# Трехслойный шаровой резонатор для измерения диэлектрических проницаемостей веществ

О. А. Суворова, Ю. Ф. Филиппов

Институт радиофизики и электроники НАН Украины им. А. Я. Усикова, ул. Ак. Проскуры, 12, г. Харьков, 61085, Украина E-mail: suvorova@ire.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 5 марта 2007 г.

Аналитически и численно исследован квазиоптический диэлектрический резонатор, выполненный в форме радиально-трехслойного шара. Получено дисперсионное уравнение, справедливое при произвольных размерах и проницаемостях слоев резонатора. Численные расчеты показали возможность определения комплексной диэлектрической проницаемости вещества, заполняющего центральный слой, по экспериментально измеренным спектральным характеристикам резонатора. Приведены распределения напряженности электрического поля вдоль радиуса резонатора и показана их связь с наблюдаемыми эффектами.

#### Введение

Интерес к исследованию открытых сферических резонаторов во многом обусловлен их применением при создании микроволновых стандартов, прецизионной измерительной аппаратуры. Исследование диэлектрических свойств веществ (в том числе жидкостей и жидких растворов) связано с созданием методов и приборов для неразрушающего контроля состава сред с определением их комплексной диэлектрической проницаемости [1-3]. Обратные задачи электродинамики позволяют по известным значениям спектральных характеристик собственных колебаний определять зависимость диэлектрической проницаемости изучаемых образцов от выбранного параметра (например, от температуры). В [3] разработан метод измерения проницаемости жидкости с большими потерями по минимуму коэффициента отражения. В последнее время все большее внимание уделяется слабозатухающим собственным колебаниям типа "шепчущей галереи", которые

возникают в открытых диэлектрических резонаторах. Почти полное внутреннее отражение полей от гладкой криволинейной поверхности приводит к слабому излучению их энергии. Возможность применения этих колебаний в технике связана с их малым затуханием, локализацией полей у границ раздела между средами. В [4] исследованы спектральные характеристики открытого двухслойного шарового резонатора, погруженного в жидкость с большими потерями. При измерении диэлектрических свойств жидкости с потерями, занимающей малый объем, возникает необходимость введения дополнительного (среднего) слоя, заполняемого исследуемыми веществами. Авторами [5] были рассчитаны спектральные характеристики трехслойного дискового резонатора и определены комплексные диэлектрические проницаемости обладающих потерями веществ малых объемов. Сферический резонатор имеет более высокую добротность по сравнению с другими резонаторами простых конструкций [6]. Благодаря современным технологиям появилась возможность создания сферических резонаторов с произвольным числом радиальных слоев. В сканирующих и многолучевых антенных системах комплексов радиолокации, радиоастрономии сантиметрового и миллиметрового диапазонов волн достаточно широко используются диэлектрические линзовые антенны. Приемлемых характеристик этих антенн можно достичь, используя слоистые шаровые резонаторы [7].

В предлагаемой работе получено и исследовано характеристическое уравнение радиально-трехслойного шара, справедливое при произвольных размерах и проницаемостях слоев. Решения этого уравнения позволяют изучить зависимость комплексной диэлектрической проницаемости исследуемого вещества от параметров резонатора при известных его спектральных характеристиках.

## Характеристическое уравнение

Рассмотрим трехслойный шар радиуса  $r_3$ , расположенный в изотропной среде (см. рис. 1). Он представляет собой систему из внутреннего шара радиуса  $r_1$  и сферически симметричных диэлектрических слоев с постоянными диэлектрическими и магнитными проницаемостями

$$\varepsilon(r) = \begin{cases} \varepsilon_1, & r \le r_1; \\ \varepsilon_2, & r_1 \le r \le r_2; \\ \varepsilon_3, & r_2 \le r \le r_3; \\ \varepsilon_4, & r_3 \le r; \end{cases}$$

$$\mu(r) = \begin{cases} \mu_1, & r \le r_1; \\ \mu_2, & r_1 \le r \le r_2; \\ \mu_3, & r_2 \le r \le r_3; \\ \mu_4, & r_3 \le r; \end{cases}$$

где  $\varepsilon_j = \varepsilon_{0j}(1+i\delta_{0j}), \quad \mu_j = \mu_{0j}; \quad \varepsilon_{0j}, \quad \mu_{0j}$ (*j* = 1, 2, 3, 4) – относительные диэлектрические и магнитные проницаемости; tg $\delta_{0j}$  – тангенс угла диэлектрических потерь *j*-го



**Рис. 1.** Трехслойный шаровой диэлектрический резонатор. Средний слой, заполняемый исследуемым веществом, зачернен

слоя. На рис. 1 зачернен слой, заполняемый исследуемым веществом.

Из системы уравнений Максвелла для монохроматических колебаний, зависящих от времени пропорционально exp(-*i*ω*t*), получаются дифференциальные уравнения для электромагнитных потенциалов:

$$\left(L_{j} + \frac{\Delta_{\perp}}{r^{2}}\right) U_{j}^{E}(r, \theta, \phi) = 0,$$

$$\left(L_{j} + \frac{\Delta_{\perp}}{r^{2}}\right) U_{j}^{H}(r, \theta, \phi) = 0,$$
(1)

где  $\Delta_{\perp} = \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \sin\theta \frac{\partial}{\partial\theta} + \frac{1}{\sin^2\theta} \frac{\partial^2}{\partial\varphi^2};$  $L_j = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \chi_j^2, \ \chi_j = \sqrt{\varepsilon_j \mu_j} k, \ k = \omega/c, \ c - \text{ско-рость света.}$ 

В каждом слое радиальные компоненты электрических  $E_{r,j}(r,\theta,\phi)$  и магнитных  $H_{r,j}(r,\theta,\phi)$  полей связаны с функциями  $U_j^{E,H}(r,\theta,\phi)$  соотношениями:

Радиофизика и радиоастрономия, 2007, т. 12, №2

$$E_{r,j}(r,\theta,\phi) = L_j U_j^E(r,\theta,\phi),$$
$$H_{r,j}(r,\theta,\phi) = L_j U_j^H(r,\theta,\phi).$$

А тангенциальные компоненты полей выражаются следующим образом:

$$rH_{j,\theta}(r,\theta,\varphi) = \frac{\partial^2 U_j^H(r,\theta,\varphi)}{\partial r \partial \theta} - \frac{i\varepsilon_j k}{\sin \theta} \frac{\partial U_j^F(r,\theta,\varphi)}{\partial \varphi},$$
  

$$rE_{j,\theta}(r,\theta,\varphi) = \frac{\partial^2 U_j^F(r,\theta,\varphi)}{\partial r \partial \theta} + \frac{i\mu_j k}{\sin \theta} \frac{\partial U_j^H(r,\theta,\varphi)}{\partial \varphi},$$
  

$$rH_{j,\varphi}(r,\theta,\varphi) =$$
  

$$= \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial^2 U_j^H(r,\theta,\varphi)}{\partial r \partial \varphi} + i\varepsilon_j k \frac{\partial U_j^F(r,\theta,\varphi)}{\partial \theta},$$
  

$$rE_{j,\varphi}(r,\theta,\varphi) =$$
  

$$= \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial^2 U_j^F(r,\theta,\varphi)}{\partial r \partial \varphi} - i\mu_j k \frac{\partial U_j^H(r,\theta,\varphi)}{\partial \theta}.$$

Функции  $U_{j}^{s}(r,\theta,\phi)$  представим в виде  $U_{j}^{s}(r,\theta,\phi) = \sum_{q} R_{j,q}^{s}(r) P_{n}^{m}(\cos\theta) \exp(im\phi)$ , где  $P_{n}^{m}(\cos\theta) - \phi$ ункции Лежандра первого рода, функции  $R_{j,q}^{s}(r)$  описывают распределение по радиальной координате полей *S*-типа *q*-й моды в *j*-й области. Индекс *q* содержит индексы *m*, *n*, которые обозначают соответственно число вариаций поля по азимутальному  $\phi$ , а при m = 0 по полярному  $\theta$  углам сферической системы координат, связанной с осью *OZ*.

Решения уравнений (1) должны удовлетворять условиям: конечность амплитуд полей колебаний в центре сферы (r=0), отсутствие приходящей и наличие уходящей волны при  $r \rightarrow \infty$ , непрерывность тангенциальных компонент полей на поверхностях раздела сред.

Эти решения образуют две подгруппы, которые описывают независимые колебания *E*-типа ( $H_r = 0$ ) и *H*-типа ( $E_r = 0$ ). Компоненты *q*-й моды *H*-типа определяются через функции  $U_q^H(r, \theta, \varphi)$  соотношениями:

$$\begin{split} E_{q,r}(r,\theta,\phi) &= 0, \\ H_{q,r}(r,\theta,\phi) &= \left[ \epsilon(r)\mu(r)k^2 + \frac{\partial^2}{\partial r^2} \right] U_q^H(r,\theta,\phi), \\ E_{q,\theta}(r,\theta,\phi) &= \frac{ik\mu(r)}{r\sin\theta} \frac{\partial U_q^H(r,\theta,\phi)}{\partial \phi}, \\ H_{q,\phi}(r,\theta,\phi) &= \frac{1}{r\sin\theta} \frac{\partial U_q^H(r,\theta,\phi)}{\partial \phi \partial r}, \\ E_{q,\phi}(r,\theta,\phi) &= -\frac{ik\mu(r)}{r} \frac{\partial U_q^H(r,\theta,\phi)}{\partial \theta}, \\ H_{q,\theta}(r,\theta,\phi) &= \frac{1}{r} \frac{\partial U_q^H(r,\theta,\phi)}{\partial \theta \partial r}. \end{split}$$

Для колебаний Е-типа имеем:

$$\begin{split} H_{q,r}(r,\theta,\phi) &= 0, \\ E_{q,r}(r,\theta,\phi) &= \left[ \epsilon(r)\mu(r)k^2 + \frac{\partial^2}{\partial r^2} \right] U_q^E(r,\theta,\phi), \\ H_{q,\theta}(r,\theta,\phi) &= -\frac{ik\epsilon(r)}{r\sin\theta} \frac{\partial U_q^E(r,\theta,\phi)}{\partial \phi}, \\ E_{q,\theta}(r,\theta,\phi) &= \frac{1}{r\sin\theta} \frac{\partial U_q^E(r,\theta,\phi)}{\partial \phi \partial r}, \\ H_{q,\phi}(r,\theta,\phi) &= \frac{ik\epsilon(r)}{r} \frac{\partial U_q^E(r,\theta,\phi)}{\partial \theta}, \\ E_{q,\theta}(r,\theta,\phi) &= \frac{1}{r} \frac{\partial U_q^E(r,\theta,\phi)}{\partial \theta \partial r}. \end{split}$$

Функции  $R_q^S(r)$ , определяющие распределение по радиальной координате полей парциальной *q*-й моды *S*-типа, описываются соотношениями:

$$R_{q}^{s}(r) = \begin{cases} A_{q,1}^{s} j_{n}(\chi_{1}r), & 0 \leq r \leq r_{1} \\ A_{q,2}^{s} j_{n}(\chi_{2}r) + B_{q,2}^{s} \eta_{n}(\chi_{2}r), & r_{1} \leq r \leq r_{2} \\ A_{q,3}^{s} j_{n}(\chi_{3}r) + B_{q,3}^{s} \eta_{n}(\chi_{3}r), & r_{2} \leq r \leq r_{3} \\ A_{q,4}^{s} h_{n}^{(1)}(\chi_{4}r), & r_{3} \leq r \end{cases}$$

$$(2)$$

Здесь  $A_{q,j}^{S}$ ,  $B_{q,j}^{S}$  – амплитуды колебаний *S*-типа в *j* области;  $j_{n}(x)$ ,  $\eta_{n}(x)$ ,  $h_{n}^{(1)}(x)$  – сферические функции, связанные соотношениями вида  $z_{n}(x) = \sqrt{\pi x/2} Z_{n+1/2}(x)$  с цилиндрическими функциями Бесселям  $J_{n+1/2}(x)$ , Неймана  $N_{n+1/2}(x)$  и Ханкеля  $H_{n+1/2}^{(1)}(x)$  соответственно.

Граничные условия на *j*-й поверхности раздела сред удовлетворяются при

$$\frac{\mathrm{d}R_q^S(\chi_j r_j) = \zeta_{j+1} R_q^S(\chi_{j+1} r_j)}{\mathrm{d}r} |_{r=r_j} = \frac{\mathrm{d}R_q^S(\chi_{j+1} r)}{\mathrm{d}r} |_{r=r_j}.$$

Здесь  $\varsigma_j = \varepsilon_j$  для *E*-типа и  $\varsigma_j = \mu_j$  для *H*-типа колебаний. Удовлетворяя им и вводя обозначения  $z_{i,j} = z_n(\chi_i r_j)$ , приходим к системе алгебраических уравнений относительно постоянных  $A_{q,j}^S$ ,  $B_{q,j}^S$ :

$$\begin{aligned} \varsigma_{1}A_{q,1}^{s}j_{1,1} &= \varsigma_{2} \Big[ A_{q,2}^{s}j_{2,1} + B_{q,2}^{s}\eta_{2,1} \Big]; \\ \chi_{1}A_{q,1}^{s}j_{1,1}' &= \chi_{2} \Big[ A_{q,2}^{s}j_{2,1}' + B_{q,2}^{s}\eta_{2,1}' \Big]; \\ \varsigma_{2} \Big[ A_{q,2}^{s}j_{2,2} + B_{q,2}^{s}\eta_{2,2}' \Big] &= \varsigma_{3} \Big[ A_{q,3}^{s}j_{3,2} + B_{q,3}^{s}\eta_{3,2}' \Big]; \\ \chi_{2} \Big[ A_{q,2}^{s}j_{2,2}' + B_{q,2}^{s}\eta_{2,2}' \Big] &= \chi_{3} \Big[ A_{q,3}^{s}j_{3,2}' + B_{q,3}^{s}\eta_{3,2}' \Big]; \\ \varsigma_{3} \Big[ A_{q,3}^{s}j_{3,3} + B_{q,3}^{s}\eta_{3,3}' \Big] &= \varsigma_{4} A_{q,4}^{s}h_{4,3}^{(1)}; \\ \chi_{3} \Big[ A_{q,3}^{s}j_{3,3}' + B_{q,3}^{s}\eta_{3,3}' \Big] &= \chi_{4} A_{q,4}^{s}h_{4,3}^{(1)'}. \end{aligned} \end{aligned}$$

$$(3)$$

Штрих у сферических функций обозначает дифференцирование по аргументу.

Все амплитуды в (2) определяются через  $A_{q,2}^{s}$  следующим образом:

$$B_{q,2}^{s} = -\frac{[j_{1}j_{2}]_{1}}{[j_{1}\eta_{2}]_{1}} A_{q,2}^{s},$$
  

$$A_{q,3}^{s} = \frac{\zeta_{2}}{\zeta_{3}} \frac{j_{2,3}[j_{1}\eta_{2}]_{1} - \eta_{2,3}[j_{1}j_{2}]_{1}}{j_{3,2}[h_{4}\eta_{3}]_{3} - \eta_{3,2}[h_{4}j_{3}]_{3}} \frac{[h_{4}\eta_{3}]_{3}}{[j_{1}\eta_{2}]_{1}} A_{q,2}^{s},$$

$$B_{q,3}^{s} = -\frac{[h_{4}j_{3}]_{3}}{[h_{4}\eta_{3}]_{3}} A_{q,3}^{s},$$

$$A_{q,1}^{s} = \frac{\varsigma_{2}}{\varsigma_{1}} \left[ j_{2,1} - \frac{[j_{1}j_{2}]_{1}}{[j_{1}\eta_{2}]_{1}} \eta_{2,1} \right] A_{q,2}^{s},$$

$$A_{q,4}^{s} = \frac{\varsigma_{3}}{\varsigma_{4}h_{4,3}} \left[ j_{3,3} - \frac{[h_{4}j_{3}]_{3}}{[h_{4}\eta_{3}]_{3}} \eta_{3,3} \right] A_{q,3}^{s}.$$

Здесь  $[f_i g_j]_k = q_i f'_{i,k} g_{j,k} - q_j f'_{i,k} g_{j,k}, \quad q_i = \frac{\sqrt{\varepsilon_i \mu_i}}{\varsigma_i}.$ 

Условие существования нетривиальных решений системы (3) приводит к характеристическому уравнению:

$$[h_{4}j_{3}]_{3} \times \{[j_{1}\eta_{2}]_{1}[j_{2}\eta_{3}]_{2} - [j_{1}j_{2}]_{1}[\eta_{2}\eta_{3}]_{2}\} = [h_{4}\eta_{3}]_{3} \times \{[j_{1}\eta_{2}]_{1}[j_{2}j_{3}]_{2} - [j_{1}j_{2}]_{1}[\eta_{2}j_{3}]_{2}\}.$$
 (4)

Его решения при заданных параметрах структуры определяют комплексные частоты собственных колебаний. Ниже численно исследована структура, в которой параметры внутреннего шара и внешнего слоя совпадают ( $\varepsilon_1 = \varepsilon_3$ ;  $\mu_1 = \mu_3$ ), а изучаемое вещество заполняет средний слой. Уравнение (4) при этом принимает вид:

$$[h_4 j_3]_3 \{ [j_3 \eta_2]_1 [j_2 \eta_3]_2 - [j_3 j_2]_1 [\eta_2 \eta_3]_2 \} = = [h_4 \eta_3]_3 \{ [j_3 \eta_2]_1 [j_2 j_3]_2 - [j_3 j_2]_1 [\eta_2 j_3]_2 \}.$$
 (5)

При очень малой толщине слоя  $\Delta \equiv r_2 - r_1$ и такой диэлектрической проницаемости заполняющего средний слой вещества, при которых выполняется условие  $|\sqrt{\epsilon_2}k|\Delta \ll 1$ , уравнение (5) в первом приближении разложения по малому параметру приводится к виду:

$$[h_{4}j_{3}]_{3} = [h_{4}\eta_{3}]_{3}\Delta\left\{\frac{\xi_{2}k}{q_{3}}\left[\left(q_{2}^{2} - \frac{n(n+1)}{(\xi_{2}kr_{1})^{2}}\right)j_{31}^{2} + q_{3}^{2}(j_{31}')^{2}\right] - \chi_{3}\left[(j_{31}')^{2} + \left(1 - \frac{n(n+1)}{\chi_{3}^{2}r_{1}^{2}}\right)j_{31}^{2}\right]\right\}.$$

Радиофизика и радиоастрономия, 2007, т. 12, №2

Замечаем, что в этом приближении комплексная диэлектрическая проницаемость исследуемого вещества  $\varepsilon_2$  не входит в аргументы сферических функций, а явно содержится только в параметрах  $\xi_2$  и  $q_2$ . Остальные параметры колебаний содержатся также в аргументах сферических функций. Вычисление параметров исследуемого вещества в этом предельном случае значительно упрощается.

При  $\Delta = 0$  средний слой отсутствует, приходим к известному характеристическому уравнению для однородного шара радиуса  $r_3$ :  $[h_4, j_3]_3 = 0$ . С увеличением полярного индекса *n* решения описывают слабозатухающие колебания типа "шепчущей галереи", имеющие максимальную амплитуду вблизи внешней поверхности [7].

#### Численный эксперимент

Численные исследования характеристического уравнения (5) были проведены в восьмимиллиметровом диапазоне длин волн для помещенной в вакуум структуры радиуса  $r_3 = 3.9$  см. Внутренний шар и наружный слой были изготовлены из фторопласта с параметрами:  $\varepsilon_{01} = \varepsilon_{03} = 2.07$ и  $tg\delta_{01} = tg_{03} = 1.7 \cdot 10^{-4}$  Средний слой заполнялся бензином ( $\varepsilon_{02} = 1.88$ ,  $tg\delta_{02} = 3.3 \cdot 10^{-3}$ ), трансформаторным маслом ( $\varepsilon_{02} = 2.2$ ,  $tg\delta_{02} = 4.5 \cdot 10^{-2}$ ), воздухом ( $\varepsilon_{02} = 1.0$ ,  $tg\delta_{02} = 0$ ), этиловым спиртом ( $\varepsilon_{02} = 4.1$ ,  $tg\delta_{02} = 3.05 \cdot 10^{-1}$ ) и плавленым кварцем ( $\varepsilon_{02} = 3.6$ ,  $tg\delta_{02} = 1.2 \cdot 10^{-4}$ ). Магнитная проницаемость всех этих сред равна единице.

На рис. 2 представлены зависимости спектральных и энергетических характеристик колебаний  $E_{3601}$  и  $H_{3601}$  от радиуса внутреннего шара  $r_1$  при заполнении среднего слоя этиловым спиртом либо бензином. Расчеты выполнены для двух значений толщин  $\Delta = 0.1$  см и  $\Delta = 0.02$  см. Сплошные кривые соответствуют колебаниям *E*-типа, пунктирные – колебаниям *H*-типа. Из рисунка замечаем, что можно выделить две характерные области.

При  $r_1 < 3.2$  см частота колебаний слабо зависит от толщины слоя и радиуса  $r_1$ . Ко-



**Рис. 2.** Зависимости собственной частоты (a) и добротности (б) резонатора от радиуса внутреннего шара  $r_1$ . Сплошные кривые соответствуют колебаниям Е-типа, штриховые – H-типа: кривая 1 – этиловый спирт при  $\Delta = 0.1$  см; кривая 2 – этиловый спирт при  $\Delta = 0.02$  см; кривая 3 – бензин при  $\Delta = 0.1$  см; кривая 4 – бензин при  $\Delta = 0.02$  см

лебания E-типа имеют более высокие частоты, чем колебания H-типа. С увеличением  $r_1$  добротность Q резонатора падает. Она слабо зависит от типа колебаний, но существенно от параметров вещества в среднем слое. При заполнении этиловым спиртом добротность значительно меньше, чем при заполнении бензином.

Поле колебаний типа "шепчущей галереи" в слоистом квазиоптическом резонаторе преимущественно сосредоточено возле его внешней радиальной поверхности. В области  $r_1 > 3.2$  см с увеличением  $r_1$  существенно изменяется характер влияния вещества на спектральные характеристики шара. На эти характеристики влияет только тонкий слой исследуемого вещества, находящийся вблизи раздела слоев. При дальнейшем увеличении  $r_1$  средний слой попадает в область резонатора, в которой сосредоточено поле колебаний типа "шепчущей галереи". Максимальное влияние на характеристики резонатора параметры среднего слоя оказывают тогда, когда он находится в максимуме электромагнитного поля ( $r_1 \approx 3.6$  см). Добротность шара падает до минимального значения для обоих типов колебаний.

Ниже рассмотрен резонатор с колебаниями *Е*-типа, обладающий бо́льшей добротностью. При заполнении среднего слоя различными диэлектриками значения частот значительно отличаются (рис. 3, а). Так, разница между частотами резонаторов, средний слой которых заполнен бензином либо трансформаторным маслом, составляет около 400 МГц. Это дает возможность однозначно идентифицировать исследуемые вещества (рис. 3, б).

Данный эффект может быть использован для практических целей. Например, наиболее распространенным в энергетике жидким диэлектриком является трансформаторное масло. В процессе эксплуатации оно теряет свои изоляционные свойства. Существует большой разрыв между сроками службы масла и трансформатора. Через год службы масло уже требует очистки, а через 4-5 лет регенерации [8, 9]. Старение масла связано с изменением его состава с течением времени. Главный вклад в ухудшение изоляционных свойств вносит поглощение маслом влаги. В сантиметровом диапазоне длин волн тангенс угла диэлектрических потерь для чистого свежего трансформаторного масла составляет tg $\delta_{02}$  = 0.005, в окисленном и загрязненном масле может достигать величин  $tg\delta_{02} = 0.2$  и более. При этом возникает опасность развития пробойных процессов.

Предлагаемый резонатор может быть применен в качестве ячейки для измерения диэлектрической проницаемости трансформаторного масла. С помощью резонаторных ячеек [5, 6, 10] измерялись комплексные



**Рис. 3.** Зависимости частоты (а) и добротности (б) собственных колебаний Е-типа от радиуса внутреннего шара  $r_1$  при толщине среднего слоя  $\Delta = 0.1$  см в резонаторе, заполненном различными диэлектриками: кривая 1 – этиловый спирт, кривая 2 – трансформаторное масло, кривая 3 – плавленый кварц, кривая 4 – воздух, кривая 5 – бензин

диэлектрические проницаемости жидкостей с большими потерями. Наш резонатор подходит для измерений жидкостей с любыми  $tg\delta_{02}$ . Рис. 4 демонстрирует зависимости спектральных характеристик от радиуса внутреннего шара  $r_1$  при заполнении среднего слоя толщиной  $\Delta = 0.5$  см трансформаторным маслом разного качества. Естественно, требуемый объем измеряемого масла увеличился, но изменился и характер зависимостей спектральных характеристик от толщины слоя с измеряемой жидкостью. При толщине заполненного трансформаторным маслом среднего слоя  $\Delta = 0.1$  см (рис. 3, а)



**Рис. 4.** Зависимости частоты (а) и добротности (б) колебаний Е-типа от радиуса внутреннего шара  $r_1$  при заполнении среднего слоя толициной  $\Delta = 0.5$  см трансформаторным маслом разного качества: кривая  $1 - tg\delta_{02} = 0.005$ , кривая  $2 - tg\delta_{02} = 0.05$ , кривая  $3 - tg\delta_{02} = 0.1$ , кривая  $4 - tg\delta_{02} = 0.2$ , кривая  $5 - tg\delta_{02} = 0.3$ 

частотная кривая 2 слабо зависит от положения слоя. Для измерения комплексной диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_2$  при этой толщине можно было бы использовать область, в которой частотные кривые в отсутствие и при наличии масла расходятся ( $r_1 > 3.4$  см). Но на этом участке добротности очень малы, и масла разного качества невозможно различить. При толщине среднего слоя  $\Delta = 0.5$  см и  $r_1 < 3.4$  см можно четко различать жидкости с малыми величинами tg $\delta_{02}$  (рис. 4). Так, для  $r_1 = 2.9$  см разница между частотами резонаторов, средний слой которых заполнен качественным (tg $\delta_{02} = 0.05$ ) либо загрязненным (tg $\delta_{02} = 0.2$ ) маслом составляет около 200 МГц. Все величины добротностей лежат в диапазоне от 150 до 500, который является оптимальным для измерений.

Поведение кривых, приведенных на рис. 3 и 4, объясняет распределение напряженности электрического поля по радиусу шара (рис. 5). При значениях радиуса  $r_2 < 3$  см (рис. 5, а) средний слой с диэлектриком, обладающим потерями, не влияет на характеристики резонатора. При  $r_2 > 3$  см с увеличением радиуса внутреннего шара начинают меняться как добротность, так и резонансная частота (рис. 5, б и в). Это приводит к расхождению кривых на рис. 3. При дальнейшем увеличении r<sub>1</sub> распределение поля искажается, добротность резонатора уменьшается. Экстремальное изменение частотных характеристик резонатора наблюдается, когда средний слой находится в области максимума электромагнитного поля. При  $r_2 \rightarrow r_3$  добротность резонатора приближается к минимальному значению. Степень изменения частоты собственного колебания соответствует количеству вносимого вещества с потерями. С одной стороны, оно не должно быть слишком малым (рис. 3, а, начальный участок), а с другой, не может быть и велико, чтобы не приводить к сильному искажению поля или к затуханию колебаний. Толщина среднего слоя  $\Delta = 0.5$  см является именно такой, что при внесении в поле колебания сдвигается частота и уменьшается добротность (рис. 4), при этом не слишком искажается распределение поля (рис. 5, б). При толщине среднего слоя  $\Delta = 0.1$  см количество вносимой жидкости слишком мало, чтобы на начальном участке вызвать заметное изменение резонансной частоты. Поэтому для получения удовлетворительного сдвига частоты слой следует помещать практически в центре области максимума поля (рис. 3, а).

Таким образом, при измерении диэлектрической проницаемостей жидкостей с небольшими и одинаковыми диэлектрическими проницаемостями ( $\varepsilon_{01} = \varepsilon_{03} \approx \varepsilon_{02}$ ), различающихся между собой главным образом tg $\delta_{02}$ , средний слой большой толщины следует располагать так, чтобы он лишь касался области колебаний поля. Если не-



**Рис. 5.** *Распределение нормированной радиальной компоненты напряженности электрического поля по радиусу слоистого шара. Вертикальными линиями обозначены границы радиальных слоев* 

обходимо измерять проницаемости жидкостей с  $\varepsilon_{01} = \varepsilon_{03} < \varepsilon_{02}$ , то толщину среднего слоя следует брать малой, приближая его к наружному краю резонатора.

#### Литература

- Беляков Е. В. Резонансный КВЧ диэлектрометр для поглощающих жидкостей // Электронная техника. Сер. Электроника СВЧ. – 1997. – Вып.7. – С. 401-407.
- Кузнецов А. Н., Турковский И. И., Волкова И. А. КВЧ диэлектрометрия биологических жидкостей в условиях нарушенного водного обмена // Биофизика. – 2001. – Т. 45, №6. – С. 1122-1126.
- 3. Мериакри В. В., Чигряй Е. Е., Никитин И. П. и др. Диэлектрические свойства растворов глюкозы в мм диапазоне волн и проблема контроля ее содержания в крови // Электромагнитные волны. Электронные системы. – 2005. – Т. 10, №4. – С. 31-39.
- Еременко З. Е. Квазиоптический слоистый шаровой резонатор для измерения диэлектрической проницаемости сильно поглощающей жидкости в миллиметровом диапазоне // Радиофизика и электроника. – Харьков: Ин-т радиофизики

и электроники НАН Украины. – 2004. – Т. 9, №2. – С. 442-451.

- 5. Прокопенко Ю. В., Филиппов Ю. Ф., Шипилова И. А. Радиально-трехслойный диэлектрический резонатор с идеально проводящими стенками // Радиофизика и электроника. Харьков: Ин-т радиофизики и электроники НАН Украины. 2006. Т.11, №1. С. 32-37.
- 6. Ильченко М. Е., Трубин А. А. Электродинамика диэлектрических резонаторов. – Киев: Наукова думка, 2004. – 266 с.
- 7. Захаров Е. В., Скородумов А. И., Харламов Ю. Ф. Исследование и оптимизация характеристик линзовых антенн на основе двухслойного диэлектрического шара // Радиотехника и электроника. 2002. Т.47, №2. С. 196-203.
- Справочник по электротехническим материалам. / Под ред. Ю. В. Корицкого, В. В. Пасынкова, Б. М. Тареева. – Л.: Энергоатомиздат, 1988. – 728 с.
- 9. Б. М. Тареев. Физика диэлектрических материалов. М.: Энергоатомиздат. 1982. 378 с.
- 10. Filippov Yu. F., Prokopenko Yu. V., Suvorova O. A. The layered hemispherical resonator for dielectrometry // Proc. of 16<sup>th</sup> Int. Conf. "Microwave and Telecommunication Technology". – Sevastopol, Ukraine. – 2006. – P. 760-761.

Радиофизика и радиоастрономия, 2007, т. 12, №2

## Тришаровий кульовий резонатор для вимірювання діелектричних проникностей речовин

## О. О. Суворова, Ю. Ф. Філіппов

Аналітично та чисельно досліджено квазіоптичний діелектричний резонатор, виконаний у формі радіально-тришарової кулі. Отримано дисперсійне рівняння, справедливе для довільних розмірів та проникностей шарів резонатора. Чисельні розрахунки виявили можливість визначення комплексної діелектричної проникності речовини, що заповнює центральный шар за експериментально обрахованими спектральними характеристикам резонатора. Наведено розподіл напруженості електричного поля уздовж радіуса резонатора та показано його зв'язок з досліджуваними ефектами.

## Triple Layered Ball Resonator for Measuring Dielectric Permittivity of Substances

### O. A. Suvorova and Yu. F. Filippov

A quasi-optical dielectric resonator designed as a triple layered ball is investigated both analitically and numerically. The dispersion equation valid for arbitrary parameters and dielectric permittivity of resonator layers is derived. Numerical calculations show the determining possibility for the complex dielectric permittivity of the central layer substance by experimentally measured resonator spectral properties. The electric field strength distribution along the resonator radius, as well as its relationship to the effects observed, are shown.