

Некоторые проблемы теории фазированных антенных решеток, актуальные для радиоастрономии

Л. Г. Содин

*Радиоастрономический институт НАН Украины,
ул. Краснознаменная, 4, г. Харьков, 61002, Украина
E-mail: sod@ira.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 21 июля 2005 г.

Рассмотрен ряд задач теории, возникающих при разработке многоэлементных антенн для радиотелескопов. Решение таких задач необходимо для выбора конфигурации размещения элементов, обеспечивающей высокую разрешающую способность и согласованную с ней чувствительность при минимальном числе элементов, а также для определения параметров радиотелескопа с точностью, необходимой для определения координат и интенсивностей исследуемых космических источников.

Введение

Достигнутый за последние десятилетия значительный рост разрешающей способности и чувствительности радиотелескопов и продолжающаяся тенденция такого роста привели к тому, что крупнейшие радиотелескопы самых разных диапазонов волн (VLA, ДКР-1000, УТР-2, УРАН) используют приемные системы в виде многоэлементных решеток отдельных “излучателей”. Проектируемые инструменты XXI века (SKA, LOFAR и др.) также планируются как антенные решетки. Есть примеры применения решеток для излучающих (передающих) антенн, например, использованная Джонсом для радиолокации солнечной короны. Приведенные факты потребовали существенного развития многих разделов теории антенн, можно сказать, что основные достижения теории получены благодаря потребностям радиоастрономии.

В настоящей работе в основном, но не только, описаны результаты, полученные в радиоастрономических отделах института Радиофизики и электроники (ИРЭ) и Радиоастрономического института Национальной

академии наук Украины с 1960 г. по настоящее время. Наибольшее внимание уделено проблеме поиска оптимальных конфигураций многоэлементных антенных и интерферометрических решеток, актуальной для инструментов всех длин волн, от дециметровых и до соответствующих гамма-излучению. Рассмотрены также задачи эталонирования эффективной площади антенн, решение которых необходимо для определения интенсивностей исследуемых космических объектов.

В радиоастрономии принято различать системы с “заполненной” и “незаполненной” апертурой. К первым относятся такие системы, как БСА [1] и отдельные антенны радиотелескопов ДКР-1000 [2] и УТР-2 [4]. Ко вторым – VLA [3], УРАН [5] и указанные радиотелескопы в целом. На наш взгляд, лучше классифицировать системы по использованию в них прямого суммирования сигналов, принимаемых отдельными элементами, или перемножения сигналов (корреляционные системы). Далее первые будем называть фазированными антенными решетками (ФАР), вторые – радиоинтерферометрами или короче – интерферометрами. При такой

классификации в группу ФАР естественно войдут незаполненные разреженные неэкви-дистантные решетки. В изложении оптимизации конфигурации систем обеих групп мы будем опираться на монографию [6].

Вторая рассматриваемая в статье тема связана с задачей возможно более точного измерения интенсивности принимаемого излучения, что требует достаточно точного знания эффективной площади ФАР $A_{эф}$, в частности, если ФАР размещена над границей раздела двух сред. Основное внимание уделено методам расчета $A_{эф}$, пригодным для больших систем.

Некоторое внимание будет уделено задаче снижения энергии, приходящей из направлений вне области главного луча, – максимальному значению уровня боковых лепестков (УБЛ). Это достигается введением неравномерного распределения возбужденных элементов.

1. Разреженные неэкви-дистантные фазуемые антенные решетки

1.1. Постановка задачи

Два важнейших параметра ФАР – ширина луча и эффективная площадь – определяются двумя различными факторами: первая зависит от поперечных размеров решетки, вторая – от числа элементов, размещенных на площади, занимаемой решеткой. Поэтому есть возможность независимо задавать эти два параметра, согласуя чувствительность с разрешением радиотелескопа. Для этого элементы на площади требуемых линейных размеров размещаются с пониженной средней плотностью, определяемой исходя из необходимой чувствительности. Таким образом повышается экономичность инструмента. Если при этом элементы расставлены эквидистантно, то в диаграмме направленности (ДН) разреженной ФАР образуются большие дифракционные лучи (ДЛ), резко снижающие помехозащищенность. Для устранения ДЛ есть единственный способ: элементы следует расставлять неэкви-дистантно. Это ведет к разрушению ДЛ, заключенная в них энергия “размазывается”

по всему сектору боковых лепестков (БЛ). Чем удачнее происходит “размазывание”, тем ниже УБЛ, тем выше помехозащищенность ФАР. Качество “размазывания” определяет качество выбранной конфигурации расстановки элементов. Таким образом, задача формулируется так: отыскать оптимальную схему расстановки, минимизирующую УБЛ. Отметим, что в большинстве случаев решение задачи не определяется законом, описывающим координаты элементов в виде алгебраической, тригонометрической или высшей трансцендентной функции, а зависит от конкретного набора чисел – координат элементов, и это сильно усложняет задачу. Хотя исследования по разреженным решеткам ведутся давно и во многих странах, оптимальное решение не найдено. Однако известны квазиоптимальные решения, дающие неплохие результаты. А качество решения оценивается по достигнутому УБЛ, по превышению наибольшего из БЛ над их средним уровнем. Чем превышение меньше, тем решение ближе к оптимуму. Если решетка невелика, число элементов не превышает $10 \div 20$, решение можно найти случайным поиском. Но с ростом числа элементов такой метод становится недоступным для самых мощных компьютеров. На первых порах делались попытки размещать элементы случайным образом [7, 8]. При этом получались удовлетворительные результаты. Но потом были найдены лучшие. Для оптимизации решения применялись также методы линейного [9] и динамического [10] программирования, но успеха они не дали. Наилучшие результаты были получены на основе теоретико-числовых комбинаторных конструкций – разностных множеств (РМ) [11-13]. Такому подходу посвящены два следующих подраздела статьи.

1.2. Линейные решетки на основе разностных множеств

Впервые предложение об использовании циклических разностных множеств (ЦРМ) для синтеза квазиоптимальных разреженных линейных ФАР сделал D. Leeper (Липер) [11]. Рассмотрим общие соотношения, описывающие линейную неэкви-дистантную решетку.

Пусть ее элементы установлены в некоторых узлах регулярной сетки размера $[0, v-1]$ с шагом b . Всего есть $k < v$ элементов, находящихся в узлах с номерами d_j ($0 \leq d_j \leq v-1$). ДН ФАР описывается четной периодической функцией обобщенной пространственной координаты x :

$$F(x) = \left| \sum_{j=1}^k \exp(id_j x) \right|^2, \quad (1)$$

где $x = (\pi b/c)(\sin \theta - \sin \theta_0)$, π – круговая частота, θ – угол с осью решетки, θ_0 – угол фазирования, c – скорость света. Очевидно, в силу четности и периодичности $F(x)$ достаточно рассматривать отрезок $0 \leq x \leq \pi$. В направлении главного максимума ДН $F(0) = k^2$ независимо от выбора координат элементов, а среднее значение $F(x)$ также не зависит от d_j :

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} F(x) dx = k. \quad (2)$$

Необходимо так выбрать набор $\{d_j\}$, чтобы вне области главного луча $0 \leq x \leq 2\pi/v$ величина $\text{Max} F(x)$ была минимальной. В силу (2) этого можно было бы достичь, если бы при $2\pi/v \leq x \leq \pi$ удалось выполнить условие:

$$F(x) = k - \lambda, \quad (3)$$

где λ – некоторое число, близкое к площади главного луча. Но $F(x)$ – конечная тригонометрическая сумма и поэтому не может быть константой на интервале. В этой связи Липер предложил упростить задачу: условие (3) должно выполняться в конечном числе точек:

$$x_p = 2\pi p/v, \quad F(x_p) = k - \lambda. \quad (4)$$

Как легко показать, если удовлетворяется (4), то совокупность $\{d_j\}$ совпадает с ЦРМ –

это такой набор из k чисел $\{d_j\}$ ($0 \leq d_j \leq v-1$), что его циклическая автокорреляционная функция имеет свойство $R(0) = k$, $R(l) = \lambda$ ($l \geq 1$). Числа v , k , λ связаны соотношением [14]:

$$k(k-1) = \lambda(v-1). \quad (5)$$

Если при некоторой комбинации v , k , λ существует ЦРМ, все множества, получаемые его циклическими сдвигами или умножениями на число, взаимно простое с v , также являются ЦРМ с теми же параметрами. Поэтому минимизация УБЛ сводится к просмотру всех таких ЦРМ для нахождения оптимального. В силу (4) максимумы БЛ имеют место посередине между соседними точками x_p . Поэтому достаточно просчитать значения ДН (1) в сравнительно небольшом числе точек. Такие расчеты выполнены для $3 \leq v \leq 300$. Обработка результатов позволила получить следующее выражение для УБЛ (отнесенного к максимуму ДН):

$$B \approx \frac{3(1-k/v)}{k}. \quad (6)$$

Строго говоря, в (6) коэффициент 3 следует заменить на $\alpha(k, v)$. Но отличие α от 3 в разумных пределах изменения v и k невелико. Например, квазиоптимальная решетка из 40 элементов, размещенных на апертуре с $v=121$ (коэффициент заполнения 1/3), имеет УБЛ 13.5 дБ, что соответствует $\alpha = 2.7$.

1.2.1. Виды разностных множеств и их свойства. Приведем еще одно определение ЦРМ, эквивалентное данному выше: это множество $D = \{d_j\}$ из k различных чисел $d_1 < \dots < d_k < v$, таких что каждое целое w ($0 \leq w \leq v-1$), имеет точно λ представлений в виде $w \equiv d_i - d_j \pmod v$ [14]. Пример ЦРМ: $D = [0\ 3\ 4\ 5\ 6\ 8\ 10\ 15\ 16]; v=19, k=9, \lambda=4$.

Для ЦРМ вводится характеристическая функция – набор бинарных чисел $\{a_j\}$, $i=0, 1, \dots, v-1$, таких что $a_i = 1$, если $i \in D$,

и $a_i = 0$, если $i \notin D$. Циклическая автокорреляционная функция

$$R_c = \sum_{i=0}^{v-1} a_i a_{i+j \bmod v} \quad (7)$$

принимает два значения: $R_c = k$, $j \equiv 0 \pmod v$, $R_c = \lambda$, $j \not\equiv 0 \pmod v$. В (7) a_j – элементы характеристической функции. Параметры ЦРМ сохраняются и для инверсного множества $\{v - d_k, v - d_{k-1}, \dots, v - d_1\}$.

Дополнение к ЦРМ – множество всех целых чисел, меньших v , не вошедших в ЦРМ, также является ЦРМ с параметрами v , $v - k$, $v - 2k + \lambda$ [15].

Множества, получаемые из ЦРМ с помощью сдвига и умножения на целые числа t , взаимно-простые с v , называются эквивалентными. Правила отыскания коэффициентов t описаны в [16].

Для каждой тройки параметров могут существовать и неэквивалентные ЦРМ. В таком случае оптимизацию следует проводить для всех множеств с данными v , k , λ .

Опишем некоторые из известных семейств ЦРМ.

1. Множество квадратичных вычетов по модулю v (тип L) – это множество чисел вида $1, 4 \bmod v, 9 \bmod v, 16 \bmod v, \dots$. Оно существует, если $v = 4t$ – простое целое число, $t \geq 1$ – целое. Для этих множеств, а также дополнительных к ним, коэффициент заполнения $\beta = k/d_k \approx 0.5$.

2. При некоторых v существуют ЦРМ, образованные из вычетов 4 степени (типы В, В0) и 8 степени (О, О0), для них соответственно $\beta \approx 0.25$ и $\beta \approx 0.125$.

3. Множества “простых близнецов” (тип ТР). Они существуют, если $v = p(p+2)$, причем p и $p+2$ – простые числа. Для множеств ТР $\beta \approx 0.5$.

4. Обширные зингеровские множества (S_N). Они строятся с помощью конечных полей, а их параметры таковы: $v = \frac{q^{N+1} - 1}{q - 1}$,

$k = \frac{q^N - 1}{q - 1}$, $\lambda = \frac{q^{N-1} - 1}{q - 1}$, $N > 1$, где $q = p^r$ – степень простого числа. Для них $\beta \approx 1/q$.

Есть и ряд других семейств ЦРМ. Полная их таблица для $k < 100$ приведена в [15].

Обобщение ЦРМ – относительные РМ (ОРМ) с параметрами $(m, n; k; \lambda_1, \lambda_2)$. Они при $\lambda_1 < \lambda_2$ также используются для синтеза разреженных ФАР, расширяя его возможности. Как показывают оценки и расчеты, ФАР с ОРМ при $\lambda_1 < \lambda_2$ практически не уступают решеткам на основе ЦРМ. Между параметрами ОРМ есть соотношение:

$$\begin{aligned} k(k-1) &= \lambda_1(n-1) + \lambda_2 n(m-1) = \\ &= \lambda_2(v-1) - (\lambda_2 - \lambda_1)(n-1), \quad v = mn. \end{aligned} \quad (8)$$

Аналогично ЦРМ ОРМ сохраняют свои свойства при сдвиге, умножении, инверсии и дополнении.

1.2.2. Диаграмма направленности. ДН рассматривается, как указано выше, на интервале $0 \leq x \leq \pi$. При этом допускается качание луча во всем секторе “видимых” углов (если требуется более узкий сектор качания, интервал оптимизации ДН можно сузить). Выражение (1) для ДН нетрудно преобразовать к виду:

$$F(x) = 1/k + (2/k^2) \sum_{l=1}^{v-1} n_l \cos lx. \quad (9)$$

В (9) n – число положительных разностей вида $d_i - d_j$, $i \geq j$ для данного ЦРМ, т. е. n – отсчеты обычной нециклической автокорреляционной функции:

$$n_l = \sum_{j=1}^{v-1-l} a_j a_{j+l}, \quad 0 \leq l \leq v-1,$$

где a_j – значения характеристической функции. Для ЦРМ $n_0 = k$, $n_l + n_{v-l} = \lambda$. Поэтому

$$F(x) = 1/k + (2/k^2) \sum_{l=1}^{v-1} (\lambda - n_{v-l}) \cos lx.$$

В пространственных направлениях $x_j = 2j\pi/v$, $j \geq 1$ из этого выражения находим:

$$F(x_j) = F_j = 1/k + (2/k^2) \sum_{m=1}^{v-1} \cos(2\pi mj)/v = (k - \lambda)/k^2, \quad (10)$$

что при $v \gg 1$ (10) дает

$$F(x_j) = (1 - \beta)/k. \quad (11)$$

Соотношение (11) определяет главное свойство ФАР на основе ЦРМ: в определенном наборе равноотстоящих пространственных направлений ДН принимает одинаковые значения (квазичебышевость). Справедливо и обратное утверждение: если ДН обладает квазичебышевским свойством, то координаты элементов линейной ФАР образуют ЦРМ.

Уровень максимального БЛ удобно характеризовать коэффициентом

$$B = F_{\max} = \alpha(1 - \beta)/k. \quad (12)$$

Коэффициент (12) дает превышение над квазичебышевским уровнем $(k - \lambda)/k^2$.

Для решеток на базе ОРМ ДН в указанном выше дискретном множестве точек принимает два значения:

$$F_j = \begin{cases} k - \lambda_1 - v(\lambda_2 - \lambda_1), & l = 0 \bmod v, \\ (k - \lambda_1)/k^2. \end{cases} \quad (13)$$

Выражение (13) обобщает (10) на случай ОРМ.

Отыскание оптимальных ЦРМ и ОРМ производилось для $k < 151$ отдельно для $\beta \approx 0.5$ и $\beta < 0.5$. Решетки с половинным заполнением брались лишь имеющие полную или почти полную длину ($d_k > v - 3$). Для решеток с меньшим заполнением брались все эквивалентные и неэквивалентные множества. В этом случае:

$$\beta = k/(d_k - d_1 + 1) \quad (14)$$

и (14) позволяет определять коэффициент заполнения при $\beta < 0.5$. Анализ полученных данных показал, что для линейных ФАР на базе ЦРМ и ОРМ для априорной оценки УБЛ можно пользоваться соотношением:

$$\alpha = 4.0 + 0.02k \pm 1. \quad (15)$$

Соотношение (15) получено на основе математических экспериментов, α измеряется в дБ.

Из изложенного следует, что привлечение ЦРМ к синтезу линейных ФАР позволяет получить достаточно низкие УБЛ. Это подтверждается сравнением с работами, где для решения аналогичной задачи использовались иные методы [17-22]. Решетки, описанные в перечисленных работах, имеют более высокие УБЛ, чем полученные нами. На рис. 1 показана зависимость наибольшего БЛ от k , в [6, 12] приведены подробные данные об оптимизированных линейных ФАР.

В некоторых случаях целесообразно разбить линейную антенну на несколько одинаковых секций. Если каждая секция строится на основе ЦРМ, а секции разнесены эквидистантно, то, как показано в [22], можно получить УБЛ, почти не хуже, чем рассмотрено выше.

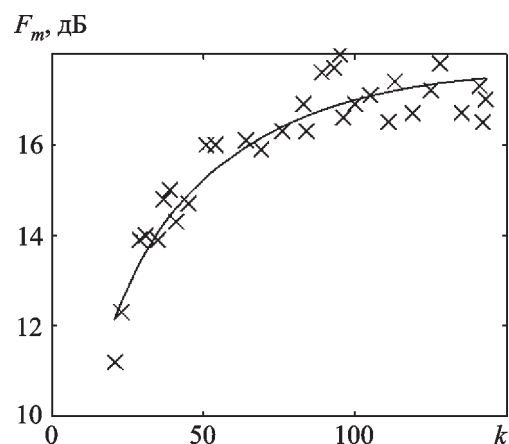


Рис. 1. Зависимость наибольшего БЛ от числа элементов линейной решетки на базе ЦРМ и ОРМ

1.3. Двумерные прямоугольные ФАР на основе разностных множеств

Впервые двумерные решетки были предложены в патенте Липера [11]. Однако, его способ построения был неудачен: в главных сечениях ДН формировались очень большие БЛ. В более поздней статье [23] Липер описал хороший способ, который, однако, ранее был разработан нами и описан среди прочих способов в работе [13]. Для построения разреженных двумерных ФАР необходимо найти двумерные разностные множества (ДРМ) со свойствами, обобщающими свойства ЦРМ. В [13] были найдены ДРМ и их обобщения (ДОРМ) и рассмотрено их применение к синтезу прямоугольных, в частности квадратных, ФАР.

1.3.1. Виды двумерных разностных множеств и их свойства. ДОРМ – это набор k целочисленных точек на плоскости $D_2 = \{(a_j, b_j)\}$, $0 \leq a_j \leq v_a - 1$, $0 \leq b_j \leq v_b - 1$, $j = 1, \dots, k$, размещенных на решетке $v_a \times v_b$ и удовлетворяющих условию: характеристическая функция ДОРМ имеет четырехуровневую циклическую автокорреляционную функцию

$$R(0,0) = k, \quad R(i,0) = \lambda_a, \tag{16}$$

$$R(0,j) = \lambda_b, \quad R(i,j) = \lambda_1; \quad i, j \neq 0.$$

В частном случае, $\lambda_a = \lambda_b = \lambda$, и, как видно из (16), ДОРМ переходит в ДРМ.

ДОРМ с параметрами v_a , v_b , k , λ_a , λ_b , λ можно определить и другим равносильным способом: это набор k элементов $D_2 = \{(a_j, b_j)\}$ на целочисленной решетке $v_a \times v_b$, такой что координаты любого ее элемента $D_2 = (a, b)$ равны

$$a \equiv a_i - a_j \pmod{v_a}, \quad b \equiv b_i - b_j \pmod{v_b}. \tag{17}$$

В (17) $(a_i, b_i), (a_j, b_j) \in D_2$. При этом есть λ_a различных представлений для элемента на нижней стороне решетки (длиной v_a), λ_b

различных представлений на левой стороне и λ представлений для остальных элементов. ДОРМ сохраняет свойства и параметры при циклических сдвигах в любых направлениях, при инверсии, умножении координат элементов на числа, взаимно-простые с длинами сторон и при некоторых более сложных преобразованиях. ДОРМ, получаемые из исходного такими преобразованиями называются эквивалентными. Задача состоит в выборе из всех эквивалентных оптимального, дающего минимум УБЛ. В некоторых случаях есть и неэквивалентные ДОРМ с одинаковыми параметрами. Они должны включаться в процесс оптимизации.

Выражение для ДН двумерной ФАР имеет вид:

$$F(x) = \left| \sum_{j=1}^k \exp[i(a_j x + b_j y)] \right|^2. \tag{18}$$

В (18) x и y – обобщенные пространственные координаты, введенные так же, как в (1). Если координаты образуют ДОРМ, то в направлениях

$$x_s = 2s\pi/v_a, \quad y_t = 2t\pi/v_b, \tag{19}$$

$$s = 1, \dots, v_a - 1, \quad t = 1, \dots, v_b - 1$$

ДН принимает такие фиксированные значения:

$$F(0,0) = k^2, \quad F(x_s, 0) = C_a, \tag{20}$$

$$F(0, y_t) = C_b, \quad F(x, y) = C;$$

$$C = k + \lambda - \lambda_a - \lambda_b, \tag{21}$$

$$C_a = C + v_a(\lambda_b - \lambda),$$

$$C_b = C + v_b(\lambda_a - \lambda).$$

Выражения (20) и (21) задают уровень ДН в направлениях (19).

При $\lambda_a = \lambda_b = \lambda$, $C_a = C_b = C$ ДОРМ переходит в ДРМ, и в направлениях (19) УБЛ равен $(k - \lambda)/k^2 < 1/k$, т. е. ниже среднего значения ДН.

Опишем некоторые виды ДРМ и ДОРМ.

Адамаровские ДРМ (Н множества) – это множества с параметрами $V = v_a v_b = 4u^2$, $k = 2u^2 - u$, $\lambda = u^2 - u$. Они существуют, если $v_a = 2^m$ или $v_a = 3 \cdot 2^m$, $m \geq 1$. Это квадратные решетки со стороной 2, 4, 6, 8, 12, 16, 24 и т. д. Им соответствуют ФАР с коэффициентом заполнения 0.5.

ДРМ с параметрами $v_a v_b = p^2(p + 2)$, $k = p(p + 1)$, $\lambda = p$, где $p + 2$ – полный квадрат, существуют на квадратных решетках со стороной $p\sqrt{p + 1}$. На основе этих ДРМ получаются сильно разреженные решетки с коэффициентом заполнения $1/p$, а минимальное p , при котором они существуют, равно 7. Доказано, что других ДРМ на квадратных решетках при $v_a = v_b \leq 50$ не существует, за возможными исключениями $v_a = 27$ и $v_a = 31$.

ДОРМ с параметрами $v_a = v_b = k = p$, $\lambda_a = \lambda = 1$, $\lambda_b = 0$ (p – простое) дают ФАР с высоким разрежением, $\beta = 1/p$.

На прямоугольных решетках ДРМ можно образовать из ЦРМ, если для него $v = v_a \cdot v_b$; v_a , v_b взаимно-простые. Если параметры ЦРМ v , k , λ , то параметры ДРМ v_a , v_b , k , λ , а координаты элементов равны $a_i = d_i \bmod v_a$, $b_i = d_i \bmod v_b$, где d_i – координаты элементов ЦРМ. Аналогичным способом можно из ОРМ образовать ДОРМ.

Приведенных видов двумерных множеств практически всегда достаточно для синтеза ФАР требуемых размеров.

1.3.2. Диаграмма направленности. Оптимизация двумерных ФАР, образованных на базе перечисленных, а также некоторых других типов ДРМ и ДОРМ, проводилась, как и в одномерном случае, перебором всех множеств с требуемыми параметрами (и эквивалентных, и неэквивалентных). Анализ результатов оптимизации позволил получить следующее соотношение для УБЛ:

$$F_{\max} = -B \log k + 10(1 - \beta)/k. \quad (22)$$

В (22) F_{\max} выражается в дБ и при $k \leq 150$, $B = 3.3 \div 4.5$ дБ.

На рис. 2 приведена ДН и размещение элементов двумерной квадратной ФАР на основе ДРМ с параметрами $v_a = v_b = 16$, $k = 120$.

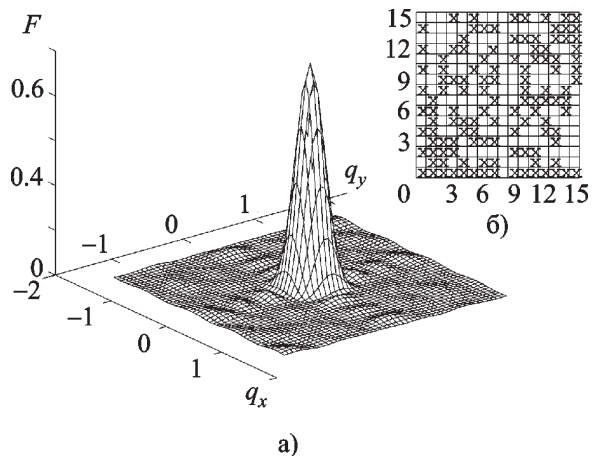


Рис. 2. Диаграмма направленности (а) и размещение элементов (б) 120-элементной решетки на базе ДРМ с параметрами $v_a = v_b = 16$

1.4. Некоторые развития методов оптимизации

1.4.1. Дополнительная оптимизация ФАР на основе разностных множеств. В статье [25] предложено для ФАР на базе оптимизированного описанным способом ЦРМ проводить дополнительную оптимизацию с помощью генетического алгоритма [26]. Полученные на первом этапе координаты элементов на втором этапе изменяются с целью дополнительно снизить УБЛ. Авторы применили такой подход к линейным и к двумерным решеткам. Показано, что удается снизить УБЛ на $1 \div 2$ дБ.

В работе [27] рассмотрен способ дополнительной оптимизации путем минимизации среднеквадратического уровня бокового излучения введением неравных токов элементов при сохранении их координат. И в этом случае достигается выигрыш порядка $1 \div 2$ дБ.

1.4.2. Новое предложение. В патенте [28] предложен оригинальный, ранее никогда не рассматривавшийся метод: элементы размещаются по спирали. Полярные координаты элементов определяются соотношениями:

$$r_j = d\sqrt{j/\pi}, \quad \varphi_j = 2\pi j, \quad j = 1, 2, \dots, N. \quad (23)$$

В (23) N – число элементов; d – параметр, определяющий расстояние между соседними элементами, точнее, близкий к нему; τ – “золотое” сечение: $\tau = (1 + \sqrt{5})/2$.

Расчет ДН описанной решетки показал чрезвычайно сильное размытие дифракционных лучей. Мы проверили УБЛ вплоть до $d = 16$, и при этом для ФАР из 400 элементов УБЛ равен 17.5 дБ. Для оценки среднего расстояния между соседними элементами учтем, что их совокупность покрывает круг радиуса $r_N = d\sqrt{N/\pi}$ с площадью $d^2 N$. Следовательно, на один элемент в среднем приходится площадь d^2 , т. е. средний разнос соседних элементов равен λd в единицах длины. Точный расчет показал, что наименьший разнос равен $0.904\lambda d$ и имеет место, например, между 1 и 4 элементами.

Таким образом, эта конфигурация дает сглаживание дифракционных лучей не хуже, а зачастую заметно лучше, чем рассмотренные ранее. Ее недостаток – размещение элементов вне узлов регулярной сетки, что затрудняет построение системы управления лучом, особенно, если необходимо применять временное фазирование.

2. Интерферометры

Радиоинтерферометры (и оптические) логично разбить на 2 группы: полные (ПИ) и безызбыточные (БИ). Первые дают полное покрытие заданной области пространственных частот (баз), у вторых ни одна база не повторяется. При малом числе элементов ПИ может быть безызбыточным, но это редкость. Конфигурация интерферометра характеризуется коэффициентом α , равным отношению числа реализованных баз N к их максимально возможному числу N_{id} (идеальному) при заданном k :

$$\alpha = N/N_{id}, \quad N_{id} = k(k-1)/2. \quad (24)$$

Коэффициентом (24) удобно оценивать качество конфигурации.

2.1. Линейные интерферометры с полным покрытием заданной области пространственных частот, (u, v) области

Для линейных ПИ найдено “хорошее” квазиоптимальное решение [6]. Оно при числе элементов, большем 30, реализуется в виде набора одинаковых секций. Внутри каждой секции элементы расставляются так, чтобы их координаты образовывали ЦРМ с $\lambda = 1$, а расстояния между секциями образовывали небольшой базис Лича [29]. Наилучшие результаты получаются, если взять четырехэлементный базис 0, 1, 4, 6 (этот базис полон и безызбыточен). Пример такого ПИ схематически показан на рис. 3.

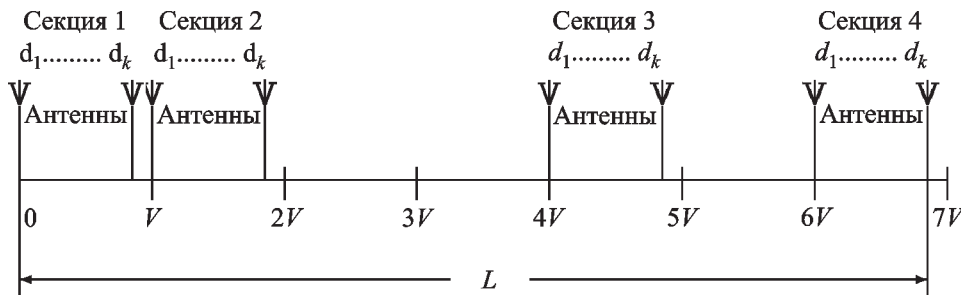


Рис. 3. 4-секционный линейный интерферометр на основе “идеального” базиса 0 1 4 6 с полным покрытием области пространственных частот

Если число элементов не более 11, то достигается оптимальное решение при использовании минимальных разностных базисов Лича. В этом случае $0.806 \leq \alpha \leq 1$. При числе элементов, большем 11, минимальные базисы до сих пор не найдены, поэтому применяются квазиоптимальные структуры. Если $12 \leq k \leq 30$, лучшие ПИ – односекционные, они имеют $0.710 \leq \alpha \leq 0.773$. При $k \geq 31$ целесообразны многосекционные конфигурации, описанные выше. В таких структурах полное число баз равно $N = (N_b + 1)v - d_k - 1$, где N_b – число элементов базиса Лича, v – параметр ЦРМ, d_k – его последний элемент. Длина такого ПИ равна $L = N_b v + d_k$.

2.2. Двумерные интерферометры с полным покрытием заданной области пространственных частот, (u, v) области

К классическим системам этого типа относятся кресты Миллса и Т-образные. Для них параметр эффективности α мал, но их достоинство – для формирования луча достаточно одного коррелятора. Мы рассмотрим системы иного типа – требующие измерения коэффициентов корреляции для всех баз [6, глава 7].

2.2.1. Интерферометры в виде прямого произведения двух базисов.

В этом случае каждая из декартовых координат элементов образует базис Лича. Например, если взять безызбыточный базис 0, 1, 4, 6, то пары координат элементов (x_i, y_i) будут: (0,0), (0,1), (0,4), (0,6), (1,0), (1,1), (1,4), (1,6), (4,0), (4,1), (4,4), (4,6), (6,0), (6,1), (6,4), (6,6). Эффективность при этом составит: $\alpha \approx \alpha_b^2(1 - 2/k_b)$, где α_b – эффективность использованного базиса, k_b – число его элементов. С ростом числа элементов эффективность снижается, но даже при числе элементов 1000, она выше, чем у Т-образных.

Для очень больших k еще лучшие результаты можно получить, используя ДРМ (см. [6, раздел 2.3.2]). В таком варианте образуется двумерная многосекционная струк-

тура в виде прямого произведения двух небольших разностных базисов, и в каждой секции элементы размещаются в соответствии с ДРМ.

2.2.2. Интерферометры с (u, v) областями, близкими к кругу.

В [30] предложено размещать элементы равномерно на 5 сторонах правильного гексагона. На рис. 4 показана такая система и покрываемая ею также гексагональная (u, v) область. Как видно, достигается полное ее покрытие. Эффективность системы, приведенной на рис. 4, при радиусе гексагона r равна $\alpha \approx 0.44(1 + 1/3r)$, т. е. близка к эффективности Т-образной. Разработан ряд модификаций гексагональных интерферометров с более высокой эффективностью. Они описаны в [31].

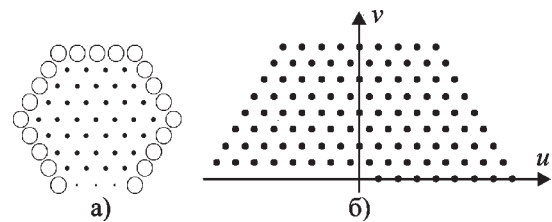


Рис. 4. 21-элементный интерферометр с размещением элементов на пяти сторонах правильного гексагона: а) – размещение элементов, б) – покрываемая область пространственных частот

2.3. Безызбыточные интерферометры

Известные БИ не являются полными. Поэтому при их синтезе стоит задача разместить элементы так, чтобы луч интерферометра не имел больших БЛ. Для этого желательно добиться концентрации “дыр” в покрываемой (u, v) области на периферии этой области. Ряд таких БИ, получены разработанным методом “перестраивания” ЦРМ на гексагон [32]. Пример такого БИ приведен на рис. 5.

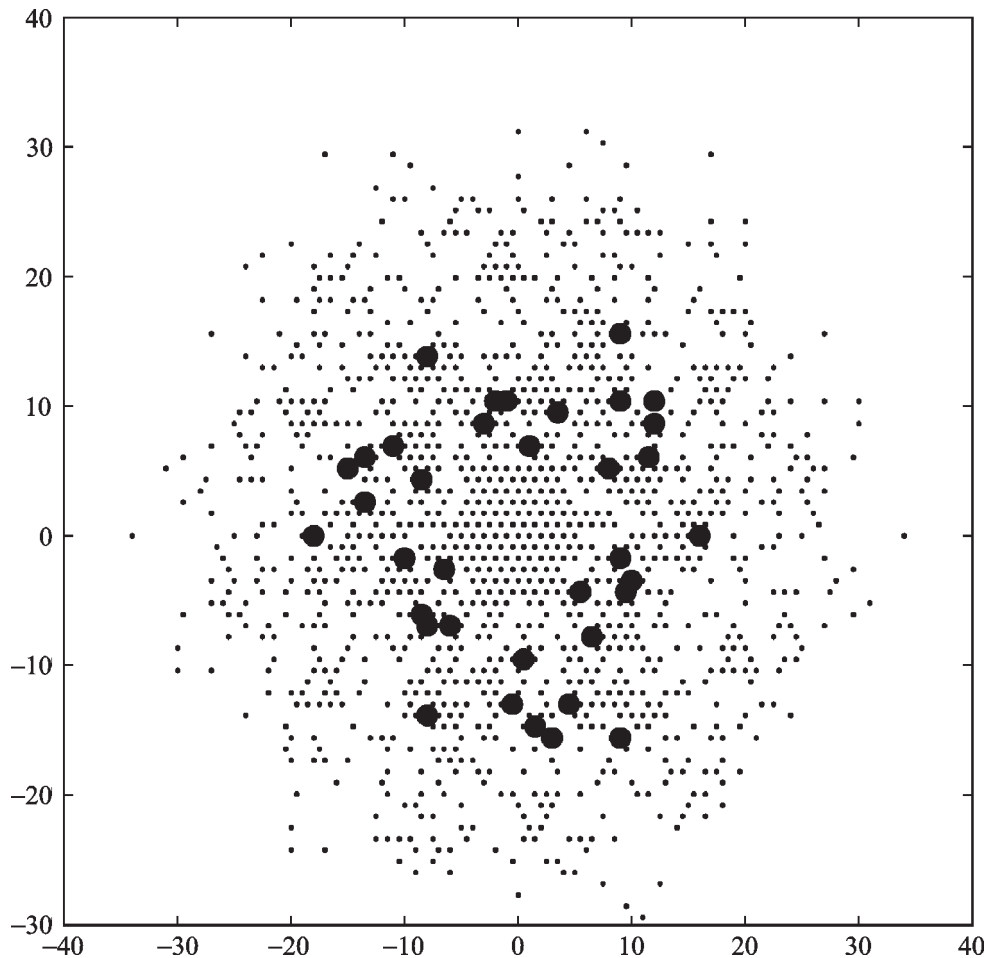


Рис. 5. Безыбыточный 36-элементный интерферометр с покрытием близкой к круговой области пространственных частот. Кружки – элементы, точки – базы (пространственные частоты)

3. Эффективная площадь

Эффективная площадь антенн радиотелескопа дает соотношение между принятой мощностью и плотностью потока радиоизлучения исследуемого объекта. Поэтому точность определения интенсивности источника в высокой степени зависит от точности определения эффективной площади $A_{эф}$. $A_{эф}$ является произведением $A \cdot \eta$, где A – “электродинамическая” площадь (далее – просто площадь) без учета потерь энергии в антенне, η – коэффициент полезного действия (КПД), связанный с потерями. Величина A практически всегда определяется расчетом по ДН, зависящей от геометрии и распределения токов по апертуре антенны:

$$A = \lambda^2 D / 4\pi, \quad D = F(l, m) / P, \quad (25)$$

$$P = \int_{4\pi} F(l, m) (1 - l^2 - m^2)^{1/2} dl dm,$$

где $F(l, m)$ – нормированная к своему максимуму ДН антенны по мощности; l, m – косинусы углов между осями координат в плоскости антенны и направлением прихода волны; D – коэффициент направленного действия (КНД). Если антенна – ФАР из небольшого числа элементов, ее ДН “тупая” функция, и интегрирование в (25) выполняется без затруднений. Если ФАР велика, интегрирование “острой” ДН неэффективно, и приходится разрабатывать специальные

асимптотические методы, тем более точные, чем больше антенна. Впервые такие методы были описаны в [33, 34] и систематизированы в [35]. Эти методы опираются на то, что ДН представляется произведением “острого” множителя решетки и “тупых” множителей отдельных ее элементов. “Тупые” сомножители выносятся из под знака интеграла в точке максимума “острого” сомножителя, а оставшийся интеграл вычисляется точно. Так получается первый член асимптотического ряда для A . Асимптотика, как показано ниже, может быть уточнена. Когда решетка достаточно велика, A оказывается равной геометрической площади ФАР.

Если антенна размещена над землей с конечной проводимостью, задача усложняется. В этом случае также необходимо кроме A определить и КПД. Такая задача решалась в [36, 37].

3.1. Асимптотический расчет КНД

3.1.1. Равноамплитудная линейная решетка. Для линейной ФАР с одинаковыми токами элементов множитель решетки ДН равен:

$$F_p = |\sin Nq(l-l_0)/N \sin q(l-l_0)|^2,$$

где $q = \pi d/\lambda$, d – шаг решетки.

При $N \rightarrow \infty$ $F_p \rightarrow \delta(l-l_0)$ (здесь δ – периодическая δ -функция). Тогда $\lim F_p(l_0) = \infty$, $\int_{-2\pi/q}^{2\pi/q} F_p dl = 1$, $\lim \int_a^{2\pi/q} F_p dl = 0$ при любом $a > l_0$. В силу этого

$$\lim \int_{-2\pi/q}^{2\pi/q} F_p f(l) dl = 4\pi f(l_0) \quad (26)$$

для любой непрерывной $f(l)$.

Обозначим результат интегрирования по

$$m \text{ в (25) } f(l): f(l) = \int_{-\sqrt{1-l^2}}^{\sqrt{1-l^2}} \Phi(l,m)(1-l^2-m^2)^{-1/2} dm,$$

где $\Phi(l,m)$ – множитель элемента (возможно

с учетом экрана или земли). Таким образом,

$$P = \int F_p f(l) dl. \quad \text{Если } q > \pi/2 \ (d > \lambda/2),$$

ДН имеет дифракционные лучи в секторе “видимости” $|l| \leq 1$ в точках, где $q(l-l_0) = \pm k\pi$, $k = 1, 2, \dots$. Для их учета построим по $f(l)$ периодическую функцию $\varphi(l)$ с периодом π/q . Тогда в силу периодичности подынтегрального выражения P можно записать в виде интеграла по одному периоду:

$$P = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} [\sin Nx/(N \sin x)]^2 \varphi(x/q+l_0) dx. \quad \text{В силу}$$

(26) при $N \rightarrow \infty$ главный член асимптотики $P_{ac} = \pi\varphi(l_0)/q$. Точное выражение имеет вид:

$$P = P_{ac} + q^{-1} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (\sin Nx/N \sin x)^2 [\varphi(l_0+x/q) - \varphi(l_0)] dl.$$

Теперь, разлагая множитель в квадратных скобках в степенной ряд по x/q , можно получить и весь асимптотический ряд для P . В [35] дана оценка $|P - P_{ac}|$, а также выражение для второго члена асимптотики. Там же есть графики для $P(l_0; N, q)$ и обобщение полученных выражений на неравноамплитудную ФАР.

3.1.2. Равноамплитудная прямоугольная решетка. Для прямоугольной ФАР справедливо выражение (25) и асимптотическое равенство (26). Для нее

$$F_p(l, m) = F_x(l) \cdot F_y(m),$$

$$F_x(l) = |\sin Mq_x(l-l_0)/M \sin q_x(l-l_0)|^2,$$

$$F_y(m) = |\sin Nq_y(m-m_0)/N \sin q_y(m-m_0)|^2,$$

где $q_x = 2d_x\pi/\lambda$; $q_y = 2d_y\pi/\lambda$; d_x, d_y – шаги решетки вдоль осей X и Y .

В случае идеально отражающей земли (экрана) и элемента ФАР – диполя Герца, ориентированного вдоль оси Y , учитывая для каждого из сомножителей предельное соотношение (26), при $M, N \rightarrow \infty$ имеем:

$$P = \left(\pi^2/MNq_xq_y\right)(1-m_0^2)(1-l_0^2-m_0^2)^{-1/2} \times \times \sin^2 \left[(2\pi h/\pi)(1-l_0^2-m_0^2) \right], \quad (27)$$

где h – высота установки плоской решетки над землей. Формула (27) верна, если у ФАР нет дифракционных лучей. В противном случае следует использовать асимптотическое равенство

$\int_{-a}^a \frac{\sin^2 Nx}{N \sin^2 x} f(x) dx = \pi [f(0) + f(\pi) + f(-\pi) + \dots]$, число слагаемых в котором равно числу дифракционных лучей в “видимом” секторе $l^2 + m^2 \leq 1$. В соответствии с (25), (27) при $M, N \rightarrow \infty$ КНД и площадь ФАР равны:

$$D = (4\pi/\lambda^2) M N d_x d_y (1 - l_0^2 - m_0^2)^{1/2}, \quad (28)$$

$$A = \lambda^2 D / 4\pi = M N d_x d_y (1 - l_0^2 - m_0^2)^{1/2},$$

Учитывая, что $\sqrt{1 - l_0^2 - m_0^2}$ – косинус угла между направлением луча и нормалью к плоскости антенны, видим из (28), что площадь большой ФАР равна проекции геометрической площади, наблюдаемой с направления приема. Если у решетки есть дифракционные лучи, образуется дополнительный вклад в P . Из-за этого КНД антенны падает.

3.2. Антенна над поверхностью реальной земли

Антенны многих радиотелескопов, в частности, УТР-2 [4] и УРАН [5] установлены над землей без металлического экрана. Их эффективная площадь, главным образом из-за влияния КПД, снижающегося вследствие потерь в грунте, существенно зависит от электрических параметров земли. Для расчета $A_{\text{эф}}$ с учетом свойств грунта необходимо учесть поля, отраженные от земли и прошедшие в землю. По этим полям можно рассчитать полную излученную антенной мощность $P_{\text{п}}$ и мощность, излученную в дальнюю зону, $P_{\text{дз}}$, а их отношение дает ту часть КПД, которая связана с потерями в земле. $P_{\text{дз}}$ находится интегрированием ДН по бесконечно удаленной сфере, $P_{\text{п}}$ удобнее всего рассчитать, интегрируя произведение тока и поля на поверхности антенны. Выражения для A и η таковы:

$$A(l_0, m_0) = \lambda^2 D / 4\pi, \quad D = 4\pi |E_{\text{дз}}(l_0, m_0)|^2 / P_{\text{дз}},$$

$$\eta = P_{\text{дз}} / P_{\text{п}}.$$

Расчеты полей [36, 37] выполнены с использованием точных выражений для интегралов Зоммерфельда. Особенно простые формулы для A и η получаются, если антенна велика, и ее ДН имеет свойства δ -функции (26). В таком случае A и D не зависят от свойств земли, а для η имеем:

$$\eta = \frac{\cos^2 \phi |1 + f_h e^{-i2kh \sin \theta}|^2 + \sin^2 \phi \sin^2 \theta |1 - f_v e^{-ikh \sin \theta}|^2}{2 \operatorname{Re} [\cos^2 \phi (1 + f_h e^{-ikh \sin \theta}) + \sin^2 \phi \sin^2 \theta (1 - f_v e^{-ikh \sin \theta})]}, \quad (29)$$

где $k = \omega/c$; f_h, f_v – коэффициенты Френеля для горизонтальной и вертикальной поляризации; ϕ – азимутальный угол, θ – угол места; h – высота антенны над землей. Нетрудно видеть, что при $f_h = -1, f_v = 1$ (бесконечно-проводящая земля) $\eta = 1$, при $f_h = 0, f_v = 0$ (свободное пространство) $\eta = 1/2$.

Точность асимптотических выражений можно проиллюстрировать расчетами С. Л. Рашковского параметров антенн УТР-2, выполненными по полным формулам. Оказывается, что A , рассчитанная по асимптотической формуле, отличается от точного значения не более чем на 3% при $\lambda = 30$ м и не более чем на 10% при $\lambda = 12$ м при любых l_0 , при которых нет дифракционных лучей. Погрешность расчета КПД по формуле (29) несколько выше: при $\lambda = 30$ м она не превышает 5% и при $\lambda = 12$ м – 10%, если $\sqrt{l_0^2 + m_0^2} \leq 0.96$. При больших $\sqrt{l_0^2 + m_0^2}$ погрешность достигает 15%. Отметим, что такая точность получена для сравнительно небольших решеток: $M = 6, N = 30$.

4. Снижение УБЛ

В [38, 39] разработан способ снижения интегрального (среднеквадратического) уровня бокового излучения антенных реше-

ток, в том числе сверхнаправленных. Для решения этой задачи была привлечена теория полиномов, ортогональных на единичной окружности в комплексной плоскости. Эта теория адекватна задаче, поскольку ДН линейной ФАР представляется таким полиномом. Действительно, если в выражении (1) сделать замену $\exp(id_j x) = z$, то ДН описывается полиномом комплексной переменной z . На основе этой теории были получены новые виды распределения токов, обеспечивающие как минимизацию энергии БЛ, так и минимизацию уровня наибольшего БЛ. Выбор минимизируемого параметра задается весовой функцией, на которую умножается минимизируемый интеграл от ДН по мощности – энергия бокового излучения. В частности, описана весовая функция, дающая решение задачи Дольфа – получение чебышевской ДН.

Как показано, уровень БЛ при нашем подходе определен одним параметром q . Чем больше q , тем ниже УБЛ и, естественно, тем шире главный луч ФАР. Сказанное иллюстрируется рис. 6, где показаны ДН для решетки из $N = 20$ элементов при трех значениях q .

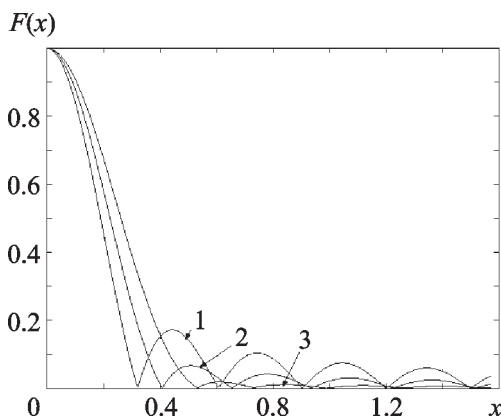


Рис. 6. Диаграммы направленности 20-элементной линейной решетки с минимальной энергией БЛ при трех значениях параметра q , определяющего УБЛ и ширину главного луча: кривая 1 – $q = 1$; кривая 2 – $q = 2$; кривая 3 – $q = 3$

Заключение

Описанные исследования сыграли определенную роль при разработке и сооружении ряда дециметровых радиотелескопов и антенн для дальней коротковолновой радиосвязи [40]. Однако многое из описанного пока применения не нашло. Так, в мире практически нет ни одной разреженной ФАР, построенной на основе теории, приведенной в первом разделе, нет также интерферометров, описанных во втором разделе. Из изложенного в статье широко использовались при создании и используются при эксплуатации радиотелескопа УТР-2 и интерферометров УРАН материалы третьего и, частично, четвертого разделов.

В работе не приведены результаты некоторых исследований и разработок, касающиеся создания широкополосных ФАР и их элементов. Сюда относятся: асинхронная система временного управления лучом [41], устройства формирования веера одновременно действующих лучей (фазовые и чисто амплитудные лучеобразующие матрицы) [42, 43], гибридные восьмиполосники [44], согласующие трансформаторы и т. п. Все эти устройства и элементы были описаны в упомянутых работах.

Литература

1. Кутузов С. М., Ильясов Ю. П., Глушков А. А. Антенные системы радиотелескопа БСА ФИАН // Изв. вузов. Радиофизика. – 1976. – Т. 19, №11. – С. 1607-1613.
2. Иванов С. Н., Ильясов Ю. П., Солодков В. Т., Щербинин В. Я. Результаты юстировки Т-образного варианта радиотелескопа ДКР-1000 / Изв. вузов. Радиофизика. – 1976. – Т. 19, №11. – С. 1623-1629.
3. Napier P. G., Tompson A. R., Ekers R. D. The Very Large Array Design and Performance of the Modern Synthesis Radio Telescope // Proc. IEEE. – 1983. – Vol. 71. – P. 1295-1320.
4. Брауде С. Я., Мень А. В., Содин Л. Г. Радиотелескоп дециметрового диапазона волн УТР-2 // Антенны. – 1978. – №26. – С. 3-15.
5. Мень А. В., Шарыкин Н. К., Захаренко В. В., Булацен В. Г., Браженко А. И., Ващишин Р. В. Радиотелескоп дециметрового диапазона длин

- волн УРАН-2 // Радиофизика, радиоастрономия. – 2003. – Т. 8, №4. – С. 345-356.
6. Kopilovich L. E., Sodin L. G. *Multielement System Design in Astronomy and Radio Science*. – Kluwer, 2001. – 183 p.
 7. Седин Л. Г. Статистический анализ неэквидистантных линейных антенн-решеток // Радиотехника и электроника. – 1966. – Т. 11, №11. – С. 1953-1959.
 8. Базелян Л. Л., Инютин Г. А., Седин Л. Г. Опыт разработки двумерных антенн-решеток со случайным размещением элементов // Антенны. – 1972. – №15. – С. 17-25.
 9. Бовкун В. П., Науменко С. Г. Линейные неэквидистантные решетки малой длины: Препр. / Радиоастрономический ин-т НАНУ; №35. – Харьков: 1989. – 41с.
 10. Skolnik M. I., Newhauser G., Sherman J. W. *Dinamic Programming Applied to Unequally Spaced Arrays* // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1964. – Vol. 12, No. 1. – P. 35-43.
 11. Leeper D. C. Пат. 4071848 США. – 1978.
 12. Копилов Л. Е., Седин Л. Г. Линейные неэквидистантные антенны-решетки на базе разностных множеств // Радиотехника и электроника. – 1989. – Т. 34, №10. – С. 2059-2066.
 13. Копилов Л. Е., Седин Л. Г. Синтез неэквидистантных антенн-решеток на основе теории разностных множеств // Радиотехника и электроника. – 1994. – Т. 39, №3. – С. 380-389.
 14. Холл М. Комбинаторика. – М.: Мир, 1970. – 429 с.
 15. Baumert L. G. *Cyclic Difference Sets*. – Berlin: Springer-Verlag, 1971. – 158 p.
 16. Копилов Л. Е., Седин Л. Г. Одномерные и двумерные неэквидистантные антенны-решетки с низким уровнем боковых лепестков: Препр. / Ин-т радиофизики и электроники НАНУ; №293. – Харьков: 1986. – 38 с.
 17. Левин О. И. Синтез неэквидистантной линейной антенны статистическими методами поиска // Антенны. – 1971. – №11. – С. 15-26.
 18. Бялый Л. И. Оптимальный синтез линейных антенных решеток // Антенны. – 1979. – №27. – С. 52-60.
 19. Бялый Л. И. Характеристики неэквидистантных линейных решеток // Антенны. – 1979. – №27. – С. 60-68.
 20. Сомов В. П. Синтез неэквидистантных решеток на основе оптимального выбора дискретного множества возможных значений координат излучателей // Антенны. – 1982. – №30. – С. 121-127.
 21. Ким И, Джаггард Д. А. Фрактальные случайные решетки // ТИИЭР. – 1986. – Т. 74, №9. – С. 124-126.
 22. Kopilovich L. E., Sodin L. G. Two-dimensional aperiodic antenna arrays with a low side-lobe level // IEE Proc. – 1994. – Vol. 138, No. 3. – P. 233-237.
 23. Копилов Л. Е., Седин Л. Г. Секционированные неэквидистантные линейные антенны-решетки на основе разностных множеств // Радиотехника и электроника. – 1992. – Т. 37, №12. – С. 2155-2160.
 24. Leeper D. C. *Isophoric Arrays-Massively Thinned Phased Arrays with Well-Controlled Side-lobes* // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1999. – Vol. 47, No. 12. – P. 1825-1835.
 25. Caorsi S, Lommi A, Massa A., Pastorino M. *Peak Sidelobe Level Reductions with a Hybrid Approach Based on Gas and Difference Sets* // IEEE Trans. Antennas Propag. – 2004. – Vol. 52, No. 4. – P. 1116-1121.
 26. Goldberg D. E. *Genetic Algorithm in Search – Reading*. MA: Addison-Wesley, 1989. – 315 p.
 27. Седин Л. Г. К теории оптимальных антенн // Радиотехника и электроника. – 1967. – Т. 12, №12. – С. 2402-2409.
 28. Boerlinger D. W. Пат. 6433754В1 США. – 2001.
 29. Leech J. The representation of $1, 2, \dots, n$ by differences // J. London Math. Soc., Pt. 2. – 1956. – Vol. 31. – P. 160-169.
 30. Седин Л. Г., Копилов Л. Е. Системы апертурного синтеза с полным покрытием гексагональной области в U, V-плоскости // Изв. вузов. Радиофизика. – 2000. – Т. 43, №4. – С. 345-349.
 31. Копилов Л. Е. Конфигурации интерферометра с полным покрытием гексагональной области пространственных частот // Кинематика и физика небесных тел. – 1999. – Т. 15, №4. – С. 377-382.
 32. Sodin L. G., Kopilovich L. E. *Hexagonal Arrays for Radio Interferometers* // Astron. Astrophys. – 2002. – Vol. 392. – P. 1149-1152.
 33. Седин Л. Г., Вербицкий И. Л. К расчету электрически качаемых антенн // Электр. связь. – 1963. – №3. – С. 8-14.
 34. Седин Л. Г., Вербицкий И. Л. Коэффициент направленного действия антенны с чебышевской диаграммой направленности // Электр. связь. – 1967. – №4. – С. 26-30.
 35. Седин Л. Г. КНД фазированной антенны-решетки // Радиотехника и электроника. – 1977. – Т. 22, №9. – С. 1847-1858.

36. Содин Л. Г. Параметры антенны, размещенной над полупроводящей плоской поверхностью раздела // Изв. вузов. Радиофизика. – 1968. – Т. 11, №1. – С. 101-109.
37. Содин Л. Г. Энергетические характеристики антенн, расположенных вблизи границы раздела // Антенны. – 1974. – №20. – С. 72-81.
38. Содин Л. Г. Линейные антенные решетки с минимальным среднеквадратичным уровнем боковых лепестков // Радиотехника и электроника (в печати).
39. Содин Л. Г. Сверхнаправленные линейные антенные решетки // Радиотехника и электроника (в печати).
40. Брук Ю. М., Инютин Г. А., Мень А. В., Содин Л. Г., Шарькин Н. К. Высокоскоростные электрически управляемые и многолучевые антенные решетки для коротковолновой радиосвязи // Антенны. – 1977. – №25. – С. 3-19.
41. Брук Ю. М., Содин Л. Г. Расчет основных параметров фазированной антенны-решетки при дискретно-этажном несинхронном управлении положением луча // Радиотехника. – 1966. – Т. 21, №7. – С. 16-25.
42. Брук Ю. М., Инютин Г. А., Содин Л. Г. Матричные схемы для многолучевых фазированных антенн-решеток // Антенны. – 1974. – №20. – С. 32-47.
43. Содин Л. Г. Синтез диаграммообразующих схем // Радиотехника и электроника. – 1982. – Т. 27, №7. – С. 1279-1286.
44. Bruck Yu. M, Sodin L. G. A Broadband Hybrid Device // Int. J. Electron. – 1983. – Vol. 54, No. 1. – P. 95-108.

Деякі проблеми теорії фазованих антенних решіток, актуальні для радіоастрономії

Л. Г. Содин

Розглянуто низку задач, що виникають у розробці багатоелементних антен для радіотелескопів. Розв'язання таких задач потрібно у виборі конфігурації розташування елементів, що забезпечує високу роздільну здатність та узгоджену з нею чутливість за мінімальної кількості елементів, а також у визначенні параметрів радіотелескопа з точністю, необхідною для визначення координат та інтенсивностей досліджуваних джерел космічного випромінювання.

Some Problems of the Phased Array Theory Relevant in Radio Astronomy

L. G. Sodin

Some theoretic problems in developing multi-element antennas for radio telescopes is discussed. Their solving is required in choosing the configuration of element disposition which provide high resolution and resolution-consistent sensitivity with the least antenna elements, also while calculating radio telescope parameters with an accuracy desired to determine the coordinates and strengths of the investigated space sources.