

Каскадное соединение аксиально-симметричных неоднородных резонаторов с импедансными стенками

В. Б. Казанский, В. Р. Туз, В. В. Харди́ков

*Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина,
пл. Свободы, 4, г. Харьков, 61077, Украина
Email: Vyacheslav.V.Khardikov@univer.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 23 декабря 2005 г.

Исследуются проходной резонатор с импедансными стенками и кусочно-однородным магнитодиэлектрическим заполнением и ограниченная периодическая последовательность таких резонаторов. Используя строгий и приближенный математические методы решения краевых задач, получены дисперсионное уравнение и коэффициенты полей рассеяния и преобразования TE_{0n} -волн. Рассмотрены условия, когда замедляющие свойства волноводов с неоднородным и однородным заполнением совпадают. Отмечены диапазоны параметров максимальной вероятности внутритипового преобразования волн и формирования высокодобротных резонансов на запертых модах.

Методами теории цепей и матричных многочленов решена задача дифракции на последовательности резонаторов при условии, что все волны в подводящих волноводах, кроме TE_{01} -волны, затухают. Алгоритм ее решения не зависит от характеристик базового элемента и количества таких элементов в структуре.

Обосновано применение исследуемого резонатора для диэлектрической спектроскопии жидкостей с большими потерями, в частности, водных растворов биосред.

1. Введение

Скачкообразное расширение цилиндрического волновода и каскадное соединение расширений давно привлекало внимание разработчиков систем управления СВЧ, в частности, частотных фильтров, дискриминаторов, стабилизаторов, преобразователей полей, диэлектрометров и т. п. Введение в их состав дополнительных элементов, а именно: осесимметричных частых кольцевых или продольных решеток из проводящих лент, гофрированных боковых стенок, многоэлементных диафрагм, магнитодиэлектрических слоев, – позволяет наряду с улучшением эксплуатационных характеристик расширить их функциональные возможности [1-6].

Необходимым этапом внедрения в практику таких систем является разработка адекватных электродинамических моделей и методов их исследования. Использование стро-

гих математических методов приводит здесь к серьезным трудностям. Перспективным представляется комплексный подход, сочетающий строгое решение задачи дифракции волн на скачкообразном расширении волновода с приближенным описанием составных частей расширения, например, эквивалентными граничными условиями, а при каскадном соединении – применение методов теории цепей и матричных функций.

В настоящей работе указанным методом решена задача дифракции TE_{0n} -волн на каскадном соединении аксиально-симметричных резонаторов с кусочно-однородным магнитодиэлектрическим заполнением и гофрированными боковыми стенками. Получены дисперсионные уравнения, рассмотрены режимы резонансной и полосовой частотной селекции, внутритипового преобразования парциальных волн, выявлены условия сверхдобротной резонансной прозрачности.

2. Матрица рассеяния и постоянная распространения проходного резонатора

Исследуемая структура представляет собой ограниченную периодическую последовательность (ОПП) аксиально-симметричных неоднородных резонаторов (расширений) длиной L с подводящими волноводами длиной $2L_1$ (рис. 1). Резонатор имеет аксиально-симметричное заполнение ($\epsilon_j, \mu_j, j=1, 2, 3$), а его боковые стенки образованы частой идеально проводящей гребенкой, период l и высота h (рис. 1, б) которой намного меньше длины волны ($\kappa = l/\lambda \ll 1, h/\lambda \ll 1$). В качестве возбуждающих выбраны монохроматические ($\exp(-i\omega t)$) симметричные TE_{0n} -волны цилиндрического волновода.

Для нахождения матрицы передачи базового элемента ОПП решается задача дифракции TE_{0n} -волны на проходном резонаторе с подводящими волноводами (рис. 1, б). Запишем продольную составляющую напряженности магнитного поля в подводящих волноводах следующим образом:

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{array}{l} H_z^I(z < 0) \\ H_z^{III}(z > L) \end{array} \right\} = \\ & = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \begin{array}{l} A_n \exp(i\Gamma_n z) + B_n \exp(-i\Gamma_n z) \\ C_n \exp(i\Gamma_n(z-L)) + D_n \exp(-i\Gamma_n(z-L)) \end{array} \right\} \times \\ & \times \frac{v_n^2 J_0(v_n r/R_1)}{J_0(v_n) \sqrt{\pi k \mu_1 |\Gamma_n| v_n}}, \end{aligned}$$

и в резонаторе:

$$\begin{aligned} H_{zj}^{II}(0 < z < L) &= \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi k \Re_m |\gamma_m|}} \times \\ & \times [a_m \exp(i\gamma_m z) + b_m \exp(-i\gamma_m(z-L))] \times \\ & \times \begin{cases} k_{m1}^2 F_{0m} J_0(k_{m1} r), & r \leq R_1, \\ k_{m2}^2 (F_{1m} J_0(k_{m2} r) + F_{2m} N_0(k_{m2} r)), & R_1 < r \leq R_2, \\ k_{m3}^2 (F_{3m} J_0(k_{m3} r) + F_{4m} N_0(k_{m3} r)), & R_2 < r \leq R_3, \end{cases} \end{aligned}$$

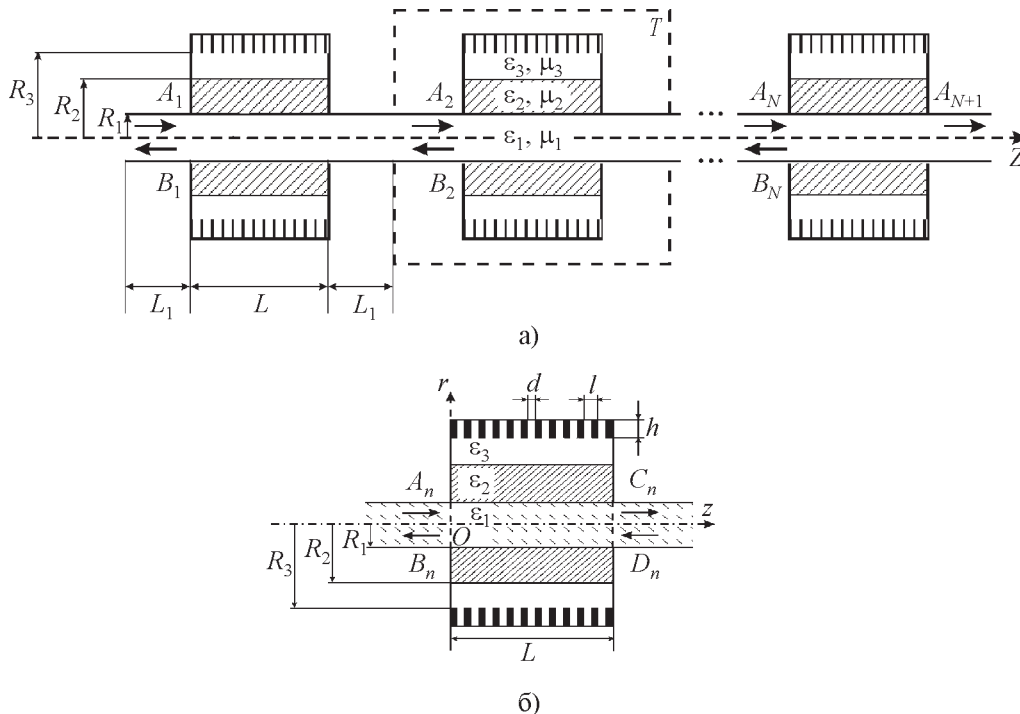


Рис. 1. Ограниченная периодическая последовательность резонаторов (а) и проходной резонатор (б)

где $\Gamma_n = \sqrt{k^2 \epsilon_1 \mu_1 - (v_n/R_1)^2}$ – постоянная распространения TE_{0n} -волны в волноводе радиуса R_1 ; A_n , B_n и C_n , D_n – амплитуды полей на входе и выходе проходного резонатора (рис. 1, б) соответственно; F_{im} ($i=0, 1, 2, 3, 4$) – неизвестные коэффициенты; $J_0(x)$ и $N_0(x)$ – функции Бесселя и Неймана нулевого порядка; v_n – n -й корень функции Бесселя первого порядка ($J_1(v_n) = 0$); $\gamma_m = \sqrt{k^2 \epsilon_j \mu_j - k_{mj}^2}$ – постоянная распространения в неоднородном ($0 \leq z \leq L$) волноводе радиуса R_3 , где k_{mj} – поперечное волновое число в j -м слое заполнения; $\mathfrak{K}_m = \mu_2 \int_{x_{21}^m}^{x_{22}^m} (F_{1m} J_1(x) + F_{2m} N_1(x))^2 x dx + \mu_3 \int_{x_{32}^m}^{x_{33}^m} (F_{3m} J_1(x) + F_{4m} N_1(x))^2 x dx + \mu_1 F_{0m}^2 \int_0^{x_{11}^m} J_1^2(x) x dx$ – нормировочный множитель; $x_{js}^m = k_{mj} R_s$ ($j, s = 1, 2, 3$).

На боковой стенке резонатора ($r = R_3$) выполняются импедансные граничные условия Шукина–Леонтовича [6, 7]:

$$E_\varphi + Z^h H_z = 0,$$

где $Z^h = -ik(l_2 + h)$ – эквивалентный поверхностный импеданс гребенки. Коэффициент l_2 берется из [7]. Для гребенки малой толщины ($d/l \approx 1$) можно воспользоваться приближенной оценкой структурных параметров из работы [8]. В частном случае бесконечно тонких ламелей $l_2 = -(l/\pi) \ln \text{ch}(\pi h/l)$ и $Z^h \approx (ikl/\pi) \ln[0.5(1 + \exp(-2\pi h/l))]$, а для мелкой гребенки ($h/l) \ll 1$, $h/l \gg 1$, $Z^h = -(ikl \ln 2)/\pi = -2ik \ln 2$.

Условия на границах $r = R_s$ ($s = 1, 2, 3$) приводят к однородной системе линейных алгебраических уравнений. Из равенства нулю ее определителя следует уравнение:

$$\frac{k\mu_3 [F_{3m} J_1(x_{33}^m) + F_{4m} N_1(x_{33}^m)]}{k_{m3} [F_{3m} J_0(x_{33}^m) + F_{4m} N_0(x_{33}^m)]} = iZ^h. \quad (1)$$

Здесь коэффициенты F_{jm} при $j > 0$ ($F_{0m} = 1$) равны:

$$\begin{aligned} F_{1m} &= \frac{\pi x_{11}^m}{2} \left[\frac{\mu_1}{\mu_2} J_1(x_{11}^m) N_0(x_{21}^m) - \frac{x_{11}^m}{x_{21}^m} J_0(x_{11}^m) N_1(x_{21}^m) \right], \\ F_{2m} &= \frac{\pi x_{11}^m}{2} \left[\frac{x_{11}^m}{x_{21}^m} J_0(x_{11}^m) J_1(x_{21}^m) - \frac{\mu_1}{\mu_2} J_1(x_{11}^m) J_0(x_{21}^m) \right], \\ F_{3m} &= \frac{\pi x_{22}^m}{2} \times \\ &\times \left\{ \left[\frac{\mu_2}{\mu_3} J_1(x_{22}^m) N_0(x_{32}^m) - \frac{x_{22}^m}{x_{32}^m} J_0(x_{22}^m) N_1(x_{32}^m) \right] F_{1m} + \right. \\ &+ \left. \left[\frac{\mu_2}{\mu_3} N_1(x_{22}^m) N_0(x_{32}^m) - \frac{x_{22}^m}{x_{32}^m} N_0(x_{22}^m) N_1(x_{32}^m) \right] F_{2m} \right\}, \\ F_{4m} &= \frac{\pi x_{22}^m}{2} \times \\ &\times \left\{ \left[\frac{x_{22}^m}{x_{32}^m} J_0(x_{22}^m) J_1(x_{32}^m) - \frac{\mu_2}{\mu_3} J_1(x_{22}^m) J_0(x_{32}^m) \right] F_{1m} + \right. \\ &+ \left. \left[\frac{x_{22}^m}{x_{32}^m} N_0(x_{22}^m) J_1(x_{32}^m) - \frac{\mu_2}{\mu_3} N_1(x_{22}^m) J_0(x_{32}^m) \right] F_{2m} \right\}. \end{aligned}$$

Поскольку величины, входящие в уравнение (1), однозначно определяются материальными и геометрическими параметрами трехслойного волновода и постоянной распространения TE_{0m} -волны ($k_{mj} = \sqrt{k^2 \epsilon_j \mu_j - \gamma_m^2}$), $x_{js}^m = x_{js}^m(\gamma_m)$ и $F_{im} = F_{im}(\gamma_m)$. Таким образом, уравнение (1) – дисперсионное уравнение для постоянной распространения γ_m .

Уравнение (1), обобщая ряд частных построений, определяет постоянную распространения TE_{0m} -волн как в однородном ($\epsilon_j = \epsilon$, $\mu_j = \mu$), так и в трехслойном гладком ($Z^h = 0$) волноводе и учитывает магнитные свойства среды заполнения [9, 10]. Для мелкой гребенки ($h/\lambda = \kappa h/l \ll 1$) при высоте ламелей, большей периода ($h/l \geq 1$), можно воспользоваться асимптотикой $Z^h = -2i\kappa \ln 2$. В этом случае, например, частоты отсечки волновода с гребенкой $\omega_m^{kr}(h/l)$ слабо зависят от глубины гребенки в диапазоне

$h/l \geq 0.7$ ($|\omega_m^{kr}(0.7) - \omega_m^{kr}(2)| / \omega_m^{kr}(2) \leq 1\%$). Особенность исследуемой структуры – наличие наряду с импедансными боковыми стенками кусочно-однородных областей.

Из непрерывности тангенциальных составляющих напряженностей электрического и магнитного полей в области $0 \leq r \leq R_1$ и $E_\varphi^{\text{II}} = 0$ при $R_1 \leq r \leq R_3$ в сечениях $z = 0$ и $z = L$ следует система функциональных уравнений, которая после ряда преобразований (см., например, [2]) сводится к системе линейных алгебраических уравнений второго рода относительно $X_n = B_n - C_n$, $Y_n = B_n + C_n$:

$$\begin{cases} X_n + \sum_{q=1}^{\infty} Q_{nq} X_q = (A_n - D_n) - \sum_{q=1}^{\infty} Q_{nq} (A_q - D_q), \\ Y_n + \sum_{q=1}^{\infty} P_{nq} Y_q = (A_n + D_n) - \sum_{q=1}^{\infty} P_{nq} (A_q + D_q), \end{cases} \quad (2)$$

где
$$\begin{cases} Q_{nq} \\ P_{nq} \end{cases} = 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\gamma_m}{\Gamma_n} \sqrt{\frac{|\Gamma_n|}{|\Gamma_q|}} \begin{cases} \text{ictg}(\gamma_m L/2) \\ -\text{itg}(\gamma_m L/2) \end{cases} \times$$

$$\frac{\mu_1 J_1^2(x_{11}^m)}{\kappa_m} I_{nm} I_{qm}, \quad I_{nm} = x_{11}^m \nu_n / [(x_{11}^m)^2 - (\nu_n)^2].$$

По пересчетным формулам находятся амплитуды полей в резонаторе a_m, b_m :

$$\begin{aligned} (a_m + b_m)(1 + e_m^+) &= \\ &= \sqrt{2} \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{|\gamma_m|}{|\Gamma_n|}} I_{nm} \frac{\sqrt{\mu_1} J_1(x_{11}^m)}{\sqrt{\kappa_m}} (A_n + D_n + B_n + C_n), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} (a_m - b_m)(1 - e_m^+) &= \\ &= \sqrt{2} \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{|\gamma_m|}{|\Gamma_n|}} I_{nm} \frac{\sqrt{\mu_1} J_1(x_{11}^m)}{\sqrt{\kappa_m}} (A_n - D_n + B_n - C_n). \end{aligned}$$

Здесь $e_m^\pm \equiv \exp(\pm i\gamma_m L)$.

Решение системы (2) (методом редукции) определяет матрицу рассеяния в многоволновом

режиме. Ее элементы имеют смысл коэффициентов отражения ($R_n \equiv R_{nn} = B_n/A_n$), прохождения ($\tau_n \equiv \tau_{nn} = C_n/A_n$) TE_{0n} -волны возбуждающего типа ($D_n = 0$) и преобразования ее в TE_{0q} -волну в отраженном ($R_{qn} = B_q/A_n$) и прошедшем ($\tau_{qn} = C_q/A_n$) полях. При численном решении систем (2) и (3) учитывались, кроме распространяющихся, 3 затухающих гармоники в подводящих волноводах и 7 в расширении.

Для важных в практических приложениях систем, а именно: высокочастотного резонатора, частотного дискриминатора, резонансного диэлектromетра, – сводят к минимуму электродинамическую связь с подводящими волноводами, т. е. выбирают $R_1 \ll (R_2, R_3)$.

При этом плотность потока энергии в соответствующем волноводе сосредоточена в области $r \in [R_1, R_3]$. При такой ситуации характер дисперсионных зависимостей $\gamma(\kappa)/k$ и значения частот отсечки ω_m^{kr} ($\gamma_m(\omega_m^{kr}) = 0$) для TE_{0m} -волн с $m \leq 3$ можно оценить путем сопоставления электродинамических свойств волноводов одинакового радиуса (R_3) с кусочно-однородным и однородным заполнением [11, 12]. В качестве последнего рассматривается волновод, заполненный средой со средними (эффективными) значениями диэлектрической ($\bar{\epsilon}$) и магнитной ($\bar{\mu}$) проницаемостей, у которого постоянная распространения $\bar{\gamma}_m$ равна

$$\bar{\gamma}_m = k \sqrt{\bar{\epsilon} \bar{\mu}} \sqrt{1 - (\bar{\omega}_m^{kr} l / (2\pi \kappa))^2}. \quad (4)$$

Здесь $\bar{\omega}_m^{kr} = \nu_m c / R_3 \sqrt{\bar{\epsilon} \bar{\mu}}$ – критическая частота TE_{0m} -волны в однородном волноводе, заполненном средой с проницаемостями, усредненными по поперечному сечению волновода S :

$$\bar{\epsilon} = \frac{1}{S} \sum_{j=1}^3 \int_{S_j} \epsilon_j ds_j = \sum_{j=1}^3 \epsilon_j \delta_j, \quad \bar{\mu} = \sum_{j=1}^3 \mu_j \delta_j,$$

где $\delta_1 = \frac{R_1^2}{R_3^2}$, $\delta_2 = \frac{(R_2^2 - R_1^2)}{R_3^2}$, $\delta_3 = 1 - (\delta_2 + \delta_3)$ имеют смысл объемной концентрации составных частей неоднородного волновода. Типичные дисперсионные зависимости, рассчитанные по точной (1) ($\gamma_m/k \equiv \gamma_m/k(\kappa)$) и приближенной (4) ($\bar{\gamma}_m/k \equiv \bar{\gamma}_m/k(\kappa)$) формулам представлены на рис. 2, а.

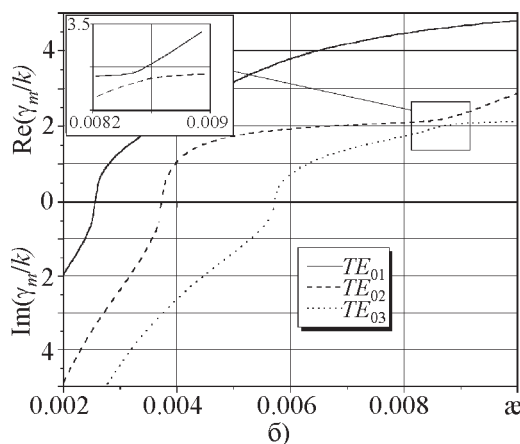
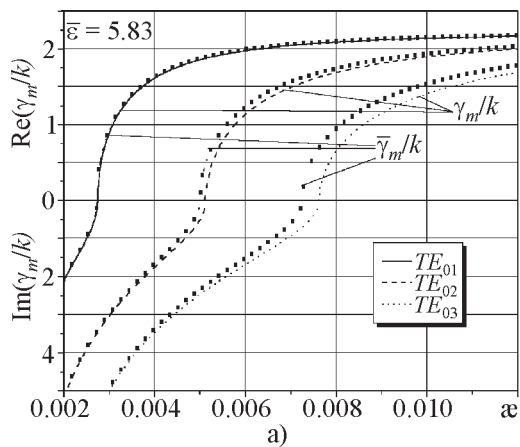


Рис. 2. Дисперсионные зависимости вещественной (верхняя половина графиков) и мнимой (нижняя половина) частей постоянных распространения TE_{0m} -волн при $d/l = 0.95$, $h/l = 1.08$, $\mu_j = 1$; $R_1/l = 20$, $R_2/l = 98$, $R_3/l = 100$: а) $\epsilon_1 = 1$, $\epsilon_2 = 5$, $\epsilon_3 = 30$, $\bar{\epsilon} = 5.83$; б) $\epsilon_1 = 30$, $\epsilon_2 = 5$, $\epsilon_3 = 1$. На рис. 2, б приведен увеличенный фрагмент области квазипересечения дисперсионных зависимостей TE_{02} - и TE_{03} -волн

В многоволновом режиме существуют частотные зоны квазипересечения дисперсионных зависимостей $\gamma_m(\kappa)$ (рис. 2, б). Они отвечают условиям наиболее вероятной возможности взаимного преобразования соответствующих типов ($m \leftrightarrow m'$) волн.

Высокая добротность расширения волновода имеет место при слабой электродинамической связи его с подводящими волноводами, т. е. при $R_1 \ll R_3$ и малых значениях ϵ_1 и μ_1 ($(\delta_2 + \delta_3)/\delta_1 \gg 1$, $(\epsilon_2\delta_2 + \epsilon_3\delta_3)/\epsilon_1\delta_1 \gg 1$). В этой ситуации плотность потока энергии TE_{0m} -волны в основном распределена в области $R_1 \leq r \leq R_3$ (рис. 3). Как показали расчеты для волновода с $\mu_j = 1$ ($j = 1, 2, 3$), оценка $\bar{\omega}_1^{kr}$ по описанной выше методике имеет высокую точность ($|\bar{\omega}_1^{kr} - \omega_1^{kr}|/\omega_1^{kr} < 1\%$) независимо от вклада слагаемых $\epsilon_2\delta_2$ и $\epsilon_3\delta_3$ в $\bar{\epsilon}$. Она сохраняется и для $\bar{\omega}_2^{kr}$, если отношение $\epsilon_3\delta_3/\epsilon_2\delta_2 \leq 10$, и уменьшается с его ростом. Например, при $\epsilon_3 \geq 30$, $\delta_3 \geq 0.9$ и $\epsilon_2 = 1$, $\delta_2 \leq 0.07$ погрешность увеличивается до 5%. Такая тенденция наблюдается и для волн с $m \geq 3$, что объясняется топологией поля TE_{0m} -волн.

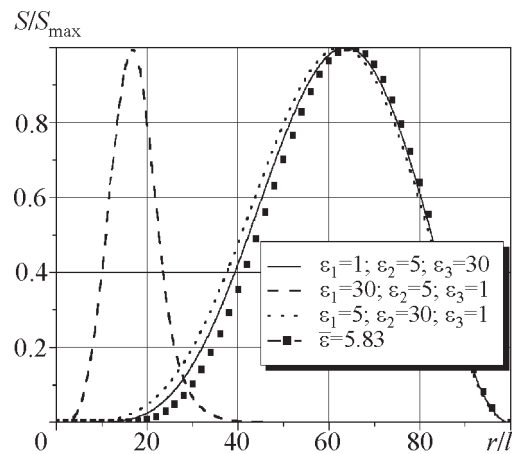


Рис. 3. Зависимость нормированного вектора Умова–Пойтинга от r/l при $\mu_j = 1$, $\kappa = 0.007$, $d/l = 0.95$, $h/l = 1.08$, $R_1/l = 20$, $R_2/l = 98$, $R_3/l = 100$

3. Резонансные явления

Практический интерес представляет режим резонатора, когда в расширении волновода условия распространения выполняются для нескольких волн (γ_m – вещественная величина для $m \geq 2$), а подводящие волноводы имеют закритические размеры, или в них распространяется только одна TE_{01} -волна ($2\pi k \sqrt{\epsilon_1 \mu_1} R_1/l < \nu_2$). Такая ситуация реализуется при условии $R_3 \gg R_1$. В отсутствие диссипативных потерь на зависимостях коэффициента отражения (прохождения) от частоты (κ) и длины резонатора (L/l) наблюдаются два типа резонансов. Первые относятся к резонансам на возбуждающей TE_{01} -волне. Их добротность обратно пропорциональна мощности радиационного излучения и растет с увеличением отношения $R_3 \sqrt{\epsilon \mu} / R_1 \sqrt{\epsilon_1 \mu_1}$. Второй тип обусловлен резонансами на распространяющихся в резонаторе и затухающих в подводящих волноводах TE_{0m} -волнах ($m \geq 2$). Такой режим запертых колебаний обеспечивает их высокую добротность и сопровождается созданием пары резонанс–антирезонанс (режим полной прозрачности резонатора сопровождается режимом полного запираения) (рис. 4).

В отсутствие распространяющихся волн в подводящих волноводах рассматриваемый резонатор может быть использован для диэлектрической спектроскопии жидкостей с большими потерями, в частности водных растворов биообъектов. В известных TE_{01n} -резонаторных методах [3, 13] измеряемый образец малого диаметра ($R_1 \ll R_3$) находился в центре резонатора. Альтернативное его размещение на периферии в тонком слое ($(R_3 - R_2)/R_3 \ll 1$) также слабо влияет на добротность резонатора и сводит к минимуму специфическое воздействие электромагнитного излучения на биообъекты. Но в рассматриваемом случае исследуемая жидкость может поступать через щели в боковых стенках, а резонатор, погруженный в жидкость, выполнять роль датчика ее электрических характеристик как в статическом,

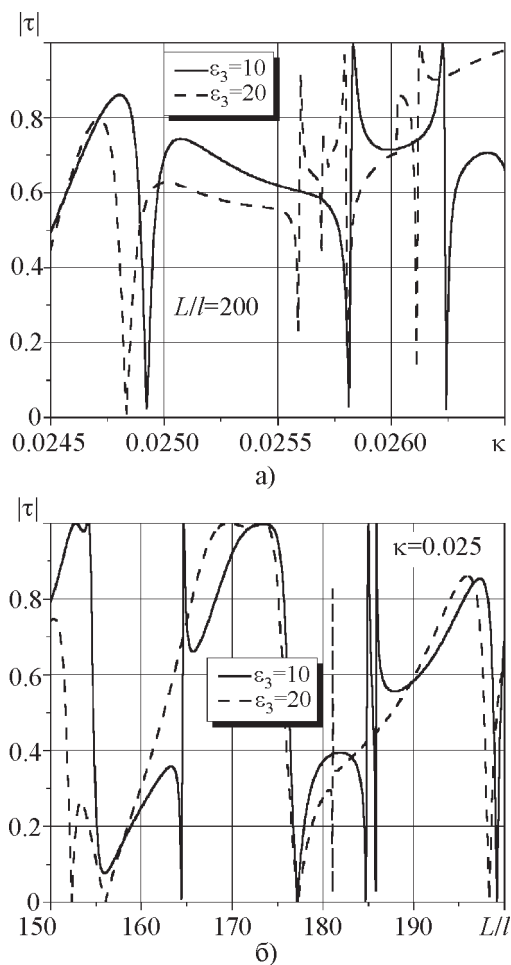


Рис. 4. Зависимость модуля коэффициента прохождения $|\tau|$ резонатора от частоты κ (а) и длины L/l (б) резонатора при $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 1$, $\mu_j = 1$, $d/l = 0.95$, $h/l = 1.08$, $R_1/l = 25$, $R_2/l = 98$, $R_3/l = 100$: а) $L/l = 200$, б) $\kappa = 0.025$

так и динамическом режимах. При измерении диэлектрической проницаемости периферического слоя резонансная длина расширения для TE_{01p} -волны может быть найдена экспериментально ($\gamma_1(\epsilon_3)L_p = p\pi$, где $p = 1, 2, \dots$). Для наглядности и простоты анализа положим $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \mu_j = 1$ ($k_{11} = k_{12} = \sqrt{k^2 - \gamma_1^2}$), тогда из решения (1), по значению k_{13} , следуя [13], определяют реальную часть диэлектрической проницаемости: $\epsilon_3 = (k_{13}^2 + \gamma_1^2)/k^2$. Характерная связь ϵ_3 с γ_1/k при заданных частоте и параметрах резонатора показана на рис. 5.

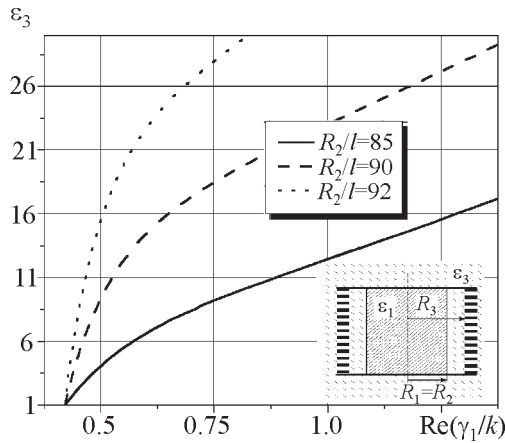


Рис. 5. Связь диэлектрической проницаемости ϵ_3 и нормированной резонансной длины волны в резонаторе при $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 1$, $\mu_j = 1$, $d/l = 0.95$, $h/l = 1.08$, $R_3/l = 100$, $\kappa = 0.0065$

4. Последовательность из N резонаторов

Рассмотренный резонатор с отрезками подводящих волноводов является базовым элементом (БЭ) ОПП (рис. 1, а). Ее эквивалентная схема – каскадное соединение $2n$ -полюсников (n – число учитываемых распространяющихся и затухающих парциальных волн). Решение системы уравнений (2) определяет их матрицу передачи (МП), а ее N -я степень – поля рассеяния ОПП в многоволновом режиме.

Ограничимся важным в практических приложениях частотным диапазоном, когда в подводящих волноводах распространяется только TE_{01} -волна; вкладом высших гармоник пренебрегаем. В таком приближении БЭ описывается четырехполюсником, а его МП равна:

$$T = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_{11}^0 e^{-2i\Gamma_1 L_1} & t_{12}^0 \\ t_{21}^0 & t_{22}^0 e^{2i\Gamma_1 L_1} \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где t_{nm}^0 – элементы МП резонатора, определяемые из (2). Амплитуды полей на входе и выходе ОПП связаны между собой соотношением [6]:

$$\begin{pmatrix} A_0 \\ B_0 \end{pmatrix} = T^N \begin{pmatrix} A_N \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

$$T^N = \begin{pmatrix} t_{11} P_N(X) - P_{N-1}(X) & t_{12} P_N(X) \\ t_{21} P_N(X) & t_{22} P_N(X) - P_{N-1}(X) \end{pmatrix},$$

где $P_N(X) = (\xi^N - \xi^{-N}) / (\xi - \xi^{-1})$ – полиномы Могина [14], $\xi^{\pm 1} = X \pm \sqrt{X^2 - 1}$ – корни характеристического уравнения МП (5), $X = (t_{11} + t_{22})/2$. Из (6) следуют значения коэффициентов отражения $R = B_0/A_0$ и прохождения $\tau = A_N/A_0$:

$$R = \frac{t_{21} P_N(X)}{t_{11} P_N(X) - P_{N-1}(X)}, \quad (7)$$

$$\tau = \frac{1}{t_{11} P_N(X) - P_{N-1}(X)}.$$

Усредненная постоянная распространения γ собственных волн каскадного соединения резонаторов находится из дисперсионного уравнения $\cos \gamma(L + 2L_1) = X$ [8]. Отсюда следуют условия их распространения (зоны прозрачности ОПП) в недиссипативных системах ($\text{Im} \gamma = 0$):

$$\left| \frac{1 - (R_0)^2 + (\tau_0)^2}{2\tau_0} \cos(2\Gamma_1 L_1) + i \frac{(\tau_0)^2 - (R_0)^2 - 1}{2\tau_0} \sin(2\Gamma_1 L_1) \right| \leq 1, \quad (8)$$

где R_0 , τ_0 – коэффициенты отражения и прохождения резонатора. Нетрудно заме-

титель, что условие (8) выполняется, когда $|R_0| \ll 1$. Поэтому ширина зоны прозрачности зависит от добротности резонатора, и с увеличением добротности она уменьшается. Для высокодобротного резонатора зона прозрачности узкая.

Из равенства (7) следуют два независимых условия абсолютной прозрачности ОПП:

$$t_{21} = 0, \quad P_N(X) = 0.$$

Первое из них зависит только от параметров БЭ, а второе – от числа резонаторов и их электродинамической связи. Для недиссипативной системы последнее уравнение равносильно

$$\cos[\pi v / (N - 1)] = (t_{22}^{(v)} + t_{11}^{(v)}) / 2,$$

$$v = 0, 1, \dots, N - 1.$$

Оно определяет $N - 1$ резонансов абсолютной прозрачности в каждой зоне прозрачности. На рис. 6 приведены характерные частотные зависимости модуля коэффициента отражения от последовательности из N резонаторов для сильной и слабой электродинамической связи между резонатором и подводящими волноводами. Видно, что с ростом N зоны квазизапираания сужаются, а уровень отражения увеличивается, стремясь к единице. Увеличение радиуса R_3 при постоянной площади выходного отверстия ($R_1 = \text{const}$) уменьшает излучение, а следовательно, и связь резонаторов. При этом уменьшается ширина зон квазипрозрачности, увеличиваются амплитуды мелкомасштабных осцилляций и уровень отражения в зоне квазизапираания.

На рис. 7 показаны зависимости модуля коэффициента отражения TE_{01} -волны от ОПП в диапазоне изменения длины

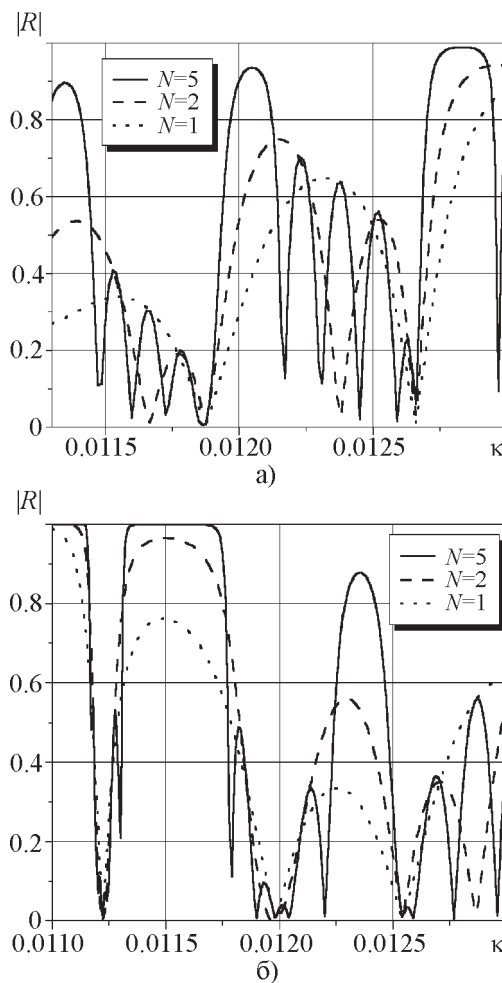


Рис. 6. Частотные зависимости модуля коэффициента отражения $|R|$ последовательности из N резонаторов при сильной (а) и слабой (б) связи резонаторов при $d/l = 0.95$, $h/l = 1.08$, $\mu_j = 1$, $\epsilon_j = 1$, $L/l = 300$, $R_1/l = 40$: а) $R_2/l = 42$, $R_3/l = 50$, $2L_1/l = 25$; б) $R_2/l = 50$, $R_3/l = 70$, $2L_1/l = 50$

резонатора (L/l) и радиуса резонатора (R_3/l), в котором в резонаторе возбуждаются собственные колебания (пунктир $N = 1$). Резонансная прозрачность отвечает колебаниям на запертых модах. Вблизи резонансных значений L/l формируются зоны квазипрозрачности TE_{01} -волны ОПП с N высокодобротными резонансами. Чем выше добротность собственных колебаний отдельного резонатора, тем меньше ширина соответствующей зоны квазипрозрачности.

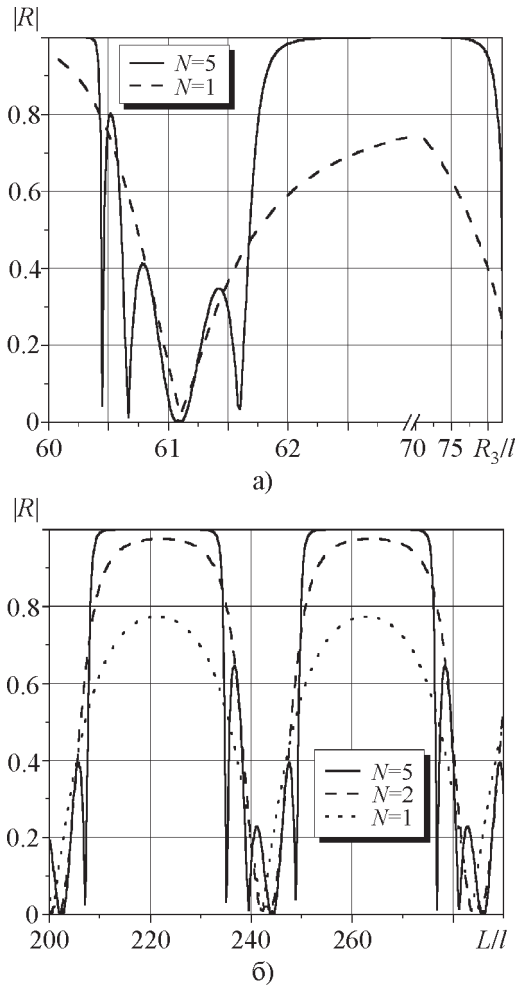


Рис. 7. Зависимости модуля коэффициента отражения $|R|$ последовательности из N резонаторов от геометрических размеров отдельного резонатора R_3/l (а) и L/l (б) при $d/l = 0.95$, $h/l = 1.08$, $\mu_j = 1$, $\varepsilon_j = 1$, $R_1/l = 40$, $R_2/l = 50$, $2L_1/l = 50$, $\kappa = 0.0115$: а) $L/l = 300$, б) $R_3/l = 70$

5. Выводы

Исследованы свойства проходного резонатора с импедансными стенками и кусочно-однородным заполнением: получены дисперсионное уравнение, коэффициенты полей рассеяния и преобразования TE_{0n} -волн. Выявлены условия совпадения замедляющих свойств волноводов с неоднородным и однородным заполнением, максимальной вероятности внутритипово-

го преобразования волн и формирования высокодобротных колебаний на запертых модах. Рассмотрено применение резонатора для измерения диэлектрических проницаемостей водных растворов.

Предложена модель многозвенного волноводного частотного фильтра на основе ограниченной периодической последовательности резонансных рассеивателей. Получено аналитическое решение задачи дифракции при условии распространения только TE_{01} -волны в подводящих волноводах и проведен его физический анализ. Выявлены низкодобротные и высокодобротные резонансные колебания, условия формирования зон прозрачности, а также широкие частотные диапазоны практически полного отражения энергии падающего поля.

Литература

1. Казанский В. Б., Коцаревская И. В. Коаксиальный металлodieлектрический резонатор с дифракционной связью // Радиотехника и электроника. – 1991. – Т. 36, №1. – С. 30-35.
2. Казанский В. Б., Хардииков В. В. Теория проходного цилиндрического TE_{01p} -резонатора с металлodieлектрическим заполнением // Радиопизика и радиоастрономия. – 2002. – Т. 7, №1. – С. 37-45.
3. Казанский В. Б., Хардииков В. В. TE_{01p} -резонатор повышенной добротности для измерения диэлектрической проницаемости // Материалы 12-й Международной конференции “СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии”. – Севастополь (Украина). – 2002. – С. 550-551.
4. Степаненко П. Я. Фильтры на тонких индуктивных диафрагмах в круглом волноводе // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 1989. – Т. 32, №11. – С. 72-73.
5. Карпович В. А., Родионова В. Н., Слепян Г. Я. Высокодобротные гребенчатые резонаторы миллиметровых волн // Радиотехника и электроника. – 2002. – Т. 47, №5. – С. 570-574.
6. Ильинский А. С., Слепян Г. Я. Колебания и волны в электродинамических системах с потерями. – М.: Изд-во МГУ, 1983. – 231 с.
7. Нефедов Е. И., Сивов А. Н. Электродинамика периодических структур. – М.: Наука, 1977. – 209 с.

8. Туз В. Р. Частотная и поляризационная селекция полей ограниченной периодической последовательностью решеток проводящих брусьев // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 2003. – Т. 46, №7. – С. 53-59.
9. Расчет гофрированных и частично заполненных волноводов / Илларионов Ю. А., Раевский С. Б., Сморгонский В. Я. / Под ред. В. Я. Сморгонского. – М.: Сов. Радио, 1980. – 200 с.
10. Веселов Г. И., Раевский С. Б. Слоистые металлodieлектрические волноводы. – М.: Радио и связь, 1988. – 248 с.
11. Борн М., Вольф Е. Основы оптики. – М.: Наука, 1970. – 855 с.
12. Казанський В. Б., Туз В. Р., Харді́ков В. В. Про один з методів вимірювання діелектричної проникності водних розчинів біосередовищ // Матеріали міжнародн. наук. конф. “Каразінські природознавчі студії”. – Харків (Україна). – 2004. – С. 96-99.
13. Ткач В. К., Степин Л. Д., Казанский В. Б. Резонаторный метод измерения диэлектрической проницаемости и тангенса угла потерь жидких диэлектриков // Радиотехника и электроника. – 1960. – Т. 5, №12. – С. 2009-2014.
14. Levine H. Unidirectional Wave Motion // North-Holland Series in Apl. Mathem. and Mech. North-Holland publishing Company. Amsterdam, N-Y, Oxford. – 1978. – Vol. 23. – 499 p.

Каскадне сполучення аксіально-симетричних неоднорідних резонаторів з імпедансними стінками

**В. Б. Казанський, В. Р. Туз,
В. В. Харді́ков**

Досліджуються прохідний резонатор з імпедансними стінками і кусково-однорідним магнітодіелектричним заповненням та обмежена періодична послідовність таких резонаторів. З використанням строгого та наближеного математичних методів розв'язку крайових задач отримано дисперсійне рівняння та коефіцієнти полів розсіяння і перетворення TE_{0n} -хвиль. Розглянуто умови, коли уповільнюючі властивості хвилеводів з неоднорідним і однорідним заповненням збігаються. Відзначено діапазони параметрів максимальної вірогідності внут-

рішньотипового перетворення хвиль та формування високодобротних резонансів на запертих модах.

Методами теорії кіл та матричних багаточленів розв'язано задачу дифракції на послідовності резонаторів за умови, що всі хвилі у підвідних хвилеводах, крім TE_{01} -хвилі, згасають. Алгоритм її розв'язання не залежить від характеристик базового елемента та кількості таких елементів у структурі.

Обґрунтовано застосування досліджуваного резонатора для діелектричної спектроскопії рідин з великими втратами, зокрема, водних розчинів біосередовищ.

Cascade of Axial-Symmetric Inhomogeneous Resonators with Impedance Sidewalls

**V. B. Kazanskiy, V. R. Tuz,
and V. V. Khardikov**

A reentrant resonator with impedance sidewalls and piecewise-homogeneous magnetodielectric filler, also the finite series periodic sequence of such resonators, are investigated. Using rigorous and approximate mathematical methods of boundary problem solution, the dispersion equation, also scattering and transformation coefficients for the TE_{0n} -waves, are obtained. The conditions for coincident delaying properties of the homogeneously and inhomogeneously filled waveguides are determined. Ranges of parameters for the maximum probability of intratype wave transformation and generation of the high-Q locked-mode resonances are revealed.

The diffraction problem of resonator series, when all the waves except TE_{01} in intermediate feed pipes are damping, is solved by the methods of circuit theory and matrix polynomials. The problem algorithm is independent of the base element characteristics and the structure element number.

The applicability of the investigated resonator to dielectric spectroscopy of heavily lossy liquids, e. g. water solutions of bio-objects, is proved.