

Взаимная экранировка рассеивателей в ближнем поле

В. П. Тишковец

*Радиоастрономический институт НАН Украины,
ул. Краснознаменная, 4, г. Харьков, 61002, Украина
E-mail: tishkovets@ri.kharkov.ua*

Анализируются уравнения теории рассеяния электромагнитных волн кластерами (системами) сферических рассеивателей. Обсуждаются две модели рассеяния – модель, учитывающая ближнее поле, и модель, игнорирующая его. Примеры вычислений интенсивности излучения, рассеянного кластерами частиц, показывают, что в направлениях взаимной экранировки частиц в модели, игнорирующей ближнее поле, интенсивность значительно выше, чем в модели с ближним полем.

1. Введение

Современная теория многократного рассеяния электромагнитных волн (ЭМВ) дискретными средами базируется на представлении, что между рассеивателями среды распространяются вторичные сферические волны. В частности, вывод классического уравнения переноса излучения из уравнений Максвелла основан на предположении, что рассеиватели находятся в дальних зонах друг друга [1, 2]. Это предположение справедливо для разреженных сред, т. е. для сред, у которых расстояния между рассеивателями значительно больше их размеров. Несмотря на это, уравнение переноса либо его модификации широко применяются и для вычислений характеристик отраженного излучения плотноупакованными средами [3-6]. Одной из таких модификаций классического уравнения переноса является так называемое диффузионное приближение, применимость которого непосредственно связывают с плотноупакованными средами [7]. Однако предположение о том, что между рассеивателями среды распространяются сферические волны, игнорирует ряд специфических особенностей рассеяния ЭМВ плотноупакованными системами рассеивателей. В частности, игнорируются особенности рассеяния ближнего поля.

В настоящее время влияние ближнего поля на характеристики рассеянного излучения дискретными средами практически не изучено. Лишь в некоторых работах рассматривались частные особенности рассеяния ближнего поля в плотноупакованных системах нескольких рассеивателей (см. работы [8-14] и ссылки в них). В частности, в работах [8-12] основное внимание уделялось проявлению ближнего поля в степени линейной поляризации рассеянного излучения. Полное поле (падающее плюс рассеянное) вблизи рассеивателя является неоднородным, и вектор напряженности электрического поля повернут по отношению к вектору напряженности падающей волны. В результате возникает компонента вектора напряженности, параллельная волновому вектору падающей волны. Такой поворот вектора напряженности может приводить к отрицательным значениям степени линейной поляризации в области оппозиционных углов рассеяния для кластеров (агрегатов), составленных из частиц, сравнимых в размерах с длиной волны. В интенсивности рассеянного излучения поворот вектора напряженности поля проявляется в уменьшении ее в области углов вблизи прямого и обратного рассеяния и увеличении в боковых направлениях [8-12].

В настоящей работе рассматривается еще одно явление, связанное с ближним полем, – взаимная экранировка рассеивателей. Это явление может играть важную роль в случае сред, у которых расстояния между рассеивателями сравнимы с их размерами. В случае размеров рассеивателей заметно больших длины волны падающего излучения это явление аналогично явлению затенения (см. [3], а также [13, 14]). Однако, как будет показано ниже, оно проявляет себя и в системах с размерами рассеивателей значительно меньшими длины волны. В работе экранировка рассматривается на примерах кластеров сферических рассеивателей. В разделе 2 приведены основные формулы теории рассеяния ЭМВ системами таких рассеивателей. Ближнее поле в этих формулах детально анализируется, приводятся соотношения, позволяющие вычислить характеристики рассеянного излучения системами рассеивателей как в модели с ближним полем, так и в модели, игнорирующей это поле. В разделе 3 вначале сравниваются интенсивности рассеянного излучения, вычисленные в рамках этих двух моделей, на примерах простейших кластеров, состоящих из двух одинаковых рассеивателей. Затем такое сравнение делается для хаотически ориентированных (с равномерной функцией распределения по ориентациям) более сложных кластеров, состоящих из 50, 100 и 200 одинаковых частиц, с плотностью упаковки примерно 0.2. Форма их близка к сферической, а распределение частиц внутри кластеров случайное.

2. Рассеяние ЭМВ системой сферических частиц. Ближнее поле

Теория рассеяния ЭМВ системами (кластерами) сферических рассеивателей с произвольными размерами и показателями преломления изложена в ряде работ (см., например, монографии [15, 16] и списки литературы в них). Ниже приводятся основные уравнения этой теории с использованием обозначений, приведенных в работах [17, 18].

Для описания рассеяния ЭМВ кластером введем системы координат, как показано на рис. 1. Обозначим N – число частиц в кластере.

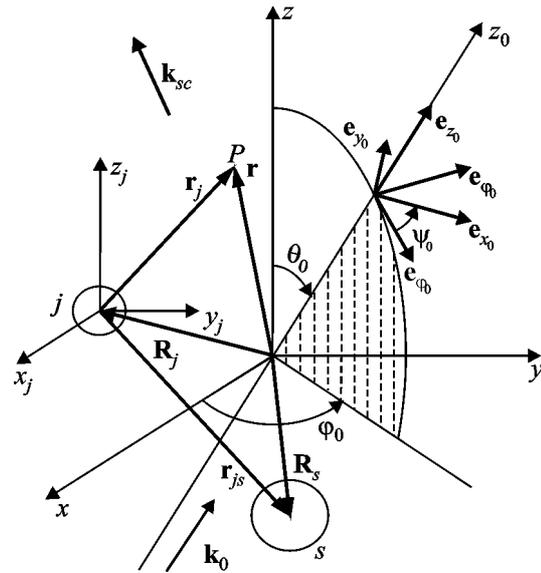


Рис. 1. Системы координат для описания рассеяния ЭМВ кластером

Координаты частиц кластера заданы радиус-векторами \mathbf{R}_j ($j=1\dots N$) в лабораторной системе координат $\hat{\mathbf{n}}_0$ с осями x, y, z . (Здесь и далее символы со шляпкой типа $\hat{\mathbf{v}}$ обозначают правые системы координат с осью z , направленной вдоль вектора \mathbf{v} .) Начало этой системы координат находится в центре описанной вокруг кластера сферы минимального радиуса. Падающая плоская волна рассматривается в системе координат $\hat{\mathbf{k}}_0$ с осью z_0 вдоль волнового вектора падающей волны \mathbf{k}_0 ($k_0 = 2\pi/\lambda$, λ – длина волны). Рассеянная кластером волна распространяется в направлении на точку наблюдения вдоль волнового вектора \mathbf{k}_{sc} в системе координат $\hat{\mathbf{k}}_{sc}$. Поворот от системы координат $\hat{\mathbf{n}}_0$ к системе координат $\hat{\mathbf{k}}_0$ определяется углами Эйлера $\varphi_0, \theta_0, \psi_0$, а от системы координат $\hat{\mathbf{n}}_0$ к системе координат $\hat{\mathbf{k}}_{sc}$ – углами Эйлера $\varphi_{sc}, \theta_{sc}, \psi_{sc}$. Наконец поворот от системы координат $\hat{\mathbf{k}}_0$ к системе $\hat{\mathbf{k}}_{sc}$ характеризуется углами Эйлера φ, θ, ψ . Кроме указанных систем координат, вводят системы координат, связанные с каждым рассеивателем. Начала этих систем располагают в центрах рассеивателей, а оси ориентируют параллельно осям лабораторной системы координат (рис. 1). Эти сис-

темы координат необходимы при описании волн, действующих на какой-то рассеиватель со стороны остальных рассеивателей кластера.

Удобным базисом для описания рассеяния ЭМВ является базис круговой поляризации (так называемое СР-представление [15]). Электрическое поле поляризованной по кругу падающей плоской монохроматической волны в любой точке P (рис. 1) может быть записано как

$$\mathbf{E}^{(0)} = \mathbf{e}_n(\hat{\mathbf{k}}_0) \exp(ik_0 \mathbf{r} - i\omega t). \quad (1)$$

Здесь $n = \pm 1$; ω – частота; $\mathbf{e}_n(\hat{\mathbf{k}}_0)$ – ковариантный циклический орт [19] в системе координат $\hat{\mathbf{k}}_0$, образованный ортами \mathbf{e}_{x_0} , \mathbf{e}_{y_0} (рис. 1). При $n=1$ вектор (1) вращается по часовой стрелке, если смотреть вдоль вектора \mathbf{k}_0 , при $n=-1$ – против часовой стрелки. Соответственно в первом случае поляризация волны называется правой круговой поляризацией, во втором – левой круговой [15]. Зависимость рассеянной волны от времени t также предполагается в виде $\exp(-i\omega t)$. Поэтому далее в тексте зависимость волн от времени будет опускаться.

В любой точке вне частиц рассеянное поле представляется в виде суммы полей, рассеянных каждой частицей кластера [15]:

$$\mathbf{E} = \sum_{j=1}^N \mathbf{E}^{(j)}, \quad (2)$$

где (см., например, [17])

$$\mathbf{E}^{(j)} = \sum_{LM} \left[B_{LM}^{(j)} h_L(k_0 r_j) \mathbf{X}_{LM}(\theta_j, \varphi_j) + \frac{1}{k_0} A_{LM}^{(j)} \nabla \times h_L(k_0 r_j) \mathbf{X}_{LM}(\theta_j, \varphi_j) \right]. \quad (3)$$

Выражение (3) описывает рассеянную частицей j волну в системе координат с началом в центре этой частицы и осями, ориентированными аналогично системе $\hat{\mathbf{n}}_0$ (рис. 1). Здесь θ_j , φ_j – угловые координаты точки

наблюдения (вектора $\mathbf{r}_j = \mathbf{r} - \mathbf{R}_j$) в системе координат j -й частицы, $h_L(x)$ – сферическая функция Ханкеля, $\mathbf{X}_{LM}(\theta_j, \varphi_j)$ – векторная шаровая (сферическая) функция [16, 19] ($L=1, 2, \dots, -L \leq M \leq L$). Отметим, что представление (3) является общим решением векторного уравнения Гельмгольца при условии, что дивергенция поля равна нулю (в отсутствие свободных зарядов). Конкретный вид рассеянного поля определяется коэффициентами $A_{LM}^{(j)}$, $B_{LM}^{(j)}$, которые находятся из граничных условий, требующих непрерывности тангенциальных компонент поля на поверхности рассеивателя. Решение уравнений для граничных условий определяет зависимость этих коэффициентов от размера и показателя преломления рассеивателей.

Обычно характеристики рассеянного излучения рассматривают в дальней зоне кластера. Условия для этой зоны можно сформулировать следующим образом [2]: $k_0(r - a_m) \gg 1$, $2k_0 r \gg (k_0 a_m)^2$, $r \gg a_m$, где a_m – радиус минимальной сферы, описанной вокруг кластера, r – расстояние до точки наблюдения в лабораторной системе координат. С помощью асимптотического представления $h_L(x) \approx i^{-L-1} \exp(ix)/x$ ($x \gg L$, $x \gg 1$) из (3) получается следующее выражение для поля в дальней зоне кластера [17]:

$$\mathbf{E}^{(j)} = \frac{\exp(ik_0 r)}{-ik_0 r} \exp(-i\mathbf{k}_{sc} \mathbf{R}_j) \times \sum_{LMp} \frac{2L+1}{2} A_{LM}^{(jpn)} D_{Mp}^{*L}(\hat{\mathbf{n}}_0, \hat{\mathbf{k}}_{sc}) \mathbf{e}_p(\hat{\mathbf{k}}_{sc}). \quad (4)$$

Здесь $p = \pm 1$, $\mathbf{e}_p(\hat{\mathbf{k}}_{sc})$ – ковариантный циклический орт [19] в системе координат $\hat{\mathbf{k}}_{sc}$, $D_{Mn}^L(\hat{\mathbf{n}}_0, \hat{\mathbf{k}}_{sc}) = D_{Mn}^L(\varphi_{sc}, \theta_{sc}, \psi_{sc}) = \exp(-iM\varphi_{sc}) \times d_{Mn}^L(\theta_{sc}) \exp(-in\psi_{sc})$ – функция Вигнера [19], звездочка означает комплексное сопряжение,

$$A_{LM}^{(jpn)} = i^{-L} \sqrt{\frac{1}{2\pi(2L+1)}} (A_{LM}^{(j)} + pB_{LM}^{(j)}). \quad (5)$$

Коэффициенты $A_{LM}^{(jpn)}$ определяются из системы уравнений (см., например, [17]):

$$A_{LM}^{(jpn)} = a_L^{(jpn)} \exp(ik_0 \mathbf{R}_j) D_{Mn}^L(\hat{\mathbf{n}}_0, \hat{\mathbf{k}}_0) + \sum_q a_L^{(jq)} \sum_{s \neq j} \sum_{lm} A_{lm}^{(sqn)} H_{LMlm}^{(q)}(\hat{\mathbf{n}}_0, \hat{\mathbf{r}}_{js}). \quad (6)$$

Здесь $\hat{\mathbf{r}}_{js}$ – система координат с осью z_{js} вдоль вектора \mathbf{r}_{js} (рис. 1); $q = \pm 1$; $a_L^{(jpn)} = a_L^{(j)} + pnb_L^{(j)}$, где $a_L^{(j)}$, $b_L^{(j)}$ – коэффициенты в разложении поля (3) для изолированной j -й частицы [2];

$$H_{LMlm}^{(q)}(\hat{\mathbf{n}}_0, \hat{\mathbf{r}}_{js}) = \frac{2l+1}{2} (-1)^m \times \sum_{l_1} i^{-l_1} h_{l_1}(k_0 r_{js}) D_{m_1 0}^{l_1}(\hat{\mathbf{n}}_0, \hat{\mathbf{r}}_{js}) C_{LMl-m}^{l_1 m_1} C_{Lq l}^{l_1 0} \quad (7)$$

коэффициенты теорем сложения векторных гармоник Гельмгольца (см., например, [17]), символы C с индексами обозначают коэффициенты Клебша–Гордана [19], $m_1 = M - m$.

Отметим, что система уравнений (6) может быть решена методом итераций. В этой системе индекс $|M| \leq L$. Максимальное значение индекса L обычно берется как целая часть от $X_j + 4X_j^{1/3} + 2$ [2], где $X_j = k_0 \tilde{a}_j$, \tilde{a}_j – радиус j -й частицы.

Выражение (4) описывает поперечную сферическую волну, уходящую от частицы j . Подстановка (4) в (2) дает поперечную сферическую волну, уходящую от кластера. При этом предполагается, что размеры кластера малы по сравнению с расстоянием до точки наблюдения. В этом случае направление на точку наблюдения для всех частиц одинаковое (рис. 1). Амплитуда волны (4) пропорциональна r^{-1} , где r – расстояние от кластера. В отличие от (4) поле (3) не является поперечной сферической волной. Это поле содержит радиальную компоненту (компоненту вдоль вектора \mathbf{r}_j) и слагаемые, которые убывают как r^{-n_1} с $n_1 > 1$. Последнее утверждение следует из представления функции Ханкеля $h_l(x)$ в виде конечного ряда, содержащего степени x^{-n_1} , где $n_1 = 1, 2, 3, \dots, l+1$ (см., например, [20]). Слагаемые, пропорциональные r^{-n_1} с $n_1 > 1$, в литературе отождествляют с ближним по-

лем [21]. Рассеяние такого сложного поля любой частицей кластера описывается системой уравнений (6). Коэффициенты (7) в этой системе уравнений определяют поле между частицами, характер которого зависит от расстояний между ними. В общем случае коэффициенты (7) содержат слагаемые, убывающие быстрее, чем r_{js}^{-1} . Если ограничиться в этих коэффициентах только слагаемыми, пропорциональными r_{js}^{-1} , то они принимают вид [17]:

$$H_{LMlm}^{(q)}(\hat{\mathbf{n}}_0, \hat{\mathbf{r}}_{js}) = \frac{2l+1}{2} \frac{\exp(ik_0 r_{js})}{-ik_0 r_{js}} \times D_{Mq}^L(\hat{\mathbf{n}}_0, \hat{\mathbf{r}}_{sj}) D_{mq}^{*l}(\hat{\mathbf{n}}_0, \hat{\mathbf{r}}_{sj}). \quad (8)$$

Коэффициенты (8) описывают сферическую волну, распространяющуюся от частицы s к частице j . Т. е. игнорирование ближнего поля оставляет в (7) только слагаемые, соответствующие сферическим волнам, распространяющимся между рассеивателями независимо от расстояний между ними. Это означает, что в описании поля между рассеивателями пренебрегается размерами рассеивателей по сравнению с расстояниями между ними. Формально коэффициенты (8) могут быть получены из (7) при условиях $k_0 r_{js} \gg 1$, $2k_0 r_{js} \gg (k_0 \tilde{a}_s + k_0 \tilde{a}_j)^2$ и $r_{js} \gg \tilde{a}_j + \tilde{a}_s$ (\tilde{a}_i – радиус i -го рассеивателя), т. е. в предположении, что рассеиватели находятся в дальних зонах друг друга. Однако далее, при сравнении моделей рассеяния, в модели, игнорирующей ближнее поле, коэффициенты (8) будут использоваться для любых расстояний между рассеивателями. Отметим, что второе из указанных выше условий позволяет оценить среднее расстояние между рассеивателями, меньше которого возможна взаимная экранировка. Такую оценку можно сделать для частиц с размерами порядка и более длины волны. В частности, для одинаковых частиц это условие имеет вид $k_0 r_{js} \gg 2(k_0 \tilde{a})^2$, где \tilde{a} – радиус частиц.

Хотя ближнее поле может проявляться во всех элементах матрицы рассеяния, взаимная экранировка влияет в основном на интенсив-

ность (замечания относительно проявления ближнего поля в поляризации см. во Введении). Поэтому далее рассмотрение влияния ближнего поля на характеристики рассеянного излучения кластерами сферических частиц будет ограничено интенсивностью. Характеристики рассеянного излучения кластером определяются матрицей рассеяния \mathbf{F} , которая описывает преобразование вектор-параметра Стокса падающего излучения \mathbf{I}_0 в вектор-параметр Стокса рассеянного излучения \mathbf{I} [2, 15]:

$$\mathbf{I} = \frac{1}{(k_0 r)^2} \mathbf{F} \mathbf{I}_0. \quad (9)$$

При падении неполяризованного излучения относительная интенсивность рассеянного излучения I определяются элементом F_{11} матрицы рассеяния (9) (см., например, [22]):

$$I = F_{11} = \sum_{pn} |S_{pn}|^2. \quad (10)$$

Здесь S_{pn} – амплитудная матрица рассеяния излучения кластером в СР-представлении, ($p, n = \pm 1$). Как и рассеянное поле (2), амплитудная матрица для кластера S_{pn} может быть представлена суммой амплитудных матриц всех частиц. Выражение для амплитудной матрицы $t_{pn}^{(j)}(\mathbf{k}_0, \mathbf{k}_{sc})$ j -й частицы следует из (4) (см., например, [17, 18]),

$$t_{pn}^{(j)}(\mathbf{k}_0, \mathbf{k}_{sc}) = \exp(-i\mathbf{k}_{sc} \mathbf{R}_j + in\psi_0 - ip\psi_{sc}) \times \sum_{LM} \frac{2L+1}{2} A_{LM}^{(jpn)} D_{Mp}^{*L}(\hat{\mathbf{n}}_0, \hat{\mathbf{k}}_{sc}). \quad (11)$$

Матрица (11) записана в базисе спиральных ортов [19]. Эти орты образованы сферическими ортами $\mathbf{e}_{\theta_0}, \mathbf{e}_{\varphi_0}$ в меридиональной плоскости, проходящей через ось z и вектор \mathbf{k}_0 , и сферическими ортами $\mathbf{e}_{\theta_{sc}}, \mathbf{e}_{\varphi_{sc}}$ в меридиональной плоскости, проходящей через ось z и вектор \mathbf{k}_{sc} (рис. 1). Иными словами, матрица (11) связывает компоненты векторов напряженностей

падающей и рассеянной волн, заданных в разных меридиональных плоскостях. Переход к плоскости рассеяния (плоскости, содержащей векторы \mathbf{k}_0 и \mathbf{k}_{sc}), в которой определяется матрица \mathbf{F} , можно осуществить с помощью теорем сложения для функций Вигнера [19].

3. Взаимная экранировка в плотноупакованных системах рассеивателей

Понятие экранировки обычно ассоциируется со случаем, когда размеры рассеивателей велики по сравнению с длиной волны. Однако экранировка проявляется и для рассеивателей значительно меньшей длины волны. Рассмотрим качественно особенности рассеяния электромагнитной волны парой близко расположенных малых по сравнению с длиной волны рассеивателей, которые во внешнем поле поляризуются, как диполи. Предполагается, что расстояния между ними малы по сравнению с λ . Рис. 2 изображает две пары таких рассеивателей, находящихся во внешнем поле $\mathbf{E}^{(0)}$, и конфигурации наведенных в них зарядов. Рассеиватели расположены в плоскости рассеяния (в плоскости рисунка), падающее излучение

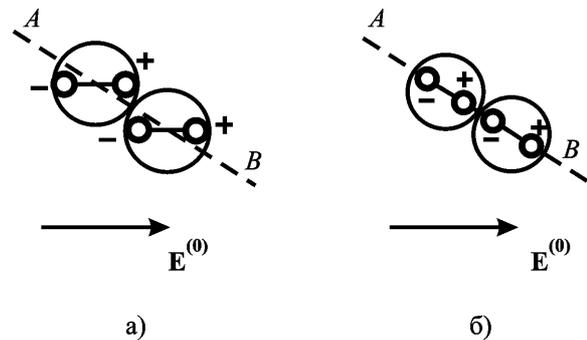


Рис. 2. Схема, поясняющая “экранировку” малых рассеивателей-диполей в ближнем поле. Прямая AB проходит через центр рассеивателей. При отсутствии взаимодействия между наведенными зарядами интенсивность излучения, рассеянного частицами, вдоль этой прямой отлична от нуля (а). Интенсивность излучения, рассеянного частицами, вдоль прямой AB при взаимодействии ближними полями равна нулю (б)

ние поляризовано также в этой плоскости. На рис. 2, а изображена конфигурация зарядов, предполагающая, что они не взаимодействуют ближними (электростатическими) полями. В такой конфигурации интенсивность излучения, рассеянного частицами вдоль прямой AB , проходящей через их центры, отлична от нуля. На рис. 2, б изображена конфигурация зарядов в рассеивателях, взаимодействующих электростатическими полями. В этом случае интенсивность рассеянного излучения вдоль прямой AB равняется нулю. Иными словами, “включение” ближнего поля приводит к “экранировке” одного из рассеивателей другим вдоль прямой, проходящей через их центры.

Конечно, схема, изображающая конфигурацию рассеивателей на рис. 2, б, является идеализированной. В этой схеме вклад электростатического поля подчеркнута преувеличен. Угловая зависимость интенсивности излучения, рассеянного парой соприкасающихся релеевских рассеивателей, вычисленная по формулам предыдущего раздела, приведена на рис. 3. Волновые параметры рассеивателей $X = k_0 \tilde{a} = 0.01$, показатели преломления $\tilde{m} = 10.0 + i0$. Такой большой показатель преломления выбран, чтобы сделать различия в рассматриваемых моделях более контрастными. Рассеиватели расположены в плоскости xz , ось симметрии пары рассеивателей наклонена по отношению в оси z на угол 45° . Падающее излучение единичной интенсивности распространяется вдоль оси z , а угол рассеяния θ отсчитывается от оси z по часовой стрелке. Интенсивность рассеянного излучения поделена на величину $2X^2$. Пунктирные кривые соответствуют модели, игнорирующей ближнее поле, сплошные кривые – модели, учитывающей ближнее поле. Толстые кривые соответствуют падающему излучению, поляризованному в плоскости рассеяния, тонкие – поляризованному в перпендикулярной плоскости.

Как видно из рисунка, поведение интенсивности рассеянного излучения в модели, игнорирующей ближнее поле, не отличается от поведения интенсивности для одиночного ре-

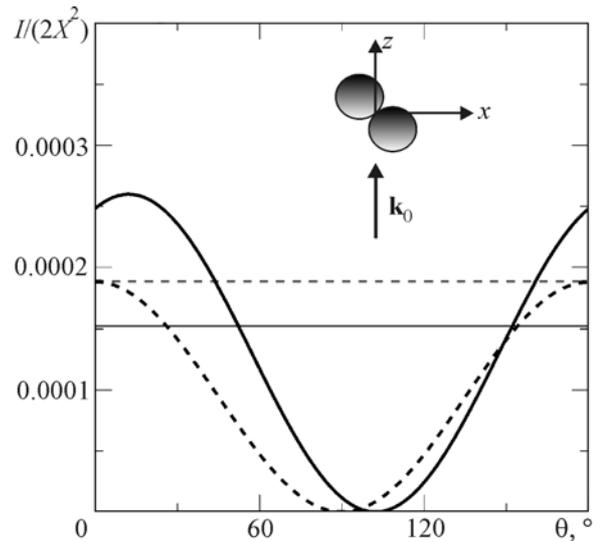


Рис. 3. Зависимость относительной интенсивности I излучения, рассеянного парой соприкасающихся релеевских рассеивателей, от угла рассеяния θ . Волновые параметры частиц $X = 0.01$, показатель преломления $\tilde{m} = 10.0 + i0$. Пунктирные кривые соответствуют модели, игнорирующей ближнее поле, сплошные кривые – модели, учитывающей ближнее поле. Толстые кривые соответствуют падающему излучению, поляризованному в плоскости рассеяния, тонкие – поляризованному в перпендикулярной плоскости

леевского рассеивателя и полностью согласуется со схемой рис. 2, а. А именно при рассеянии линейно поляризованного в плоскости рассеяния излучения максимумы интенсивности расположены в направлениях рассеяния $\theta = 0^\circ$, $\theta = 180^\circ$, минимум – в направлении $\theta = 90^\circ$. При рассеянии излучения, линейно поляризованного в перпендикулярной плоскости, интенсивность не зависит от угла рассеяния. В направлениях $\theta = 0^\circ$, $\theta = 180^\circ$ интенсивность не зависит от поляризации падающего излучения.

В модели, учитывающей ближнее поле, интенсивность рассеянного излучения в направлениях $\theta = 0^\circ$ и $\theta = 180^\circ$ сильно зависит от поляризации падающего излучения. При падающем излучении, поляризованном в плоскости рассеяния, интенсивность рассеянного излучения в этих направлениях значительно больше, чем в предыдущей модели. Объяс-

няется это значительным увеличением дипольных моментов из-за электростатического взаимодействия рассеивателей (рис. 2, б) по сравнению с предыдущей моделью. Однако максимум интенсивности расположен в направлении рассеяния $\theta \approx 15^\circ$, в то время как схема на рис. 2, б предсказывает его положение в направлении, перпендикулярном линии AB , проходящей через центры диполей. (В рассматриваемом примере это направление соответствует 45° .) Это означает, что дипольные моменты рассеивателей на рис. 3 ориентированы в направлении $\theta \approx 105^\circ$, в котором интенсивность равна нулю. Обращает на себя внимание поведение интенсивности в области углов $100^\circ < \theta < 160^\circ$. В этом интервале углов интенсивность в модели с ближним полем заметно меньше интенсивности в модели, игнорирующей ближнее поле. Это уменьшение интенсивности объясняется “экранировкой” рассеивателей, рассмотренной качественно на рис. 2.

В предыдущих примерах роль ближнего поля играет электростатическое поле. В следующих примерах будет рассмотрена экранировка рассеивателей, возникающая при электромагнитном взаимодействии рассеивателей. Рассмотрим рассеяние ЭМВ простейшими кластерами, состоящими из двух одинаковых сферических частиц, (бисферами), радиусы которых сравнимы с длиной волны. На рис. 4, а и рис. 4, б приведены интенсивности рассеянного излучения такими кластерами с соприкасающимися компонентами в зависимости от угла рассеяния при двух ориентациях бисфер относительно плоскости рассеяния. Вычисления интенсивности сделаны с помощью формул, представленных в предыдущем разделе. Ось симметрии бисфер ориентирована перпендикулярно направлению распространения падающего неполяризованного излучения. Волновые параметры частиц бисфер $X = k_0 \tilde{a} = 4.0$, показатели преломления $\tilde{m} = 1.32 + i0.05$. Выбор относительно небольшой действительной части показателя преломления и довольно значительной мнимой части сделан для того, чтобы избежать появления резких “всплесков” на кривых интенсивности, характерных для непоглощающих рас-

сеивателей с большими действительными частями показателя преломления. Для указанного выше показателя преломления кривые интенсивности рассеянного излучения относительно плавные, что значительно облегчает сравнение рассматриваемых моделей рассеяния. Сплошные кривые на рис. 4 соответствуют вычислениям с коэффициентами (7) (с учетом ближнего поля), пунктирные кривые соответствуют вычислениям с коэффициентами (8) (при игнорировании ближнего поля). Плоскость рассеяния совпадает с плоскостью рисунка. Ориентация бисфер относительно плоскости рассеяния показана в правом верхнем углу рис. 4, а и рис. 4, б. Интенсивность рассеянного излучения (элемент F_{11} в формуле (10)) для всех кривых поделена на величину $2X$.

Из сравнения кривых на рис. 4, а и рис. 4, б видно, что с учетом ближнего поля интенсивность излучения в направлении рассеяния вдоль оси симметрии бисфер (в направлении $\theta = 90^\circ$) значительно меньше (примерно на порядок), чем при игнорировании ближнего поля. Такое уменьшение интенсивности объясняется взаимной экранировкой частиц в ближнем поле. Как отмечалось в предыдущем разделе, коэффициенты (7) полностью описывают все особенности поля между частицами. Эти особенности реализуются, в частности, во взаимной экранировке частиц. Пренебрежение в коэффициентах (7) компонентами поля, убывающими быстрее чем r_{js}^{-1} , ведет к приближению сферических волн (8). Это означает, что в описании поля между частицами пренебрегается размерами частиц по сравнению с расстоянием между ними. В таком приближении взаимная экранировка частиц не возможна. Поэтому интенсивность в направлении рассеяния вдоль оси бисферы в этой модели значительно больше.

На рис. 4, в приведена интенсивность излучения, рассеянного вдоль оси бисферы, в зависимости от расстояния между компонентами. Как видно из этого рисунка, влияние экранировки заметно до значений расстояния между рассеивателями порядка нескольких их диаметров. Положение минимумов на кривой интенсивности определяется интерференцией

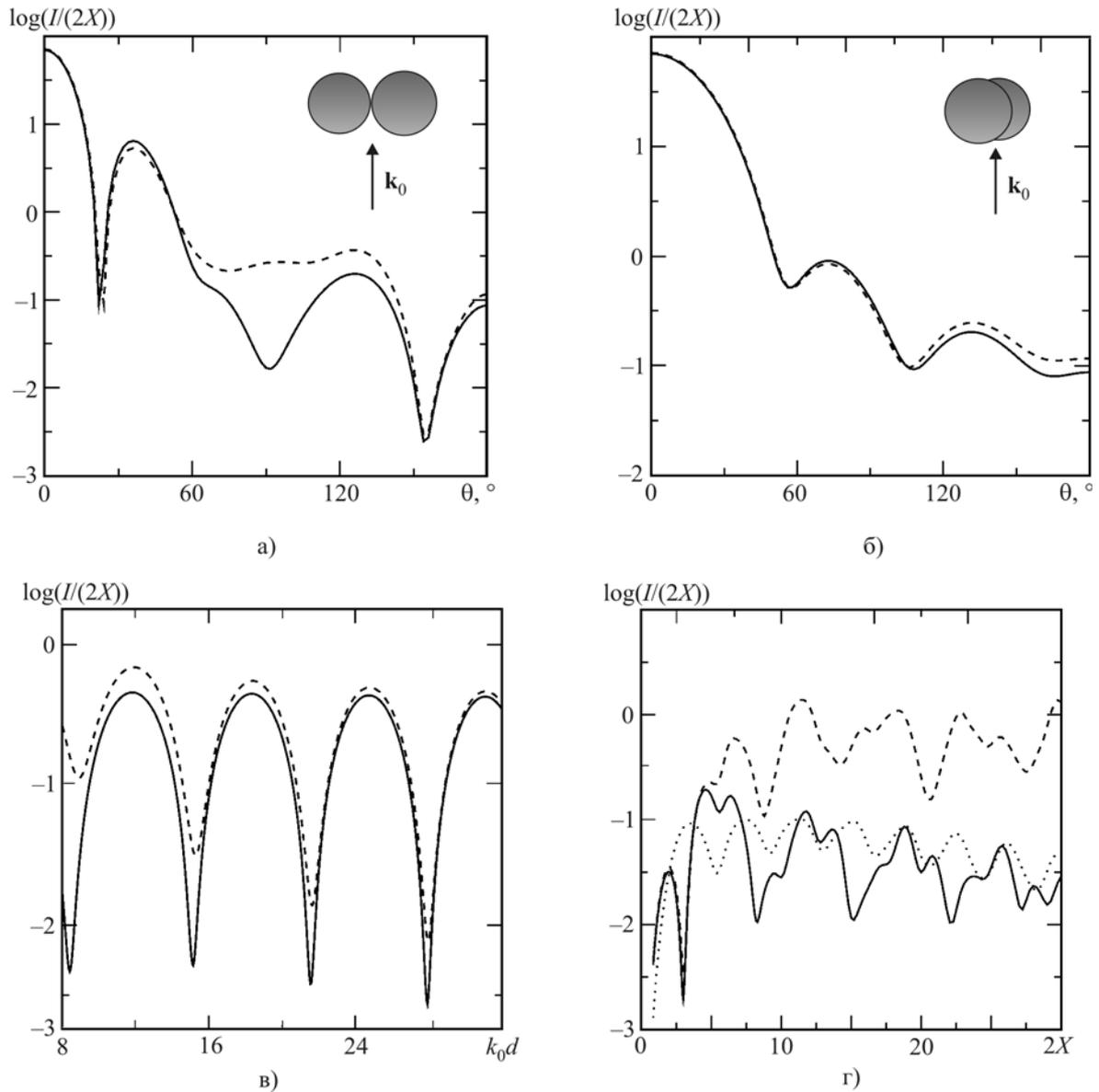


Рис. 4. Зависимость относительной интенсивности излучения, рассеянного бисферами, с учетом ближнего поля (сплошные кривые) и без учета ближнего поля (пунктирные кривые): а) от угла рассеяния θ , когда компоненты бисферы расположены в плоскости рассеяния (в плоскости рисунка); б) от угла θ , когда компоненты бисферы расположены в перпендикулярной плоскости; в) от расстояния между рассеивателями k_0d в направлении вдоль оси бисферы; г) от размеров рассеивателей (кривая в виде точек соответствует одиночному рассеивателю). Волновые параметры частиц бисферы $X = 4.0$, показатель преломления $\tilde{m} = 1.32 + i0.05$. Оси симметрии бисфер перпендикулярны волновому вектору падающего излучения \mathbf{k}_0

волн, приходящих от рассеивателей в точку наблюдения с разностью фаз $n_1\pi$, где n_1 – нечетное целое. Аналогичные минимумы видны и на кривой интенсивности излучения, рас-

сеянного вдоль оси бисферы с соприкасающимися компонентами, в зависимости от размеров рассеивателей в модели с ближним полем (рис. 4, г, сплошная кривая). Хотя кри-

вые интенсивности в модели с ближним полем на рис. 4, в и рис. 4, г представляют собой по сути зависимости интенсивности от расстояния между центрами рассеивателей, кривая на рис. 4, г имеет менее выраженный интерференционный характер. Кроме того, амплитуда интерференционных осцилляций на этой кривой убывает с увеличением размеров рассеивателей, что связано с ростом деструктивного влияния размеров рассеивателей на интерференцию волн из-за усиления экранировки.

Для сравнения на рис. 4, г приведена также кривая, соответствующая одиночному рассеивателю (кривая в виде точек). Видно, как для данного показателя преломления с увеличением размеров рассеивателей экранировка стремится к геометрическому пределу, при котором интенсивность рассеянного излучения уменьшается в два раза. Значительная разница между интенсивностями (примерно на порядок) в модели с ближним полем и в модели, игнорирующей ближнее поле, вызвана большим вкладом многократного рассеяния в последней модели. В частности, значительный вклад многократного рассеяния, который убывает с увеличением расстояния между компонентами бисферы, хорошо заметен на рис. 4, в в минимумах интенсивности вблизи значений $k_0 d \approx 9$ и $k_0 d \approx 15$.

Необходимо отметить разный смысл термина “многократное рассеяние” в двух рассматриваемых моделях. Чтобы пояснить смысл этого термина в модели, игнорирующей ближнее поле, введем обозначение:

$$f_{pn}^{(j)}(\hat{\mathbf{k}}_{sc}, \hat{\mathbf{n}}_0) = \sum_{LM} \frac{2L+1}{2} A_{LM}^{(jpn)} D_{Mp}^{*L}(\hat{\mathbf{n}}_0, \hat{\mathbf{k}}_{sc}). \quad (12)$$

Тогда формулу (4) можно записать в виде:

$$\mathbf{E}^{(j)} = \frac{\exp(ik_0 r)}{-ik_0 r} \exp(-i\mathbf{k}_{sc} \mathbf{R}_j) \times \sum_p f_{pn}^{(j)}(\hat{\mathbf{k}}_{sc}, \hat{\mathbf{n}}_0) \mathbf{e}_p(\hat{\mathbf{k}}_{sc}). \quad (13)$$

Поле (13) представляет собой суперпозицию волн с правой ($p = 1$) и левой ($p = -1$) круговыми поляризациями и с амплитудами $f_{pn}^{(j)}(\hat{\mathbf{k}}_{sc}, \hat{\mathbf{n}}_0)$. Чтобы найти уравнение для этих амплитуд, подставим (8) в (6) и воспользуемся теоремой сложения для функций Вигнера [19]. После преобразований получим следующую систему уравнений для коэффициентов (12):

$$f_{pn}^{(j)}(\hat{\mathbf{k}}_{sc}, \hat{\mathbf{n}}_0) = g_{pn}^{(j)}(\hat{\mathbf{k}}_{sc}, \hat{\mathbf{k}}_0) \exp(i\mathbf{k}_0 \mathbf{R}_j) + \sum_q g_{pq}^{(j)}(\hat{\mathbf{k}}_{sc}, \hat{\mathbf{r}}_{sj}) \sum_{s \neq j}^N \frac{\exp(ik_0 r_{js})}{-ik_0 r_{js}} f_{qn}^{(s)}(\hat{\mathbf{r}}_{sj}, \hat{\mathbf{n}}_0), \quad (14)$$

где

$$g_{pn}^{(j)}(\hat{\mathbf{k}}_{sc}, \hat{\mathbf{k}}_0) = \sum_L \frac{2L+1}{2} a_L^{(jpn)} D_{np}^{*L}(\hat{\mathbf{k}}_0, \hat{\mathbf{k}}_{sc}). \quad (15)$$

Амплитуда $g_{pn}^{(j)}(\hat{\mathbf{k}}_{sc}, \hat{\mathbf{k}}_0)$ – это амплитуда поляризованной по кругу волны с поляризацией p , рассеянной частицей j вдоль оси z_j системы координат $\hat{\mathbf{k}}_{sc}$ (рис. 1). При этом падающая плоская волна (1) имеет круговую поляризацию n и распространяется вдоль оси z_0 системы координат $\hat{\mathbf{k}}_0$.

Физический смысл системы уравнений (14) следующий. Амплитуда $f_{pn}^{(j)}(\hat{\mathbf{k}}_{sc}, \hat{\mathbf{n}}_0)$ волны, рассеянной частицей j , является суперпозицией амплитуд волн, одна из которых вызвана рассеянием падающей волны (1) (первое слагаемое справа в (14)), остальные вызваны рассеянием волн, приходящих от других рассеивателей кластера, (второе слагаемое справа в (14)). Т. к. расстояния между рассеивателями предполагаются много большими размеров рассеивателей, волна, приходящая от какого-то рассеивателя s и действующая на рассеиватель j , рассматривается как квазиплоская однородная волна с амплитудой, пропорциональной r_{js}^{-1} .

Представим решение системы уравнений (14) методом итераций. Такое представление решения может интерпретироваться как разложение амплитуды (14) в ряд по кратностям рассеяния. При этом первое слагаемое спра-

ва в (14) соответствует однократному рассеянию частицей j , подстановка этого слагаемого во второе слагаемое соответствует двукратному рассеянию сначала рассеивателем s , затем рассеивателем j и т. д. Таким образом, выражение (14) описывает процесс многократного рассеяния квазиплоских волн в системе рассеивателей.

В отличие от предыдущей модели, игнорирующей ближнее поле, система уравнений (6) с коэффициентами (7) не может быть приведена к виду (14). Однако к ней применим метод итераций, который также может интерпретироваться как представление коэффициентов (5) в виде ряда по кратностям рассеяния. Смысл многократного рассеяния в таком представлении отличается от его смысла в предыдущей модели. Если в предыдущей модели речь шла о рассеянии квазиплоских волн, действующих на рассеиватели, то в данном представлении термин “многократное рассеяние” означает процесс перераспределения амплитуд и фаз между коэффициентами $A_{LM}^{(jpn)}$ при разных j, L, M, n, p . При этом устанавливается такое соответствие амплитуд и фаз этих коэффициентов, которое и приводит к экранировке рассеивателей.

Продемонстрируем теперь проявление взаимодействия рассеивателей в ближнем поле для хаотически ориентированных кластеров сферических частиц. Характеристики излучения, рассеянного такими кластерами, с учетом ближнего поля вычислялись с использованием компьютерных кодов, доступных в Интернете [23]. Эти коды были адаптированы и для вычисления характеристик рассеяния с игнорированием ближнего поля. Были сгенерированы кластеры одинаковых частиц по методике, описанной в работе [24]. На рис. 5 показаны такие кластеры, состоящие из 50, 100 и 200 частиц, для которых были проведены вычисления. Форма этих кластеров близка к сферической, а частицы в кластерах расположены случайно.

Волновые параметры частиц кластеров $X=1.5$, показатели преломления $\tilde{m}=1.55+i0.001$ и $\tilde{m}=1.55+i0.1$. Плотность упаковки кластеров $\xi=N(X/X_0)^3 \approx 0.2$, где N – число частиц в кластере, волновые параметры кластеров

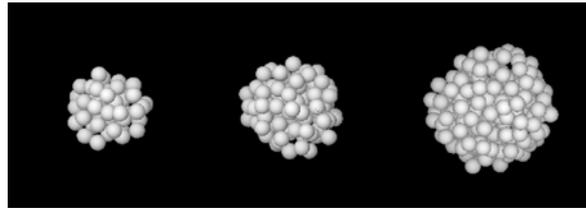


Рис. 5. Кластеры, состоящие из 50, 100 и 200 одинаковых сферических частиц. Средние волновые параметры этих кластеров X_0 примерно равны 9.25, 11.9 и 14.67 соответственно

$X_0 = k_0 a_m$ (a_m – радиус минимальной описанной вокруг кластера сферы). Интенсивность излучения, рассеянного такими хаотически ориентированными кластерами, в зависимости от угла рассеяния показана на рис. 6. Кривые, изображенные толстыми линиями, соответствуют вычислениям с учетом ближнего поля (с коэффициентами (7)), тонкие – при игнорировании ближнего поля (с коэффициентами (8)). Интенсивность во всех вычислениях поделена на величину X_0^2 .

Как видно из рис. 6, игнорирование ближнего поля приводит к значительному увеличению интенсивности рассеянного излучения при всех углах рассеяния. Обращает на себя внимание поведение интенсивности при $\theta > 60^\circ$. С учетом ближнего поля интенсивность в этой области углов слабо зависит от числа частиц N (особенно для сильно поглощающих рассеивателей). Т. к. интенсивность нормирована на единицу площади поперечного сечения кластера (точнее, поделена на величину X_0^2), такая зависимость означает, что по крайней мере в этом диапазоне углов рассеяния интенсивность определяется в основном верхним слоем частиц кластера. Остальные частицы кластера экранируются частицами этого слоя. При игнорировании ближнего поля частицы не экранируют друг друга и большее число частиц включено в процесс многократного рассеяния. Это приводит к увеличению вклада многократного рассеяния и значительно более высокой интенсивности рассеянного излучения по сравнению с моделью, учитывающей взаимодействие в ближнем поле. По этой

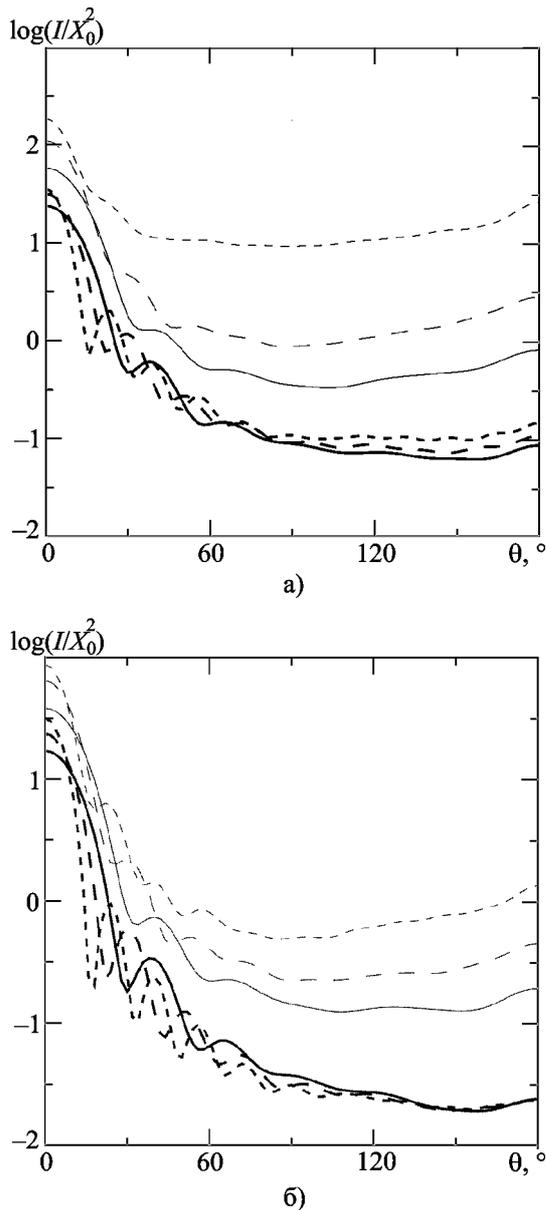


Рис. 6. Зависимость относительной интенсивности излучения, рассеянного хаотически ориентированными кластерами сферических частиц, с учетом ближнего поля (толстые линии) и без учета ближнего поля (тонкие линии) от угла рассеяния θ : — — $N = 50$, - - - - $N = 100$; - · - · - $N = 200$. Волновые параметры частиц кластеров $X = 1.5$; показатель преломления $\tilde{m} = 1.55 + i0.001$ (а), $\tilde{m} = 1.55 + i0.01$ (б)

же причине зависимость интенсивности от числа частиц в кластере более сильная в модели, игнорирующей ближнее поле, особенно для слабо поглощающих рассеивателей.

В направлениях рассеяния $\theta \approx 0$ интерференция однократно рассеянных волн дает основной вклад в интенсивность рассеянного излучения. При учете ближнего поля из-за экранировки частиц и из-за сдвигов фаз волн внутри кластера вклад в эту интерференцию дают в основном частицы, расположенные вблизи экватора (лимба) кластера [11]. Число таких частиц N приблизительно пропорционально среднему радиусу кластера. Т. к. интерференция дает вклад, пропорциональный $\tilde{N}(\tilde{N}-1)$, интенсивность рассеянного излучения в направлении $\theta \approx 0$ пропорциональна площади поперечного сечения кластера. Поэтому интенсивность в этом направлении рассеяния при указанной нормировке относительно слабо зависит от числа частиц в кластере. При игнорировании ближнего поля вклад в интерференцию дают все частицы кластера. Поэтому интенсивность рассеянного излучения в этом случае больше и сильнее зависит от числа частиц в кластере.

Остановимся кратко на поведении интенсивности рассеянного излучения в области оппозиционных углов рассеяния (вблизи $\theta = 180^\circ$). Эта область углов представляет особый интерес для интерпретации наблюдений безатмосферных небесных тел, которые как правило демонстрируют так называемый оппозиционный эффект яркости в видимой области спектра (см., например, [23]). (Оппозиционным эффектом яркости называют нелинейное возрастание яркости объекта при уменьшении угла фазы $\alpha = \pi - \theta$.) На рис. 7 представлены зависимости интенсивности рассеянного излучения от угла фазы для рассматриваемых кластеров с $N = 50$ (сплошные линии) и $N = 200$ (пунктирные линии). Как и на предыдущем рисунке, толстые линии соответствуют вычислениям с учетом ближнего поля, тонкие – при игнорировании ближнего поля. Как видно из этого рисунка, в модели без учета ближнего поля оппозиционный эффект более выражен, чем в модели с ближним полем. Особенно это заметно для сильно поглощающих рассеивателей (рис. 7, б). Так, в модели без учета ближнего поля кластер с $N = 200$ демонстрирует хорошо выраженный оппозиционный эффект, в то время как в моде-

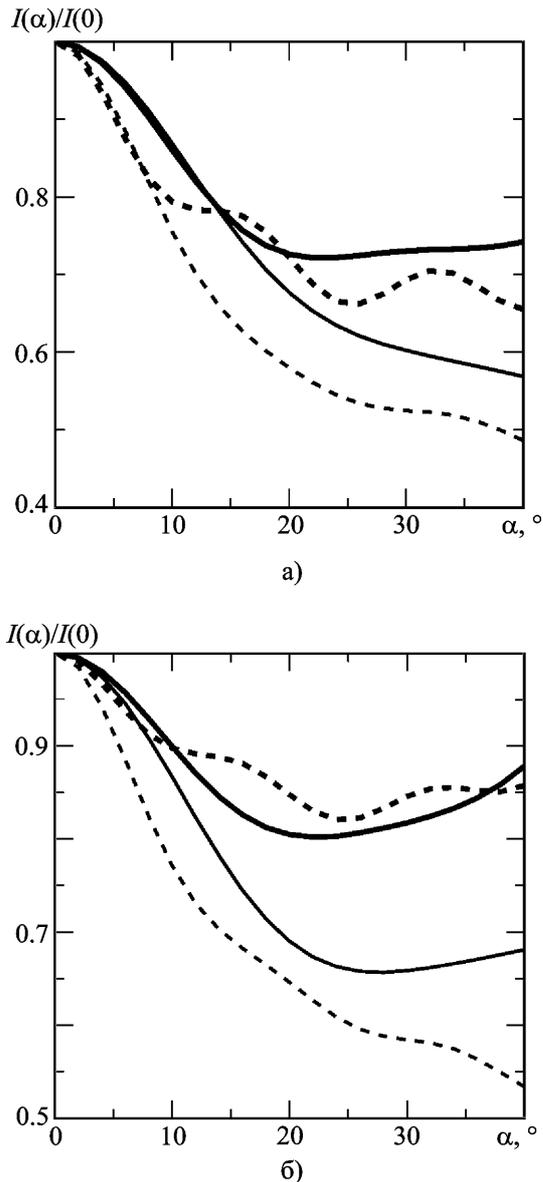


Рис. 7. Относительная интенсивность излучения, рассеянного хаотически ориентированными кластерами сферических частиц, с учетом ближнего поля (толстые линии) и без учета ближнего поля (тонкие линии) вблизи оппозиционных углов рассеяния: а) – показатель преломления $\tilde{m} = 1.55 + i0.001$; б) – $\tilde{m} = 1.55 + i0.01$. Сплошные кривые соответствуют $N = 50$, пунктирные кривые – $N = 200$

ли с ближним полем этот кластер показывает лишь незначительный оппозиционный эффект (пунктирные кривые на рис. 7, б). Такое различие в поведении интенсивности в рассматри-

ваемых моделях вызвано, как было показано в работах [8-12], неоднородностью ближнего поля (см. Введение). Отметим, что у темных астероидов *F*-типа также наблюдается слабо выраженный оппозиционный эффект яркости (в отличие от светлых астероидов, у которых этот эффект хорошо заметен) [25], что может быть объяснено высокой плотностью упаковки рассеивателей малых размеров с большой мнимой частью показателя преломления.

Обращает на себя внимание осциллирующий характер кривых на рис. 7 в модели с учетом ближнего поля для $N = 200$. Аналогичный, но более выраженный осциллирующий характер интенсивности наблюдается и для хаотически ориентированных кластеров таких же частиц с регулярной упаковкой частиц в вершинах тетраэдра [11]. Это дает основание полагать, что осцилляции кривых на рис. 7 вызваны появлением упорядоченности в структуре верхнего слоя кластера при такой плотности упаковки. Периодический характер осцилляций подтверждает это. В модели, игнорирующей ближнее поле, сильный вклад многократного рассеяния “замывает” эти осцилляции.

4. Заключение

В работе рассмотрены особенности рассеяния ближнего поля системами (кластерами) сферических рассеивателей. Показано, что в ближнем поле возникает взаимная экранировка рассеивателей, которая приводит к значительному уменьшению интенсивности излучения, рассеянного кластером, по сравнению с моделью рассеяния, в которой ближнее поле игнорируется. Последняя модель лежит в основе современной теории многократного рассеяния излучения дискретными средами. Приведенные в работе результаты вычислений интенсивности излучения, рассеянного системами рассеивателей, указывают на необходимость учета ближнего поля при построении теории многократного рассеяния плотноупакованными средами, а также при интерпретации различных измерений.

Автор признателен А. С. Брюховецкому, А. А. Минакову и С. Л. Просвирнину за критические замечания, сделанные при обсуждении рукописи настоящей работы.

Литература

1. Mishchenko M. I. Vector radiative transfer equation for arbitrarily shaped and arbitrarily oriented particles: a microphysical derivation from statistical electromagnetics // *Appl. Opt.* – 2002. – Vol. 41. – P. 7114-7134.
2. Mishchenko M. I. Travis L. D., and Lacis A. A. *Multiple Scattering of Light by Particles. Radiative Transfer and Coherent Backscattering* – Cambridge: Cambridge University Press, 2006. – 478 p.
3. Иванов А. П., Лойко В. А., Дик В. П. *Распространение света в плотноупакованных дискретных средах.* – Минск: Наука и техника, 1988. – 117 с.
4. Thang L. and Kong J. A. Scattering of electromagnetic waves from a dense medium consisting of correlated Mie scatterers with size distributions and applications to dry snow // *J. Electromagn. Waves Appl.* – 1992. – Vol. 6. – P. 265-286.
5. Tsang L., Chen C.-T., Chang A. T. C., Guo J., Ding K.-H. Dense media radiative transfer theory on quasicrystalline approximation with applications to passive microwave remote sensing of snow // *Radio Sci.* – 2000. – Vol. 35. – P. 731-749.
6. Zhang H, and Voss K. J. Comparisons of bidirectional reflectance distribution function measurements on prepared particulate surfaces and radiative transfer models // *Appl. Opt.* – 2005. – Vol. 44. – P. 597-610.
7. Исимару А. *Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. Том 1: Пер. с англ.* – М.: Мир, 1981. – 280 с.
8. Тишковец В. П. Обратное рассеяние света плотноупакованными средами // *Опт. и спектр.* – 1998. – Т. 85. – С. 233-238.
9. Тишковец В. П., Литвинов П. В. Оппозиционные эффекты при рассеянии света реголитоподобными средами // *Астрон. Вестн.* – 1999. – Т. 33, №2. – С. 186-192.
10. Tishkovets V. P., Litvinov P. V., Petrova E. V., Jockers K., Mishchenko M. Backscattering effects for discrete random media: Theoretical results. In: *Photopolarimetry in Remote Sensing / Ed. by Videen G., Yatskiv Y., Mishchenko M.* – Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2004. – P. 221-242.
11. Tishkovets V. P., Petrova E. V., and Jockers K. Optical properties of aggregate particles comparable in size to the wavelength // *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer.* – 2004. – Vol. 86. No. 3. – P. 241-265.
12. Petrova E. V., Tishkovets V. P., and Jockers K. Modeling of opposition effects with ensembles of clusters: Interplay of various scattering mechanisms // *Icarus.* – 2007. – Vol. 188. – P. 233-245.
13. Mishchenko M. I., Hovenier J. W., Mackowski D. W. Single scattering by a small volume element // *JOSA A.* – 2004. – Vol. 21. – P. 71-87.
14. Mishchenko M. I., Liu L., Mackowski D. W., Cairns B. and Videen G. Multiple scattering by random particulate media: exact 3D results // *Optics Express.* – 2007. – Vol. 15. – P. 2822-2836.
15. Mishchenko M. I., Travis L. D., and Lacis A. A. *Scattering, Absorption, and Emission of Light by Small Particles.* – Cambridge: Cambridge University Press, 2002. – 445 p.
16. Borghese F., Denti P., Saija R. Scattering from model nonspherical particles. Theory and applications to environmental physics. – Berlin: Springer, 2002. – 253 p.
17. Tishkovets V. P. and Mishchenko M. I. Coherent backscattering of light by a layer of discrete random medium // *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer.* – 2004. – Vol. 86. – P. 161-180.
18. Tishkovets V. P. Incoherent and coherent backscattering of light by a layer of densely packed random medium // *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* – 2007. – Vol. 108. – P. 454-463.
19. Варшалавич Д. А., Москалев А. Н., Херсонский В. К. *Квантовая теория углового момента.* – М.: Наука, 1975. – 436 с.
20. Грандштейн И. С., Рыжик И. М. *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений.* – М.: Наука, 1971. – 1108 с.
21. Greffet J. -J. and Carminati R. Image formation in near-field optics // *Progr. Surf. Sci.* – 1998. – Vol. 56, – P. 133-237.
22. Tishkovets V. P. and Jockers K. Multiple scattering of light by densely packed random media of spherical particles: Dense media vector radiative transfer equation // *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* – 2006. – Vol. 101. – P. 54-72.
23. Mackowski D. W., Fuller K., and Mishchenko M. I. Codes for calculation of scattering by clusters of spheres. <ftp://ftp.eng.auburn.edu/pub/dmckwski/scatcodes/index.html>.
24. Mackowski D. W. Electrostatics analysis of sphere clusters in the Rayleigh limit: application to soot particles // *Appl. Opt.* – 1995. – Vol. 34. – P. 3535-3545.
25. Бельская И. Н. *Оптические свойства поверхностей астероидов, кентавров и пояса Койпера : Автореф. дисс. доктора физ.-мат. наук.* – Киев: 2007. – 30 с.

Взаємне екранування розсіювачів у ближньому полі

В. П. Тишковець

Аналізуються рівняння теорії розсіювання електромагнітних хвиль кластерами (системами) сферичних розсіювачів. Обговорюються дві моделі розсіювання – модель, що враховує ближнє поле, та модель, яка ігнорує його. Приклади розрахунків інтенсивності випромінювання, розсіяного кластерами частинок, показують, що у напрямках взаємного екранування частинок у моделі, що ігнорує ближнє поле, інтенсивність є значно вищою, ніж у моделі з ближнім полем.

Mutual Shielding of Particles in the Near Field

V. P. Tishkovets

Equations of the theory of electromagnetic wave scattering by clusters (aggregates) of spherical particles are analyzed. Two models of scattering are discussed – the one considering a near field, and the other one ignoring it. Examples of calculation of the intensity of scattered radiation by clusters of spherical particles show that in the directions of mutual shielding of particles the intensity in the model ignoring the near field is significantly larger than that in the model with the near field.