

Сравнение характеристик чувствительности датчиков магнитного поля на основе программно реализуемых градиентометров разного порядка для магнитокардиографических измерений

Ю. В. Дурнева, А. Ю. Бутрым, С. Н. Шульга

*Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина,
пл. Свободы 4, г. Харьков, 61077, Украина
E-mail: Sergey.N.Shulga@univer.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 11 июля 2007 г.

Для магнитокардиографических измерений традиционно используют градиентометры высокого (2–3-го) порядка, состоящие из нескольких катушек, включенных последовательно с разной полярностью. Современная технология позволяет использовать программно реализуемые градиентометры, в которых сигнал с каждой из катушек снимается независимо, а суммирование производится программно. При этом есть возможность объединять сигналы с элементарных сенсоров в различные конфигурации, задавая различный набор коэффициентов при суммировании. Для задач фильтрации фонового шума и для решения обратной задачи можно использовать разные схемы суммирования. Целью статьи является сравнение чувствительности к положению источника сигнала для нескольких схем объединения элементарных сенсоров.

Введение

В магнитокардиографии в неэкранированной среде используют в качестве датчиков градиентометры высокого порядка для фильтрации магнитных полей от далеко отстоящих источников (промышленный шум и геомагнитный фон). Такие датчики состоят из нескольких катушек, включенных последовательно с $+/-$ полярностью [1]. Современная технология (недорогие высокоразрядные аналого-цифровые преобразователи) позволяет создавать вместо таких традиционных аппаратных градиентометров программно реализуемые градиентометры (ПРГ), в которых сигналы снимают с каждой катушки независимо, а затем программно суммируют с нужными коэффициентами. В то же время, применяя ПРГ, можно произвольно использовать сигнал с каждой отдельной катушки. В этой статье мы сравниваем характеристики чувствительности системы датчиков, состоя-

щей из 4 расположенных друг над другом вдоль оси z слоев, каждый из которых представляет собой сетку 6×6 магнитометров, измеряющих z -компоненту магнитного поля (расстояние между соседними магнитометрами 4 см). Такую систему датчиков можно рассматривать как 144 независимых магнитометра или как 72 градиентометра первого порядка (если объединять катушки в пары вдоль оси z), или как 36 градиентометров второго порядка (каждый состоит из 4 катушек вдоль оси z). Чувствительность системы датчиков можно характеризовать разрешающей способностью – смещением источника, которое изменяет сигнал на датчиках на заданную величину. Более формально это понятие будет определено ниже. По этому параметру и сравнивались рассмотренные конфигурации.

Как отмечалось выше, система датчиков характеризуется не только чувствительнос-

тью, но и восприимчивостью к шумам от внешних источников. В этом отношении градиентометры высокого порядка гораздо предпочтительней магнитометров, так как производные поля убывают с расстоянием от источника гораздо быстрее, чем само поле. Тем не менее при использовании ПРГ возможна поэтапная обработка сигнала. На первом этапе сигналы от катушек объединяются в линейную комбинацию, пропорциональную градиенту высокого порядка, для выделения сигнала от близко расположенных источников с помощью “пространственной фильтрации”; далее на основе этой информации можно произвести разделение сигналов, принятых в каждом канале, на сигнал от фоновых источников помех и на полезный сигнал от близко расположенных источников (электрической активности сердца). Это разделение возможно, например, с помощью анализа независимых компонент [2]. Анализ остаточных шумов после такой обработки будет предметом исследований в последующих работах, здесь же мы предполагаем, что такое разделение произведено и в каждом канале содержится “чистый” сигнал от сердечной активности с небольшим уровнем случайного шума.

Итак, имея набор из датчиков, мы можем формировать из них ПРГ, отфильтровывать таким образом фоновый шум, а далее использовать датчики в конфигурации, более удобной для решения обратной задачи. Целью этой статьи является выяснение наиболее чувствительной конфигурации, в которую можно было бы объединить заданный набор элементарных сенсоров.

Постановка задачи

В качестве источника поля использовался электрический токовый диполь, расположенный в свободном пространстве. Рис. 1 представляет геометрию задачи, где обозначено: \vec{r}_Q вектор положения диполя; \vec{Q} – момент диполя; \vec{r} – вектор положения точки измерения относительно начала координат; $\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}_Q$ – вектор положения точки измерения относительно диполя. Магнитное поле электрического диполя описывается следующей формулой:

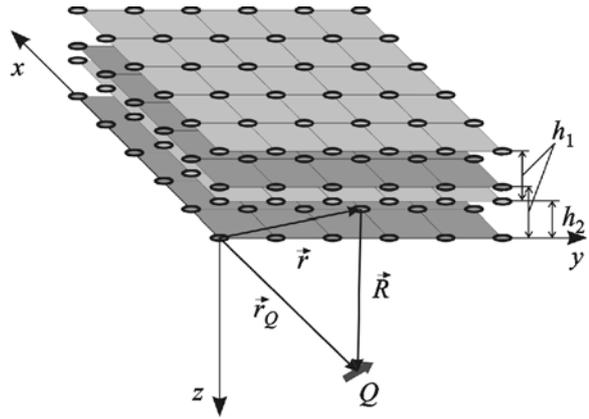


Рис. 1. Измерительная сетка и геометрия задачи

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{Q} \times (\vec{r} - \vec{r}_Q)}{|\vec{r} - \vec{r}_Q|^3}. \tag{1}$$

В качестве измерительной системы у нас имеется следующий набор элементарных сенсоров: 4 слоя, расположенных друг над другом вдоль оси z, каждый из них представляет собой сетку 6×6 магнитометров, измеряющих z-компоненту магнитного поля (расстояние между соседними магнитометрами 4 см). Расстояния между слоями 1 и 3, а также 2 и 4 обозначим h_1 (это базы градиентометров 1-го порядка), расстояние между слоями 1 и 2 обозначим h_2 (база градиентометра 2-го порядка).

Эта система датчиков объединялась в четыре различные конфигурации:

1) набор из 144 независимых магнитометров (рис. 2, а);

2) набор из 72 градиентометров 1-го порядка (рис. 2, б), при этом датчики из слоев 1 и 3, а также 2 и 4 объединялись попарно с весовыми коэффициентами +1/-1;

3) набор из 36 градиентометров 2-го порядка (рис. 2, в), при этом датчики из слоев 1, 2, 3, 4 объединялись по четыре с весовыми коэффициентами +1/-1/-1/+1;

4) набор из 36 магнитометров только слоя 1.

Как известно, решение обратной задачи заключается в нахождении параметров источника, который возбуждает на заданной измерительной сетке поле, наиболее близкое к измерен-

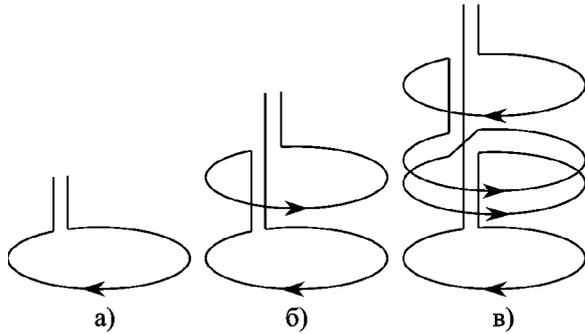


Рис. 2. Типы магнитометрических датчиков: а) однокатушечный магнитометр; б) градиентометр 1-го порядка; в) градиентометр 2-го порядка

ному распределению. При этом разность полей определяют с помощью функции невязки. Обычно используют квадратичную функцию невязки (метод наименьших квадратов), которая определяется как сумма по всем датчикам квадратов разностей измеренного и смоделированного сигналов:

$$\chi^2(\vec{r}_Q, \vec{Q}) = \sum_{i=1}^N (f_i^{\text{meas}} - f_i^{\text{mod}}(\vec{r}_Q, \vec{Q}))^2, \quad (2)$$

где f_i – сигнал на i -м датчике, который соответствует

$$f_i^{\text{magn}} = B_z(\vec{r}_i) \quad (3)$$

для магнитометров в 1-й и 4-й конфигурациях;

$$f_i^{\text{grad}_1} = B_z(\vec{r}_i) - B_z(\vec{r}_i - h_1 \vec{z}_0) \quad (4)$$

для 2-й конфигурации (градиентометры 1-го порядка);

$$f_i^{\text{grad}_2} = B_z(\vec{r}_i) - B_z(\vec{r}_i - h_2 \vec{z}_0) - B_z(\vec{r}_i - h_1 \vec{z}_0) + B_z(\vec{r}_i - (h_2 + h_1) \vec{z}_0) \quad (5)$$

для 3-й конфигурации (градиентометры 2-го порядка).

В выражениях (3)-(5) поля вычисляются по формуле (1), \vec{r}_i – координаты нижней катушки соответствующего составного датчика.

Теперь, когда введена функция невязки, мы можем более строго определить понятие разрешающей способности как величину смещения источника, которое приводит к изменению функции невязки на определенное значение, зависящее от уровня шума в измеренных данных. Предполагаем, что в каждом из 144 приемных каналов уровень шума одинаковый (он состоит из шума, вносимого измерительным трактом, собственного шума датчика и остаточного шума после фильтрации помех от внешних источников). Пусть уровень шума в каждом канале (дисперсия измеренной z -компоненты индукции магнитного поля $B_z(\vec{r}_i)$) будет δB . Несложно показать, что при этом дисперсия невязки (2) как функции случайных величин сигнала в каждом канале будет

$$\delta\chi^2 = \begin{cases} 144(\delta B)^2 & \text{1-3-я конфигурации;} \\ 36(\delta B)^2 & \text{4-я конфигурация.} \end{cases} \quad (6)$$

Таким образом, разрешающую способность (δp) мы будем определять как изменение параметров диполя ($p = \{\vec{r}_Q, \vec{Q}\}$), при котором функция невязки будет превышать уровень дисперсии $\chi^2(p + \delta p) = \delta\chi^2(p)$. Так как поле диполя линейно зависит от его момента, то логично разрешающую способность по амплитуде определять нормированной:

$$\delta Q/Q = \sqrt{(\delta Q_x)^2 + (\delta Q_y)^2} / |Q|. \quad (7)$$

Чувствительность к Q_z в рассматриваемой конфигурации не определяется, так как измеряемая величина B_z не зависит от вертикальной компоненты момента Q_z электрического токового диполя.

В то же время разрешающую способность по координате мы не нормируем (так как поля зависят от расстояний до диполя нелинейно), а приводим ее в абсолютных единицах для среднего радиуса эллипсоида чувствительности:

$$\delta r = \sqrt[3]{\delta r_x \delta r_y \delta r_z}. \quad (8)$$

Вычисление чувствительности будем проводить в линейном приближении, считая уровень шума небольшим. Для этого определим производные от функции невязки по параметрам диполя:

$$\alpha_{ij} = \frac{\partial^2 \chi^2(\vec{r}_Q, \vec{Q})}{\partial p_i \partial p_j}, \quad (9)$$

где p_i – параметры диполя (компоненты векторов \vec{Q} и \vec{r}_Q). Эта матрица называется гессианом [3, гл. 15]. Корень из диагональных элементов обратной к гессиану (9) матрицы будет соответствовать коэффициенту пропорциональности между изменением параметра и изменением невязки:

$$\begin{aligned} \Delta \chi^2(p) \sqrt{(\alpha^{-1})_{ii}} &\approx \Delta p_i, \\ \delta p_i &\approx \delta \chi^2 \sqrt{(\alpha^{-1})_{ii}}, \\ p &= \{r_{Qx}, r_{Qy}, r_{Qz}, Q_x, Q_y\}. \end{aligned}$$

Такую схему вычисления обычно используют для определения доверительных интервалов в методе наименьших квадратов [3, 4]. В результате, задав уровень шума в измерительных каналах δB , мы находим допустимое изменение невязки по формуле (6), и можем определить соответствующий диапазон изменения параметров δp_i , который и примем за характеристику чувствительности выбранной конфигурации к изменению параметров диполя.

Анализ результатов

Численный эксперимент проводился для различных положений диполя с компонентами $Q = \{1; 0; 0\}^T$. На рис. 3 представлены графики зависимости разрешающей способности по амплитуде (7), а на рис. 4 – графики зависимости разрешающей способности по координатам диполя (8) как функции положения диполя. На рис. 3, а, рис. 4, а смещение диполя задавалось вдоль оси z , на рис. 3, б, рис. 4, б – вдоль оси x , на рис. 3, в, рис. 4, в – вдоль оси y . Смещение по осям x и y задавалось относительно точки $\{10; 10; 12\}^T$ (координаты указаны относительно левого нижнего угла нижнего слоя датчиков).

Из рис. 3 и рис. 4 видно, что конфигурации выстроились в следующем порядке уменьшения чувствительности: наибольшей чувствительностью обладает конфигурация из 144 магнитометров, затем идет система из 36 магнитометров, далее системы из 72 градиентометров 1-го порядка, и наименьшей чувствительностью обладает система из 36 градиентометров 2-го порядка. Величины чувствительности для наилучшей и наихудшей конфигураций отличаются в $1.5 \div 9$ раз.

На рис. 5 для наглядности приведено трехмерное представление эллипсоидов чувствительности для различных положений диполя, причем эллипсоиды большего объема (светлые) соответствуют 3-й конфигурации датчиков (один слой градиентометров 2-го порядка), эллипсоиды меньшего объема (темные) – 1-й конфигурации (4 слоя магнитометров). Из рисунка видно, что эллипсоиды вытянуты вдоль оси z , т. е. для x -ориентированного диполя $\delta r_z > \delta r_x > \delta r_y$, причем $\delta r_z / \delta r_x < 2$.

В качестве иллюстрации описанной возможности использования сигналов от элементарных сенсоров при решении обратной задачи была рассмотрена двухдипольная обратная задача. Поля создавались парой диполей, к ним добавлялся случайный шум со среднеквадратичным уровнем, составляющим 3 % от максимального сигнала (типичный уровень шума для SQUID-датчиков – сверхпроводящих квантовых интерференционных датчиков – [1] после фильтрации помех и усреднения по сотне сердечных циклов). По зашумленным полям восстанавливались параметры диполей минимизацией среднеквадра-

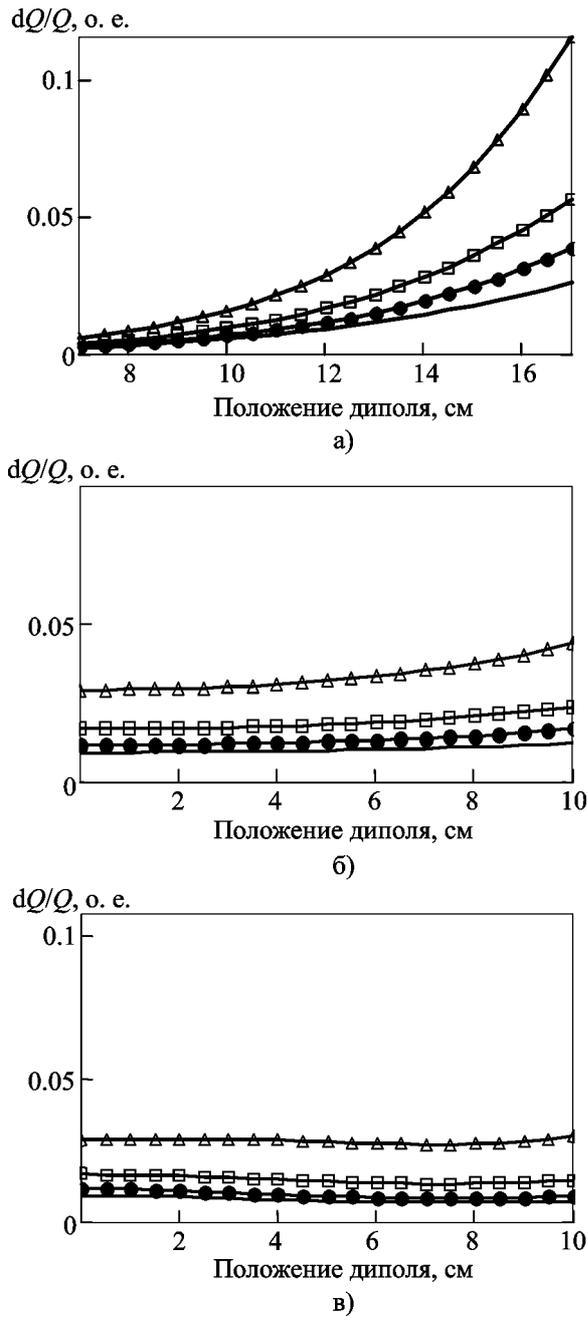


Рис. 3. Разрешающая способность по амплитуде для различных положений диполя: а) $x=10$, $y=10$, $z=7 \div 17$ (по оси абсцисс отложена координата z); б) $x=10 \div 20$, $y=10$, $z=12$ (по оси абсцисс отложено $x-10$); в) $x=10$, $y=10 \div 20$, $z=12$ (по оси абсцисс отложено $y=10$). Обозначение линий: — набор из 144 независимых магнитометров; —□— набор из 72 градиентометров 1-го порядка; —△— набор из 36 градиентометров 2-го порядка; —●— набор из 36 магнитометров нижнего слоя

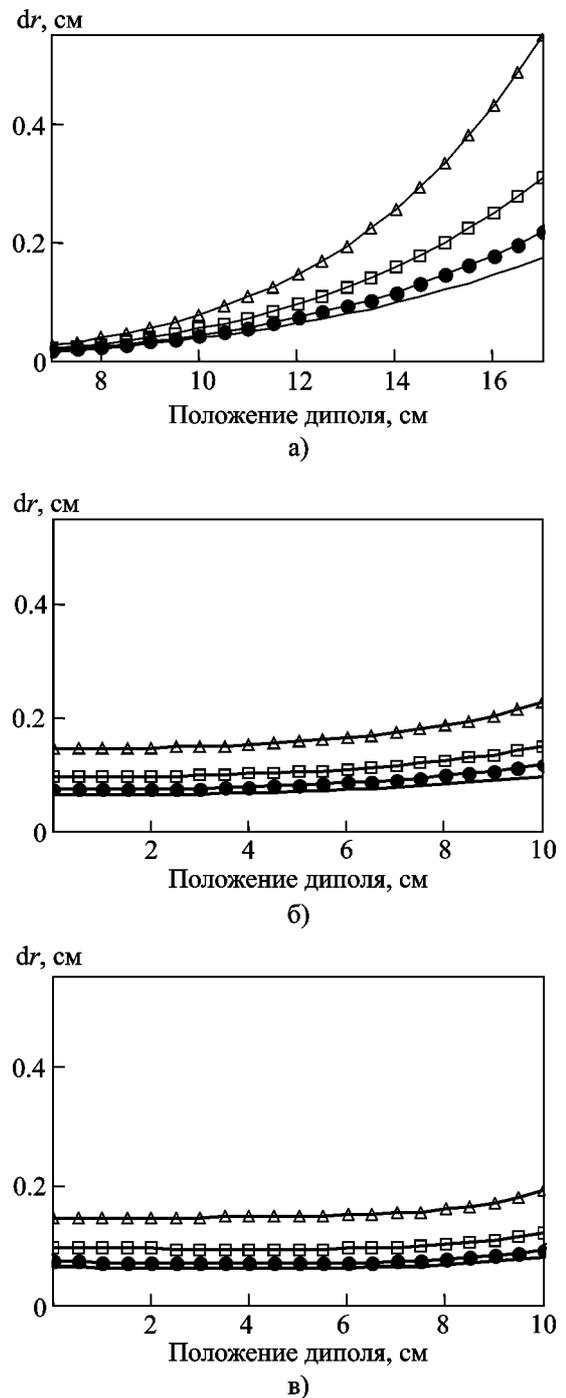


Рис. 4. Разрешающая способность по координатам для различных положений диполя. Обозначения те же, что на рис. 3

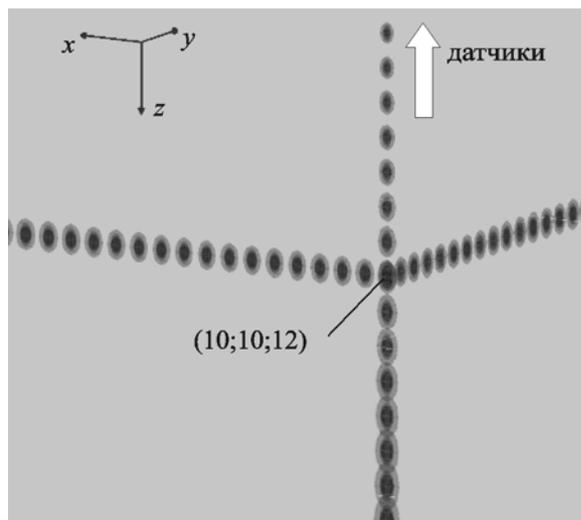


Рис. 5. Эллипсоиды чувствительности для 1-й и 3-й конфигураций

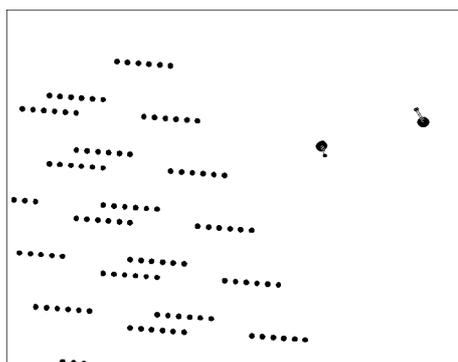


Рис. 6. Исходные и восстановленные диполи, 1-я конфигурация

точной невязки (2) с использованием методов нелинейной оптимизации [5, 6]. На рис. 6 и рис. 7 представлены результаты расчетов для 1-й и 3-й конфигураций соответственно. Из рисунков видно, что ближний к измерительной решетке диполь восстанавливается адекватно в обоих случаях, тогда как дальний от решетки диполь при использовании однослойной сетки градиентометров 2-го порядка находится с большой погрешностью, что обусловлено более быстрым уменьшением чувствительности с расстоянием для градиентометров высоких порядков. В то же время 1-я конфигурация позволила отлично восстановить положения и компоненты обоих диполей.

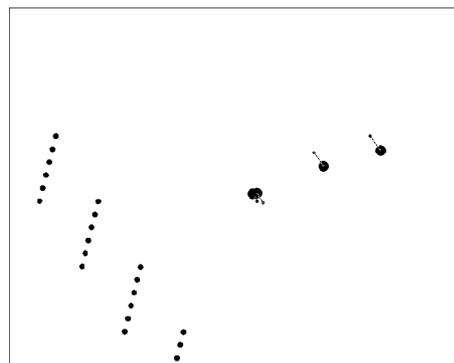


Рис. 7. Исходные и восстановленные диполи, 3-я конфигурация

Заключение

Итак, мы показали, что, применяя ПРГ, можно использовать получаемые сигналы в разных комбинациях для решения различных задач. Для фильтрации фоновых помех удобно объединять датчики в градиентометры, но после того как фоновые помехи отфильтрованы, мы можем для решения задач локализации использовать сигналы от датчиков по отдельности, получая сетку из независимых магнитометров. При этом характеристики чувствительности такой системы оказываются в $1.5 \div 9$ раз лучше, чем если бы мы продолжали работать с сигналами от отдельных катушек, объединенных в градиентометры.

Литература

1. Wikswo J. P. J. SQUID Magnetometers for Biomagnetism and Nondestructive Testing: Important Questions and Initial Answers // IEEE Trans. Appl. Supercond. – 1995. – Vol. 5, No. 2. – P. 74-120.
2. Hyvarinen A., Karhunen J., Oja E. Independent Component Analysis. – New York: John Wiley&Sons, 2001. – 481 p.
3. Press W. H., Teukolsky S. A., Vetterling W. T., Flannery B. P. Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing, Second Edition. – Cambridge University Press, 1992. – 996 p.
4. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся ВТУЗов. – Москва: Наука, 1980. – 976с.
5. Бутрым А. Ю., Дурнева Ю. В., Шульга С. Н. Сравнение двух методов локализации источника магнитного поля в задачах магнитокардиологии // Радиоп физика и радиоастрономия. – 2006. – Т. 11, №4. – С. 397-404.

6. Bagatskaya O., Butrym A., Durneva Yu., Shulga S., Tuz V. Two-dipole inverse problem of magnetostatics for reconstruction of heart electric activity from magnetocardiography measurements // Proc. of International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory. – Kharkiv (Ukraine). – 2006. – P. 132-134.

Порівняння характеристик чутливості датчиків магнітного поля на основі програмно реалізованих градієнтометрів різного порядку для магнітокардіографічних вимірювань

**Ю. В. Дурнєва, О. Ю. Бутрим,
С. М. Шульга**

Для магнітокардіографічних вимірювань традиційно застосовують градієнтометри високого (2–3-го) порядку, що складаються з кількох котушок, увімкнених послідовно з різною полярністю. Сучасна технологія дозволяє використовувати програмно реалізовані градієнтометри, в яких сигнал з кожної з котушок вимірюється незалежно, а додавання здійснюється програмно. При цьому існує можливість поєднувати сигнали з елементарних сенсорів у різні конфігурації, задаючи різний набір коефіцієнтів при додаванні. Для задач фільтрації фоновому шуму та для розв'язання зворотної задачі можна використовувати різні схеми додавання. Метою цієї статті є порівняння чутливості до положення джерела сигналу для кількох схем об'єднання елементарних сенсорів.

Comparison of Sensitivity Characteristics of Magnetic Field Sensors Based on Various Order Gradiometers for Magnetocardiographic Measurements

**Yu. V. Durnyeva, A. Yu. Butrym,
and S. N. Shulga**

High-order (2nd–3rd) gradiometers are conventionally used in magnetocardiographic measurements. Such gradiometers consist of several coils serially connected with different polarity. Current technology allows using software gradiometers which measure signals from each of the coils separately and sums them with software summation. In this case it is possible to combine the signals from sensor elements in different configurations by setting different weights. For hum noise filtering and in solving the inverse problem different adding circuits can be used. The object of this study is to compare several groupings of sensor elements in terms of response to source parameters.