

## Электродинамические характеристики плоского волновода с системой поперечных щелей

М. Е. Калиберда, С. А. Погарский

*Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина,  
пл. Свободы, 4, г. Харьков, 61077, Украина  
E-mail: Sergey.A.Pogarsky@univer.kharkov.ua*

*Статья поступила в редакцию 9 апреля 2008 г.*

Исследованы электродинамические характеристики плоского волновода с системой поперечных щелей. Решение граничной задачи дифракции собственных волн плоского волновода сведено к сингулярному интегральному уравнению с дополнительными условиями на системе отрезков. Численное решение получено методом дискретных особенностей. Приведены зависимости коэффициентов отражения ограниченной структуры, работающей в одно- и двухмодовом режимах. Построены диаграммы направленности.

Щелевые структуры различного типа представляют несомненный интерес для практических приложений в СВЧ и КВЧ диапазонах. Это обусловлено целым рядом их уникальных особенностей. Такого рода конструкции прежде всего позволяют создавать антенные системы невыступающего типа вследствие своей низкопрофильности, обладают структурной простотой, высокой степенью интеграции с другими элементами тракта и др. Особое место в ряду щелевых структур занимают многоэлементные системы.

Многоэлементные (многощелевые) структуры исследуются достаточно давно. Вместе с тем не существует универсального метода анализа их характеристик. Строгое решение электродинамической задачи о трансформации полей волноводных волн и излучении во внешнее пространство на участках волновода со щелями достаточно сложно и громоздко. Это обусловлено тем фактом, что дифрагированные поля в такого рода структурах имеют континуальный пространственный спектр и для их описания необходимо использовать интегральные операторы. В некоторых случаях достаточными для практических приложений оказываются приближенные решения, описы-

вающие процесс взаимодействия одной или нескольких собственных волн с неоднородностью. Такие решения строились с использованием метода задачи Римана–Гильберта [1], метода Винера–Хопфа [2], вариационных методов [3, 4].

Большой универсальностью отличается операторный метод [5], позволяющий моделировать электродинамические характеристики структур с идентичными периодическими последовательностями неоднородностей. Точность получаемого решения напрямую связана с точностью решения ключевой задачи – граничной задачи о взаимодействии одиночной неоднородности с заданным спектром собственных волн базовой волноведущей структуры. Кроме того, существенную роль играют фактор взаимодействия неоднородностей и влияние этого взаимодействия на волновой процесс в волноведущей структуре. Особый интерес представляет случай резонансного соотношения ширины щели и расстояния между стенками волновода [6].

В связи с этим основными целями настоящей работы явились решение двумерной задачи об излучении последовательности бесконечно длинных параллельных щелей с уче-

том их взаимного влияния через свободное пространство, проведение сравнительного анализа найденного решения и известных решений, полученных без учета взаимного влияния, исследование интегральных характеристик, проведение исследования по оценке влияния высших типов волн плоского волновода на интегральные характеристики структуры.

### 1. Алгоритм решения граничной задачи

Будем рассматривать структуру, представленную на рис. 1. Обозначим  $M = \bigcup_{q=1}^m (\alpha_q, \beta_q)$  – следы щелей в волноводе на плоскости  $yOz$ ,  $\mathfrak{X} \setminus M$  – следы металла в стенке волновода со щелью на плоскости  $yOz$ . Будем предполагать, что стенки волновода, являются идеально проводящими и бесконечно тонкими, а диэлектрик, заполняющий пространство волновода, – однородным и изотропным с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ .

В случае  $E$ -поляризации падающее поле представим в виде:

$$E_p = e^{ik_1\beta_p y} \sin \frac{\pi p}{h} z, \quad p = 1, 2, \dots,$$

где  $\beta_p = \sqrt{1 - \left(\frac{\pi p}{k_1 h}\right)^2}$ ,  $k_1^2 = \epsilon k^2$ ,  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ,  $\lambda$  – длина волны. Поле в волноводе  $E_x = E(y, z)$  ищем в виде:

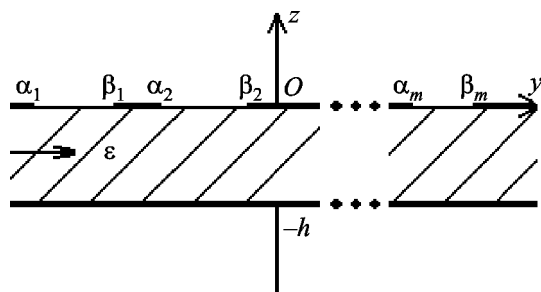


Рис. 1. Геометрия структуры и система координат

$$E(y, z) = \begin{cases} E^+(y, z), & z > 0, \\ E_p(y, z) + E^-(y, z), & -h < z < 0. \end{cases}$$

Функции  $E^\pm$ , удовлетворяющие уравнению Гельмгольца, граничным условиям на стенках волновода и на щелях, а так же условию излучения и условию на ребре, представим в виде интегралов Фурье:

$$E^+(y, z) = \frac{k}{k_1} \int_{-\infty}^{\infty} C\left(\frac{k}{k_1} \xi\right) e^{iky\xi + ik\gamma(\xi)z} d\xi, \quad z > 0, \tag{1}$$

$$E^-(y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} C(\xi) \frac{\sin(\gamma(\xi)k_1(z+h))}{\sin(\gamma(\xi)k_1 h)} e^{ik_1 y \xi} d\xi, \quad -h < z < 0, \tag{2}$$

где  $\gamma(\xi) = \sqrt{1 - \xi^2}$ ,  $\text{Re } \gamma \geq 0$ ,  $\text{Im } \gamma \geq 0$ . Функция  $C(\xi)$  в (1), (2) подлежит определению в классе функций, удовлетворяющих условию на ребре. Для того чтобы выполнялось условие излучения, путь интегрирования в (2) выбран таким образом, чтобы он совпадал с вещественной осью всюду, за исключением точек, являющихся полюсами подынтегральной функции, а полюсы обходил на отрицательной полуоси сверху, а на положительной – снизу.

Функция  $C(\xi)$  может быть найдена из парного интегрального уравнения

$$\int_{-\infty}^{\infty} C(\xi) e^{ik_1 y \xi} d\xi = 0, \quad y \in \mathfrak{X} \setminus M, \tag{3}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} C(\xi) \left( i \text{ctg}(\gamma(\xi)k_1 h) \gamma(\xi) + \frac{k}{k_1} \gamma_1(\xi) \right) e^{ik_1 y \xi} d\xi = \\ & = i \frac{\pi p}{2k_1 h} e^{ik_1 y \beta_p}, \quad y \in M, \end{aligned} \tag{4}$$

где  $\gamma_1(\xi) = \sqrt{1 - \left(\frac{k_1}{k}\xi\right)^2}$ ,  $\text{Re}\gamma_1 \geq 0$ ,  $\text{Im}\gamma_1 \geq 0$ .

Известно несколько способов решения систем парных интегральных уравнений типа (3), (4), например приведенный в [7]. В результате решения могут быть записаны выражения для поля в волноводе и коэффициентов прохождения и отражения в виде:

– для  $E$ -поляризации

$$E_{\pm} = E_p - \frac{2\pi^2 i}{(k_1 h)^2} \sum_{l=1}^q C(\pm\beta_l) e^{\pm ik_l \beta_l y} \frac{l}{\beta_l} \sin\left(\frac{\pi l}{h} z\right),$$

$$T_{p,p} = 1 - \frac{2\pi^2 i}{(k_1 h)^2} \frac{p}{\beta_p} C(\beta_p),$$

$$R_{p,p} = -\frac{2\pi^2 i}{(k_1 h)^2} \frac{p}{\beta_p} C(-\beta_p), \quad p = 1, 2, \dots;$$

– для  $H$ -поляризации

$$H_{\pm} = H_p - \frac{2\pi^2}{(k_1 h)^2} \sum_{l=1}^q C(\pm\beta_l) e^{\pm ik_l \beta_l y} \frac{l}{\beta_l} \cos\left(\frac{\pi l}{h} z\right) -$$

$$-\frac{\pi}{k_1 h} e^{\pm ik_1 y} (C(\pm 1)\gamma(\pm 1)),$$

$$T_{p,p} = 1 - \frac{2\pi^2}{(k_1 h)^2} \frac{p}{\beta_p} C(\beta_p),$$

$$R_{p,p} = -\frac{2\pi^2}{(k_1 h)^2} \frac{p}{\beta_p} C(-\beta_p), \quad p = 1, 2, \dots$$

Вместе с тем существуют и другие методы решения такого рода уравнений, например, метод дискретных особенностей решения сингулярных интегральных уравнений с дополнительными условиями [8, 9].

Покажем схему сведения парных интегральных уравнений (3), (4) к сингулярному интегральному уравнению с дополнительными условиями. Следуя идеям работы [10], обозначим

$$U(y) = \int_{-\infty}^{\infty} C(\xi) e^{iky\xi} d\xi,$$

$$F(y) = U'(y) = \int_{-\infty}^{\infty} ik\xi C(\xi) e^{iky\xi} d\xi. \quad (5)$$

Из уравнения (3) следует, что

$$F(y) = 0, \quad y \in \mathfrak{R} \setminus M. \quad (6)$$

Применяя обратное преобразование Фурье к выражению (5), с учетом того, что  $\int_L F(y) dy = 0$ , получаем

$$C(\xi) = \frac{1}{2\pi i \xi} \int_M F(y) (e^{-ik\xi y} - 1) dy. \quad (7)$$

Введем оператор Гильберта, действующий на функцию  $G(\zeta)$  по формуле  $(HG)(y) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G(\zeta)}{\zeta - y} d\zeta$ ,  $H : e^{ik\xi\zeta} \mapsto i \text{sgn}(\xi k) e^{ik\xi y}$ .

Здесь интеграл понимается в смысле главного значения по Коши.

Перепишем уравнение (4) в виде

$$\int_{-\infty}^{\infty} \xi_i \frac{|\xi k_1|}{\xi k_1} C(\xi) e^{ik_1 y \xi} d\xi - \int_{-\infty}^{\infty} C(\xi) e^{ik_1 y \xi} \times$$

$$\times \left[ i|\xi| - \frac{1}{2} \left( i \text{ctg}(\gamma(\xi) k_1 h) \gamma(\xi) + \frac{k}{k_1} \gamma_1(\xi) \right) \right] d\xi =$$

$$= -i \frac{\pi p}{2k_1 h} e^{ik_1 y \beta_p}, \quad y \in M. \quad (8)$$

Тогда, применив к первому интегралу в уравнении (8) оператор  $H$  и преобразовав второй интеграл с использованием формул (6), (7), получим сингулярное интегральное уравнение с дополнительными условиями:

$$\frac{1}{\pi} \int_M \frac{F(\zeta)}{\zeta - y} d\zeta + \frac{1}{\pi} \int_M K(y - \zeta) F(\zeta) d\zeta = f(y),$$

$$y \in M, \tag{9}$$

$$\int_{\alpha_q}^{\beta_q} F(\zeta) d\zeta = 0, \quad q = 1, \dots, m, \tag{10}$$

где  $K(x) = k_1 \int_0^\infty \frac{\sin(k_1 \xi x)}{\xi} \left[ \xi - \frac{1}{2} (\gamma(\xi) \operatorname{ctg}(\gamma(\xi) k_1 h) - \frac{ik}{k_1} \gamma_1(\xi)) \right] d\xi$ ,  $f(y) = \frac{\pi p}{2h} e^{ik_1 y \beta_p}$ . Правило обхода полюсов такое же, как было описано выше.

В случае  $H$ -поляризации дополнительные условия (10) имеют вид:

$$\frac{1}{\pi} \int_{\alpha_q}^{\beta_q} Q(y_q - \zeta) F(\zeta) d\zeta = g(y_q), \quad q = 1, \dots, m,$$

где  $y_q \in (\alpha_q; \beta_q)$ ,  $Q(x) = \int_0^\infty \frac{\cos(k_1 \xi x)}{2} \left( \frac{k_1 \xi}{k \gamma_1(\xi)} + \frac{i \xi}{\gamma(\xi)} \operatorname{ctg}(k_1 \gamma(\xi) h) \right) d\xi$ . В уравнении (9)

$$K(x) = -ik_1 \int_0^\infty \sin(k_1 \xi x) \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{k_1 \xi}{k \gamma_1(\xi)} + \frac{i \xi}{\gamma(\xi)} \operatorname{ctg}(k_1 \gamma(\xi) h) \right) + i \right\} d\xi, \quad f(y) = \frac{i}{k_1} g'(y),$$

$$g(y) = \frac{1}{2} e^{ik_1 y \beta_p}.$$

## 2. Численные результаты

Численное решение уравнений (9), (10) дает возможность найти значения коэффициентов прохождения и отражения по формулам из [7], а так же исследовать интегральные характеристики структуры, такие, как энергетические характеристики излучения. На рис. 2 представлены зависимости коэффици-

циента отражения волны  $H_{01}$  от параметра  $L/\lambda_g$ , где  $L$  – период следования щелей, для структуры из четырех эквидистантно расположенных щелей при различных значениях  $\epsilon$ . Длина волны в волноводе  $\lambda_g$  постоянна и соотносится с шириной щели так, что  $k_1 h = 6$ ,  $k_1 d = 6$ , где  $d$  – ширина щели. Зависимость носит практически периодический характер с периодом  $L/\lambda_g = 0.5$ . Отклонения от периодичности вызвано наличием взаимодействия щелей через пространство вне волновода и влиянием затухающих волноводных волн. На каждом периоде присутствуют три (что на единицу меньше числа неоднородностей) локальных максимума и один глобальный. Увеличение диэлектрической проницаемости диэлектрика в волноводе приводит к увеличению значений максимумов коэффициентов. Аналогичные результаты были получены в работе [11] при анализе свойств плоского волновода с бесконечно длинными поперечными щелями, который осуществлялся в предположении отсутствия взаимного влияния щелей через свободное пространство.

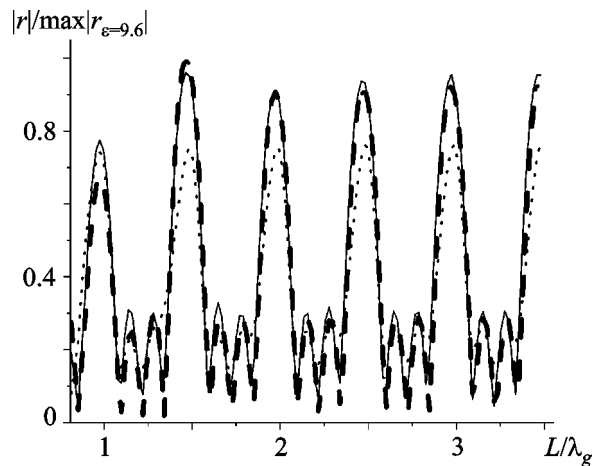
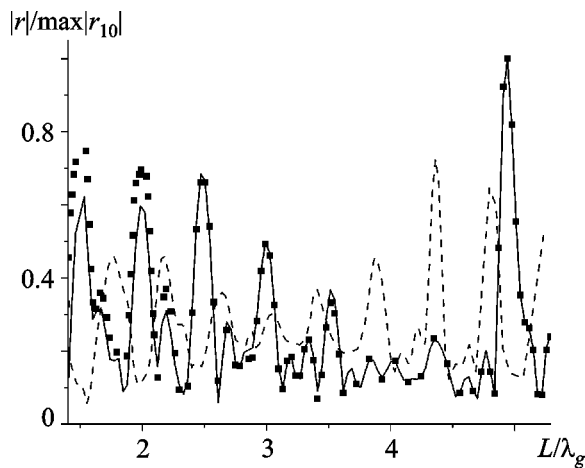


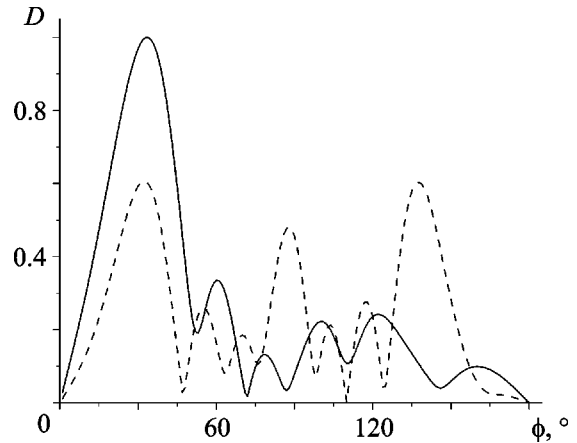
Рис. 2. Зависимость нормированного коэффициента отражения от параметра  $L/\lambda_g$  для структуры из четырех эквидистантно расположенных щелей при  $k_1 h = 6$ ,  $k_1 d = 6$ :  $\epsilon = 1$  – линия из точек;  $\epsilon = 2.4$  – сплошная линия;  $\epsilon = 9.6$  – пунктирная линия

На рис. 3 приведены зависимости нормированных коэффициентов отражения волн  $H_{01}$  и  $H_{02}$  от параметра  $L/\lambda_g$  при условии, что в волноводе возбуждается волна  $H_{01}$ . Волновод заполнен диэлектриком с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon = 2.4$ . На кривых маркерами обозначены значения коэффициента отражения волны  $H_{01}$ , полученные операторным методом [5] без учета взаимодействия щелей через свободное пространство. Очевидно, при значениях параметра  $(L-d)/\lambda_g > 1$  взаимодействием щелей можно пренебречь. В случае, когда в волноводе могут распространяться моды более высокого порядка, не наблюдается столь явной периодичности зависимостей. Это объясняется преобразованием волны  $H_{01}$  в волну высших типов на щелях.

Наряду с коэффициентами прохождения и отражения представляют интерес характеристики излученного из волновода поля в дальней зоне. На рис. 4 представлены нормированные диаграммы направленности структуры, состоящей из четырех эквидистантно расположенных щелей. Угол  $\phi$  отсчитывается



**Рис. 3.** Зависимость нормированного коэффициента отражения волны  $H_{01}$  (сплошная линия) и  $H_{02}$  (пунктирная линия) от параметра  $L/\lambda_g$  для структуры из четырех эквидистантно расположенных щелей при  $k_1h = 6$ ,  $k_1d = 6$ ,  $\epsilon = 2.4$ . Маркерами обозначены результаты, полученные операторным методом для волны  $H_{01}$



**Рис. 4.** Нормированная диаграмма направленности  $D(\phi)$  для структуры из четырех эквидистантно расположенных щелей при  $k_1h = 6$ ;  $k_1d = 6$ ;  $\epsilon = 1$ ;  $L/\lambda_g = 0.82$  (сплошная линия) и  $L/\lambda_g = 1$  (пунктирная линия)

от положительного направления оси  $Oy$ . Для волновода, у которого щели находятся достаточно близко друг к другу ( $L/\lambda_g = 0.82$ ), в диаграмме направленности наблюдается наличие одного главного лепестка, максимум которого смещен от продольной оси структуры на угол  $\phi = 33^\circ$ . Это смещение свидетельствует о линейном фазовом распределении на щелях. При увеличении периода  $L$  появляются дополнительные лепестки. Так, при  $L/\lambda_g = 1$  их уже три. В случае нарушения периодичности следования щелей или условия идентичности излучателей вид диаграммы направленности изменяется существенным образом. На рис. 5 приведена одна из диаграмм направленности четырехэлементной системы при сбое эквидистантности: перемещении крайней щели вдоль оси  $Oy$  в интервале  $L_1/\lambda_g = 0.04 \div 0.325$ , где  $L_1$  – расстояние между последней и предпоследней щелью. При таком изменении вида структуры формируется диаграмма направленности близкая к однолепестковой, причем ширина и угол наклона главного лепестка диаграммы направленности к продольной оси структуры зависят от величины сдвига щели. Угол наклона варьируется в интервале от  $100^\circ$  (сплошная линия) до  $110^\circ$  (пунктирная линия).

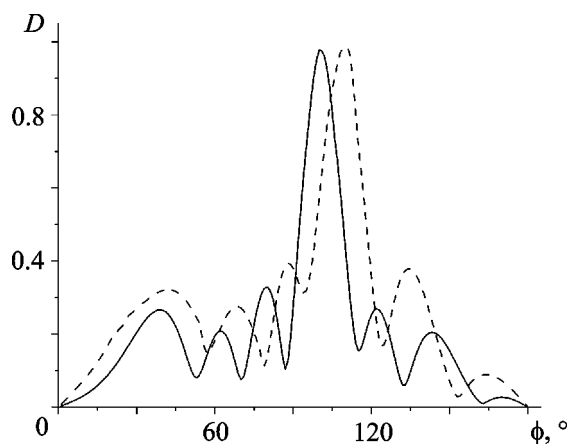


Рис. 5. Нормированные диаграммы направленности  $D(\phi)$  для структур из четырех щелей

### Заключение

Таким образом, полученное в работе решение, позволяющее учитывать взаимное влияние щелей через свободное пространство, результаты численного моделирования и сравнение с результатами других исследований, полученными без учета взаимного влияния щелей, позволяют утверждать, что в случае периодического расположения щелей их взаимным влиянием можно пренебречь, если расстояние между излучателями больше длины волны. Численное моделирование зависимости диаграммы направленности от параметров сбой периодичности демонстрирует возможность получения диаграммы направленности с главным лепестком произвольной ширины и управления углом его наклона к продольной оси структуры.

### Литература

1. Шестопалов В. П. Метод задачи Римана-Гильберта в теории дифракции и распространения электромагнитных волн. – Харьков: ХГУ, 1971. – 400 с.
2. Нобл Б. Применение метода Винера-Хопфа для решения дифференциальных уравнений в частных производных. – М.: ИЛ, 1962. – 279 с.
3. Никольский В. В. Вариационные методы для задач дифракции // Изв. вузов. Радиофизика. – 1977. – Т. 20, №1. – С. 5-44.
4. John C. Young, Jiro Hirokawa, Makoto Ando. Analysis of a Rectangular Waveguide, Edge Slot Array

- With Finite Wall Thickness // IEEE Trans. Antennas Propag. – 2007. – Vol. 55, No. 3. – P. 812-819.
5. Грибовский А. В., Литвиненко Л. Н., Просвирнин С. Л. Дифракция электромагнитных волн на многослойной структуре из бесконечных металлических экранов с прямоугольными отверстиями // Радиофизика и радиоастрономия. – 2000. – Т. 5, №2. – С. 166-170.
  6. Encinar J. A. Mode-matching and point-matching techniques applied to the analysis metal-strip-loaded dielectric antennas // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1990. – Vol. 38, No. 9. – P. 1405-1412.
  7. Литвиненко Л. Н., Просвирнин С. Л. Поперечная щель в плоском волноводе // Радиотехника и электроника. – 1977. – Т. 22, №7. – С. 1321-1326.
  8. Гандель Ю. В. Метод дискретных особенностей в задачах электродинамики // Вопросы кибернетики. – 1986. – Вып. 124. – С. 166-183.
  9. Гандель Ю. В., Еременко С. В., Полянская Т. С. Математические вопросы метода дискретных токов: Обоснование численного метода дискретных особенностей решения двумерных задач дифракции электромагнитных волн. Ч. 2 – Харьков: ХГУ, 1992. – 145 с.
  10. Гандель Ю. В. Метод парных и сингулярных интегральных уравнений в задачах дифракции на ограниченных решетках // Электромагнитные явления. – 1998. – Т. 1, №2. – С. 220-232.
  11. М. Е. Калиберда, С. А. Погарский. Дифракция собственных волн плоского волновода на периодической последовательности поперечных щелей // Радиофизика и радиоастрономия. – 2006. – Т. 11, №4. – С. 355-361.

### Електродинамічні характеристики плоского хвилеводу з системою поперечних щілин

М. Є. Каліберда, С. О. Погарський

Досліджено електродинамічні характеристики плоского хвилеводу з системою поперечних щілин. Розв'язок граничної задачі дифракції власних хвиль плоского хвилеводу зведено до сингулярного інтегрального рівняння з додатковими умовами на системі відрізків. Числовий розв'язок отримано методом дискретних особливостей. Наведено залежності коефіцієнтів відбиття обмеженої структури, яка працює в одно- та двомодовому режимах. Побудовано діаграми спрямованості.

**Electrodynamic Characteristics  
of a Plane Waveguide with the System  
of Transverse Slots**

**M. E. Kaliberda and S. A. Pogarsky**

Electrodynamic characteristics of plane waveguide with the system of transverse slots are investigated. The boundary problem of plane waveguide eigenwave diffraction is reduced to the singular integral equation with additional conditions on the system of segments. The numerical solution is obtained by the method of discrete singularities. The dependencies of reflection coefficients of a bounded structure are shown both for single- and multimode operation. The directional diagrams are built.