

Электродинамические характеристики кольцевых полосковых резонаторов

Д. В. Майборода, С. А. Погарский

*Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина,
пл. Свободы, 4, г. Харьков, 61077, Украина
E-mail: Sergey.A.Pogarsky@univer.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 30 октября 2007 г.

Изложен метод электродинамического расчета спектра собственных колебаний и дисперсионных характеристик кольцевого микрополоскового резонатора. Метод основан на использовании приближенного заданного распределения плотности поверхностного тока на микрополосковом проводнике. Осуществлено численное моделирование параметров исследуемой структуры. Установлено местоположение фазовых центров возбуждаемых колебаний.

Кольцевые металло-диэлектрические структуры плоскостного типа являются одним из наиболее популярных видов электродинамических структур, используемых при создании целого класса устройств СВЧ диапазона, среди которых можно упомянуть частотно-селективные устройства [1-3], направленные ответвители [4, 5] и элементы планарных антенн [6, 7]. Это обстоятельство объясняется рядом причин, главные из которых состоят в том, что планарная конструкция очень удобна в практическом использовании, кольцевой резонатор способен обеспечивать возбуждение довольно широкого спектра колебаний с обоими видами поляризации. Кроме того, существует возможность достаточно легкого подбора местоположения фазовых центров возбуждения колебаний, а согласование кольцевых резонаторов возможно в широкой полосе значений волновых сопротивлений. Кольцевые структуры, используемые в качестве излучающих систем, обладают еще одним существенным преимуществом перед аналогичными системами, выполненными на основе дисковых элементов, – это существенно меньшие геометрические размеры.

Впервые свойства кольцевых структур исследовались при создании антенн бегущей

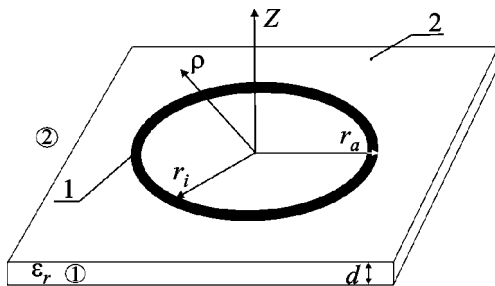
волны [8]. Но основные свойства этих структур были выявлены в более поздних работах [9, 10]. Важнейшие из них – это более широкая полоса рабочих частот и смещение резонансной частоты колебаний низшего типа в низкочастотную область по сравнению с резонансной частотой колебаний низшего типа дискового резонатора при сравнимых геометрических размерах. Физическая интерпретация этих фактов заключается в том, что кольцевой резонатор обладает меньшей величиной собственной добротности, а средняя длина пути, по которому протекает ток в кольце, на низшем типе колебаний оказывается длиннее, чем в диске. Упомянутые выше работы имеют сугубо прикладной характер. Без внимания остался ряд вопросов, связанных с изучением спектрального состава собственных колебаний, отсутствует систематическая информация о структуре полей, возбуждающихся в такого рода структурах.

В связи с этим основными целями исследования явились: 1) изучение спектра собственных колебаний микрополоскового (МП) резонатора и его дисперсионных характеристик; 2) моделирование структуры полей, возбуждаемых в резонаторе.

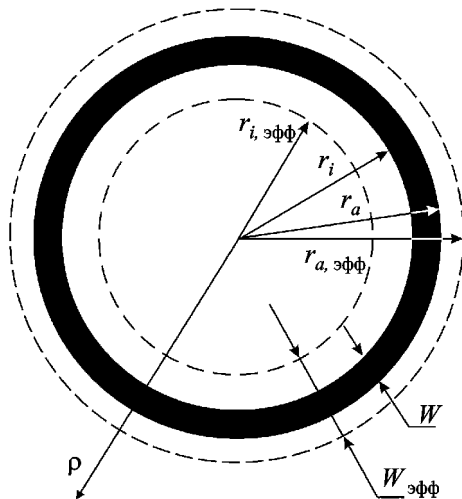
1. Задача о спектре собственных колебаний МП резонатора

Рассмотрим задачу о собственных колебаниях МП резонатора, решение которой позволит найти резонансные частоты и структуру возбуждаемых в подложке полей.

Рассмотрим МП резонатор 1 с внутренним радиусом r_i и внешним радиусом r_a . Резонатор расположен на бесконечно протяженной диэлектрической подложке 2 толщиной d и относительной диэлектрической проницаемостью ϵ_r , размещенной на металлическом экране (см. рис. 1, а). Будем считать, что толщина МП проводника мала по сравнению с другими характерными размерами структуры,



а)



б)

Рис. 1. Исследуемая структура (а) и схематическое изображение элементов структуры (б)

а проводимость металлических элементов конструкции – бесконечна.

В приближении модели магнитной стенки [11] между плоскостью кольцевого резонатора и экраном введем в рассмотрение эффективные внутренний $r_{i\text{эфф}}$ и внешний $r_{a\text{эфф}}$ радиусы (см. рис. 1, б):

$$r_{i\text{эфф}} = r_i - \Delta r_i, \quad \Delta r_i = \frac{\Delta W_{\text{эфф}} - W}{2} \frac{r_i}{r_a}; \quad (1)$$

$$r_{a\text{эфф}} = r_a + \Delta r_a, \quad \Delta r_a = \frac{\Delta W_{\text{эфф}} - W}{2};$$

где W – ширина МП проводника.

В выражениях (1) $W_{\text{эфф}}$ представляет собой эффективную ширину микрополосковой линии, множитель r_i/r_a введен для корректного описания поведения электромагнитного поля в предельном случае при $r_i \rightarrow 0$ [12]. Параметр $W_{\text{эфф}}$ может быть определен с использованием различных физических моделей, например, с использованием работы [13]. При этом нормированную на толщину диэлектрической подложки d величину $W_{\text{эфф}}$ и дисперсионные поправки для $\epsilon_{\text{эфф}}$ определим как

$$\frac{W_{\text{эфф}}}{d} = \frac{W}{d} + \frac{\Delta W}{d},$$

$$\frac{W}{d} = \begin{cases} \frac{1.25}{\pi} \frac{t}{d} \left(1 + \ln \frac{4\pi W}{t} \right) & \text{для } \frac{W}{d} \leq \frac{1}{2\pi}, \\ \frac{1.25}{\pi} \frac{t}{d} \left(1 + \ln \frac{2d}{t} \right) & \text{для } \frac{W}{d} \geq \frac{1}{2\pi}, \end{cases} \quad (2)$$

$$\epsilon_{\text{эфф}} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} F(W/d) - Q,$$

$$Q = \frac{\epsilon_r - 1}{4.6} \frac{(t/d)}{\sqrt{W/d}}, \quad F(W/d) = (1 + 10d/W)^{-1/2};$$

где t – толщина кольцевого проводника.

Для описания электромагнитных полей в структуре в цилиндрической системе координат (ρ, φ, z) введем в рассмотрение два вектора Герца $\vec{P}_S^e(\rho, \varphi, z) = (0, 0, P^e)$ и $\vec{P}_S^m(\rho, \varphi, z) = (0, 0, P^m)$. Оба вектора должны удовлетворять волновым уравнениям в частных областях ($S=1$ – область в диэлектрике, $S=2$ – область над диэлектриком; на рис. 1, а обозначены цифрами в кружочках), граничному условию при $z=0$ и условию излучения при $z \rightarrow +\infty$. Ввиду аксиальной симметрии структуры начало отсчета угла φ не имеет принципиального значения. Исходя из этих предпосылок, векторы Герца могут быть представлены в виде:

– в диэлектрике

$$\begin{cases} P_{z(1)}^e(\rho, \varphi, z) = \sin n\varphi \int_0^\infty A_n(k_\rho) \operatorname{ch}(\gamma_1 z) k_\rho J_n(k_\rho \rho) dk_\rho, \\ P_{z(1)}^m(\rho, \varphi, z) = \cos n\varphi \int_0^\infty B_n(k_\rho) \operatorname{sh}(\gamma_1 z) k_\rho J_n(k_\rho \rho) dk_\rho, \end{cases} \quad (3)$$

где $\gamma_1^2 + k_0^2 \epsilon_r = k_\rho^2$, $k_0 = \omega/c$ – волновое число в вакууме;

– над диэлектриком

$$\begin{cases} P_{z(2)}^e(\rho, \varphi, z) = \sin n\varphi \int_0^\infty C_n(k_\rho) e^{-\gamma_2(z-d)} k_\rho J_n(k_\rho \rho) dk_\rho, \\ P_{z(2)}^m(\rho, \varphi, z) = \cos n\varphi \int_0^\infty D_n(k_\rho) e^{-\gamma_2(z-d)} k_\rho J_n(k_\rho \rho) dk_\rho, \end{cases} \quad (4)$$

где $\gamma_2^2 + k_0^2 = k_\rho^2$; J_n – функции Бесселя порядка n ; $A_n(k_\rho)$, $B_n(k_\rho)$, $C_n(k_\rho)$, $D_n(k_\rho)$ – неизвестные спектральные функции. Формулы (3) и (4) могут быть использованы для нахождения всех компонент электромагнитного поля.

Потребуем выполнения граничных условий при $z=d$, ($r_i \leq r \leq r_a$):

$$E_{\rho(1)} = E_{\rho(2)}, \quad H_{\rho(1)} - H_{\rho(2)} = -I_\varphi(\rho, \varphi), \quad (5)$$

$$E_{\varphi(1)} = E_{\varphi(2)}, \quad H_{\varphi(1)} - H_{\varphi(2)} = I_\rho(\rho, \varphi),$$

где $I_\rho(\rho, \varphi)$ и $I_\varphi(\rho, \varphi)$ – радиальная и азимутальная проекции поверхностной плотности тока \vec{J}_s . Подстановка в (5) выражений для полей приводит к системе связанных интегральных уравнений, которая может быть преобразована в систему уравнений матричного вида относительно неизвестных спектральных функций $A_n(k_\rho)$, $B_n(k_\rho)$, $C_n(k_\rho)$, $D_n(k_\rho)$ с использованием преобразования Ханкеля.

Решение этой системы можно представить в виде:

$$A_n(k_\rho) = -\frac{1}{2} \frac{\gamma_2 \epsilon_r}{k_0} \frac{\tilde{I}_{n-1} - \tilde{I}_{n+1}}{\operatorname{ch}(\gamma_1 d) \left(\frac{\gamma_2}{k_0 \epsilon_r} + \frac{\gamma_1}{k_0} \operatorname{th}(\gamma_1 d) \right)},$$

$$B_n(k_\rho) = -\frac{j}{2} \frac{k_0}{\omega \epsilon_0} \frac{\tilde{I}_{n-1} + \tilde{I}_{n+1}}{\operatorname{sh}(\gamma_1 d) \left(\frac{\gamma_2}{k_0} + \frac{\gamma_1}{k_0} \operatorname{cth}(\gamma_1 d) \right)},$$

$$C_n(k_\rho) = \frac{1}{2} \frac{\gamma_1}{k_0} \frac{\tilde{I}_{n-1} - \tilde{I}_{n+1}}{\frac{\gamma_2}{k_0 \epsilon_2} + \frac{\gamma_1}{k_0} \operatorname{th}(\gamma_1 d)},$$

$$D_n(k_\rho) = -\frac{j}{2} \frac{k_0}{\omega \epsilon_0} \frac{\tilde{I}_{n-1} + \tilde{I}_{n+1}}{\frac{\gamma_2}{k_0} + \frac{\gamma_1}{k_0} \operatorname{cth}(\gamma_1 d)},$$

где $\tilde{I}_{n-1} \pm \tilde{I}_{n+1} = k_\rho^{-1} [(\tilde{I}_{\varphi, n-1} \pm \tilde{I}_{\varphi, n+1}) + (\tilde{I}_{\rho, n-1} \mp \tilde{I}_{\rho, n+1})]$;

$I_{\varphi, n\pm 1}(k_\rho) = \int_0^\infty I_\varphi(\rho) \rho J_{n\pm 1}(k_\rho \rho) d\rho$, $I_{\rho, n\pm 1}(k_\rho) = \int_0^\infty I_\rho(\rho) \rho J_{n\pm 1}(k_\rho \rho) d\rho$ – ханкель-трансформанты порядка $n \pm 1$ проекций поверхностных токов $I_\rho(\rho, \varphi)$ и $I_\varphi(\rho, \varphi)$ соответственно.

Использование теоремы взаимности позволяет записать функционал, из условия стационарности которого могут быть получены собственные числа дифференциального оператора задачи [14].

Для случая узкого кольца $W_{\text{эфф}} \ll \lambda_0$ (см. формулу (2)) можно пренебречь ρ -компонентой поверхностного тока [15]. Эта ситуация является типичной для полосковых линий: в случае узких полосок поперечная компонента тока оказывается существенно меньшей, чем продольная. Осуществив необходимые подстановки и соответствующие преобразования, приходим к интегральному уравнению вида

$$\int_0^{\infty} \left\{ \frac{\gamma_1 \gamma_2 \operatorname{th}(\gamma_1 d) (\tilde{I}_{\varphi, n-1} + \tilde{I}_{\varphi, n+1})^2}{\gamma_2 \varepsilon_r + \gamma_1 \operatorname{th}(\gamma_1 d)} - k_0^2 \frac{(\tilde{I}_{\varphi, n-1} - \tilde{I}_{\varphi, n+1})^2}{\gamma_2 - \gamma_1 \operatorname{cth}(\gamma_1 d)} \right\} k_\rho dk_\rho = 0. \quad (6)$$

Уравнение (6) является характеристическим уравнением относительно k_0 , т. е. относительно резонансных частот.

В качестве функции распределения поверхностного тока $I_\varphi(\rho)$ будем использовать функцию

$$I_\varphi(\rho) = \frac{I_0}{\sqrt{1 - \left[\frac{2(\rho - r_m)}{W_{\text{эфф}}} \right]^2}}, \quad (7)$$

где $r_m = \frac{1}{2}(r_{\text{вэфф}} + r_{\text{эфф}})$, I_0 – некоторая константа.

Заметим, что знаменатель каждого из двух слагаемых подынтегральной функции в (6) может обращаться в нуль при некоторых значениях k_ρ , в том числе и комплексных. Эти полюсы подынтегральной функции соответствуют постоянным распространения собственных и вытекающих волн частично экранированного диэлектрического слоя. Вытека-

ющие волны (если есть условия для их существования) при распространении в подложке теряют энергию за счет излучения в свободное пространство. Собственные волны подложки имеют действительные постоянные распространения, расположенные в интервале $k_0 < k_\rho < k_0 \sqrt{\varepsilon_r}$. При исследовании резонансных явлений в структуре интегрирование в комплексной плоскости k_ρ проводится вдоль действительной оси, а ветвь корня $\gamma_2 = \sqrt{k_\rho^2 - k_0^2}$ выбирается, исходя из удовлетворения условию излучения.

Отличительной особенностью уравнения (6) является то, что оно может быть решено итерационным методом. Важным моментом такого метода решения является оптимальный выбор начального приближения. В качестве начального приближения может быть выбрана постоянная распространения низшего типа волны частично экранированного диэлектрического слоя. Значение этой константы может быть получено на основании результатов работы [16].

Известно, что низшим типом волны, не имеющей частоты отсечки, является первая ТМ-мода. Дисперсионное уравнение для ТМ-волн может быть представлено в виде:

$$\varepsilon_r \sqrt{\xi^2 - 1} - \sqrt{\varepsilon_r - \xi^2} \operatorname{tg}(k_0 d \sqrt{\varepsilon_r - \xi^2}) = 0, \quad (8)$$

где ξ_n , $n = 1, 2, 3, \dots, \xi_{\text{max}}$, – корни уравнения. Уравнение (8) имеет по крайней мере один корень и может быть достаточно просто решено численно.

С учетом некоторых допущений может быть найдено аналитическое решение уравнения (8), которое может быть использовано в качестве начального приближения. Суть ограничений состоит в следующем. На практике с целью уменьшения потерь на возбуждение поверхностных волн используют диэлектрические пластины, имеющие малую толщину по сравнению с длиной волны, т. е. $d/\lambda_0 \ll 1$. В таком случае в подложке может распространяться только одна поверхностная волна. Тогда можно полагать, что $k_0 d \sqrt{\varepsilon_r - \xi^2} \ll 1$. Заме-

няя в (8) множитель $\text{tg}(k_0 d \sqrt{\epsilon_r \xi^2})$ первым членом его разложения в степенной ряд, достаточно просто получить приближенное решение уравнения (8) в виде:

$$\xi_1^{(0)} = 1 + 0.5 \left(\frac{k_0 d (\epsilon_r - 1)}{\epsilon_r} \right)^2.$$

Принимая во внимание характер убывания подынтегрального выражения в (6) – $O(k_p^{-3})$, – верхний предел интегрирования может быть заменен конечным. С помощью численных экспериментов установлено, что в качестве верхнего предела может быть выбрана величина $A = \sqrt{\epsilon_r} k_0 + \frac{W_{\text{эфф}}}{2d} \ln \left(\frac{W_{\text{эфф}}}{2dE} \right)$, где E – требуемая точность вычисления собственных частот. Для получения значений резонансных частот в диапазоне 1÷5 ГГц с точностью до 10^{-6} величина A не должна быть меньше 100.

2. Результаты численного моделирования

На основе построенной модели осуществлен численный анализ некоторых характеристик МП резонатора. На рис. 2 приведены зависимости нормированных резонансных частот $k_0 r_m$ некоторых ТМ_{mn l} типов колебаний от соотношения геометрических размеров резонатора. Подразумевается, что индекс m является порядковым номером корня уравнения (9) при заданном n , а $l = 0$, поскольку для реальных подложек выполняется условие $d \ll \lambda_0$. Поведение кривой для низшего типа колебаний ТМ₁₁₀ демонстрирует слабую зависимость от величины $W_{\text{эфф}}/r_m$. Слабая зависимость наблюдается также для других типов колебаний с одной вариацией поля по азимуту. На рис. 3 представлена гистограмма, отображающая спектр возбуждаемых колебаний, построенная при фиксированном значении $W_{\text{эфф}}/r_m$. Характерной особенностью является тот факт, что амплитуды колебаний с единственной вариацией поля по параметру ρ (спектральная линия

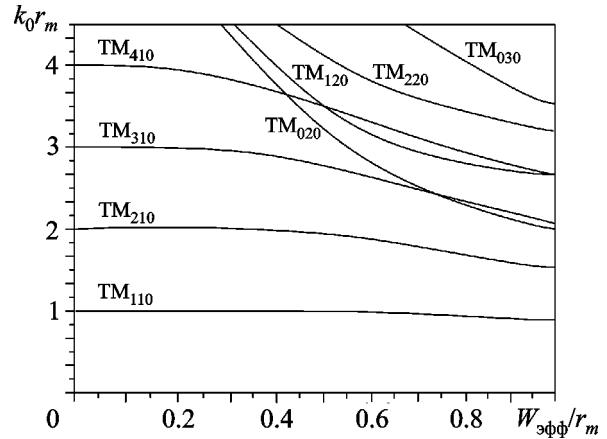


Рис. 2. Зависимость нормированных резонансных частот от параметра $W_{\text{эфф}}/r_m$

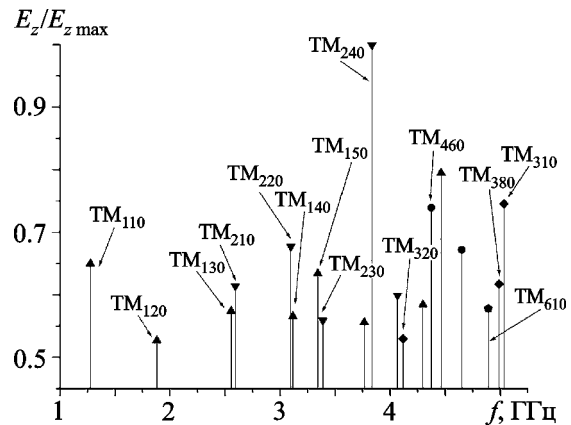


Рис. 3. Гистограмма спектра возбуждаемых колебаний при $W_{\text{эфф}}/r_m = 0.5$

заканчивается маркером ▲) оказываются в среднем меньшими, чем у колебаний с большим числом вариаций поля (спектральная линия заканчивается маркером ▼), что объясняется характером дисперсионных зависимостей (см. рис. 2). Типы колебаний с большим числом вариаций поля отмечены маркерами ● и ◆. Некоторые типы колебаний оказываются вырожденными, например, ТМ₂₁₀ и ТМ₁₃₀, ТМ₁₄₀ и ТМ₂₂₀. Отмечается наличие частотных областей, в пределах которых происходит сгущение спектральных линий. При выбранной совокупности параметров максимальную

амплитуду имеет один из высших типов TM_{240} . Число вариаций поля по азимутальной координате φ определяет широкополосность базового элемента конструкции – кольца. Физическая причина этого эффекта состоит в том, что для основного типа колебаний TM_{110} эквивалентные магнитные токи на внешней и внутренней кромках кольца противофазны, а с увеличением четного числа вариаций поля по φ , наоборот, они оказываются синфазными, что и предопределяет расширение рабочей полосы. Кроме того, увеличение числа вариаций поля по φ позволяет увеличивать число неоднородностей, взаимодействующих с полями кольцевого резонатора, что, в свою очередь, предопределяет реализацию излучаемых полей с заданным распределением [17].

На рис. 4, 5 представлены результаты численного моделирования структуры изолиний электрического поля TM_{110} и TM_{240} видов колебаний. Анализ показывает, что для TM_{110} вида фазовый центр возбуждения и максимум электрического поля находится в центре кольцевой структуры, а для TM_{240} вида характерно смещение фазовых центров и мак-

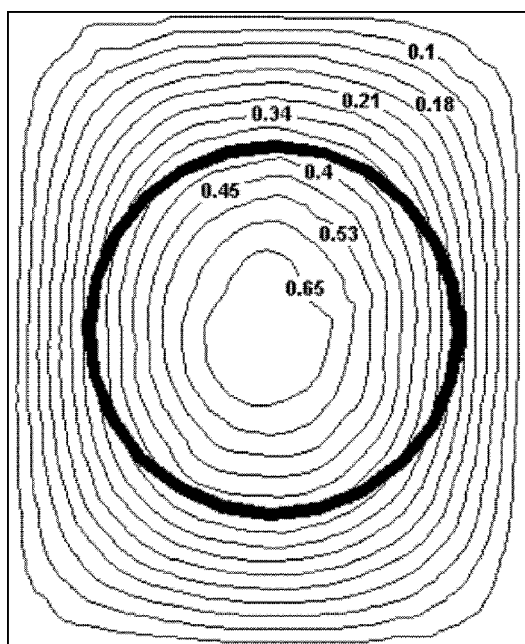


Рис. 4. Структура изолиний поля TM_{110} вида колебаний

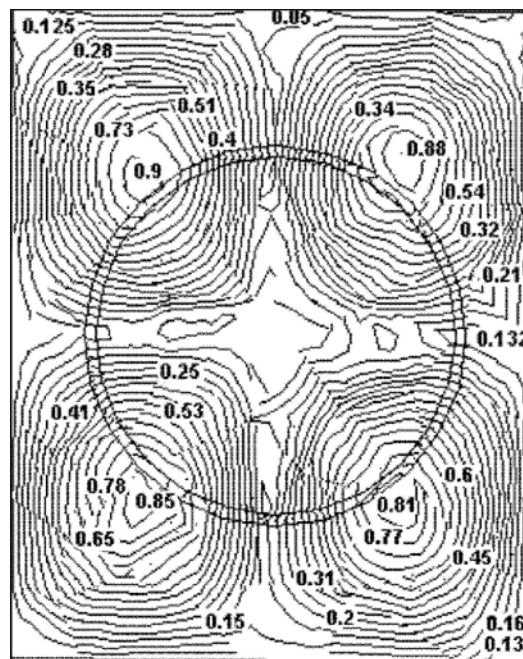


Рис. 5. Структура изолиний поля TM_{240} вида колебаний

симум поля за пределы кольца. Такая ситуация предопределяет местоположение возможных функциональных элементов (например, дополнительных металлических элементов, щелей и др.), которые решают определенные задачи, такие, как излучение полей с заданной структурой.

Структура изолиний TM_{110} типа колебаний (наличие азимутальной симметрии) позволяет говорить о максимальной широкополосности устройства, работающего на этом типе колебаний, поскольку отпадает необходимость решения вопроса о фазовом согласовании дополнительных функциональных элементов.

Заключение

Проведенные исследования спектра собственных колебаний кольцевого МП резонатора и его дисперсионных зависимостей позволили установить наличие в спектре типов колебаний, использование которых оказывается предпочтительным при решении вопросов широкополосности и согласования. Полу-

ченные результаты численного моделирования полей дают возможность определять спектральную плотность возбуждаемых колебаний в заданной полосе частот и фиксировать местоположение фазовых центров возбуждения соответствующих типов колебаний. Такого рода информация является необходимой при создании эффективных излучающих систем и устройств, предназначенных для измерений параметров диэлектриков.

Литература

- De Ronde F. R., Shammas S. MIC bandfilters using open-ring resonators // Proc. 4th Eur. Microwave Conf. – Montreux, (Switzerland). – 1974. – P. 531-535.
- Katrich V. A., Mayboroda D. V., Pogarsky S. A., Pshenichnaya S. V., Saprykin I. I. The mechanism of collinear longitudinal slot and microstrip eigenwaves interaction // Proc. International Conf. on Ultraband and Ultrashot Impulse signals. III. – Sevastopol, (Ukraine). – 2006. – P. 214-216.
- Sheng S., Lei Z. Wideband microstrip ring resonators bandpass filters under multiple resonances // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – 2007. – Vol. 55, No. 10. – P. 2176-2182.
- Калина В. Г. Кольцевые симметричные мосты и балансные делители на планарных линиях передачи с Т- и квази-Т-волной // Электронная техника. Сер. Электроника СВЧ. – 1982. – №10. – С. 14-18.
- Leung C., Quan X. A parallel-strip ring power divider with high isolation and arbitrary power-dividing ratio // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – 2007. – Vol. 55, No. 11. – P. 2419-2426.
- Tong C. E., Blundell R. An annular slot antenna on a dielectric half-space // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1994. – Vol. 42, No. 7. – P. 967-974.
- Chen W-S., Wu C-K., Wong K-L. Square-ring microstrip antenna with a cross strip for compact circular polarization operation // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1999. – Vol. 47, No. 10. – P. 1566-1568.
- Wu Y. S., Rosenbaum F. J. Mode chart of microstrip ring resonators // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – 1973. – Vol. 21, No. 7. – P. 487-489.
- Wolf I., Tripathi V. K. The microstrip open-ring resonator // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – 1984. – Vol. 32, No. 1. – P. 102-107.
- Hsieh L-H., Chang K. Equivalent lumped elements G,L,C, and unloaded Q's of closed and open-loop ring resonators // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – 2002. – Vol. 50, No. 2. – P. 453-460.
- Kompa G., Mehran R. Planar waveguide model for calculating microstrip components // Electron. Lett. – 1975. – Vol. 11. – P. 459-460.
- Lin Y. D., Sheen J-W. Mode distinction and radiation – efficiency analysis of planar leaky-wave line source // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – 1997. – Vol. 45, No. 10. – P. 1672-1680.
- Нефедов Е. И., Фиалковский А. Т. Полосковые линии передачи. – М.: Наука, 1980. – 312 с.
- Harrington R. Time-Harmonic Electromagnetic Fields. – New-York: McGraw-Hill, 1961. – 568 p.
- Pintzos S. G., Pregla R. A simple method for computing the resonant frequencies of microstrip ring resonators // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – 1978. – Vol. 26, No. 10. – P. 809-813.
- Просвирнин С. Л., Нечаев Ю. Б. Расчет микрополосковых антенн в приближении заданного распределения поверхностного тока. – Воронеж: Изд-во Воронежского ун-та, 1992. – 111 с.
- Панченко Б. А., Нефедов Е. И. Микрополосковые антенны. – М.: Радио и связь, 1986. – 145 с.

Електродинамічні характеристики кільцевих смужкових резонаторів

Д. В. Майборода, С. О. Погарський

Викладено метод електродинамічного розрахунку спектра власних коливань і дисперсійних характеристик кільцевого мікросмужкового резонатора. Метод базується на використанні наближеного заданого розподілу густини поверхневого струму на мікросмужковому провіднику. Чисельно модельовано параметри досліджуваної структури. Встановлено положення фазових центрів збуджуваних коливань.

Electrodynamic Parameters of Ring Microstrip Resonators

D. V. Mayboroda and S. A. Pogarsky

The electrodynamic approach towards calculation of the eigenmode and dispersion parameters of a ring microstrip resonator is created. The approach is based on the approximated specified surface current density on a microstrip conductor. The characteristics of investigated structure have been numerically simulated. The displacement of exited modes phase centers are defined.