияние индуцированного рассеяния на ускорение электронов в вакуумном зазоре пульсара // ВАНТ. – 2008. – №4. – С. 123-127.
4. Бескин В. С. Радиопульсары // УФН. – 1999. – Т. 169, №11. – С. 1169-1198.
5. Ruderman M. A., Sutherland P. G. Theory of Pulsars: Polar Gaps, Sparks, and Coherent Microwave Radiation // Astrophys. J. – 1975. – Vol. 196, No. 1. – P. 51-72.
6. Scharlemann E. T., Arons J., Fawley W. M. Potential Drops Above Pulsar Polar Caps : Ultrarelativistic Particle Acceleration along the Curved Megnetic Field // Astrophys. J. – 1979. – Vol. 231, No. 1. – P. 297-316.


## Вклад електронів з максимальним гама-фактором у індуковане комптонівське розсіяння у вакуумному проміжку пульсара

**О. Б. Фланчик**

Розглядається індуковане випромінювання електронів з максимальним гама-фактором при зворотному комптонівському розсіюванні потужного низькочастотного випромінювання у вакуумному проміжку пульсара. Показано, що через стрибок функції розподілу електронів на межі області, що відповідає максимально досяжному гама-факторові, виникає додатковий позаінтегральний внесок, котрий може суттєво впливати на комптонівські витрати та індуковане випромінювання електронів у проміжку.

## Contribution of the Electrons with Maximum Gamma Factor into the Induced Inverse Compton Scattering in the Pulsar Vacuum Gap

**A. B. Flanchik**

The induced radiation by the electrons with maximum gamma factor in the inverse Compton scattering of the powerful low-frequency radiation in the pulsar vacuum gap is discussed. It is shown that because of the leap of the electron distribution function on the edge corresponding to the maximum achieved gamma factor there is an additional non-integral contribution which may considerably affect the Compton losses and the induced radiation by electrons in the gap.