

## РАСПРОСТРАНЕНИЕ, ДИФРАКЦИЯ И РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

---

УДК 523.9, 520.27

В. Ф. БОРУЛЬКО, О. О. ДРОБАХИН, Д. В. СИДОРОВ

Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара,  
пр. Гагарина, 72, г. Днепропетровск, 49010, Украина  
E-mail: borulko@inbox.ru, drobakhino@mail.ru

---

### ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФОРМЫ ИМПУЛЬСОВ ПРИ ПАДЕНИИ НА БРЭГГОВСКИЕ СТРУКТУРЫ

*Рассмотрено преобразование формы импульсов при отражении и прохождении для брэгговских зеркал, резонаторов, структур с линейным изменением толщины “периода” при условии, что частота несущего колебания находится в окрестности частоты брэгговского резонанса. Проведено сравнение интегральной и дифференциальной оценок времени задержки. Вычислены зависимости коэффициентов асимметрии и эксцесса для отраженных и прошедших импульсов различной длительности от положения частоты несущего заполнения в полосе брэгговского отражения. Определены условия появления отрицательного времени задержки центра масс отраженных импульсов. Экспериментально получены значения группового времени задержки для слоистых структур с малым линейным изменением вдоль продольной координаты оптической (электрической) толщины “периода”.*

*Ключевые слова:* брэгговская структура, групповое время задержки, время задержки центра масс, асимметричный резонатор, гауссов импульс

#### 1. Введение

Периодичность строения присуща многим средам, встречающимся в природе. Эффекты и явления, которые наблюдаются при рассеянии электромагнитных волн в таких средах, могут быть воссозданы введением периодичности параметров в модели искусственных структур. Тривиальные свойства отражения и прохождения электромагнитных волн при падении на периодические структуры хорошо известны и используются для широкого круга прикладных задач [1]. Брэгговское отражение в случае возмущения периодичности усложняется и приобретает большую практическую ценность [2]. Ступенчатое возмущение фазы периодических параметров приводит к появлению собственного колебания с высокой добротностью в полосе брэгговского отражения. Плавное возмущение амплитуды периодических параметров может обеспечить относительное снижение добротности побочных резонансных частот (частот, находящихся вне полосы брэгговского отражения) [3]. Для неболь-

ших номеров частот брэгговского отражения можно добиться относительного снижения добротности побочных резонансов за счет введения малого линейного возмущения фазы. Структуры с пространственно модулированной оптической (электрической) толщиной “периода” (chirped mirrors) хорошо известны и широко применяются в источниках ультракоротких импульсов лазерного излучения для компенсации дисперсии группового времени задержки (ГВЗ) [4].

Исходя из постановки прикладных задач, следует рассматривать не монохроматическую волну, а импульсы, представляющие собой некоторую группу волн. При этом имеет смысл рассматривать импульсы, являющиеся переносчиками информации, т. е. сигналы [5]. Такие импульсы имеют начало (равны нулю для времен меньших некоторого значения) и, как правило, имеют конец. Распространение импульсов в среде, их отражение и прохождение сквозь структуры всегда сопровождается искажениями вследствие дисперсии, пренебречь которой можно лишь в заданном интервале частот при определенных вре-

© Борулько В. Ф., Дробахин О. О., Сидоров Д. В., 2012

менах и расстояниях распространения. Дисперсионные явления связаны с соразмерностью параметров сред либо структур с параметрами электромагнитной волны. Для сред такими параметрами являются расстояния между энергетическими уровнями атомов, молекул; в структурах таким параметром выступает период. Различают области нормальной и аномальной дисперсии в зависимости от знака производной показателя преломления (фазы коэффициента отражения) по частоте. Неравновесным средам с усилением присуща отрицательная дисперсия [6].

Анализ распространения, отражения и прохождения импульсов с центральной частотой спектра вблизи одной из собственных частот сред либо структур невозможно проводить лишь в терминах, характеризующих импульс как целое (скорость, время задержки), необходимо учитывать расширение, деформацию импульса, оговаривать границы, в которых характеристики сохраняют физический смысл.

В настоящей работе рассмотрено отражение и прохождение импульсов с различными огибающими для брэгговских отражателей, симметричных и несимметричных резонаторов в окрестности частоты брэгговского резонанса, структур с линейной модуляцией толщины “периода” (ЛМТ структур). Проведено сравнение интегральной (энергетической) и дифференциальной (групповой) оценок времени задержки. Вычислены зависимости коэффициентов асимметрии и эксцесса для отраженных и прошедших импульсов различной длительности в зависимости от частоты заполнения в полосе брэгговского отражения симметричных и асимметричных резонаторов, отражателей, ЛМТ структур. Определены условия появления отрицательного времени задержки центра масс (ВЗЦМ) отраженных импульсов. Экспериментально получены значения ГВЗ импульса для слоистых структур с малым линейным изменением оптической (электрической) толщины периода вдоль продольной координаты.

## 2. Методы исследования

В формализме метода матриц передачи при распространении электромагнитной волны в многослойных структурах любой изотропный однородный слой может быть охарактеризован квадратной матрицей второго порядка, которая связывает электрические и магнитные компоненты полей

на границах одного слоя [1, 7]. Выражение для матрицы передачи, справедливое для случая тепловых потерь и материалов с отрицательной диэлектрической и магнитной проницаемостями, имеет вид:

$$\mathbf{M}_j = \begin{pmatrix} \cos(k_{zj}h_j) & \frac{i}{p_j} \sin(k_{zj}h_j) \\ ip_j \sin(k_{zj}h_j) & \cos(k_{zj}h_j) \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где  $h$  – геометрическая толщина слоя, параметры  $p_j$  и продольное волновое число  $k_z$  определяются следующими выражениями:

$$k_{zj} = k_0 \sqrt{\epsilon_j \mu_j - \sin^2 \theta_0},$$

$$p_j^{TE} = k_{zj} / (\mu_j k_0) = \sqrt{\epsilon_j \mu_j - \sin^2 \theta_0} / \mu_j,$$

$$p_j^{TM} = k_{zj} / (\epsilon_j k_0) = \sqrt{\epsilon_j \mu_j - \sin^2 \theta_0} / \epsilon_j.$$

Здесь  $\epsilon_j$  и  $\mu_j$  – диэлектрическая и магнитная проницаемости  $j$ -го слоя,  $\theta_0$  – угол падения волны,  $k_0$  – волновое число свободного пространства.

Результирующая характеристическая матрица  $\mathbf{M}$  слоистой структуры рассчитывается как произведение характеристических матриц отдельных слоев структуры [7]. Используя компоненты матрицы, можно записать выражения для коэффициентов отражения  $R(\omega)$  и прохождения  $T(\omega)$  структуры:

$$R(\omega) = \{ [m_{11}(1-\Gamma) + m_{12}p_l(1+\Gamma)]p_1 - [m_{21}(1-\Gamma) + m_{22}p_l(1+\Gamma)] \} \{ [m_{11}(1-\Gamma) + m_{12}p_l(1+\Gamma)]p_1 + [m_{21}(1-\Gamma) + m_{22}p_l(1+\Gamma)] \}^{-1}, \quad (2)$$

$$T(\omega) = 2p_1 \{ [m_{11}(1-\Gamma) + m_{12}p_l(1+\Gamma)]p_1 + [m_{21}(1-\Gamma) + m_{22}p_l(1+\Gamma)] \}^{-1},$$

где  $m_{uv}$  – элемент  $u$ -й строки  $v$ -го столбца результирующей матрицы передачи,  $\Gamma$  – коэффициент отражения нагрузки структуры,  $p_l$  – параметр материала последнего слоя структуры (или полупространства в случае  $\Gamma = 0$ ). Если слоистая структура заканчивается металлической плоскостью, то  $|\Gamma| = 1$ . Далее будем использовать зависимость от нормированной частоты  $f/f_0$ , где  $f_0$  имеет смысл частоты первого брэгговского резонанса. Ввиду того,

что рассмотрение будет вестись для диэлектрических материалов ( $\mu_1 = \mu_2 = 1$ ), она вводится следующим образом:  $f_0 = c / \left( 2(h_1 \sqrt{\epsilon_1} + h_2 \sqrt{\epsilon_2}) \right)$ , где  $h_1 \sqrt{\epsilon_1}$  и  $h_2 \sqrt{\epsilon_2}$  являются электрическими толщинами слоев периода структуры,  $c$  – скорость света в вакууме.

Для анализа преобразования формы импульсов будем использовать представление в виде интеграла Фурье. Этот подход предусматривает, что все падающие, отраженные и прошедшие волны являются суперпозицией гармонических волн (при одном угле падения и с различной амплитудой). Частотный спектр падающего импульса  $F(\omega)$  можно получить из распределения амплитуды  $f(\tau)$  с помощью прямого преобразования Фурье [5, 8, 9]:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) \exp(-i\omega\tau) d\tau,$$

где  $\omega$  – циклическая частота. Используя известные выражения (2) для коэффициентов отражения  $R(\omega)$  и прохождения  $T(\omega)$ , мы можем найти зависимости  $r(\tau)$  и  $t(\tau)$  для отраженного и падающего импульсов. Например, для отраженного импульса мы имеем

$$r(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R(\omega) F(\omega) \exp(i\omega\tau) d\omega.$$

Фазу коэффициента отражения  $\varphi(\omega) = \arg(R(\omega))$  можно представить в виде ряда по степеням  $(\omega - \omega_0)$  [5, 8, 9]:

$$\begin{aligned} \varphi(\omega) &= \varphi(\omega_0) + \varphi'(\omega_0)(\omega - \omega_0) + \\ &+ \frac{1}{2} \varphi''(\omega_0)(\omega - \omega_0)^2 + \dots \end{aligned} \quad (3)$$

Если спектр импульса сосредоточен вблизи центральной частоты  $\omega_0$ , группу волн можно считать квазимонохроматической. Ограничившись в (3) членами нулевого и первого порядка и считая, что на ширине спектра модуль коэффициента отражения изменяется мало,  $|R(\omega)| \approx \text{const}$ , ГВЗ импульса можно определить как производную фазы коэффициента отражения (прохождения) по частоте:

$$\Delta\tau_g = - \left( \frac{d\varphi(\omega)}{d\omega} \right)_{\omega=\omega_0}. \quad (4)$$

Чтобы учесть разрывность формально определенной фазы, время задержки отраженного импульса (4) удобно вычислять через производные действительной и мнимой частей коэффициента отражения [10]:

$$\begin{aligned} \Delta\tau_g &= \left( |R(\omega)|^{-2} \left[ \text{Im}(R(\omega)) \frac{d}{d\omega} \text{Re}(R(\omega)) - \right. \right. \\ &\left. \left. - \text{Re}(R(\omega)) \frac{d}{d\omega} \text{Im}(R(\omega)) \right] \right)_{\omega=\omega_0}. \end{aligned}$$

Следует отметить, что формула (4) характеризует время задержки импульса лишь в том случае, когда времена задержки всех частей импульса равны, т. е. импульс распространяется как единое целое. В противном случае следующим членом в разложении (3), характеризующим дисперсию ГВЗ, пренебречь нельзя. Обобщая, можно сказать, что учет  $n$  членов разложения (3) является достаточным при выполнении условия  $\varphi_{\omega}^{(n)}(\omega_0) / \varphi_{\omega}^{(n-1)}(\omega_0) \ll T$ , где  $T$  – длительность падающего импульса [8].

При деформации импульса и его расплывании можно вводить время задержки для каждой из частей импульса: максимума, фронта, среза и т. д. Мы будем рассматривать задержку энергетического центра импульса. ВЗЦМ импульса (либо энергетического центра) будем вычислять как начальный математический момент первого порядка [5]:

$$\Delta\tau_e = \int_{-\infty}^{+\infty} \tau |s_N(\tau)|^2 d\tau, \quad |s_N(\tau)|^2 = \frac{|s(\tau)|^2}{\int_{-\infty}^{+\infty} |s(\tau)|^2 d\tau}. \quad (5)$$

Здесь  $s(\tau)$  – огибающая  $s$ -го импульса.

В общем случае время  $\Delta\tau_e$  в (5) не характеризует скорость переноса энергии и является некой эффективной оценкой задержки импульса. Только в случае, когда выполняется линейное приближение и форма импульса сохраняется, величины  $\Delta\tau_e$  и  $\Delta\tau_g$  совпадают и соответствуют времени распространения энергии.

Введем ширину импульса как центральный момент второго порядка для количественной оценки расширения отраженных и прошедших импульсов:

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (\tau - \Delta\tau_e)^2 |s_N(\tau)|^2 d\tau. \quad (6)$$

Аналогичным образом введем коэффициенты асимметрии и эксцесса как центральные моменты третьего и четвертого порядка соответственно:

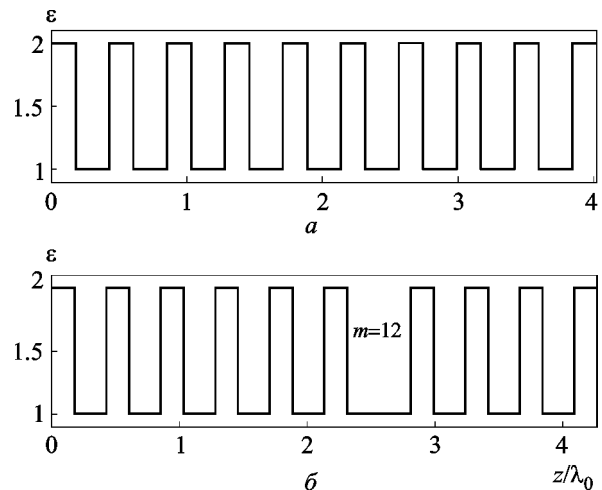
$$\eta = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (\tau - \Delta\tau_e)^3 |s_N(\tau)|^2 d\tau}{\sigma^3}, \quad (7)$$

$$\xi = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (\tau - \Delta\tau_e)^4 |s_N(\tau)|^2 d\tau}{\sigma^4}.$$

В дальнейшем будем рассматривать коэффициент эксцесса отраженного и прошедшего импульсов относительно падающего импульса  $\xi_{R,T} - \xi \Rightarrow \xi_{R,T}$ , а вместо ширины импульса (6) – расширение  $(\sigma_{R,T}/\sigma) - 1 \Rightarrow \sigma_{R,T}$ , где  $\xi$  и  $\sigma$  – коэффициент эксцесса и ширина падающего импульса соответственно. Ясно, что метод определения параметров деформации формы импульса с помощью математических моментов разного порядка имеет смысл лишь в том случае, когда соответствующие интегралы (5)–(7) сходятся. Для импульсов, ограниченных во времени, это условие выполняется автоматически.

### 3. Численное моделирование

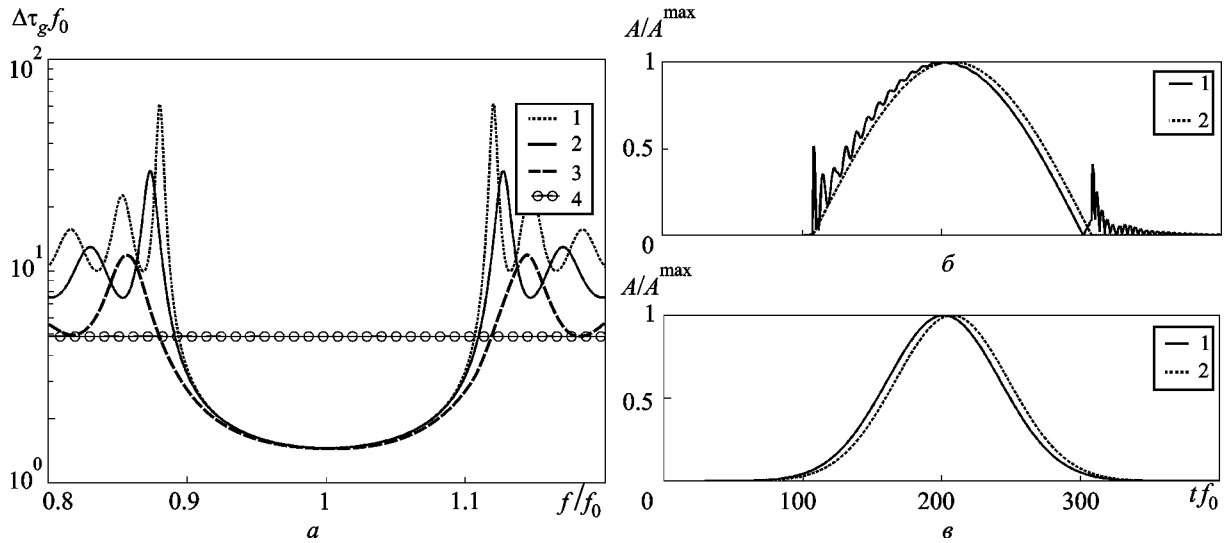
Поскольку известно, что групповая скорость может превышать скорость света (принимать аномальные значения) при прохождении в полосах непрозрачности волноводов, замедляющих структур [10], рассмотрение начнем с ГВЗ прошедшего импульса, полученного из частотной зависимости коэффициента прохождения для простого периодического брэгговского зеркала (рис. 1, а), которое используется в качестве отражателя, но тем не менее имеет определенный коэффициент прохождения. У структуры такого типа высокодобротных резонансных частот в полосе отражения нет, соответственно ГВЗ практически не изменяется в полосе отражения и остается на некотором низком уровне. Вполне понятно, что для квазимонохроматической группы с центральной частотой, находящейся вдали от частот брэгговского отражения, время прохождения через структуру



**Рис. 1.** Профили диэлектрической проницаемости брэгговских структур: а – зависимость диэлектрической проницаемости от продольной координаты строгопериодического отражателя из  $M = 19$  слоев,  $\mu_{2n-1} = \mu_{2n} = 1$ , электрическая толщина всех слоев  $h_m \epsilon_m^{1/2} = \lambda_0/4$ ; б – зависимость диэлектрической проницаемости от продольной координаты асимметричного резонатора из  $M = 19$  слоев,  $\mu_{2n-1} = \mu_{2n} = 1$ , электрическая толщина всех слоев  $h_m \epsilon_m^{1/2} = \lambda_0/4$ , кроме слоя 12, для которого  $h_{12} \epsilon_{12}^{1/2} = \lambda_0/2$

близко ко времени прохождения группой волн в свободном пространстве электрического расстояния, равного суммарной электрической толщине структуры (см. рис. 2, а, линия 4). При этом с увеличением количества слоев время задержки растет (на рис. 2, а линия 1 – структура из  $M = 39$  слоев, линия 2 – структура из  $M = 29$  слоев, линия 3 – структура из  $M = 19$  слоев).

В самой полосе брэгговского отражения ГВЗ становится меньше, что соответствует “сверхсветовому туннелированию” (рис. 2, а) [11]. Однако это, конечно же, не означает распространения сигналов со сверхсветовыми скоростями. Поскольку спектр сигналов с любой конечной абсолютной длительностью бесконечно протяжен и имеет, строго говоря, ненулевые компоненты во всем диапазоне частот, а коэффициент прохождения вне полосы брэгговского отражения многослойных периодических структур близок к единице, большая часть энергии прошедшего импульса будет содержаться в компонентах с частотами вне полосы брэгговского отражения. Вследствие этого импульс сильно исказится, а энергетический центр сместится в направлении распространения [5, 8, 12] (рис. 2, б, линия 1). Линия 2 на рис. 2, б и линия 2 на рис. 2, в соответствуют огибающим импульсов,



**Рис. 2.** Задержка импульсов при прохождении в брэгговских зеркалах: *a* – ГВЗ при прохождении брэгговского отражателя для различного количества слоев (линия 1 –  $M = 39$ , линия 2 –  $M = 29$ , линия 3 –  $M = 19$ ,  $\epsilon_{2n-1} = 2$ ,  $\epsilon_{2n} = 1$ ,  $\mu_{2n-1} = 1$ ,  $\mu_{2n} = 1$ , электрическая толщина слоев  $h_m \epsilon^{1/2} = \lambda_0/4$ , линия 4 – время прохождения в свободном пространстве эквивалентной электрической толщины структуры из  $M = 19$  слоев; *б* – огибающие импульсов с исходно  $\pi$ -синусоидальной огибающей, прошедших сквозь брэгговский отражатель с  $M = 19$  слоями (линия 1) и прошедших эквивалентную электрическую толщину в свободном пространстве (линия 2); *в* – огибающие импульсов с исходно гауссовой огибающей, прошедших сквозь брэгговский отражатель с  $M = 19$  слоями (линия 1) и прошедших эквивалентную электрическую толщину в свободном пространстве (линия 2)

прошедших расстояние в вакууме, значение которого совпадает со значением электрической толщины структуры. Результаты представлены для двух типов импульсов: с  $\pi$ -синусоидальной огибающей  $s(\tau) = \sin(\omega\tau)\sin(\pi(\tau - (\tau_0 + T/2))/T)$  в интервале  $\tau \in [\tau_0 - T/2; \tau_0 + T/2]$  и  $s(\tau) = 0$  для  $\tau \notin [\tau_0 - T/2; \tau_0 + T/2]$ , а также с гауссовой огибающей  $s(\tau) = \sin(\omega\tau)\exp(-\alpha(\tau - \tau_0)^2)$ , где  $T$  – абсолютная длительность импульса,  $\tau_0$  – положение максимума. Спектр импульса с гауссовой огибающей даже с меньшей эффективной длительностью, чем у  $\pi$ -синусоидального импульса, вне полосы брэгговского отражения убывает быстрее спектра импульса с огибающей в виде отрезка синусоиды. Вследствие этого он незначительно сужается,  $(\sigma_T^G/\sigma^G) - 1 = -0.0026$ , (рис. 2, *в*, линия 1) в отличие от ограниченного во времени импульса, который расширяется,  $(\sigma_T^{\sin}/\sigma^{\sin}) - 1 = 0.0257$ , (рис. 2, *б*, линия 1), и имеет большее смещение  $\Delta\tau_e^G/\sigma^G = 0.0505$ , тогда как смещение  $\pi$ -синусоидального импульса составляет  $\Delta\tau_e^{\sin}/\sigma^{\sin} = 0.0428$ .

Проведем сравнение ГВЗ и ВЗЦМ импульсов при прохождении через брэгговский отражатель. ГВЗ, рассчитанное согласно (4) на централь-

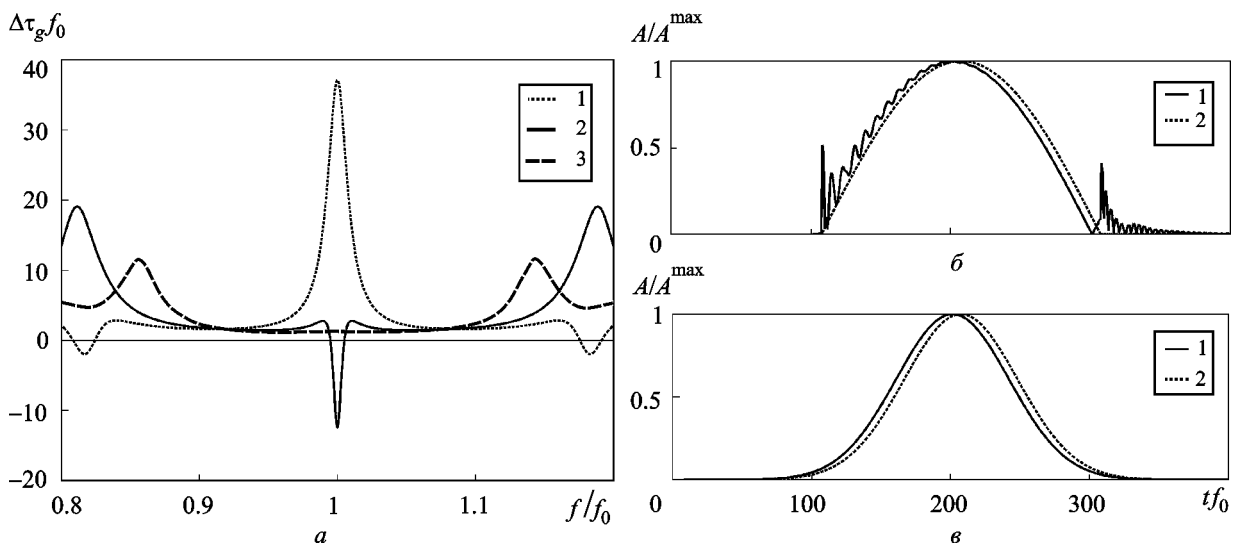
ной частоте брэгговского отражения, при прохождении отражателя из  $M = 29$  слоев составляет  $\Delta\tau_g f_0 = 1.457$ , а ВЗЦМ импульса с  $\pi$ -синусоидальной огибающей и длительностью  $Tf_0 = 200$  (эффективной длительностью  $\sigma^{\sin} f_0 = 36.151$ ) составляет  $\Delta\tau_e^{\sin} f_0 = 1.546$ ; с гауссовой огибающей ( $\alpha/f_0^2 = 0.0003$  и эффективной длительностью  $\sigma^G f_0 = 28.868$ ) составляет  $\Delta\tau_e^G f_0 = 1.458$ . В этом случае ВЗЦМ импульса с  $\pi$ -синусоидальной огибающей превышает ГВЗ на  $(\Delta\tau_e^{\sin} - \Delta\tau_g) f_0 = 0.089$ , а для импульса с гауссовой огибающей – на  $(\Delta\tau_e^G - \Delta\tau_g) f_0 = 0.001$ . При увеличении длительности импульса до  $Tf_0 = 300$  (соответственно эффективной длительности до  $\sigma^{\sin} f_0 = 54.227$ ) ВЗЦМ импульса приближается к ГВЗ,  $(\Delta\tau_e^{\sin} - \Delta\tau_g) f_0 = 0.027$ , и составляет  $\Delta\tau_e^{\sin} f_0 = 1.484$ . Для гауссового импульса ( $\alpha/f_0^2 = 0.0002$  и эффективной длительностью  $\sigma^G f_0 = 35.355$ ) это утверждение также выполняется с большей точностью:  $(\Delta\tau_e^G - \Delta\tau_g) f_0 \approx 0$  и  $\Delta\tau_e^G f_0 = 1.457$ . Таким образом, достичь наименьшего “сверхсветового” времени задержки возможно лишь для импульсов с финитным спектром, т. е. бесконечно протяженных.

По аналогии с рассмотрением традиционного полуволнового резонатора может быть проведено рассмотрение полуволновых симметричных и асимметричных брэгговских резонаторов. Они представляют собой два брэгговских отражателя, разделенных промежутком длиной  $\lambda_0/2$ , при этом в первом случае зеркала имеют идентичную структуру, а во втором – отражатели имеют различное количество слоев (рис. 1, б). Симметричные брэгговские резонаторы даже с небольшим количеством слоев имеют высокую добротность, вследствие чего спектр отраженного импульса при условии, что частота несущего заполнения находится вблизи частоты высокодобротного резонанса, сильно сужается, а сам импульс расширяется и соответственно увеличивается ГВЗ. В случае асимметричного резонатора добротность колебания на главной резонансной частоте всегда ниже и, следовательно, время задержки также ниже. Частотные интервалы с отрицательным значением ГВЗ наблюдаются лишь для асимметричных резонаторов и всегда находятся вблизи частот резонансного прохождения (рис. 3, а, линия 2). В окрестности главной частоты брэгговского резонанса ГВЗ при отражении от брэгговского резонатора приобретает либо большие положительные значения (рис. 3, а, линия 1), либо большие отрицательные значения.

ГВЗ при отражении от строгопериодического брэгговского отражателя остается на некотором постоянном низком уровне, т. е. в полосе отражения характеристики структуры близки к характеристикам идеального отражателя (рис. 3, а, линия 3).

Если резонатор симметричен, то задержка всегда положительна. В случае, когда слой резонансной толщины расположен асимметрично относительно краев структуры и находится ближе к началу,  $m < (M + 1)/2$  ( $M$  – общее количество слоев,  $m$  – положение резонансного слоя), значение ГВЗ положительно, в ином случае, когда слой резонансной толщины расположен ближе к концу структуры,  $m > (M + 1)/2$ , значение ГВЗ отрицательно. Механизм появления отрицательного времени задержки в асимметричном резонаторе ясен: противофазное расположение сильных неравноценных обратных связей приводит к асимметричному искажению огибающей импульса вследствие вычитания частей импульса, отраженных от переднего и заднего зеркал, образующих резонатор.

Исходя из определения ГВЗ и ВЗЦМ импульса ясно, что они могут принимать любые значения: положительные, отрицательные, большие либо меньшие времени прохождения светом в вакууме эквивалентной электрической толщины. Отрицатель-



**Рис. 3.** Задержка импульсов при отражении от брэгговских резонаторов: а – ГВЗ при отражении от структуры из  $M = 19$  слоев,  $\epsilon_{2n-1} = 2$ ,  $\epsilon_{2n} = 1$ ,  $\mu_{2n-1} = 1$ ,  $\mu_{2n} = 1$  (линия 1 – асимметричный резонатор,  $h_{12}\epsilon_{12}^{1/2} = \lambda_0/2$ ; линия 2 – асимметричный резонатор,  $h_8\epsilon_8^{1/2} = \lambda_0/2$ ; линия 3 – строго периодический отражатель,  $h_m\epsilon_m^{1/2} = \lambda_0/4$ ); б – огибающая падающего (линия 2) и отраженного (линии 1) импульсов с исходно  $\pi$ -синусоидальной огибающей для асимметричного брэгговского резонатора с  $M = 19$  слоями, толщина резонансного слоя  $h_{12}\epsilon_{12}^{1/2} = \lambda_0/2$ ; в – огибающая падающего (линия 2) и отраженного (линии 1) импульсов с исходно гауссовой огибающей для асимметричного брэгговского резонатора с  $M = 19$  слоями, толщина резонансного слоя  $h_{12}\epsilon_{12}^{1/2} = \lambda_0/2$

ные значения времен задержки либо их значения, меньшие времени распространения света в вакууме, никак не противоречат специальной теории относительности и не нарушают принцип причинности, так как в общем случае не соответствуют ни времени распространения энергии, ни времени распространения сигнала. Информативные импульсы (сигналы) с частотой несущего заполнения, принадлежащей интервалу частоты, в котором наблюдаются “аномальные” значения ГВЗ (т. е. отрицательные либо соответствующие распространению со скоростью, превышающей скорость света в вакууме), сильно деформируются (приобретают скошенность, расплываются, изменяют коэффициент эксцесса). Таким образом, использование ГВЗ, которое подразумевает практическую неизменность формы импульса, в качестве оценки времени распространения сигналов является некорректным вблизи таких аномальных значений.

ВЗЦМ импульса также может принимать аномальные значения при наличии потерь либо усиления. В этом случае наряду с центром масс падающего импульса удобно рассматривать центр потерь (или центр усиления). Следуя [5], под центром потерь будем понимать энергетический центр импульса мощности потерь; аналогичным образом вводится и центр усиления. Тогда в зависимости от взаиморасположения центра масс импульса и центра потерь (центра усиления) на временной оси центр масс отраженного (прошедшего) импульса будет иметь либо положительную, либо отрицательную задержку. Задержка центра масс отрицательна в случае, когда на временной оси центр потерь следует за центром масс импульса, распространяющегося в вакууме. В случае усиления задержка центра масс принимает отрицательные значения, когда центр усиления опережает центр масс импульса [5].

Рассмотрим, как изменяется форма импульса с  $\pi$ -синусоидальной огибающей в зависимости от частоты заполнения при отражении от асимметричного брэгговского резонатора и при прохождении через брэгговский отражатель. Структура состоит из  $M = 19$  слоев, диэлектрические проницаемости соответственно  $\epsilon_{2n-1} = 2$ ,  $\epsilon_{2n} = 1$ , магнитные проницаемости  $\mu_{2n-1} = 1$ ,  $\mu_{2n} = 1$ , электрические толщины слоев  $h_m \sqrt{\epsilon_m} = \lambda_0/4$ , слой резонансной толщины  $h_{12} \sqrt{\epsilon_{12}} = \lambda_0/2$  расположен

асимметрично (рис. 1, б). Групповая задержка при отражении от такой структуры на частоте брэгговского резонанса составляет  $\Delta\tau_g/\sigma^{\sin} = -0.33$ . Импульс с  $\pi$ -синусоидальной огибающей и эффективной длительностью  $\sigma^{\sin} f_0 = 36.151$ , полной длительностью  $Tf_0 = 200$  приобретает отрицательное смещение центра масс на брэгговской частоте  $\Delta\tau_e^{\sin}/\sigma^{\sin} = -0.2$  (рис. 4, а, линия 1), при этом импульс сужается (рис. 4, б, линия 1), а огибающая имеет левостороннюю скошенность (рис. 4, в, линия 1) и более острую вершину (рис. 4, з, линия 1). В остальной части полосы брэгговского отражения как смещение, так и какие-либо деформации близки к нулю. Гауссов импульс с эффективной длительностью  $\sigma^G f_0 = 28.868$  ( $\alpha/f_0^2 = 0.0003$ ) также сильно искажается при отражении от асим-

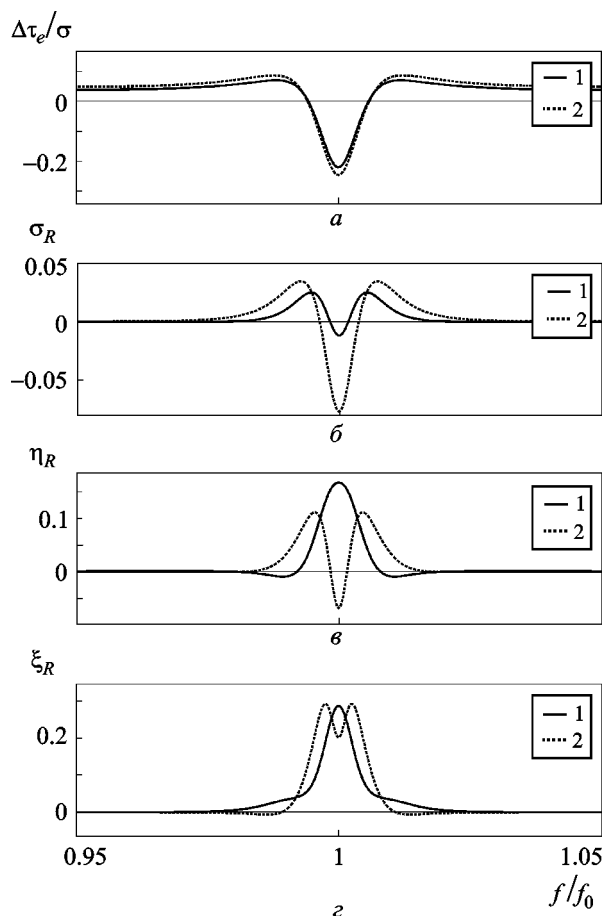
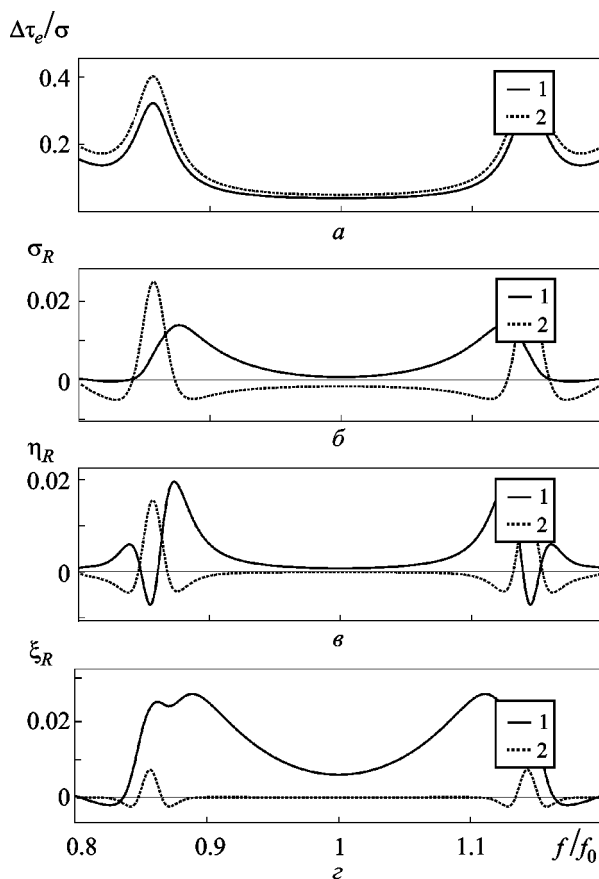


Рис. 4. Параметры деформации отраженного импульса: смещение (а), расширение (б), коэффициенты асимметрии (в) и коэффициент эксцесса (з) импульса с исходно  $\pi$ -синусоидальной огибающей (линия 1) и исходно гауссова импульса (линии 2), отраженных от асимметричного брэгговского резонатора с  $M = 19$  слоями,  $\epsilon_{2n-1} = 2$ ,  $\epsilon_{2n} = 1$ ,  $\mu_{2n-1} = 1$ ,  $\mu_{2n} = 1$ , толщина резонансного слоя  $h_{12} \epsilon_{12}^{1/2} = \lambda_0/2$

метричного резонатора (рис. 4, *a-z*, линия 2). Вблизи частоты брэгговского резонанса импульс быстро деформируется: огибающая изменяет скошенность с левосторонней на правостороннюю (рис. 4, *в*, линия 2), расширение также изменяет знак (рис. 4, *б*, линия 2), причем в точках, где расширение принимает нулевые значения, скошенность максимальна.

Для случая брэгговского отражателя (рис. 1, *a*) прошедший импульс с  $\pi$ -синусоидальной огибающей имеет малые, но не нулевые значения уширения, скошенности и изменения коэффициента эксцесса (рис. 5, *б-z*, линия 1) при значениях ВЗЦМ, меньших времени распространения со скоростью света в вакууме (рис. 5, *a*, линия 1). Гауссов импульс с меньшей эффективной длительностью имеет меньшие значения уширения (рис. 5, *б*, линия 2) и коэффициента эксцесса



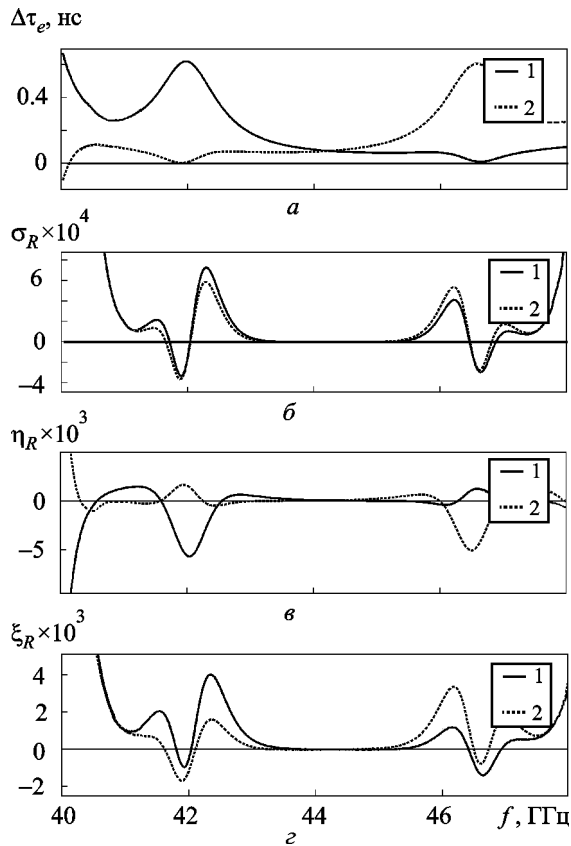
**Рис. 5.** Параметры деформации прошедшего импульса: смещение (*a*), расширение (*б*), коэффициенты асимметрии (*в*) и эксцесса (*z*) импульса с исходно  $\pi$ -синусоидальной огибающей (линия 1) и исходно гауссового импульса (линии 2), прошедших через брэгговское зеркало с  $M = 19$  слоями,  $\epsilon_{2n-1} = 2$ ,  $\epsilon_{2n} = 1$ ,  $\mu_{2n-1} = 1$ ,  $\mu_{2n} = 1$

(рис. 5, *z*, линия 2) при сопоставимых значениях задержки центра масс (рис. 5, *a*, линия 2) и асимметрии (рис. 5, *в*, линия 2). Значения ГВЗ и ВЗЦМ, соответствующие распространению со скоростью, превышающей скорость света, связаны с сильным искажением огибающей для финитных импульсов, либо наблюдаются для инфинитных импульсов, вырождающихся в монохроматическую волну или набор конечного числа волн, когда понятие формы импульса начинает терять смысл. Чем сильнее импульс вырождается в монохроматическую волну, тем меньше искажается форма импульса, прошедшего через брэгговский отражатель, в отличие от формы импульса, отраженного от асимметричного резонатора, для которого математические моменты нечетных порядков (их абсолютные значения) будут стремиться к конечной величине. Таким образом, отрицательные значения ГВЗ и ВЗЦМ импульса обусловлены именно искажением формы огибающей, при этом те части импульса, энергия которых сосредоточена на высоких частотах (предвестники), распространяются со скоростью, меньшей либо равной скорости света, и не приобретают отрицательных значений времени задержки. Однако из-за малой части энергии, содержащейся в предвестниках, их обнаружение (появление) над нулевым уровнем с практической точки зрения является весьма сложной задачей.

Рассмотрим пример конкретной ЛМТ структуры, обладающей характерными свойствами неравномерности ГВЗ в полосе отражения. Ввиду сложностей, которые могут возникнуть при измерениях, количество слоев структуры выбираем небольшим,  $M = 13$ , однако достаточным для того, чтобы ожидаемые эффекты поведения фазы могли быть обнаружены. “Период” структуры состоит из слоя полистирола ( $\epsilon_{2n-1} = 2.2$ ,  $\mu_{2n-1} = 1$ ) с постоянной геометрической толщиной  $h_{2n-1} = 0.8$  мм и воздушного слоя ( $\epsilon_{2n} = 1$ ,  $\mu_{2n} = 1$ ) с линейно изменяющейся толщиной  $h_{2n} = 8 + 0.2(n - 1)/N$  (в миллиметрах), где  $n$  – номер текущего периода,  $N = 7$  – общее количество периодов.

Рассмотрим деформацию импульса с  $\pi$ -синусоидальной огибающей и абсолютной длительностью  $T = 10$  нс при отражении от заданной ЛМТ структуры в направлении возрастания (рис. 6, *a-z*, линия 1) и в направлении убывания (рис. 6, *a-z*, линия 2) электрической толщины “периода”. ВЗЦМ в полосе брэгговского отражения монотон-





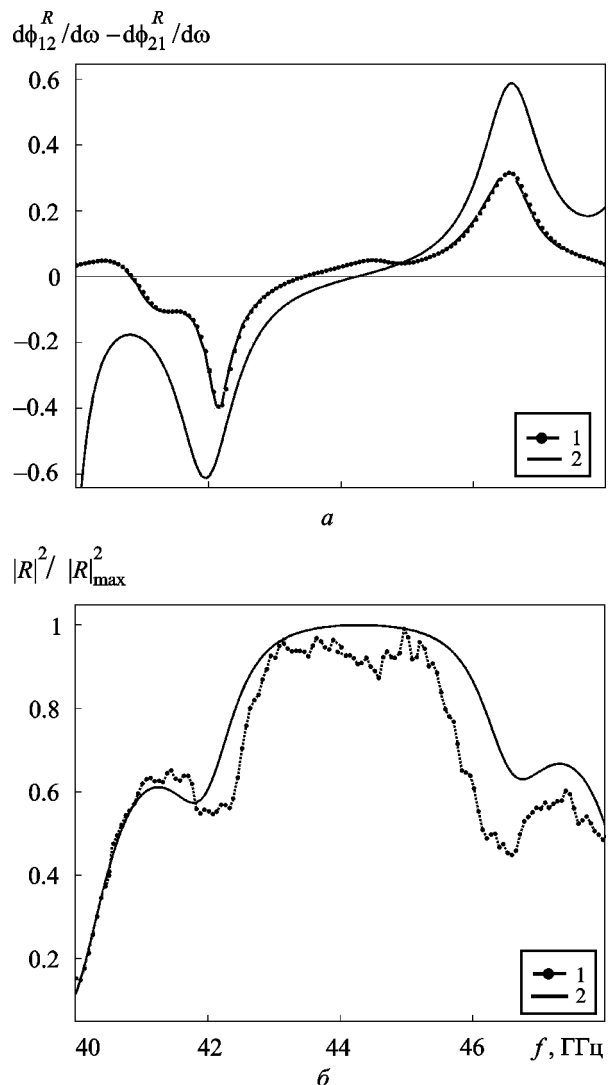
**Рис. 6.** Параметры деформации отраженного импульса: смещение (*a*), расширение (*б*), коэффициенты асимметрии (*в*) и эксцесса (*г*) импульса с исходно  $\pi$ -синусоидальной огибающей, отраженного от слоистой структуры из  $M = 13$  слоев с линейно нарастающей (линия 1) и убывающей (линия 2) толщиной периода

но спадает в случае линейного нарастания “периода” (рис. 6, *a*, линия 1) и монотонно возрастает (рис. 6, *a*, линия 2) в случае линейного уменьшения толщины “периода”. Уширение и коэффициент эксцесса очень слабо изменяются в полосе брэгговского отражения и имеют схожий характер поведения на краях полосы брэгговского отражения для прямого и обратного направлений изменения “периода”. Однако скошенность на краях полосы брэгговского отражения при изменении направления нарастания “периода” меняет знак, оставаясь близкой к нулю внутри полосы (рис. 6, *в*, линии 1 и 2).

#### 4. Эксперимент

Экспериментально исследовалась ЛМТ структура, описанная в приведенном выше примере исследования ВЗЦМ и деформации импульса с  $\pi$ -синусоидальной огибающей при отражении от структу-

ры с линейно изменяющейся толщиной “периода”. ГВЗ импульса при отражении от брэгговской структуры с малым линейным изменением электрической толщины “периода” либо монотонно возрастает, либо монотонно убывает, аналогично ВЗЦМ для такой структуры. Тогда, если  $-\mathrm{d}\varphi_{12}^R/\mathrm{d}\omega$  – ГВЗ при отражении от структуры с возрастающим “периодом” (измеренное в нс), а  $-\mathrm{d}\varphi_{21}^R/\mathrm{d}\omega$  – ГВЗ при отражении от структуры с линейно убывающим “периодом”, то разность  $\mathrm{d}\varphi_{12}^R/\mathrm{d}\omega - \mathrm{d}\varphi_{21}^R/\mathrm{d}\omega$  монотонно возрастает в полосе брэгговского отражения и переходит через ноль вблизи частоты брэгговского отражения (рис. 7, *a*, линия 2).



**Рис. 7.** Частотные характеристики отражения импульса от ЛМТ структуры: разность ГВЗ в направлении убывания и возрастания “периода”  $\mathrm{d}(\varphi_{12} - \varphi_{21})/\mathrm{d}\omega$  (*a*); квадрат модуля коэффициента отражения (*б*). (Линия 1 – измеренная величина, линия 2 – расчетное значение.)

Составление разности  $d\varphi_{12}^R/d\omega - d\varphi_{21}^R/d\omega$  позволяет с большей точностью выявить несимметричное поведение ГВЗ в полосе брэгговского отражения при измерениях (рис. 7, а, линия 1). На рисунке 7, б представлена расчетная (линия 2) и измеренная (линия 1) зависимости квадрата модуля коэффициента отражения такой структуры.

Измерения фазочастотной характеристики коэффициента отражения были проведены при помощи измерительно-вычислительного комплекса [13], реализующего принцип фурье-голографии в полосе частот  $40 \div 48$  ГГц. При проведении измерений использовался пирамидальный рупор с коэффициентом усиления  $G = 25$  дБ, что позволило осуществить измерения на большем расстоянии, чем в случае использования открытого конца волновода, и, соответственно, исследовать структуры с большей электрической толщиной [14]. В качестве опорного сигнала служило отражение от горловины рупора. Расстояние от горловины рупора до передней грани исследуемой структуры составляло 420 мм. Согласно [14] во временном сигнале, синтезированном по данным измерений в частотной области, присутствуют автокорреляционная функция (АКФ) временной зависимости отражения от исследуемой структуры и взаимнокорреляционная функция (ВКФ) этого отражения и опорного сигнала. ВКФ сохраняет информацию о фазовых характеристиках структуры, но вследствие существенной частотной зависимости опорного сигнала определение частотной зависимости квадрата модуля коэффициента отражения сопровождается значительными искажениями, в это же время АКФ позволяет определить ее достаточно точно. Выделение полезного сигнала может быть проведено во временной области окном при условии, что соответствующие ВКФ и АКФ принадлежат различным временным интервалам и не перекрываются друг с другом [14, 15].

В отличие от [15] вычисление квадрата модуля коэффициента отражения (рис. 7, б, линия 1) мы проводили при помощи метода Прони [16], который представляет собой численный алгоритм определения комплексных показателей экспонент и соответствующих амплитудных множителей для зависимости, представимой в виде суммы экспоненциальных составляющих, при наличии информации о ее значениях в эквидистантно заданных отсчетах. Частотная зависимость коэф-

фициента отражения слоистой структуры удовлетворяет указанным требованиям [16]. Алгоритм Прони выполнялся с использованием скользящего окна размером  $w = 13$  отсчетов и при порядке модели  $L = 3$ . Для вычисления квадрата модуля коэффициента отражения такой метод имеет преимущества перед методом выделения АКФ окном во временной области и выполнения преобразования Фурье, поскольку в этом случае отсутствует потеря данных на краях частотного диапазона, обусловленная явлением Гиббса.

## 5. Выводы

Отрицательные значения ГВЗ импульса свойственны асимметричным брэгговским резонаторам и наблюдаются при условии, что слой резонансной толщины расположен ближе к концу структуры,  $m > (M + 1)/2$ . При больших длительностях импульсов оценки ГВЗ и ВЗЦМ импульса принимают близкие значения (в частности, сравнение оценок ГВЗ и ВЗЦМ было проведено для импульса с  $\pi$ -синусоидальной огибающей при  $\sigma^{\sin} f_0 = 54.23$  и для гаусового импульса при  $\sigma^G f_0 = 35.36$ ). Аномальные значения ВЗЦМ обусловлены деформацией импульсов: расширением, изменением асимметрии, коэффициентом эксцесса.

Полученные экспериментально фазочастотные и амплитудно-частотные характеристики слоистых структур с линейно изменяющейся толщиной “периода” подтверждают поведение ГВЗ и ВЗЦМ, рассчитанных при помощи разложения по гармоническим волнам и метода матриц передачи. Определение ГВЗ и ВЗЦМ допускает отрицательные значения и значения, соответствующие распространению со скоростью, большей скорости света. Для импульсов с недостаточной локализацией по частоте ни ГВЗ ни ВЗЦМ не могут использоваться в качестве единственной оценки времени задержки прошедшего и отраженного импульсов при падении на брэгговские структуры.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Elachi C.* Waves in active and passive periodic structures: A review // Proc. IEEE. – 1976. – Vol. 64, No. 12. – P. 1666–1698.
2. *Andreev M., Borulko V., Drobakhin O., and Sidorov D.* Resonance properties of quasiperiodic layered structures // Proc. of International Conference on Antenna Theory and Techniques (ICATT). – Lviv (Ukraine) – 2009. – P. 79–81.

3. Borulko V. F. and Sidorov D. V. Eigen modes of quasiperiodic layered resonators // Proc. of International Conference on Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Submillimeter Waves (MSMW) – Kharkov (Ukraine) – 2010. – A-3.
4. Matuschek N., Kartner F., and Keller U. Theory of Double-Chirped Mirrors // IEEE J. Sel. Topics Quantum Electron. – 1998. – Vol. 4, No. 2. – P. 198–208.
5. Вайнштейн Л. А. Распространение импульсов // УФН. – 1976. – Т. 118., № 2. – С. 339–367.
6. Kopfermann H. and Ladenburg R. Untersuchungen über die anomale Dispersion angeregter Gase V. Teil: Negative Dispersion in angeregtem Neon // Zeitschrift für Physik A: Hadrons and Nuclei. – 1930. – Vol. 65, No. 3-4. – P. 167–188.
7. Born M. and Wolf E. Principles of Optics. – Oxford: Pergamon Press, 1975. – 872 p.
8. Гинзбург В. Л. Распространение волн в плазме. – М.: Физматлит, 1967. – 550 с.
9. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. – М.: Наука, 1973. – 464 с.
10. Вайнштейн Л. А., Вакман Д. Е. Разделение частот в теории колебаний и волн. – М.: Наука, 1983. – 287 с.
11. Borulko V. F. Superluminal tunnelling and negative group delay in layered Bragg structures // Proc. of 11 International Seminar on Direct and Inverse problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory. – Tbilisi (Georgia) – 2006. – P. 71–73.
12. Давидович М. В. О плотности электромагнитной энергии и ее скорости в среде с аномальной положительной дисперсией // Письма в ЖТФ. – 2006. – Т. 32, № 22. – С. 53–63.
13. Alekseev V., Drobakhin O., Kondrat'yev Ye., and Saltykov D. Microwave introscopy using multifrequency measurements and transversal scan // IEEE Aerosp. Electron. Syst. Mag. – 2006. – Vol. 21, No. 2. – P. 24–26.
14. Дробахин О. О. Реализация метода синтезирования огибающей радиоимпульса по данным амплитудных измерений при использовании рупорной антенны // Дефектоскопия. – 1999. – № 7. – С. 67–74.
15. Дробахин О. О. Восстановление комплексного коэффициента отражения слоистых структур по данным измерений амплитудных характеристик отражения на многих частотах // Дефектоскопия. – 1999. – № 4. – С. 37–46.
16. Дробахин О. О., Короткая В. Г. Применение метода Проуни для толщинометрии слоистых диэлектриков // Дефектоскопия. – 1987. – № 5. – С. 19–30.

*В. Ф. Борулько, О. О. Дробахин, Д. В. Сидоров*  
Дніпропетровський національний університет  
імені Олеся Гончара,  
пр. Гагаріна, 72, м. Дніпропетровськ, 49010, Україна

#### ПЕРЕТВОРЕННЯ ФОРМИ ІМПУЛЬСІВ З ЇХ ПАДІННЯМ НА БРЕГГІВСЬКІ СТРУКТУРИ

Розглянуто трансформацію форми імпульсів з їх відбиттям та проходженням для бреггівських дзеркал, резонаторів, структур з лінійною зміною товщини “періоду” за умови, що частота несучого коливання є в околі частоти бреггівського резонансу. Виконано порівняння інтегральної та диференціальної оцінок часу затримки. Обчислені залежності коефіцієнтів асиметрії та ексцесу для імпульсів, що відбиті та пройшли, з різною тривалістю від розташування частоти несучого заповнення у смузі бреггівського відбиття. Визначено умови появи негативного часу затримки центру мас відбитих імпульсів. Експериментально отримані значення групового часу затримки для шаруватих структур з малою лінійною зміною вздовж позадвожньої координати оптичної (електричної) товщини “періоду”.

*V. F. Borulko, O. O. Drobakhin, and D. V. Sidorov*  
Oles Honchar National University of Dnipropetrovsk,  
72, Gagarin Ave., Dnipropetrovsk, 49010, Ukraine

#### PULSE SHAPE TRANSFORMATION UNDER BRAGG STRUCTURES IRRADIATION

The transformation of the shape of pulse reflected and transmitted by Bragg mirrors, resonators, and structures with chirp variation of thickness of the “period” is considered for the condition when the carrier frequency is in the vicinity of the Bragg resonance frequency. Integral and differential estimates of the delay time have been compared. The coefficients of skewness and kurtosis were calculated for the reflected and transmitted pulses of various duration versus carrier frequency position within the Bragg reflection band. The conditions for the appearance of negative time delay of mass center of the reflected pulse have been determined. The values of group delay for layered structures with a small chirp variation of optical (electrical) thickness of the period along longitudinal coordinates have been experimentally obtained.

*Статья поступила в редакцию 03.07.2012*