

## Рассеяние электромагнитных волн тонкими импедансными вибраторами переменного радиуса

М. В. Нестеренко

*Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина,  
пл. Свободы, 4, Харьков, 61077, Украина  
E-mail: Mikhail.V.Nesterenko@univer.kharkov.ua*

*Статья поступила в редакцию 30 мая 2005 г.*

Методом усреднения решена задача о рассеянии электромагнитных волн тонкими импедансными вибраторами переменного поперечного сечения. Приведены графики зависимостей нормированного эффективного поперечника рассеяния от электрической длины для симметричных биконических вибраторов.

### Введение

Дополнительным параметром для получения заданных электродинамических характеристик цилиндрических вибраторных антенн может служить изменение радиуса поперечного сечения вибратора по его длине. Например, если радиус вибратора увеличивается от центра антенны к ее концам по линейному закону (биконический вибратор), то такая антенна является значительно более широкополосной по сравнению с вибратором постоянного радиуса. Начиная с работы С. А. Щелкунова [1] антенны подобного типа привлекали внимание многих исследователей (см., например, публикации [2-6]), однако все они посвящены расчету характеристик излучающего вибратора, возбуждаемого в центре сосредоточенной ЭДС. В то же время для анализа приемных антенн необходимо знать наведенный ток в рассеивающем вибраторе, возбуждаемом падающей электромагнитной волной. Эта задача имеет также самостоятельное прикладное значение при исследовании характеристик рассеяния материальных тел сложной конфигурации [7].

В настоящей работе получено приближенное аналитическое решение задачи о рассеянии электромагнитных волн тонкими импедансными вибраторами переменного

поперечного сечения и проведено исследование электродинамических характеристик таких антенн.

### Постановка задачи и исходные интегральные уравнения

Ограничимся линейным законом изменения радиуса вибратора вдоль его длины (рис. 1). При небольших углах  $\psi$  это достаточно хорошее приближение и для других зависимостей  $r(s)$ , например экспоненциальной. Пусть вибратор длиной  $2L$  и переменного радиуса  $r(s)$  возбуждается плоской электромагнитной волной с круговой частотой  $\omega$  и волновым числом  $k = 2\pi/\lambda$ , где  $\lambda$  – длина волны. При этом вибратор является электрически тонким, т. е. выполняются следующие неравенства:

$$kr(s) \ll 1, \quad r(s) \ll 2L. \quad (1)$$

Тогда касательная составляющая рассеянного поля на поверхности вибратора в цилиндрической системе координат  $\{\rho, \varphi, s\}$  будет иметь вид:

$$E_{\tau}^{sc}(\rho, s) = E_s(\rho, s) \cos \psi + E_{\rho}(\rho, s) \sin \psi. \quad (2)$$

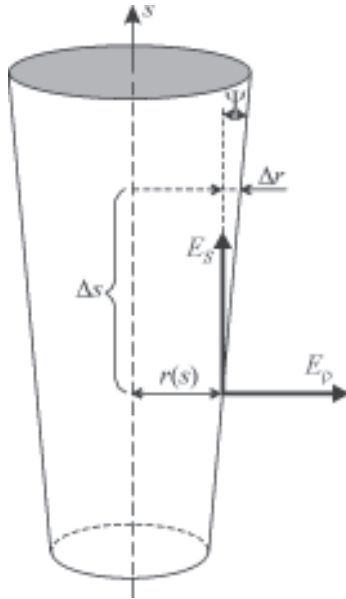


Рис. 1. Геометрия задачи и принятые обозначения

Здесь

$$E_s(\rho, s) = \frac{\partial}{\partial s} \left[ \frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho \Pi_\rho)}{\partial \rho} + \frac{\partial \Pi_s}{\partial s} \right] + k^2 \Pi_s,$$

$$E_\rho(\rho, s) = \frac{\partial}{\partial \rho} \left[ \frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho \Pi_\rho)}{\partial \rho} + \frac{\partial \Pi_s}{\partial s} \right] + k^2 \Pi_\rho,$$

$\Pi_s$  и  $\Pi_\rho$  – компоненты электрического вектора Герца, соответствующего электрическому току вибратора  $\vec{J}(s) = \vec{e}_s J_s(s) + \vec{e}_\rho J_\rho(s)$ , где  $\vec{e}_s$ ,  $\vec{e}_\rho$  – единичные орты.

Полагая далее в (2) согласно (1)  $|J_\rho| \ll |J_s|$ ,  $J_s \approx J$  и переходя к полной производной по продольной координате  $s$ , а также принимая во внимание, что  $\frac{dr(s)}{ds} = \text{tg}\psi$ , для импедансного граничного условия на поверхности вибратора получаем интегро-дифференциальное уравнение относительно тока  $J(s)$ :

$$\left( \frac{d^2}{ds^2} + k^2 \right) \int_{-L}^L J(s') \frac{e^{-ik\tilde{R}(s,s')}}{\tilde{R}(s,s')} ds' = -\frac{i\omega}{\cos\psi} E_{0\tau}(s) - \text{tg}\psi \frac{d}{ds} \left\{ r(s) \int_{-L}^L J(s') \frac{e^{-ik\tilde{R}(s,s')}}{\tilde{R}^3(s,s')} ds' \right\} + \frac{i\omega}{\cos\psi} z_i J(s), \quad (3)$$

где  $E_{0\tau}(s)$  – тангенциальная составляющая электрического поля сторонних источников,  $\tilde{R}(s,s') = \sqrt{(s-s')^2 + r^2(s)}$ ,  $z_i$  – внутренний погонный импеданс вибратора. Так, например, для металлических цилиндров ( $\sigma$  – проводимость металла,  $\Delta^0$  – толщина скин-слоя) при выполнении условия  $r \gg \Delta^0$ ,  $z_i$  определяется соотношением  $z_i = \frac{1+i}{2\pi r \sigma \Delta^0}$  (см. таблицу).

Отметим, что при  $r(s) = \text{const} = r_0$  уравнение (3) переходит в уравнение относительно тока в импедансном вибраторе постоянного радиуса [8] с квазиодномерным ядром  $\tilde{R}(s,s') = R(s,s') = \sqrt{(s-s')^2 + r_0^2}$ . Непосредственным дифференцированием с последовательным применением условия (1) можно

Таблица. Расчетные и экспериментальные значения максимальной величины  $\sigma/\lambda^2$  для тонких металлических проводников

r, см	kr	Материал	z <sub>i</sub> , Ом/см	σ/λ <sup>2</sup>		
				Эксперимент [13]	Расчет [13]	Расчет, формула (14)
0.003×1.27	0.0024	Медь	0.625+i0.597	0.768	0.805	0.804
0.002×1.27	0.0016	Платина	2.27+i2.21	0.690	0.725	0.744
0.003×1.27	0.0024	Платина	1.15+i1.47	0.727	0.760	0.774
0.005×1.27	0.0040	Платина	0.93+i0.886	0.763	0.788	0.792

показать, что, как и в случае  $r(s) = r_0$ , имеет место соотношение:

$$\frac{d^2}{ds^2} \frac{e^{-ik\tilde{R}(s,s')}}{\tilde{R}(s,s')} \equiv \frac{d^2}{ds'^2} \frac{e^{-ik\tilde{R}(s,s')}}{\tilde{R}(s,s')}, \quad (4)$$

а второе слагаемое в правой части уравнения (3) при совпадении точек интегрирования и наблюдения ( $s = s'$ ) равно нулю, т. е. не имеет особенности:

$$\begin{aligned} & \operatorname{tg}\psi \frac{d}{ds} \left\{ r(s) \int_{-L}^L J(s') \frac{e^{-ik\tilde{R}(s,s')}}{\tilde{R}^3(s,s')} ds' \right\} \equiv \\ & \equiv \operatorname{tg}\psi r(s) \int_{-L}^L J(s')(s-s') \frac{3e^{-ik\tilde{R}(s,s')}}{\tilde{R}^5(s,s')} ds' \Big|_{s=s'} = 0. \end{aligned}$$

Выделим главную часть ядра уравнения (3), производя следующие тождественные преобразования:

$$\begin{aligned} & \int_{-L}^L J(s') \frac{e^{-ik\tilde{R}(s,s')}}{\tilde{R}(s,s')} ds' = J(s)\Omega(s) + \\ & + \int_{-L}^L \frac{J(s')e^{-ik\tilde{R}(s,s')} - J(s)}{\tilde{R}(s,s')} ds'. \end{aligned} \quad (5)$$

В (5) второе слагаемое в правой части при  $s = s'$  уже не имеет особенности,

$$\Omega(s) = \int_{-L}^L \frac{ds'}{\tilde{R}(s,s')} = \Omega + \tilde{\gamma}(s, r(s)),$$

$$\begin{aligned} \tilde{\gamma}(s, r(s)) = \ln \left\{ \left( \frac{r_0}{r_L} \right)^2 \left[ (L+s) + \sqrt{(L+s)^2 + r^2(s)} \right] \times \right. \\ \left. \times \left[ (L-s) + \sqrt{(L-s)^2 + r^2(s)} \right] \frac{1}{4L^2} \right\}, \end{aligned}$$

$\Omega = 2 \ln \frac{2L}{r_L} \gg 1$ ,  $r_0$  и  $r_L$  – радиусы вибратора в его центре и на конце соответственно. Заметим, что полученный естественный большой параметр задачи  $\Omega$  при малых углах  $\psi \leq 10^\circ$  с точностью до постоянного множителя совпадает с волновым сопротивлением биконической антенны бесконечной длины, рассматриваемой как однородная линия, вдоль которой без отражений распространяется ТЕМ-волна [1].

Используя равенство (4) и пренебрегая током на торцах вибратора ( $J(\pm L) = 0$ ) [3], получаем интегро-дифференциальное уравнение, правая часть которого пропорциональна малому параметру  $\alpha$ :

$$\begin{aligned} \frac{d^2 J(s)}{ds^2} + k^2 J(s) = \alpha \left\{ \frac{i\omega}{\cos\psi} E_{0r}(s) + \right. \\ \left. + F[s, J(s)] - \frac{i\omega}{\cos\psi} \frac{Z_s}{2\pi r(s)} J(s) \right\}. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь  $\alpha = \frac{1}{2 \ln(r_L/2L)}$ , ( $|\alpha| \ll 1$ ),  $Z_s$  – распределенный поверхностный импеданс вибратора, связанный с его внутренним погонным импедансом  $z_i$  соотношением  $Z_s = 2\pi r z_i$ ,

$$\begin{aligned} F[s, J(s)] = - \frac{dJ(s')}{ds'} \frac{e^{-ik\tilde{R}(s,s')}}{\tilde{R}(s,s')} \Big|_{-L}^L + \\ + [J''(s) + k^2 J(s)] \tilde{\gamma}(s, r(s)) + \\ + \int_{-L}^L \left\{ [J''(s') + k^2 J(s')] e^{-ik\tilde{R}(s,s')} - [J''(s) + k^2 J(s)] \right\} \times \\ \times \frac{1}{\tilde{R}(s,s')} ds' + \operatorname{tg}\psi r(s) \int_{-L}^L \frac{e^{-ik\tilde{R}(s,s')}}{\tilde{R}^3(s,s')} ds' \times \\ \times \left\{ \frac{dJ(s')}{ds'} \Big|_{-L}^L - \int_{-L}^L [J''(s) + k^2 J(s)] ds \right\}. \end{aligned} \quad (7)$$

В операторе  $F[s, J(s)]$ , определяющем собственное поле вибратора, величины  $J''(s)$  и  $J''(s')$  обозначают вторые производные по координатам  $s$  и  $s'$ .

### Решение уравнения для тока

Для нахождения приближенного решения уравнения (6) воспользуемся асимптотическим методом усреднения [10, 11], эффективность которого применительно к краевым задачам подобного типа показана в [8, 9]. С целью приведения уравнения (6) к системе уравнений стандартного вида с малым параметром выполним следующую замену [10]:

$$J(s) = A(s) \cos ks + B(s) \sin ks,$$

$$\frac{dJ(s)}{ds} = -A(s)k \sin ks + B(s)k \cos ks,$$
(8)

$$\left( \frac{dA(s)}{ds} \cos ks + \frac{dB(s)}{ds} \sin ks = 0 \right),$$

$$\frac{d^2 J(s)}{ds^2} + k^2 J(s) = -\frac{dA(s)}{ds} \sin ks + \frac{dB(s)}{ds} \cos ks,$$

где  $A(s)$  и  $B(s)$  – новые неизвестные функции. Тогда уравнение (6) переходит в систему интегро-дифференциальных уравнений, неразрешенных относительно производной:

$$\frac{dA(s)}{ds} =$$

$$= -\frac{\alpha}{k} \left\{ \frac{i\omega}{\cos \psi} E_{0\tau}(s) + F \left[ s, A(s), \frac{dA(s)}{ds}, B(s), \frac{dB(s)}{ds} \right] - \right.$$

$$\left. - \frac{i\omega Z_s}{2\pi \cos \psi r(s)} [A(s) \cos ks + B(s) \sin ks] \right\} \sin ks,$$
(9)

$$\frac{dB(s)}{ds} =$$

$$= \frac{\alpha}{k} \left\{ \frac{i\omega}{\cos \psi} E_{0\tau}(s) + F \left[ s, A(s), \frac{dA(s)}{ds}, B(s), \frac{dB(s)}{ds} \right] - \right.$$

$$\left. - \frac{i\omega Z_s}{2\pi \cos \psi r(s)} [A(s) \cos ks + B(s) \sin ks] \right\} \cos ks.$$

Так как правые части этих уравнений пропорциональны малому параметру  $\alpha$ , в первом приближении им можно поставить в соответствие упрощенную систему [10], у которой в правых частях уравнений (9)  $\frac{dA(s)}{ds} = 0$  и  $\frac{dB(s)}{ds} = 0$ . Производя далее в упрощенной системе частичное усреднение [11] по переменной  $s$  (термин “частичное” означает воздействие оператором усреднения по длине вибратора [10, 11] на слагаемые, не содержащие  $E_{0\tau}(s)$ ) с последовательным использованием условия (1), получаем уравнения первого приближения относительно усредненных функций  $\bar{A}(s)$  и  $\bar{B}(s)$ :

$$\frac{d\bar{A}(s)}{ds} = -\alpha \left\{ \frac{i\omega}{k \cos \psi} E_{0\tau}(s) + \right.$$

$$\left. + \bar{F} \left[ s, \bar{A}(s), \bar{B}(s) \right] \right\} \sin ks + \chi_v \bar{B}(s),$$
(10)

$$\frac{d\bar{B}(s)}{ds} = \alpha \left\{ \frac{i\omega}{k \cos \psi} E_{0\tau}(s) + \right.$$

$$\left. + \bar{F} \left[ s, \bar{A}(s), \bar{B}(s) \right] \right\} \cos ks - \chi_v \bar{A}(s).$$

Здесь  $\chi_v = \frac{i\alpha}{r_L \cos \psi} \left( \frac{3}{2} - \frac{r_0}{2r_L} \right) \bar{Z}_s$ , и при  $r_L = r_0$

$\chi_v$  переходит в  $\chi = i \frac{\alpha \bar{Z}_s}{r_0}$  – параметр, учитывающий поверхностный импеданс вибратора постоянного радиуса [8];  $\bar{Z}_s$  – нормированный на  $120\pi$  поверхностный импеданс вибратора, Ом;

$$\bar{F} \left[ s, \bar{A}(s), \bar{B}(s) \right] =$$

$$= \left[ \bar{A}(s') \sin ks' - \bar{B}(s') \cos ks' \right] \frac{e^{-ik\bar{R}(s,s')}}{\bar{R}(s,s')} \Big|_{-L}^L -$$

собственное поле вибратора (7), усредненное по его длине.

Интегрируя систему уравнений (10) и подставляя найденные значения  $\bar{A}(s)$  и  $\bar{B}(s)$  в качестве аппроксимирующих функций для  $A(s)$  и  $B(s)$  в (8), получаем наиболее общее асимптотическое выражение для тока в импедансном вибраторе переменного радиуса:

$$J(s) = \bar{A}(-L)\cos(\tilde{k}s + \chi_v L) + \bar{B}(-L)\sin(\tilde{k}s + \chi_v L) + \alpha \int_{-L}^s \left\{ \frac{i\omega}{k \cos \psi} E_{0\tau}(s') + \bar{F}[s', \bar{A}, \bar{B}] \right\} \sin \tilde{k}(s - s') ds', \quad (11)$$

где  $\tilde{k} = k + \chi_v$ .

Для определения четырех постоянных  $\bar{A}(\pm L)$  и  $\bar{B}(\pm L)$  необходимо воспользоваться краевыми условиями для тока  $J(\pm L) = 0$  и условиями симметрии [8], связанными как со способом возбуждения вибратора, так и с его конфигурацией.

Ограничимся далее рассмотрением симметричного случая:  $E_{0\tau}(s) = E_{0\tau}(-s)$ ,  $r(s) = r(-s)$ . При подстановке найденных значений постоянных в (11) выражение для тока приобретает вид:

$$J(s) = \alpha \frac{i\omega}{k \cos \psi} \left\{ \int_{-L}^s E_{0\tau}(s') \sin \tilde{k}(s - s') ds' - \frac{\sin \tilde{k}(L + s) + \alpha P_s[kr(s), \tilde{k}(L + s)]}{\sin 2\tilde{k}L + \alpha P_s[kr\{s\}, 2\tilde{k}L]} \times \right. \\ \left. \times \int_{-L}^L E_{0\tau}(s') \sin \tilde{k}(L - s') ds' \right\}, \quad (12)$$

$$P_s[kr(s), \tilde{k}(L + s)] \equiv \int_{-L}^s \left\{ \frac{e^{-ik\tilde{R}[s', -L; r(s')]} + e^{-ik\tilde{R}[s', L; r(s')]}{\tilde{R}[s', -L; r(s')]} + \frac{e^{-ik\tilde{R}[s', L; r(s')]}{\tilde{R}[s', L; r(s')]} \right\} \sin \tilde{k}(s - s') ds' \Big|_{s=L} = P_s[kr\{s\}, 2\tilde{k}L].$$

Пусть вибратор возбуждается нормально падающей плоской электромагнитной волной с амплитудой  $E_0$ :  $E_{0\tau}(s) = E_0 \cos \psi$ , а его радиус меняется по следующему закону:  $r(s) = r_0 + \text{tg} \psi |s|$ . Тогда из (12) окончательно получаем:

$$J(s) = -\alpha \frac{i\omega}{k\tilde{k}} E_0 \left\{ (\cos \tilde{k}s - \cos \tilde{k}L) + \alpha \left\{ \sin \tilde{k}LP_s[kr(s), \tilde{k}(L + s)] - [1 - \cos \tilde{k}(L + s)] P_s[kr\{s\}, \tilde{k}L] \right\} \right\} \times \\ \times \left\{ \cos \tilde{k}L + \alpha P_s[kr\{s\}, \tilde{k}L] \right\}^{-1}, \quad (13)$$

$$P_s[kr\{s\}, \tilde{k}L] = \int_{-L}^L \frac{e^{-ik\sqrt{(L-s)^2 + r^2(s)}}}{\sqrt{(L-s)^2 + r^2(s)}} \cos \tilde{k}s ds.$$

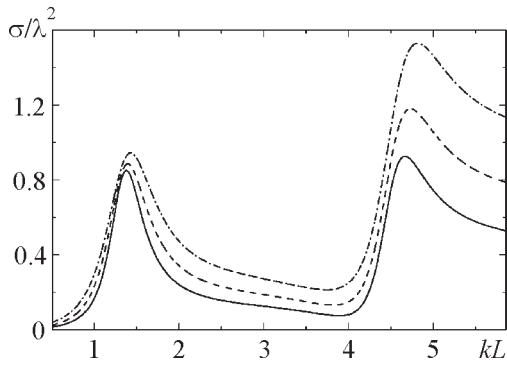
Рассеивающие свойства пассивных вибраторов в свободном пространстве удобно характеризовать нормированным эффективным поперечником обратного рассеяния (ЭПР)  $\sigma/\lambda^2$  [7, 12, 13], выражение для которого в рассматриваемом случае согласно (13) имеет вид:

$$\frac{\sigma}{\lambda^2} = \frac{4\alpha^2}{\pi} \left| \frac{k}{\tilde{k}} \right|^4 \left| \frac{\sin \tilde{k}L}{\cos \tilde{k}L + \alpha P_s[kr\{s\}, \tilde{k}L]} - \tilde{k}L \right|^2. \quad (14)$$

Отметим, что при падении плоской волны под углом к оси вибратора, или когда  $r(s) \neq r(-s)$ , ток в вибраторе имеет как симметричную  $J^s(s) = J^s(-s)$ , так и антисимметричную  $J^a(s) = -J^a(-s)$  составляющие, и в общем случае  $J(s) = J^s(s) + J^a(s)$ .

### Численные результаты

На рис. 2 представлены графики зависимостей ЭПР идеально проводящего ( $Z_s = 0$ ) биконического вибратора от его электрической длины ( $2L = \text{const} = 15$  см,  $r_0 = 0.1$  см)

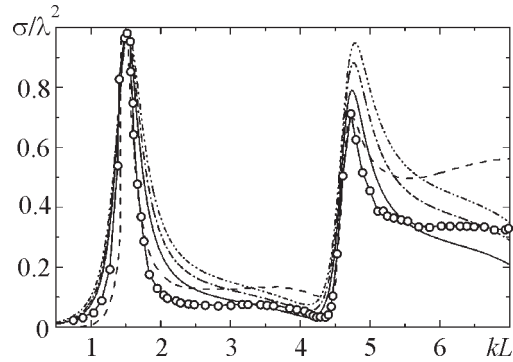


**Рис. 2.** Зависимость  $\sigma/\lambda^2$  от  $kL$  при  $2L = 15$  см,  $r_0 = 0.1$  см для различных углов  $\psi$ : —  $\psi = 0^\circ$  ( $r_L = 0.1$  см); - - -  $\psi = 1.1^\circ$  ( $r_L = 0.25$  см); - · -  $\psi = 3.1^\circ$  ( $r_L = 0.5$  см)

для различных углов  $\psi$ . Видно, что пассивный рассеивающий вибратор становится более широкополосным (по уровню  $0.5(\sigma/\lambda^2)$ , отнесенному к максимальной величине ЭПР) с ростом угла  $\psi$ . При этом резонансные значения  $kL_{\text{рез}}$  меняются незначительно, а максимальные величины  $\sigma/\lambda^2$  уже во втором пике резонансной кривой существенно возрастают. Аналогичная картина наблюдается и в случае, когда  $\lambda = \text{const}$ , как это показано на рис. 3, где  $\lambda = 10$  см,  $r_0 = 0.0127$  см, пунктирная кривая и кружки – соответственно расчетные (методом итераций Халлена–Кинга) и экспериментальные (посеребренный проводник) данные из работы [12], все кривые нормированы на максимальное экспериментальное значение ЭПР в первом резонансе. Следовательно, можно сделать вывод о том, что как пассивный рассеивающий, так и приемный биконические вибраторы могут эффективно работать в более широком диапазоне электрических длин волн по сравнению с вибраторами постоянного радиуса при практически неизменной величине  $kL_{\text{рез}}$ .

Для импедансных вибраторов, например при учете конечной проводимости металла, из которого они изготовлены, будут соответственно меняться и их электродинамические характеристики по сравнению

со случаем идеальной проводимости. В таблице представлены расчетные (полученные по формуле (14) и вариационным методом [13]), а также экспериментальные [13] данные максимальной величины ЭПР в первом резонансе для медных и платиновых тонких проводников с различными радиусами поперечного сечения. Очевидно, что изменение радиуса по длине вибраторов в этих случаях будет приводить к тем же качественным изменениям кривых ЭПР, которые приведены на рис. 2, 3 для идеально проводящих биконических вибраторов.



**Рис. 3.** Зависимость  $\sigma/\lambda^2$  от  $kL$  при  $L = 10$  см,  $r_0 = 0.0127$  см для различных отношений  $r_L/r_0$ : —  $r_L = r_0$ ; - - -  $r_L = 5r_0$ ; - · -  $r_L = 10r_0$ ; - · - и  $\circ$  – расчетные и экспериментальные данные при  $r_L = r_0$  [12]

### Заключение

В заключение отметим, что приведенное решение может быть использовано при расчетах характеристик системы (решетки) пассивных вибраторов переменного радиуса с учетом полного взаимодействия между ними, например методом наведенных ЭДС. В этом случае в качестве базисных функций можно выбрать функции первого приближения  $f(s) = \cos \tilde{k}s - \cos \tilde{k}L$ , которые полностью учитывают как электрофизические свойства материала, из которого изготовлен вибратор, так и его геометрические параметры.



## Литература

1. Schelkunoff S. A. Theory of Antennas of Arbitrary Size and Shape // Proc. IRE. – 1941. – Vol. 29. – P. 493-521.
2. Tai C. T. On the theory of biconical antennas // J. Appl. Phys. – 1948. – Vol. 19, No. 12. – P. 1155-1160.
3. Щелкунов С., Фриис Г. Антенны. – М.: Сов. радио, 1955. – 604 с.
4. Wu T. T., King R. W. P. The tapered antenna and its application to the junction problem for thin wires // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1979. – Vol. AP-24, No. 1. – P. 42-45.
5. Saoudy S. A., Hamid M. Input Admittance of a Biconical Antenna with Wide Feed Gap // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1990. – Vol. AP-38, No. 11. – P. 1784-1790.
6. Sandler S. S., King R. W. P. Compact Conical Antennas for Wide-Band Coverage // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1994. – Vol. AP-42, No. 3. – P. 436-439.
7. Справочник по радиолокации / Под ред. М. Скольника. – М.: Сов. радио, 1976. – Т. 1. – 456 с.
8. Нестеренко М. В. Излучение электромагнитных волн тонкими импедансными вибраторами в однородной изотропной среде с потерями // Радиофизика и радиоастрономия. – 2003. – Т. 8, №2. – С. 207-216.
9. Nesterenko M. V., Katrich V. A. Thin Vibrators with Arbitrary Surface Impedance as a Handset Antennas // Proc. 5<sup>th</sup> European Personal Mobile Communications Conf. – Glasgow (Scotland). – 2003. – P. 16-20.
10. Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. – М.: Наука, 1974. – 505 с.
11. Филатов А. Н. Асимптотические методы в теории дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений. – Ташкент: ФАН, 1974. – 216 с.
12. Dike S. H., King D. D. The Absorption Gain and Back-Scattering Cross Section of the Cylindrical Antenna // Proc. IRE. – 1952. – Vol. 40, No. 7. – P. 853-860.
13. Cassedy E. S., Fainberg J. Back Scattering Cross Sections of Cylindrical Wires of Finite Conductivity // IRE Trans. Antennas Propag. – 1960. – Vol. AP-8, No. 1. – P. 1-7.

### **Розсіяння електромагнітних хвиль тонкими імпедансними вібраторами змінного радіуса**

**М. В. Нестеренко**

Методом усереднення розв'язано задачу розсіяння електромагнітних хвиль тонкими імпедансними вібраторами змінного поперечного перерізу. Наводяться графіки залежностей нормованого ефективного поперечника розсіяння від електричної довжини для симетричних біконічних вібраторів.

### **Electromagnetic Wave Scattering by Thin Impedance Vibrators of Variable Radius**

**M. V. Nesterenko**

The problem of electromagnetic wave scattering by thin impedance vibrators of variable cross section is solved with the averaging method. The dependencies of the normalized effective scattering cross section is shown graphically vs. the electrical length of symmetrical biconical vibrators.